PREMIÈRE PARTIE

TRAITÉ DES PONTS

TOME PREMIER

TOURS. — IMPRIMERIE DESLIS FRÈRES, RUE GAMBETTA, 6.

ENCYCLOPÉDIE THÉORIQUE & PRATIQUE DES CONNAISSANCES CIVILES & MILITAIRES

(*Publiée sous le patronage de la Réunion des officiers*)

PARTIE CIVILE

COURS DE CONSTRUCTION

HUITIÈME PARTIE

TRAITÉ DES PONTS

PREMIÈRE PARTIE

PONTS EN MAÇONNERIE ET TUNNELS

Tome I

PAR

J. CHAIX

Ingénieur des Arts et Manufactures, Ancien chef de travaux graphiques à l'École centrale,
Ancien ingénieur attaché à la construction des chemins de fer de Besançon à la frontière suisse et de Tunis à la frontière algérienne,
Ancien chef de section à la Compagnie des chemins de fer du Nord (Service des Ponts).

PARIS
GEORGES FANCHON, ÉDITEUR
25, RUE DE GRENELLE, 25

Droits de traduction et de reproduction réservés

PRÉFACE

Quand une voie de communication quelconque rencontre des obstacles, on les lui fait franchir au moyen d'ouvrages d'art. Ces ouvrages affectent diverses formes et peuvent, selon les cas, être construits en matériaux de différentes natures. — Nous établissons tout d'abord une distinction entre ceux qui sont complètement en maçonnerie et ceux dans la composition desquels entrent le bois et le métal.

Les premiers, c'est-à-dire les ouvrages complètement en maçonnerie, font l'objet de la première partie de ce traité. Les autres sont étudiés dans la deuxième partie.

PREMIÈRE PARTIE

Ponts en maçonnerie et tunnels.

La première partie, intitulée : *Ponts en maçonnerie et tunnels*, comprend l'étude des aqueducs, ponceaux, ponts pour routes et chemins de fer, ponts-canaux, ponts-aqueducs, viaducs et tunnels.

Pour l'examen de ces ouvrages, nous avons suivi la marche qui se présente naturellement, lorsqu'on a à projeter et à construire un pont quelconque.

Ainsi, dans un premier article, nous passons en revue ce qu'il est indispensable de savoir pour la conception de l'ouvrage ou *projet* et, dans un deuxième article, ce qui est relatif à la réalisation du projet ou *exécution*. Dans l'article troisième, nous avons réuni les documents pouvant servir à la confection des *métrés et devis*. Un rapide exposé *historique* fait l'objet d'un quatrième et dernier article. — La même marche a été suivie pour les tunnels.

Ponts en maçonnerie.

I. — PROJET

Les premières questions à résoudre quand on a à dresser le projet d'un pont sont le *choix de l'emplacement* et le *calcul du débouché*. Leur solution est quelquefois difficile; elle repose en effet sur des considérations générales et locales, sur des déterminations préalables délicates, dont on ne possède pas toujours les éléments précis. — Aussi avons-nous traité ces questions avec quelque développement afin de donner au lecteur la possibilité d'adopter en connaissance de cause la solution la plus satisfaisante selon les circonstances.

Lorsque l'emplacement du pont a été choisi et le débouché calculé, on passe à la *détermination des formes et dimensions des arches*, c'est-à-dire au tracé des courbes d'intrados, aux dimensions qu'il convient de donner aux arches comme ouvertures, hauteurs et largeurs.

Pour aller plus avant dans la conception de l'ouvrage, il est alors nécessaire de savoir ce qui a été fait ou ce qu'on peut faire, en ce qui concerne les *dispositions intérieures et extérieures des maçonneries* dans les arches, piles, culées et fondations, afin de pouvoir mener rapidement la recherche de tous les détails de construction de l'ouvrage projeté, en même temps qu'on fixe ses formes et dimensions générales.

Cette partie descriptive du traité des ponts en maçonnerie commence par l'étude des *dispositions intérieures des maçonneries*,

appliquée successivement aux aqueducs et ponceaux, aux arches des ponts et viaducs, aux piles et culées.

Parmi les *dispositions extérieures des maçonneries*, on examine celles qui sont relatives aux aqueducs et ponceaux, aux appareils des têtes des ponts et viaducs, au couronnement des piles et culées, aux plinthes et parapets, à la décoration des ponts ; viennent enfin les *abords des ponts*.

Nous avons consacré un chapitre spécial aux *ponts biais*, dans le but de réunir dans une même étude, formant un tout indépendant et complet, les dispositions d'ensemble et les détails de construction concernant ces sortes de ponts. — On évite les ponts biais, quand on le peut, mais il faut se garder néanmoins de les proscrire d'une façon absolue, car dans certaines circonstances spéciales ils offrent parfois la solution la plus satisfaisante. Nous donnons les divers modes d'appareils de ces ponts ainsi que les diverses méthodes en usage pour la taille de la pierre. Les épures, dessinées par nous et reproduites par la photogravure, sont expliquées le plus clairement possible, afin que le lecteur soit en mesure de diriger ou de faire lui-même le tracé des épures en grandeur d'exécution.

Quant aux *fondations* des ponts, nous ne nous occupons pas, dans l'article premier, de leur exécution proprement dite qui doit prendre sa place dans l'article deuxième. Il était cependant indispensable de traiter des fondations à l'article projet, ou tout au moins des opérations préalables à faire avant leur exécution, car le projet ne peut être définitif qu'autant qu'on est fixé sur la nature du terrain dans lequel la fondation doit être établie, ainsi que sur la résistance du sol qui devra supporter le poids de l'ouvrage. — La connaissance de la nature du terrain et de sa résistance ne s'acquiert, dans le plus grand nombre des cas, que par des *sondages* pratiqués aux emplacements convenables. Nous donnons sur cet important sujet tous les renseignements utiles et pratiques.

Nous terminons la partie descriptive des connaissances qu'il est nécessaire de posséder pour concevoir le projet, par la *description de quelques aqueducs, ponts et viaducs*. Il est bon, en effet, après avoir étudié les *éléments* qui constituent un pont, de voir comment ces éléments peuvent s'assembler pour former un ensemble satisfaisant. Ce chapitre contient, par conséquent, la description de quelques ouvrages complets, tels que aqueducs et ponceaux, ponts pour routes, ponts pour chemins de fer, ponts-canaux, ponts-aqueducs, viaducs et ponts biais, choisis parmi ceux qui nous ont paru le mieux réussis.

Dans bien des cas, lorsque le pont projeté ne présente rien de particulier, on peut déterminer les dimensions à donner à ses diverses par comparaison avec des ouvrages existants. C'est ainsi que, pour des ouvertures données et des conditions d'établissement semblables, on a des types auxquels on se conforme plus ou moins, quand on a à construire des ouvrages se trouvant dans les mêmes conditions. Mais, pour des ponts qui ne sont pas semblables aux types adoptés, cette manière de faire ne doit être employée, on le comprend, qu'avec la plus grande prudence. On s'exposerait, en agissant ainsi, soit à rester en dessous des dimensions qui conviennent, ce qui compromettrait la stabilité de l'ouvrage, soit à dépasser ces dimensions, ce qui conduirait à mettre en œuvre un cube exagéré de maçonnerie.

Aussi, il est presque toujours nécessaire, quand on a à peu près déterminé les formes et dimensions du pont en projet, de s'assurer qu'elles satisfont à la fois aux conditions de résistance, de stabilité et d'économie.

Les formules et les divers tracés à employer pour le calcul et la vérification de la *résistance et de la stabilité des voûtes, piles, culées et fondations* font l'objet d'un important chapitre contenant :

1° Pour les *voûtes*, des notions préliminaires, les formules empiriques servant au calcul de leurs épaisseurs, les conditions de stabilité, la méthode graphique de Méry, celle de Durand-Claye, celle de Dupuit et d'autres méthodes telles que celles de Yvon-Villarceau, Carvalho, etc. ;

2° Pour les *piles, culées et fondations*, les formules empiriques pour le calcul des épaisseurs des piles et culées, le tracé des courbes de pression dans les pieds-droits et les dimensions à donner aux fondations ;

3° Pour ce qui regarde les *ponts biais* en particulier, quelques considérations générales et les épaisseurs à donner aux voûtes, piles et culées de ces sortes de ponts.

Nous terminons ce chapitre en montrant

comment les tracés de la *statique graphique* s'appliquent à la résolution des divers problèmes qui se présentent dans la pratique. Nous nous sommes attaché à rendre cette partie de notre travail, simple, claire et pratique avant tout, afin de la mettre à la portée de toutes les personnes s'occupant de constructions. Nous donnons de nombreux exemples de cette application qui devient aujourd'hui de plus en plus d'un usage fréquent en France, en raison des services qu'elle rend.

Pour compléter ce qu'il y a à dire sur le projet d'un pont en maçonnerie, nous traitons des *cintres*. Nous ne le faisons qu'au point de vue descriptif et du calcul des dimensions, la mise en place des cintres et le décintrement faisant partie de l'exécution.

II. — EXÉCUTION

Le projet étant complètement étudié, grâce à la connaissance et à l'application des documents contenus dans l'article premier, il faut passer à l'exécution de l'ouvrage: Adoptant, pour l'exposition de ce deuxième article, la même marche que pour le premier, nous commençons par *le tracé et l'implantation* des axes, des fouilles et des maçonneries.

Vient ensuite l'examen de l'*exécution des fouilles et fondations*, contenant tous les renseignements pratiques concernant les fondations par épuisement, sur béton immergé, sur radiers généraux, sur pilots, par massifs isolés, au moyen de l'air comprimé, etc., avec l'indication des principaux cas dans lesquels chaque genre de fondation est applicable.

Après l'exécution des fondations, vient l'*exécution des maçonneries*, des piles, culées, voûtes, plinthes, parapets, etc., des ponts ordinaires pour routes et chemins de fer, des ponts-canaux et des ponts-aqueducs.

Le chapitre suivant traite de l'*élargissement des ponts*.

Enfin, sous le titre d'*organisation et installation générale des chantiers*, nous avons essayé de réunir d'utiles renseignements disséminés un peu partout: Aujourd'hui, la rapidité et l'économie sont, plus que jamais, les conditions essentielles de l'exécution des travaux. Aussi, doit-on apporter tous ses soins à l'organisation des chantiers, organisation de laquelle dépendent, en grande partie, la rapidité désirée dans l'exécution et l'économie de main-d'œuvre. Nous donnons des exemples d'installations de chantiers d'importances diverses pour bien montrer ce qu'on peut faire dans chaque cas.

III. — MÉTRÉS ET DEVIS

Un premier chapitre, intitulé *avant-métrés*, contient des exemples de métrés de fouilles, de fondations, de maçonneries, de cintres, de ponts de service et des exemples de métrés complets d'ouvrages d'art exécutés.

L'*évaluation des dépenses* comprend l'étude des prix de l'unité, les prix de revient des sondages, ceux des fondations, des cintres et des maçonneries, et, enfin, les dépenses moyennes faites pour la construction de divers ponts et viaducs en maçonnerie, pouvant servir de bases dans les estimations d'avant-projets.

Un rapide *exposé historique* termine ce qui est relatif aux ponts et viaducs en maçonnerie.

Tunnels.

Comme pour les ponts en maçonnerie, l'étude des tunnels est divisée en trois articles:
1° Projet; 2° Exécution; 3° Métrés et Devis.

I. — PROJET

Lorsque, dans un projet de tracé de route, de chemin de fer ou de canal, on rencontre un obstacle paraissant ne pouvoir être franchi que par un tunnel, il faut, tout d'abord, se rendre compte si, réellement, la nécessité du tunnel s'impose et si on devra, pour exécuter ce tunnel, avoir recours, soit au fonçage de puits, soit au percement de galeries latérales. Dans le cas de l'affirmative, on aura à déterminer la position la plus favorable des puits et galeries d'après les conditions imposées de temps et de dépenses. Ces diverses questions font l'objet d'un chapitre intitulé *Considérations générales*.

Après avoir définitivement arrêté la position du tunnel, on détermine les *formes et dimensions* à donner à la section longitudinale et aux sections transversales, selon la nature des terrains à traverser.

La connaissance de la nature des diverses couches superposées du terrain, à l'endroit où le tunnel doit être établi, est une donnée importante du projet, soit pour déterminer les formes et dimensions des sections longitudi-

nales et transversales du tunnel, soit pour fixer la méthode de fonçage à employer dans l'exécution des puits. Cette connaissance s'acquiert par des *sondages* déjà étudiés à propos des fondations des ponts.

Les *têtes des tunnels* sont étudiées dans le chapitre suivant.

II. — EXÉCUTION

L'exécution d'un tunnel comprend d'abord, comme travail préparatoire, le *tracé des alignements*. Puis viennent le *fonçage des puits* et le *percement des tunnels*. Le chapitre relatif au *fonçage des puits* contient tous les renseignements pratiques et les méthodes à appliquer pour le fonçage dans la roche dure, dans les terrains ébouleux et dans les couches aquifères.

L'exécution du tunnel proprement dit a été divisée en deux chapitres. Le premier, relatif au *percement des tunnels ordinaires*, donne les diverses méthodes employées : méthode par gradins droits dans un terrain consistant et solide, méthode par sections divisées, belge ou française, mixte et autres dans un terrain de consistance moyenne, méthodes anglaise et autrichienne dans un terrain ébouleux.

Le deuxième donne les méthodes particulières et le matériel spécial et perfectionné qui ont été utilisés pour le *percement des grands tunnels*.

Dans un troisième chapitre traitant de *l'élargissement des tunnels*, nous exposons les raisons qui engagent l'ingénieur, soit à élargir simplement la section du tunnel, soit à percer une deuxième galerie à côté de la première.

Un chapitre consacré à *l'organisation et à l'installation des chantiers* termine l'article deuxième.

III. — MÉTRÉS ET DEVIS

Ce troisième et dernier article contient tous les documents utiles pour la confection des avant-métrés et les évaluations des dépenses.

SECONDE PARTIE

Ponts en charpente. — Ponts métalliques et Ponts suspendus.

Dans cette deuxième partie du traité des ponts, nous étudions les ponts en bois, les ponts en fonte, les ponts en fer ou acier, les ponts suspendus et les ponts mobiles. — Nous avons adopté la même marche, dans l'exposition, que pour la première partie, c'est-à-dire que nous avons admis la division en trois articles intitulés : 1° Projet ; 2° Exécution ; 3° Métrés et devis.

I. — PROJET

Le projet d'un pont en charpente, métallique ou suspendu, doit évidemment débuter par le *choix de l'emplacement du pont* et le *calcul du débouché*. Mais ce qui a été dit à ce sujet dans la première partie s'applique exactement aux ponts qui font l'objet de la deuxième partie. — Nous n'avons donc pas à y revenir.

Nous n'avons pas, non plus, à nous occuper des fondations, ce sujet ayant été complètement étudié dans la première partie, sauf pour quelques cas spéciaux qui peuvent être employés lorsque les piles sont entièrement métalliques. Ces fondations spéciales sont examinées en même temps que les piles elles-mêmes.

Ce qui a été fait ou ce qu'on peut faire, en ce qui concerne les formes et dimensions de l'ensemble et des détails des ponts en charpente et métalliques constitue le premier article, partagé en six subdivisions, savoir :

(A) ponts en bois ;
(B) ponts en fonte ;
(C) ponts en fer ou acier ;
(D) ponts suspendus ;
(E) ponts mobiles ;
(F) résistance et stabilité.

Les cinq premières subdivisions comprennent chacune trois chapitres. Dans le premier chapitre, nous donnons les *dispositions générales des ponts*. — Ce sont des descriptions sommaires et raisonnées de la manière dont est constitué l'ensemble des ponts de chaque catégorie. — Elles sont accompagnées de figures pour ainsi dire schématiques.

Connaissant l'ensemble du pont en projet, il faut ensuite étudier la façon dont les diverses pièces qui le composent pourront être assemblées, contreventées, soutenues, décorées, etc.... Il faut aussi arrêter la forme du garde-corps, sa construction et sa fixation, la nature du remplissage, etc... C'est ce qui fait le sujet dans chaque subdivision, du deuxième chapitre

intitulé : *Assemblages et détails de construction.*

Le troisième chapitre de chaque subdivision contient la *description de quelques ponts*, afin de montrer comment ont été réalisées les diverses dispositions générales et les détails de construction exposés dans les deux premiers chapitres.

Pour les *ponts en bois* (A), le chapitre : *dispositions générales*, contient l'étude des palées, culées, brise-glaces, ponts à poutres droites pour petites portées, ponts à poutres armées pour petites et grandes portées, ponts supportés ou suspendus à des arcs, ponts à poutres composées, ponts biais, viaducs et passerelles.

Le chapitre : *assemblages et détails de construction*, donne les assemblages à employer pour les palées, culées, brise-glaces, poutres ordinaires, armées, en arcs, composées, etc. Il donne en outre les dispositions à prendre pour la liaison des travées avec les supports, pour le contreventement, le plancher, le garde-corps, etc.

Le chapitre suivant renferme la *description de quelques ponts* du même genre que ceux précédemment étudiés comme disposition d'ensemble.

Pour les *ponts en fonte* (B), on examine, dans le chapitre premier, les *dispositions générales des ponts en arcs*, formés de barres, de châssis, de poutres à section double T, de poutres à section elliptique et, dans le deuxième chapitre, les *assemblages et détails de construction* relatifs à ces divers ponts et, en particulier à la retombée des arcs sur les piles et culées, à la liaison des fermes entre elles, au remplissage, au garde-corps, à la décoration, etc., et, enfin, dans le troisième chapitre, la *description de quelques ponts en fonte.*

La subdivision (C) traite des *ponts en tôle de fer ou d'acier.* Les ponts en tôle sont de beaucoup les plus employés ; aussi tiendront-ils la place la plus importante dans ce traité. Jusqu'alors, on les avait faits en tôle de fer, mais la tendance aujourd'hui est de les construire en acier. Nous aurons, par conséquent, à examiner les avantages et les inconvénients de la substitution de l'acier au fer.

Un premier chapitre contient les dispositions générales des piles métalliques, des ponts à poutres droites pour faibles ouvertures, à poutres droites en treillis, à poutres droites à grandes mailles, des ponts de systèmes américains, anglais et autres, des ponts en arcs, des ponts biais, des passerelles et viaducs, et des ponts démontables et portatifs.

Les *assemblages et détails de construction* de ces divers ponts sont passés en revue dans le chapitre II, qui renferme, en outre, les détails relatifs aux colonnes en fonte, aux supports en fers assemblés, aux appuis des poutres, fixes, de dilatation et articulés, aux retombées des arcs des ponts en arc, aux contreventements, remplissages, garde-corps, etc.

Comme pour les autres subdivisions, le chapitre III contient la *description de quelques ponts en tôle de fer ou d'acier.*

Les *ponts suspendus* ont été bien délaissés en France pendant ces dernières années. Ils sont cependant susceptibles de rendre de réels services et, dans bien des cas, ils sont la solution véritablement économique et pratique de passages au-dessus de larges obstacles. C'est ce qui nous a engagé à nous en occuper dans la quatrième subdivision (D) du premier article comprenant, comme les autres, l'étude des dispositions générales et des détails de construction, ainsi que la description des ponts les plus remarquables, parmi lesquels il faut citer les grands ponts construits aux États-Unis.

La cinquième subdivision (E) contient ce qui est relatif aux *ponts mobiles*, tournants, roulants, à soulèvement vertical, etc.

La sixième subdivision (F) : *résistance et stabilité*, est une des plus importantes. Elle commence d'abord par des *notions préliminaires* sur la traction, la compression et la flexion et se continue par les *données à adopter dans les applications* en ce qui concerne les conditions de résistance des bois, des fontes, des fers et des aciers. Ce dernier chapitre donne, en outre, pour faciliter les calculs, des tableaux de *moments d'inertie* de sections rectangulaires, circulaires, à T, à double T et de sections d'un certain nombre de poutres composées de fers laminés. Il donne également, dans le même but, des tableaux de *moments résistants* et se termine par l'exposé des conditions d'épreuve des ponts.

Le chapitre suivant montre comment doit se faire le *calcul des dimensions transversales d'une pièce soumise à des efforts de traction ou à des efforts de compression.*

Vient ensuite le chapitre intitulé : *Calcul*

des dimensions transversales d'une poutre droite soumise à des efforts de flexion, dans lequel nous examinons successivement les cas suivants :

1° Poutre encastrée à l'une de ses extrémités et libre à l'autre;

2° Poutre reposant librement sur deux appuis;

3° Poutres à deux travées, égales ou inégales, également ou inégalement chargées ;

4° Poutres à trois et quatre travées, égales ou inégales, également ou inégalement chargées ;

5° Poutres à un nombre quelconque de travées.

Chaque cas est traité pour les diverses charges et surcharges que les poutres peuvent avoir à supporter : charges isolées en un ou plusieurs points de la longueur, charges uniformément réparties sur toute la longueur ou une partie seulement de la longueur, charges simultanées, isolées et uniformément réparties, charges roulantes seules, charges roulantes et charges fixes simultanées. — Il comporte le calcul des réactions sur les appuis, des efforts tranchants, des moments fléchissants, des flèches et les tracés des courbes représentatives de la variation des efforts tranchants et des moments fléchissants, ainsi que l'application de ces courbes à la répartition des plates-bandes.

De nombreux exemples numériques accompagnent les explications qui sont ainsi rendues très compréhensibles pour tous.

Le *calcul des dimensions des poutres armées* est indiqué pour les poutres armées à une, deux, trois ou un plus grand nombre de contrefiches.

Le *calcul des poutres en treillis* est également exposé avec tous les détails que comporte ce genre de poutre très employé dans les ouvrages d'art métalliques.

Le *calcul des poutres en arc* comprend l'étude des conditions d'équilibre de la poutre courbe, le calcul d'une poutre courbe reposant sur deux appuis, celui d'une poutre encastrée en deux points placés à un même niveau et, enfin, la solution d'un problème fréquent : le calcul de la charge que peut supporter une poutre courbe donnée.

L'établissement des *ponts suspendus* donne lieu à des calculs spéciaux développés dans le chapitre suivant comprenant : les conditions de stabilité d'un système funiculaire, les courbes décrites par les chaînes, la tension des chaînes, le calcul des tiges de suspension et du tablier, etc.

Jusque-là, ce qui a été dit de la résistance et de la stabilité s'applique aux poutres et diverses autres pièces constituant les ponts. Il faut ensuite étudier le *calcul des assemblages* destinés à rendre ces pièces parfaitement solidaires. C'est ce que nous avons fait pour les assemblages par boulons et pour ceux qui sont réalisés par la rivure.

Nous avons enfin réuni dans le chapitre suivant: *calculs accessoires*, ce qui est relatif aux palées et culées en bois et en métal, aux appuis des poutres, tels que sommiers, sabots, appareils de dilatation, platines, etc. — L'*influence du vent* sur la stabilité des ponts est examinée avec soin à la fin de ce chapitre. Quelques accidents arrivés à des ponts qui paraissaient établis dans de bonnes conditions de stabilité montrent qu'on ne doit pas négliger l'influence du vent sur les grands ouvrages, mais qu'on doit, au contraire, en tenir compte autant que nous le permettent nos connaissances actuelles sur la violence des grands ouragans.

Dans ce qui précède, ce sont les parties isolées des ponts qui ont été étudiées au point de vue de leur résistance et de leur stabilité. — Comme application, nous donnons des exemples de *calculs complets des ponts en bois, en fonte, en tôle, suspendus* et *mobiles*.

La résistance et la stabilité des ponts sont ensuite étudiées par la *statique graphique*. — La méthode graphique a, sur la méthode analytique, le grand avantage d'être beaucoup plus expéditive. De plus, les erreurs de tracé s'aperçoivent au fur et à mesure des opérations et il est possible de les rectifier aussitôt, ce qui n'a pas lieu avec l'autre méthode.

Un premier chapitre contient les *principes généraux* exposés très succinctement, mais aussi clairement que possible. Dans un deuxième chapitre, les principes généraux sont appliqués au calcul des poutres droites, pleines ou en treillis, des poutres armées, des poutres en arcs, des poutres paraboliques et autres, pour les divers cas de charges et surcharges.

Enfin, dans un troisième chapitre nous donnons des exemples de *calculs complets de ponts pour routes ou chemins de fer*, entièrement traités par la statique graphique.

L'étude d'un projet de pont en bois ou en

métal, une fois l'emplacement et le débouché déterminés consiste donc à rechercher les meilleures dispositions générales de l'ouvrage, à calculer ensuite les dimensions transversales des principales pièces composant le tablier, d'après les charges et surcharges prévues et, enfin, à arrêter tous les assemblages et détails de construction en les soumettant à un calcul de vérification, si cela est nécessaire.

II. — EXÉCUTION

Dans cet article, nous passons successivement en revue l'*exécution des ponts en bois*, des *ponts en fonte*, des *ponts en tôle de fer ou d'acier*, des *ponts suspendus*, en indiquant la préparation des bois, la provenance et la qualité des fontes, des fers et des aciers, les essais et épreuves à faire subir à ces matières, la réception à l'usine, avant le transport à pied-d'œuvre, la mise en place des ponts, par levage des pièces ou par lançage.

La mise en place des ponts par *lançage* fait l'objet d'une étude complète, comprenant les méthodes employées, les travaux préliminaires et les manœuvres à exécuter, les précautions à prendre et les calculs à faire pour s'assurer de la résistance des poutres pendant l'opération.

Ce qui est relatif *aux épreuves et à la réception des ouvrages terminés* fait le sujet d'un chapitre spécial. — Le chapitre suivant est consacré à la recherche des meilleurs moyens à mettre en œuvre pour l'*organisation et l'installation des chantiers.*

III. — MÉTRÉS ET DEVIS

Les quatre premiers chapitres de cet article contiennent ce qui concerne les ponts en bois, en fonte, en tôle et suspendus. Dans un cinquième et dernier chapitre, nous donnons des exemples de *cahiers des charges, marchés, séries de prix*, etc...

On voit, par la rapide énumération que nous venons de faire des sujets étudiés dans ce traité des ponts, que nous nous sommes efforcé de réunir la plus grande somme possible de données pratiques et de condenser avec ordre tous les documents qui peuvent être utiles, aussi bien aux personnes qui ont à dresser des projets qu'à celles qui sont chargées de l'exécution.

Les questions relatives à la résistance et à la stabilité sont évidemment d'une importance capitale dans l'établissement des ponts. Cependant, dans la plupart des traités, ces questions ne sont que très peu développées, non pas parce que les auteurs de ces traités les croient inutiles, mais parce qu'ils supposent que le lecteur a déjà des connaissances suffisantes en résistance des matériaux.

Nous avons voulu, au contraire, en réservant dans ce livre une large place aux questions de résistance et de stabilité, faire de cette partie de notre travail un ensemble complet, à la fois théorique et pratique, pour répondre à un besoin de vulgarisation qui nous a été souvent manifesté lorsque nous nous occupions de la construction des chemins de fer et pendant la durée de nos fonctions à la Compagnie du Nord.

Pour que nos lecteurs puissent résoudre eux mêmes, sans difficulté, les problèmes qui se présentent journellement dans les applications nous nous sommes attaché à exposer les méthodes en usage, le plus clairement et le plus simplement possible. Nous avons cherché surtout le caractère pratique des solutions et nous avons donné de nombreux exemples numériques et graphiques.

Nous avons enfin donné aux chapitres qui traitent de la statique graphique toute l'importance que comporte aujourd'hui un tel sujet.

Les méthodes de la statique graphique, réunies en corps de doctrine par M. Culmann, professeur à l'École Polytechnique de Zurich, sont préférées aux autres méthodes par un grand nombre d'ingénieurs étrangers. Elles passent du reste de plus en plus dans les habitudes des ingénieurs français, grâce aux efforts de quelques savants et notamment M. Maurice Lévy, membre de l'Institut, Professeur à l'École Centrale. — Aussi, sommes-nous convaincu que les chapitres que nous consacrons à

la statique graphique *et dans lesquels nous donnons de nombreuses* applications pratiques, *intéresseront tous ceux qui connaissent les avantages de ces nouvelles méthodes et les grands services qu'elles peuvent rendre.*

Nous n'avons pas eu la prétention, en écrivant ce traité, de faire œuvre entièrement originale. — Avant nous, d'éminents ingénieurs ont écrit sur les ponts de remarquables et volumineux ouvrages accompagnés d'atlas contenant de splendides collections de planches. Malheureusement ces livres, luxueusement édités, sont d'un prix fort élevé, ce qui les empêche de se répandre. C'est donc plutôt une œuvre de vulgarisation que nous avons entreprise, et nous ne pouvions évidemment la mener à bien qu'en puisant largement aux sources les plus autorisées.

Nous devons ajouter que les bienveillants encouragements que nous avons déjà reçus nous font présumer que notre traité des ponts sera de quelque utilité. Nous espérons que le public travailleur auquel il s'adresse voudra bien lui réserver un accueil sympathique et nous l'en remercions.

J. CHAIX.

Le traité des ponts devant paraître par livraisons, l'auteur pourra, pendant la durée de la publication, tenir compte, dans la mesure du possible, des observations que les lecteurs auraient à lui faire. Il recevra avec reconnaissance les conseils de tous et les communications intéressantes. Adresser aux bureaux de l'éditeur, 25, rue de Grenelle, au nom de M. Chaix.

COURS DE CONSTRUCTION

HUITIÈME PARTIE

TRAITÉ DES PONTS

PREMIÈRE PARTIE

PONTS EN MAÇONNERIE ET TUNNELS

1° PONTS EN MAÇONNERIE

ARTICLE PREMIER. — PROJET

CHAPITRE PREMIER

PRÉLIMINAIRES ET EMPLACEMENT DES PONTS

§ *I. — DÉFINITIONS*

1. Les ouvrages en maçonnerie prennent des dénominations différentes selon la nature et l'importance des obstacles que ces ouvrages permettent de franchir.

Ainsi, en ce qui concerne la nature de l'obstacle, on peut diviser les ouvrages en maçonnerie en deux grandes classes :

Les *ponts*, destinés à traverser les fleuves et rivières, les routes et chemins, les voies ferrées, les canaux et les vallées ;

Les *tunnels*, ouvrages souterrains ordinairement destinés à traverser les montagnes ou des massifs de terrain trop élevés pour que le passage en tranchée soit possible. — Les tunnels servent aussi quelquefois à traverser les fleuves en dessous de leur lit. Enfin, tout le monde sait que depuis longtemps un tunnel sous-marin est en projet entre la France et l'Angleterre.

Les *ponts en maçonnerie* se subdivisent eux-mêmes en plusieurs catégories selon leur importance.

Les *aqueducs* et *ponceaux* sont ceux dont l'ouverture ne dépasse pas 4 mètres. Le nom d'aqueduc est plus spécialement réservé aux petits ouvrages servant à faire passer un ruisseau au-dessous d'une voie de communication, telle que route ou chemin de fer. L'aqueduc se compose généralement d'une voûte supportée par deux pieds-droits réunis par un radier à leur partie inférieure. Cependant, dans certains cas, on trouve avantage à supporter les terres placées au-dessus de l'aqueduc au moyen de *dalles* reposant sur les pieds-droits. On dit alors que l'aqueduc est dallé et on lui donne le nom de *dalot*.

Les aqueducs et ponceaux s'établissent sur des ravins qui sont à sec une partie de l'année ou sur des ruisseaux dont le débit est très variable suivant les saisons. Ils se trouvent parfois placés à une grande profondeur au-dessous de la plate-forme de la voie de communication, ce qui oblige alors à donner une forme particulière à leur section transversale.

D'autres fois, lorsque la quantité d'eau

qui doit passer dans l'ouvrage est très petite, on se contente d'un simple tuyau appelé *buse*, dont la section doit être suffisante pour assurer le débit maximum. Les buses se font en béton, ciment, terre cuite ou métal.

Autrefois, sur les routes, l'écoulement des petites quantités d'eau provenant du fossé se faisait au moyen de *cassis* ayant pour but de faire passer les eaux d'un côté de la route à l'autre. Le cassis est une espèce de dépression du sol, généralement pavée, ayant une pente d'amont en aval et un bombement concave assez peu prononcé, afin de gêner le moins possible le roulage. Aujourd'hui, les cassis ne sont que très rarement employés et doivent être remplacés par des buses ou des aqueducs. — Nous ne dirons rien de ces sortes d'ouvrages dont l'étude entre plutôt dans le traité des routes et chemins.

Les *ponts* proprement dits sont ceux qui ont plus de 4 mètres d'ouverture. Ils sont constitués par une voûte reposant sur deux appuis extrêmes.

Soit parce que ces deux appuis seraient trop espacés, soit pour d'autres raisons, on est souvent amené à placer un ou plusieurs appuis intermédiaires entre les appuis extrêmes. Le pont se compose alors de deux ou un plus grand nombre de voûtes supportées par trois ou un plus grand nombre d'appuis.

Les appuis extrêmes sont des *culées;* les appuis intermédiaires des *piles* et les espaces entre les piles des *arches*. Lorsque les appuis sont très rapprochés, les petites arches qui les séparent prennent le nom d'*arceaux*. On appelle *pile-culée* une pile remplissant des conditions spéciales au point de vue de la stabilité de l'ouvrage.

Quand il s'agit de ponts en charpente ou métalliques, les piles se nomment des *palées*, et l'espace compris entre les palées, des *travées*.

Lorsqu'une route et un chemin de fer se croisent, la rencontre peut se produire de trois manières : la route passe en dessus, en dessous, ou à niveau du chemin de fer.

Le pont prend le nom de *passage supérieur*, quand la route passe en dessus, et celui de *passage inférieur*, quand la route passe en dessous. Enfin, lorsque la route passe au même niveau que le chemin de fer, on a un *passage à niveau*. On voit que la désignation du pont résulte de la position de la route par rapport au chemin de fer.

Les dénominations de *pont sur rails* et de *pont sous rails* seraient plus claires que les précédentes. Malheureusement, elles sont peu usitées.

Les *viaducs* sont des ponts destinés à faire passer une voie de communication au-dessus d'une vallée dans le fond de laquelle on ne veut, ou ne peut descendre. Ce sont donc des ouvrages très importants comme hauteur et comme longueur. Ils se composent le plus souvent d'un assez grand nombre de voûtes reposant sur des piliers élevés. Quelquefois les viaducs sont composés de deux ou trois rangées de voûtes superposées en hauteurs de manière à former plusieurs étages.

Les ponts prennent le nom de *ponts-canaux* quand ils donnent passage à des canaux de navigation ou d'irrigation, et le nom de *ponts-aqueducs*, quand ils font passer un cours d'eau quelconque au-dessus d'un obstacle ou d'une vallée. Tels sont les ponts qui amènent les eaux dans les villes pour les besoins de la population et des services publics.

Enfin, les *ponts biais* sont ceux qui sont établis à la rencontre de deux voies dont les axes font entre eux un angle autre que 90 degrés.

§ II. — SYSTÈME DE PONT A ADOPTER

2. Le premier point à examiner quand on a un pont à construire est le choix du système à adopter.

Les *ponts en maçonnerie* sont très solides et d'une grande durée, lorsque les fondations ont été bien et solidement établies, et que les matériaux mis en œuvre sont de bonne qualité. Leur entretien est facile et ne nécessite que rarement la suppression totale ou partielle de la circulation.

Ce genre de ponts conviendra donc éminemment aux communications importantes, telles que les routes très fréquentées, et aux lignes de chemin de fer dont le service est très chargé.

Les ponts en maçonnerie seront alors préférés aux autres, s'ils ne doivent avoir que des portées modérées, si on a un bon terrain pour asseoir les fondations et si on se trouve dans une localité où les matériaux de construction sont abondants. — Cette dernière condition peut même, dans certains cas, donner l'avantage aux ponts en maçonnerie au point de vue de l'économie.

Les *ponts en bois* sont certainement ceux qui donnent lieu à la moindre dépense de premier établissement surtout dans les pays de production du bois. Mais ils durent peu et ils nécessitent des réparations fréquentes qui obligent souvent à intercepter le passage. Leur entretien est coûteux. — Cependant, comme ils sont légers; leurs fondations sont économiques. — Ils peuvent, par conséquent, être avantageusement employés lorsqu'une très grande durée n'est pas une condition indispensable à réaliser, et lorsqu'une gêne momentanée dans la circulation ne présente pas de graves inconvénients.

Les ponts en bois sont ordinairement adoptés pour les passages de peu d'importance et pour les ouvrages provisoires. — Ils peuvent aussi être établis dans le cas d'ouvrages beaucoup plus importants, surtout si, l'économie étant une des principales conditions à remplir, on se trouve dans un pays où il est facile de se procurer à peu de frais du bois de bonne qualité. — Le fer, appliqué à propos dans une certaine proportion, permet du reste de donner la force nécessaire aux parties les plus fatiguées.

Les *ponts en fonte* sont quelquefois économiques, par exemple, quand ils doivent être construits à proximité de grandes fonderies en état de livrer la fonte à bon marché. — Mais ils présentent un inconvénient provenant de la nature même du métal mis en œuvre. Les grandes pièces de fonte ont, en effet, assez fréquemment, des soufflures qui en altèrent la qualité et en diminuent la résistance.

Si, malgré toutes les précautions, quelques-unes de ces pièces entrent dans la composition du pont, il en résulte des ruptures possibles qui mettent en danger la solidité de l'ouvrage. Il ne faut donc admettre la fonte que pour des passages de faibles portées, et ne faire travailler le métal qu'à la compression, jamais à la flexion. — C'est pour cela, d'ailleurs, que tous les ponts en fonte se font en arc. Au début des ponts métalliques, des ponts en fonte ont été faits à poutres droites, mais ce système a dû être complètement abandonné pour les raisons que nous venons d'expliquer.

Les *ponts en fer* présentent de grands avantages sur les précédents. On peut dire que l'emploi du fer a été un des plus grands progrès réalisés dans la construction des ponts. Ce métal permet, en effet, de construire des ponts ayant des portées qu'on n'aurait jamais pu atteindre avec la maçonnerie ou la fonte, et ayant en outre une durée bien supérieure à celle des ponts en bois, en même temps qu'une très grande solidité.

Aussi, les ponts en fer ont-ils reçu un très grand nombre d'applications, pendant toute la période de développement des voies ferrées, et c'est là surtout qu'ils ont rendu les plus grands services.

Quant aux *ponts suspendus*, nous pen-

sons qu'ils ont été beaucoup trop délaissés depuis l'apparition des ponts métalliques. Il est évident qu'on ne doit pas songer à employer les ponts suspendus pour les chemins de fer, car le passage des trains produirait des vibrations susceptibles d'occasionner la rupture des chaînes ou même des déraillements. Du reste, le tablier n'aurait pas la rigidité suffisante pour pouvoir recevoir les filés de rails.

Mais lorsqu'il s'agit de routes ou chemins, ces ponts permettent de franchir très économiquement des obstacles de grande largeur. Ils nécessitent, pour une même longueur de l'ouvrage, un nombre de piles beaucoup plus faible que les autres genres de pont, ce qui est un précieux avantage quand on a à traverser, par exemple, un fleuve large à courant rapide, ou un obstacle placé à l'endroit d'un mauvais terrain de fondation.

Dans certains cas il peut y avoir hésitation pour l'adoption de tel ou tel système de pont. C'est à l'ingénieur à faire ce choix le plus judicieusement possible, en tenant compte de la durée et de la solidité que doit présenter l'ouvrage, des dimensions plus ou moins grandes de l'obstacle à franchir, de l'importance de la voie de communication, de la résistance du sol qui devra recevoir les fondations, et enfin, de la nature des matériaux de construction qui sont le plus abondants dans la localité. Il doit en tous cas toujours rechercher la solution la plus économique, sauf de très rares exceptions.

§ III. — *EMPLACEMENT DES AQUEDUCS ET PONCEAUX*

3. Un aqueduc donne ordinairement passage à un ruisseau plus ou moins torrentiel au-dessous d'une voie de communication quelconque, telle que route ou chemin de fer.

La rencontre du ruisseau et de la voie peut se produire dans trois positions différentes; à angle droit, obliquement, ou dans le même sens. Nous avons donc trois cas principaux à examiner.

1° *Le ruisseau et la voie de communication se rencontrent sensiblement à angle droit.*

4. Supposons une route ou un chemin de fer en remblai, ayant son axe suivant AB (*fig.* 1), et un ravin ayant une direction CD sensiblement normale à l'axe AB du chemin. On sera évidemment tenté de placer l'aqueduc sur le ravin lui-même, à l'endroit du croisement naturel. C'est en effet ce qu'on fera, *si rien ne s'oppose à cette solution du problème.*

Mais pour cela, il faut que la différence de niveau, entre le fond du ravin et le dessus de la plateforme du chemin, soit au moins égale à la hauteur de l'ouvrage.

Il arrive quelquefois que l'espace disponible entre les deux niveaux est trop petit pour contenir la section nécessaire de l'aqueduc. On réalise néanmoins le passage, soit en diminuant la hauteur de l'ouvrage, soit en augmentant la différence de niveau, soit encore en combinant les deux moyens.

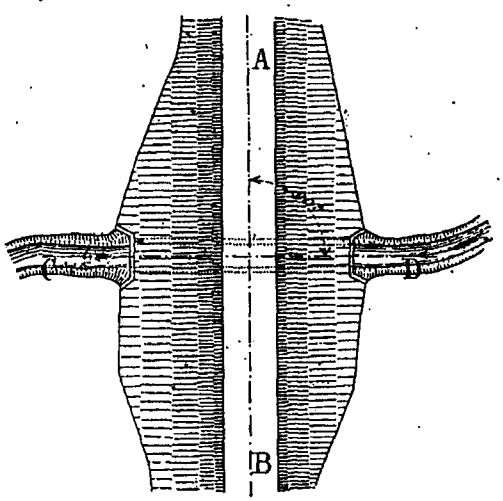


Fig. 1.

La première solution consiste à remplacer la voûte plein-cintre de l'aqueduc par une voûte très surbaissée, ou par des

dalles suffisamment résistantes. — Le dessus de l'aqueduc ou du dalot, affleurant presque le dessus de la plateforme, la charge de remblai est pour ainsi dire nulle, et les seuls efforts auxquels la voûte surbaissée ou les dalles ont à résister sont produits par le passage des charges roulantes.

Si, cependant, l'ouverture de l'ouvrage devait être trop grande pour qu'on ne pût pas placer des dalles d'une seule portée sur les pieds-droits, on aurait recours à un ou deux supports intermédiaires, ce qui permettrait l'emploi de deux ou trois rangées de dalles. Le dalot serait alors à double ou triple ouverture.

5. La deuxième solution qui peut être employée pour faire passer un aqueduc sous un remblai dont la hauteur MN

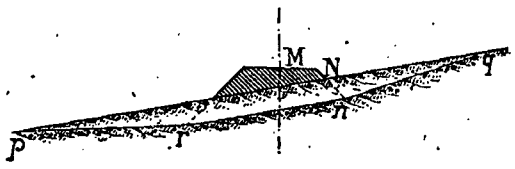


Fig. 2.

(*fig.* 2) est trop faible, consiste à augmenter la pente du ravin en amont et à la diminuer en aval. Dans ce cas, on remplace le profil en long *pq* par un profil brisé *qnrp*.

Cette manière de faire présente quelques inconvénients. En augmentant la pente du ravin en amont, on s'expose à rendre le terrain affouillable dans la partie *qnr*, en raison de la très grande vitesse que l'eau y prendra pendant les crues. De plus, la faible pente qu'il faut alors donner à la partie aval *rp*, pour raccorder les deux profils, occasionnera des remous. — Il est en tous cas nécessaire de consolider le terrain par un revêtement en pierres sèches ou en maçonnerie, afin d'empêcher les affouillements possibles.

6. Les deux solutions précédentes peuvent être combinées lorsque chacune d'elles est insuffisante pour résoudre seule le problème.

Nous ajouterons que, dans le premier cas, si le filet d'eau auquel on veut donner passage au-dessous du remblai, est petit, on emploie des tuyaux en poterie, en fonte, ou en toute autre matière, qui remplacent avantageusement les aqueducs

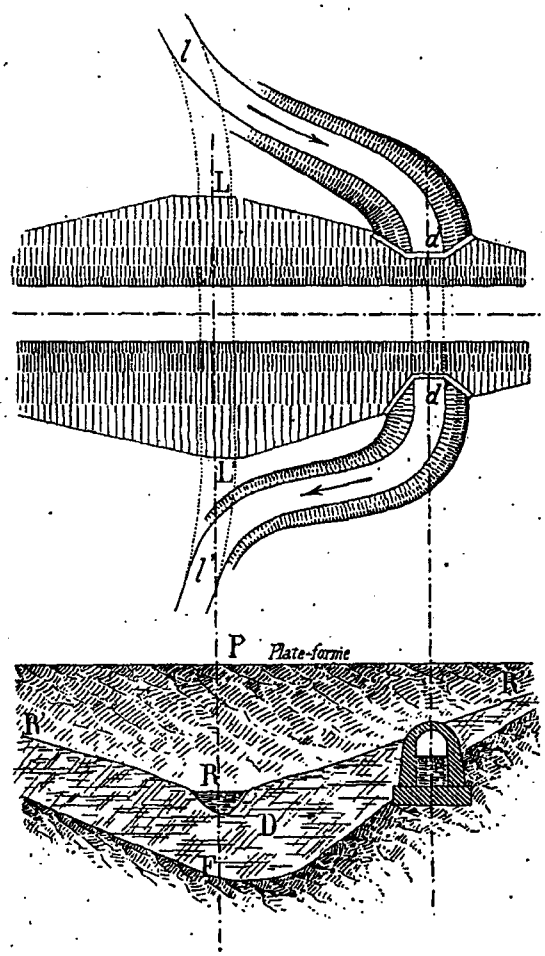


Fig. 3.

et dalots. Dans le deuxième cas, la solution peut être obtenue un peu autrement; nous y reviendrons en nous occupant des formes des aqueducs et ponceaux.

7. Nous avons dit qu'on adoptait l'emplacement de l'aqueduc au-dessus du ravin, à l'endroit du croissement *si rien ne s'opposait à cette solution du problème*.

Or, en cet endroit, le remblai est placé sur le point le plus bas R (*fig.* 3) du pro-

fil transversal R'RR'' du ravin. C'est là, par conséquent, que ce remblai a sa plus grande hauteur PR et sa plus grande largeur LL' à la base ; ce qui fait que c'est aussi là que l'ouvrage à construire aura sa plus grande longueur.

De plus, le thalweg d'un petit cours d'eau est généralement composé, sur une assez grande profondeur, d'un terrain de dépôt D ayant une consistance trop faible pour recevoir une fondation solide.

On voit donc, qu'en établissant l'aqueduc sur le ravin lui-même, on donne à cet ouvrage sa plus grande longueur LL', et on se met dans l'obligation d'aller lui chercher un terrain solide de fondation F, à une profondeur hors de proportion avec son importance. Par suite, la solution consistant à placer l'aqueduc au-dessus du ravin à l'endroit même du croisement est très coûteuse. Aussi, on ne l'adopte qu'en cas d'absolue nécessité.

Presque toujours il est possible de donner à l'aqueduc un emplacement plus économique. On y arrive en déviant le cours d'eau, afin de lui faire traverser le remblai à droite ou à gauche de son lit naturel.

On réunit le point le plus bas L du remblai en amont, avec le point *d* où l'on désire faire la traversée, au moyen d'un petit déblai ayant la direction voulue *ld* et une pente convenable. Le point le plus haut *d* du radier de l'aqueduc se trouve ainsi placé un peu en contre-bas du point le plus bas du remblai en amont. Le dégagement des eaux vers l'aval est assuré par la partie *d'l'* de la déviation.

Quant à la direction *ld* de la déviation à l'amont, elle sera déterminée par la configuration locale du terrain. — On choisira de préférence le côté où le bon sol de fondation sera à la plus courte distance du thalweg, si toutefois le petit déblai de déviation n'offre pas de difficulté d'exécution de ce côté.

Grâce à la déviation dont nous venons d'indiquer le principe, on reporte l'aqueduc ou le ponceau vers le côteau, et l'on obtient ainsi deux importants résultats qui sont : longueur de l'ouvrage considérablement diminuée; possibilité d'établir les fondations avec facilité et économie sur un sol parfaitement résistant.

De cette façon, quoiqu'on ait une déviation à faire, on réalise souvent une sensible économie sur chaque ouvrage, ce qui peut produire, en fin de compte, une diminution importante de la dépense de premier établissement, pour une voie de communication le long de laquelle il existe un grand nombre d'aqueducs et de ponceaux.

2° Le ruisseau et la voie de communication se rencontrent obliquement.

8. L'axe AB (*fig.* 4) de la voie de communication et la direction CD du ravin se rencontrent rarement sous un angle droit. Le plus souvent, la direction CD est oblique sur l'axe AB.

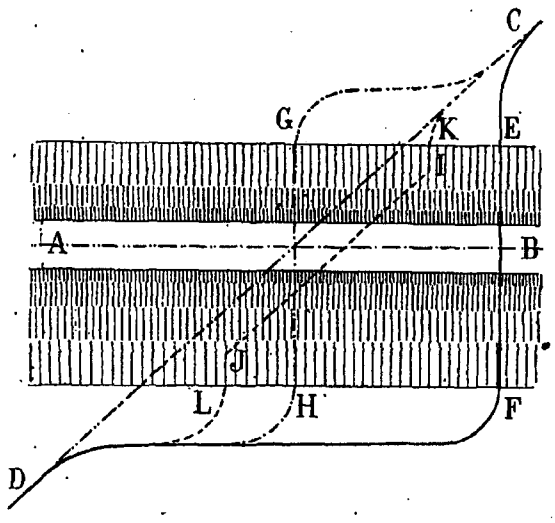


Fig. 4.

Trois solutions sont alors possibles.

La plus pratique et la plus économique de ces solutions consiste à dévier le cours d'eau comme nous l'avons expliqué (n°7), en ayant soin de donner à la déviation EF (*fig.* 4) une direction normale à l'axe AB. — De cette manière on diminue la longueur de l'ouvrage, et ses fondations sont assises sur un terrain solide si on les reporte assez loin du thalweg CD.

D'autres fois, si on a un bon sol de fondation à peu de profondeur, à l'endroit du thalweg, on se contente de rectifier le ravin sous le remblai en lui donnant une direction GH normale à l'axe AB.

Enfin, si le rapprochement des coteaux rendait toute déviation impossible, on admettrait la traversée oblique, mais seulement pour le corps IJ de l'ouvrage. Il faudrait avoir soin de retourner les têtes K et L, normalement au remblai, afin d'éviter les appareils biais en pierre de taille ou en petits matériaux soigneusement parementés qui sont toujours plus coûteux que les autres. Les coudes I et J ne présentent du reste aucun inconvénient dans le corps de l'ouvrage, car leur exécution est facile avec la maçonnerie ordinaire de petits matériaux.

En résumé, le but à atteindre, quand la rencontre est oblique, est de la remplacer par une rencontre orthogonale en la reportant en terrain solide. On doit tout au moins rectifier les têtes quand il n'est pas possible de réaliser le passage total à angle droit.

Les déviations des petits cours d'eau, tels que ceux dont il s'agit ici, sont généralement faciles; c'est seulement lorsqu'elles sont impossibles ou trop coûteuses que les passages obliques doivent être admis.

3° *Le ruisseau et la voie de communication ont la même direction.*

9. Lorsqu'une voie de communication quelconque AB (*fig.* 5), route ou chemin

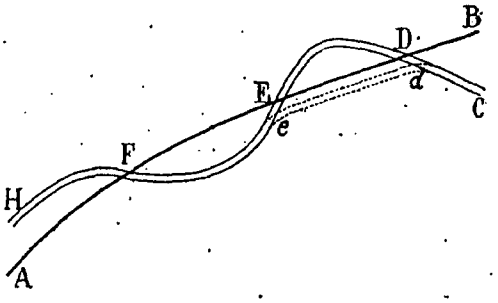


Fig. 5.

de fer, suit une vallée, il arrive que cette voie rencontre fréquemment le cours d'eau CH qui coule au fond de la dépression de terrain.

S'il s'agit d'un chemin de fer, l'axe de cette voie ne peut se plier à la condition de traversée normale aux points de rencontre D, E, F... Il faut donc dévier le cours d'eau de manière à lui donner passage normalement à l'axe AB.

Même quand il s'agit d'une route ou d'un chemin, c'est ordinairement le ruisseau qui est dévié, et, dans le cas où cette déviation serait impossible, on admet quelquefois la traversée oblique plutôt que de faire porter la déviation sur le tracé de la route lorsque le pont biais qui en résulte est de peu d'importance.

Mais on peut faire mieux, car il est souvent possible de maintenir le ruisseau du même côté de la route ou du chemin de fer, par une déviation longitudinale telle que *de* (*fig.* 5). On voit que, grâce à cette déviation *de*, les deux traversées D et E sont évitées. On remplace donc deux traversées par une simple déviation, ce qui est très avantageux à tous les points de vue.

Cette solution doit être employée toutes les fois qu'elle est possible, et, en général, on ne doit admettre la traversée que lorsque la voie de communication passe d'un côté à l'autre du ravin pour rester longtemps du même côté; c'est-à-dire lorsque la voie passe, non pas simplement d'une rive à l'autre, mais d'un coteau à l'autre.

En résumé, quand la voie de communication et le ruisseau se rencontrent fréquemment en suivant la même vallée, il faut chercher à réduire à son minimum le nombre des traversées, en déviant le cours d'eau, tout en effectuant à angle droit celles qui ne peuvent être évitées.

10. *Remarque.* — Dans les trois cas que nous venons d'examiner, nous indiquons comme meilleure solution à adopter la déviation du cours d'eau.

C'est qu'en effet, il s'agit ici de cours d'eau d'une importance secondaire qu'on peut presque toujours facilement dévier. Il n'en serait pas de même pour de grands cours d'eau, auxquels on ne pourrait appliquer cette méthode des déviations, parce qu'il est très difficile de maintenir un grand cours d'eau dans le nouveau lit qu'on lui impose.

§ IV. — EMPLACEMENT DES PONTS SUR COURS D'EAU

11. En ce qui concerne le choix à faire de l'emplacement des ponts, nous avons à examiner deux cas principaux :

1° Une voie de communication traverse un cours d'eau ;

2° Deux voies de communication se traversent mutuellement. Nous commencerons par le premier cas.

La détermination de l'emplacement à donner à un pont sur cours d'eau est une question importante à résoudre, car du choix de cet emplacement pourront résulter, plus ou moins de commodité dans les communications, plus ou moins de solidité et par conséquent de durée, et enfin une dépense plus ou moins élevée pour la construction.

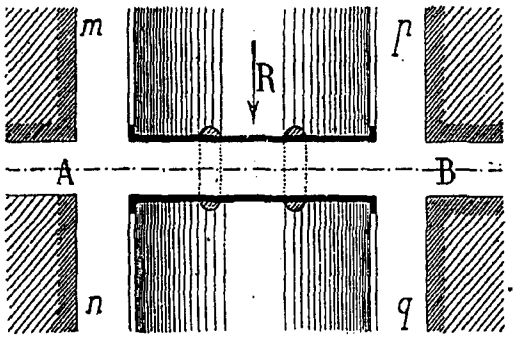


Fig. 6.

Elle est aussi, la plupart du temps, une question délicate dans laquelle on doit faire entrer en ligne de compte des circonstances fort diverses, difficiles à satisfaire simultanément.

Il arrive néanmoins, assez fréquemment, que l'emplacement du pont est pour ainsi dire imposé. Tel est le cas, par exemple, des ponts qui, dans les villes, sont destinés à faire communiquer deux rues aboutissant en deux points opposés des rives d'un fleuve. — En rase campagne, on a beaucoup plus de latitude, car le tracé de la voie de communication possède une certaine élasticité, surtout s'il s'agit d'une route ordinaire.

I. — Emplacement des ponts dans les villes.

12. Soient deux rues A et B (*fig.* 6) qui aboutissent en deux points opposés des rives *mn* et *pq* d une rivière R. L'em-

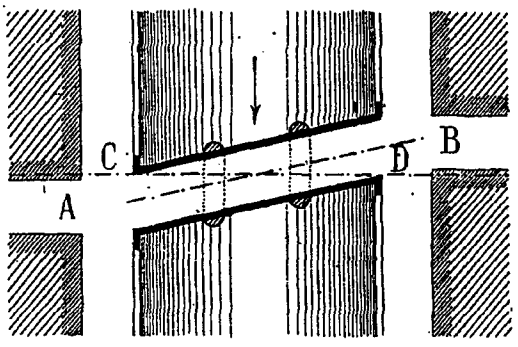


Fig. 7.

placement du pont est alors complètement fixé par la nécessité de relier deux points invariables. Il ne s'agit plus que de surmonter le mieux possible les difficul-

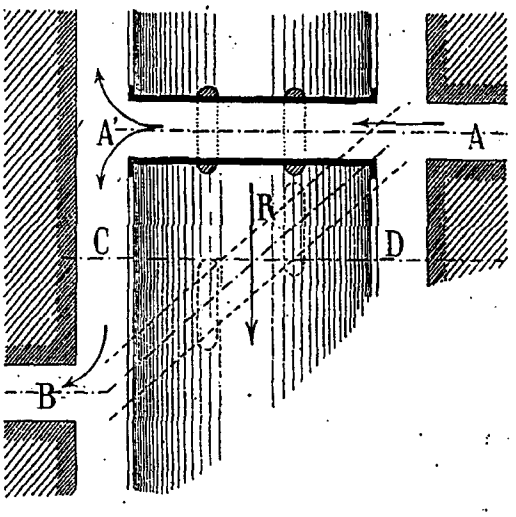


Fig. 8.

tés qui peuvent se rencontrer dans l'exécution. Il est entendu que, dans ce cas

comme dans les suivants, nous supposons les rives munies de murs de quais.

13. Quelquefois les rues à relier n'aboutissent pas en deux points exactement opposés sur les rives du fleuve. Lorsque ces points A et B (*fig.* 7) sont très peu distants de la normale moyenne CD, on peut faire communiquer les deux rues au moyen d'un pont biais AB. Mais on ne doit adopter cette solution qu'en cas d'absolue nécessité, parce qu'un pont biais présente des difficultés de construction, contient un volume plus considérable de matériaux et, par conséquent, coûte plus cher qu'un pont droit. En tous cas, si le pont biais est admis, il faut avoir bien soin de donner aux piles une direction parallèle au courant, afin d'éviter les affouillements.

14. Lorsque les deux extrémités A et

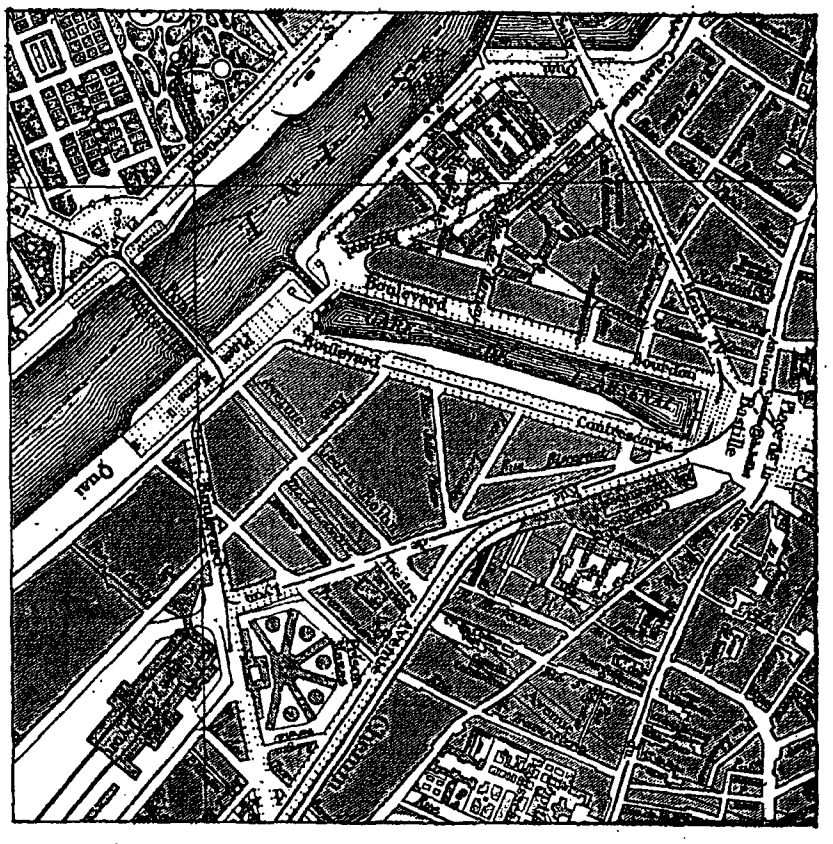


Fig. 9.

B (*fig.* 8) des rues à réunir, sont placées à une assez grande distance de la normale intermédiaire CD, il n'est plus possible d'effectuer la traversée de la rivière au moyen d'un pont biais AB. Ce pont aurait en effet un biais beaucoup trop grand, ce qui diminuerait considérablement sa solidité tout en augmentant outre mesure son prix de revient. Du reste, à partir d'un certain angle (voir les Ponts biais), il n'est plus possible de construire un pont biais en maçonnerie, remplissant les conditions voulues de stabilité.

Ici, la solution consistera à placer le pont normalement à la direction de la rivière et dans le prolongement de la rue la plus fréquentée. Ainsi, par exemple, le pont sera placé en AA′ (*fig.* 8) dans le prolongement de la rue A, qui donne lieu à la plus importante circulation, et l'extrémité A′ de ce pont communiquera avec l'autre rue B par le quai A′B.

C'est aussi cette solution qui est le plus souvent préférée dans le cas précédent (n° 13).

15. Comme exemples des diverses solutions adoptées pour le choix de l'emplacement des ponts dans les villes, on peut citer les ponts situés sur la Seine à Paris.

Ainsi, le cas de la réunion de deux points opposés sur les rives du fleuve se présente pour le pont National, situé tout à fait en amont et donnant la communication entre les boulevards Masséna et Poniatowski qui longent intérieurement les fortifications, et servant aussi au passage du chemin de fer de ceinture; pour le pont de Bercy, faisant communiquer le boulevard de la Gare avec le boulevard de Bercy, etc.

Il arrive qu'un pont aboutit à la ren-

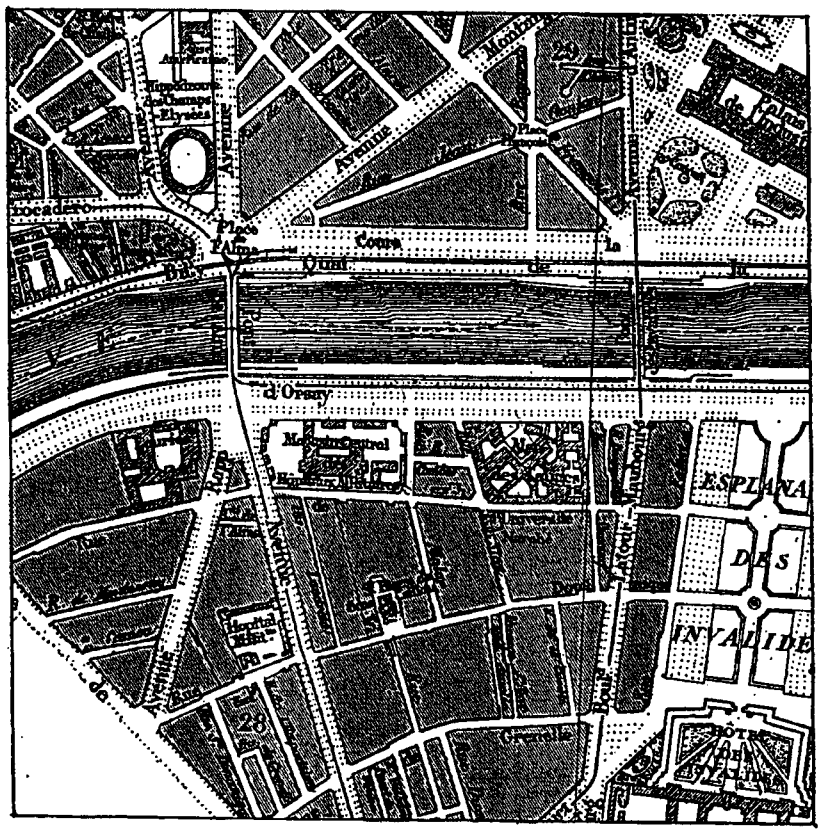


Fig. 10.

contre de plusieurs voies. Ainsi, par exemple, le pont d'Austerlitz qui, partant de la place Walhubert, extrémité du boulevard de l'Hôpital, tombe de l'autre côté, en un point où convergent le boulevard Diderot, l'avenue Ledru-Rollin et le boulevard de Contrescarpe (*fig.* 9). Il résulte de ce fait une circulation des plus importantes sur le pont d'Austerlitz, ce qui a nécessité tout récemment une augmentation de sa largeur.

Le pont de l'Alma se trouve dans des conditions analogues. Il part, d'un côté, de la rencontre des avenues Rapp et Bosquet, et aboutit de l'autre côté, au point de convergence des avenues du Trocadéro, Marceau, de l'Alma et Montaigne (*fig.* 10).

Le pont Sully, qui fait communiquer le boulevard Saint-Germain (extrémité Est) avec le boulevard Henri IV, en s'appuyant sur la pointe de l'île Saint-Louis, peut

être considéré comme un exemple de solution biaise. Nous ne parlons ici que de la position du pont par rapport au courant de la rivière, en faisant abstraction de la nature du pont lui-même; car le pont Sully est un pont métallique en arc.

Comme exemple de pont placé normalement à la direction de la rivière, dans le prolongement de la rue la plus importante, on peut citer ce qu'était le pont Royal, il n'y a pas encore bien longtemps, avant qu'une voie carrossable fut créée à son extrémité nord, le long des anciens bâtiments des Tuileries détruits en 1870. Ce pont est situé dans le prolongement de la rue du Bac. La circulation, provenant de cette rue, se divisait en deux courants sur la rive opposée; l'un se dirigeant vers les Champs-Élysées, l'autre vers la traversée de la place du Carrou-

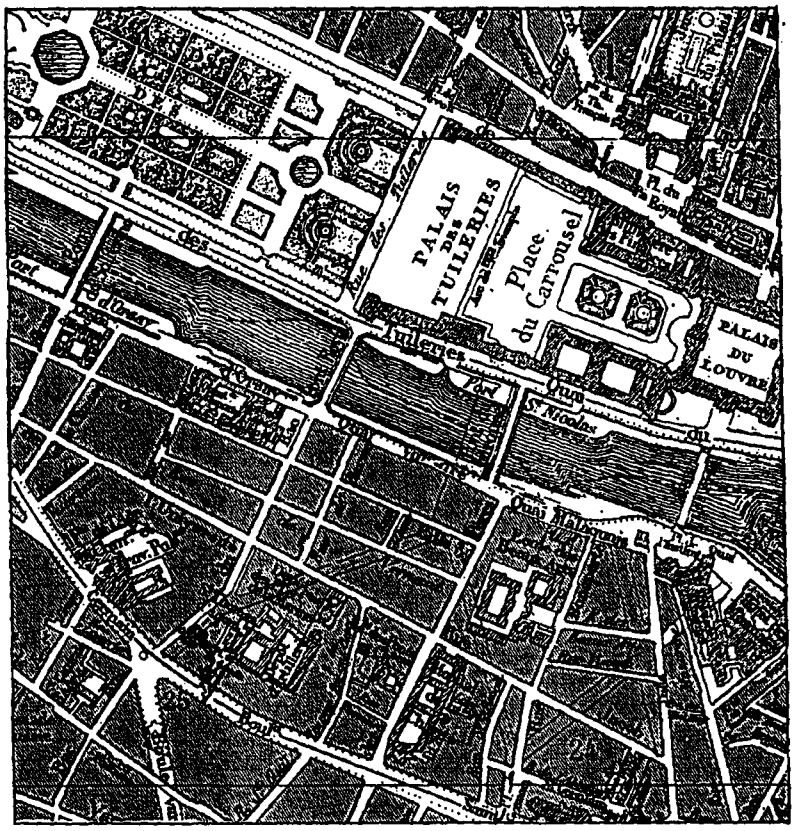


Fig. 11.

sel, desservant le quartier du Palais-Royal (*fig.* 11). Aujourd'hui ce pont rentre dans la catégorie des ponts placés entre les extrémités de deux rues opposées, par suite de la création de la rue des Tuileries.

II. — Emplacement des ponts en rase campagne.

16. Il est entendu que ce que nous allons dire de l'emplacement des ponts, s'applique aussi bien aux ponts métalliques qu'aux ponts en maçonnerie. En rase campagne, l'emplacement des ponts ne peut plus être aussi nettement indiqué que dans une ville où il s'agit d'établir ces ouvrages dans le prolongement des rues existantes. L'ingénieur ayant alors plus de liberté, doit rechercher avec soin l'emplacement le plus convenable.

Cependant, il arrive que la latitude qu'on possède pour le choix de l'emplace-

ment est bien minime, même en rase campagne, lorsque par exemple le tracé de la voie de communication à laquelle le pont doit donner passage est rendu obligatoire par la topographie du terrain. Pour les chemins de fer et les canaux dont le tracé est beaucoup moins élastique que celui des routes ordinaires, il arrive aussi que l'emplacement est pour ainsi dire imposé.

Toutefois, quand la position de l'ouvrage n'est pas déterminée à l'avance par des circonstances locales, et cela se présente assez fréquemment, il y a lieu de fixer l'emplacement en s'attachant à réaliser, autant que possible, certaines conditions résultant des considérations suivantes.

Principales conditions à rechercher.

TRACÉ NORMAL AU COURANT.

17. Dans la recherche de l'emplacement des aqueducs et ponceaux, on a pu voir qu'on évitait le plus possible les traversées biaises, par l'emploi de déviations du cours d'eau, normales à la direction de la voie de communication.

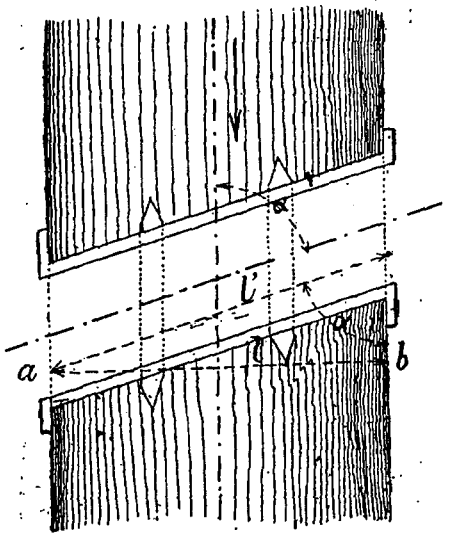


Fig. 12.

Quand il s'agit d'un pont traversant un grand cours d'eau, l'utilité qu'il y a à ce que le pont ait une direction normale au courant est encore bien plus sensible, car les inconvénients des ponts biais s'aggravent à mesure que leurs dimensions augmentent.

Ces inconvénients des ponts biais sont les suivants. D'abord, pour un même débouché, la longueur du pont biais est plus grande que celle du pont droit. Le débouché se mesure en effet suivant la section droite de l'ouvrage; sa largeur est donc $ab = l$ (*fig.* 12). Quant à la longueur l' du pont, elle est égale à $\frac{l}{\sin \alpha}$, α étant l'angle que l'axe du pont fait avec la direction du courant.

Pour $\alpha = 70$, 60 et 45 degrés, on aurait $\sin \alpha = 0,94$; 0, 866 et 0, 707; et par suite la longueur biaise l' deviendrait:

$$\frac{l}{0,94}, \frac{l}{0,866} \text{ et } \frac{l}{0,707}.$$

Cette dernière valeur de l' équivaut à $1,41 \times l$. On voit que pour $\alpha = 45$ degrés, la longueur du pont serait augmentée presque de moitié.

Le cube de maçonnerie est donc plus grand dans le pont biais que dans le pont droit de même débouché, toutes choses égales d'ailleurs. Pour cette seule cause, la dépense de construction du pont biais est déjà supérieure à celle du pont droit.

En outre l'obligation de placer les piles parallèlement au courant, pour ne pas

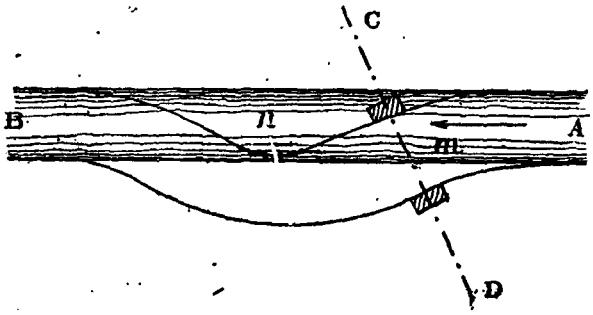


Fig. 13.

créer de trop grands obstacles au mouvement des eaux est encore une cause d'augmentation de la dépense; car les piles sont alors obliques sur les têtes du pont, ce qui complique l'appareil et nécessite une exécution soignée, en même temps que des matériaux choisis.

On devra donc rechercher un tracé normal au courant, et n'avoir recours aux ponts biais que dans le cas d'absolue nécessité.

18. Le tracé normal, s'il ne résulte pas naturellement des directions primitives du cours d'eau et de la voie, peut s'obtenir, soit par la déviation du cours d'eau, soit par la déviation de la voie de communication.

La déviation du cours d'eau est souvent possible, lorsque son importance est faible, et c'est alors, comme nous l'avons dit, la meilleure solution à adopter pour réaliser la traversée normale.

Supposons le lit naturel A*n*B (*fig.* 13) du cours d'eau sensiblement rectiligne, rencontré obliquement par la direction

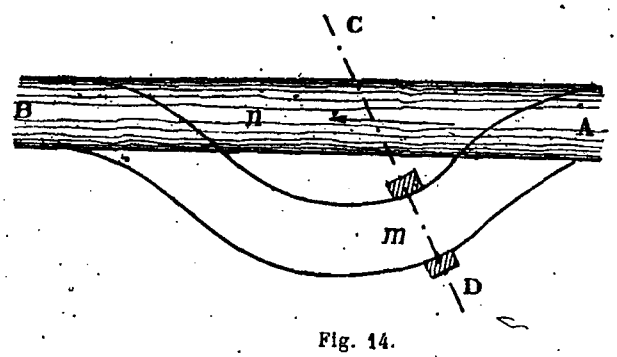


Fig. 14.

CD de la voie de communication. On pourra faire la déviation A*m*B comme elle est représentée sur la figure 13, c'est-à-dire que la rencontre des deux directions se fait en partie dans le lit existant au point *m*. L'avantage de cette disposition est de n'exiger qu'une courte déviation du cours d'eau, mais elle présente un inconvénient, car l'une des culées devra être fondée dans le lit existant au milieu des eaux courantes.

Avec la disposition de la figure 14, on a, il est vrai, plus de terrassements à faire pour creuser la déviation A*m*B, mais on a le grand avantage de pouvoir fonder les deux culées entièrement en dehors du lit naturel A*n*B.

Dans le cas d'un lit naturel sinueux, la déviation peut présenter la disposition de la figure 15. On a encore l'avantage de pouvoir faire les fondations des culées complètement en dehors des eaux courantes du lit naturel A*n*B, et en même temps on rectifie ce lit entre les points A et B.

La figure 16 montre un exemple de déviations d'un cours d'eau. Le tracé de la ligne du chemin de fer de Jessains à Eclaron (*Est*), rencontrait, à l'endroit considéré, une rivière, l'Héronne, en trois points M, N et E. Une première dérivation de l'Héronne, faite entre les points A et B, a d'abord permis d'éviter la première rencontre M en laissant le lit de la rivière d'un même côté du chemin de fer. Une opération semblable à été effectuée entre les points C et D, afin de supprimer la rencontre N; et du même coup le lit de la rivière s'est trouvé rectifié entre ces points C et D.

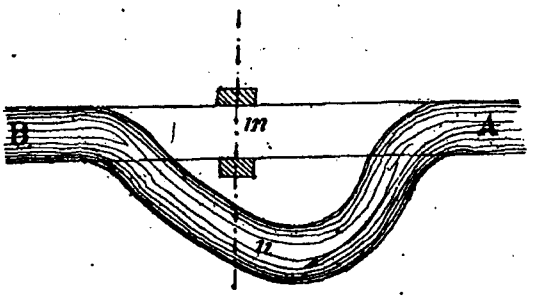


Fig. 15.

Enfin, il s'agissait de faire passer le chemin de fer au-dessus du cours d'eau au moyen d'un pont en maçonnerie de 5^{m},00 d'ouverture. On a choisi, comme point de traversée, le point E où l'axe du cours d'eau rencontre obliquement celui de la voie ferrée. Mais on a réalisé une traversée normale en ce point, par une troisième dérivation DEF de l'Héronne.

19. Lorsque le cours d'eau à dévier est peu important ou peu rapide, comme celui dont il vient d'être question, la déviation est possible, et elle doit, en général, être préférée à toute autre solution de tracé normal au courant.

Mais quand il s'agit d'un grand cours d'eau, ou bien d'une rivière torrentielle, comme on en rencontre beaucoup dans les pays montagneux, la déviation du cours d'eau deviendrait dangereuse. Pendant les fortes crues, en effet, les eaux repren-

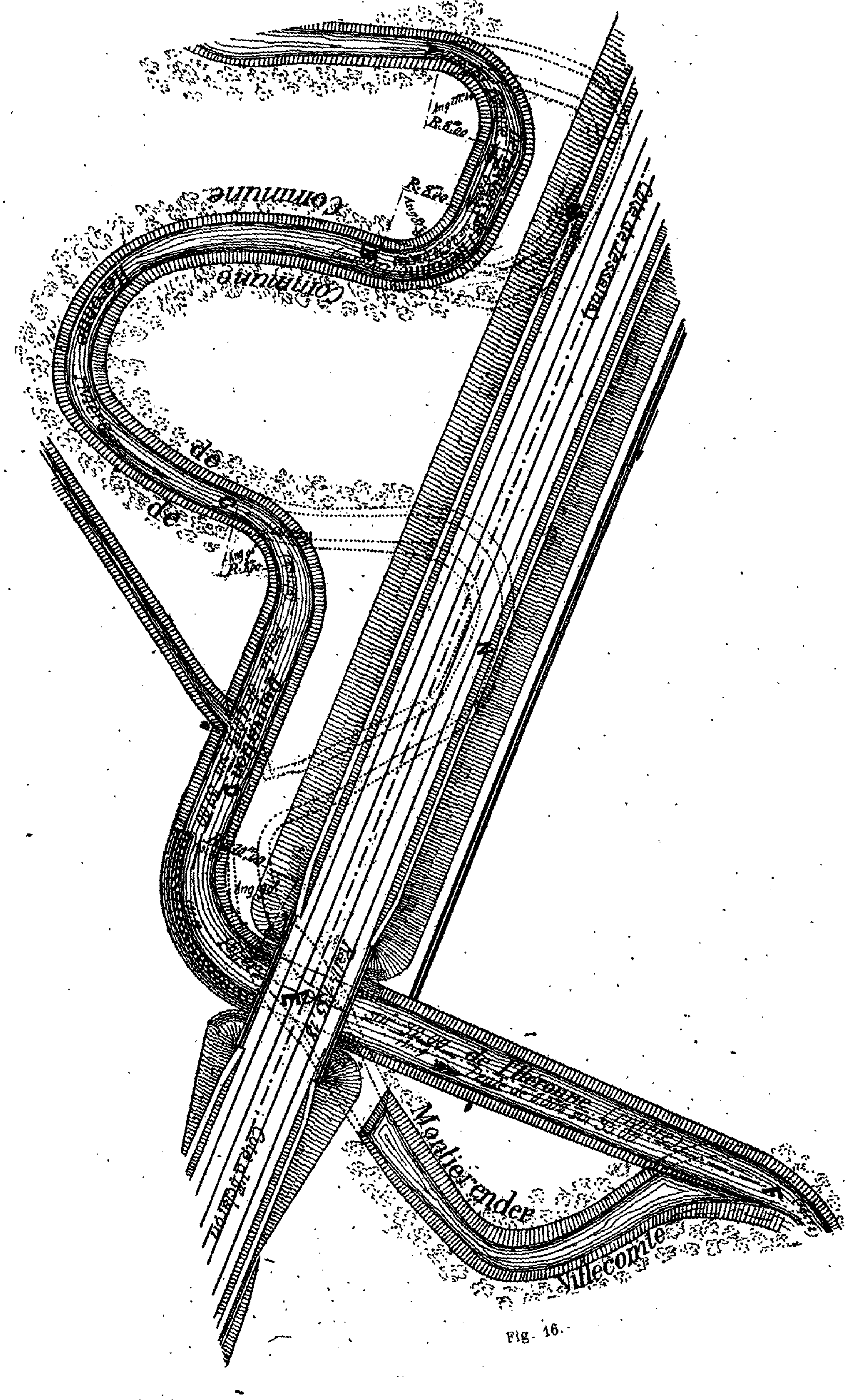


Fig. 16.

nent leur ancien lit; elles viennent alors frapper obliquement soit l'ouvrage lui-même, soit ses abords; les talus des terrassements sont rapidement attaqués, et des affouillements peuvent même se produire sous les fondations. Du reste, la déviation d'un grand cours d'eau serait fort coûteuse, en raison du cube énorme de terre qu'il faudrait déplacer.

Le cours d'eau ne pouvant plus être dévié, et si la traversée normale ne résulte pas naturellement de la rencontre des directions c'est sur la voie de communication elle-même qu'il faut opérer, dans le but de lui donner un tracé normal au courant.

Lorsque *la voie de communication est*

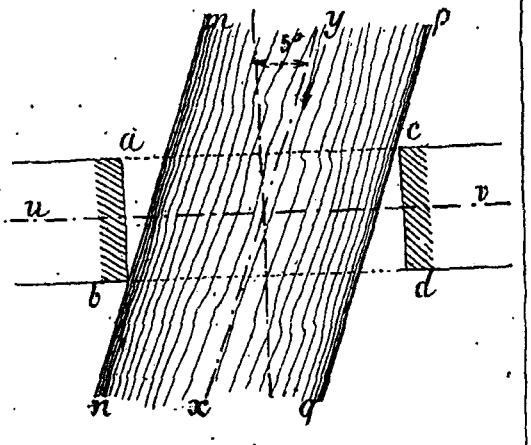


Fig. 17.

une route ordinaire ou un chemin, la solution du problème est presque toujours facile, car il est bien rare qu'on ne puisse pas faire subir au tracé de la route une inflexion qui la rende à peu près normale au cours d'eau.

Au contraire, si *la voie de communication est un chemin de fer*, le tracé de cette voie est peu élastique et, le plus souvent, son inflexibilité empêche de réaliser la traversée normale. Il en est de même pour les canaux.

On est alors obligé d'avoir recours aux ponts biais, et l'on voit de suite, par ce que nous venons de dire, que ces sortes de ponts, très rares pour le passage des routes ordinaires, seront au contraire assez fréquents sous les chemins de fer et les canaux.

Tant que l'angle formé par les directions *xy* (*fig.* 17) du cours d'eau et *uv* de la voie de communication ne s'éloigne pas trop de 90°, il est évident qu'on s'arrange de manière à construire un pont droit, et pour arriver à ce résultat, il suffit de reculer très légèrement les culées *ab*, *cd* du pont en arrière des rives *mn*, *pq*. Mais si le pont a des piles en rivière il ne faut pas que l'angle que la direction des piles fait avec celle du courant dépasse 5 degrés.

BON TERRAIN DE FONDATION

20. Ce que nous venons de dire à propos de l'utilité qu'il y a à traverser normalement le courant, est relatif seulement à la *direction* du pont, par rapport à celle du cours d'eau.

Que l'on puisse réaliser un tracé normal, ou que la traversée biaise s'impose, il est rare que le point de rencontre de la voie de communication avec le cours d'eau soit, par cela même, complètement déterminé de *position*.

Il peut se faire cependant, que, par suite de circonstances locales, ou à cause des difficultés que le tracé rencontre dans les environs du point de passage, ce point se trouve absolument déterminé de position, soit que la traversée se fasse obliquement, soit qu'on ait pu réaliser un tracé normal au courant. Si la nature et la configuration du sol rendaient les fondations difficiles en ce point, il n'y aurait qu'à surmonter les difficultés le mieux que possible.

Un cas, par exemple, pour lequel la position de la traversée est imposée, est celui de la reconstruction d'un pont détruit par les crues. Ou bien le maintien de la position primitive est commandé d'une manière absolue, et alors on se trouve en présence de grandes difficultés pour la réfection des fondations ; ou bien il est possible de déplacer légèrement l'ouvrage, et alors il y a avantage à le reporter un peu en amont de l'ancien, afin de ne pas avoir à établir les nouvelles fondations à l'endroit où les blocs de maçonnerie se sont écroulés.

En général, la *position* de l'ouvrage peut

varier dans des limites assez étendues. Ainsi, par exemple, si la traversée s'impose entre les deux points A et B (*fig.* 18) d'un cours d'eau, il y a entre ces deux points un certain nombre de passages possibles, en *a*,*b*,*c*,*d*..., et l'ingénieur doit choisir celui qui remplit le mieux les conditions principales à satisfaire. — En ce qui concerne notamment l'établissement des fondations, il doit tout d'abord rechercher quelles sont les parties du lit où le terrain permettra d'établir facilement des fondations solides.

Dans les limites entre lesquelles l'emplacement du pont peut être choisi, les couches géologiques superposées se succèdent à peu près parallèlement, d'où résulte peu de variation dans la nature du sol de fondation. Cependant, des changements

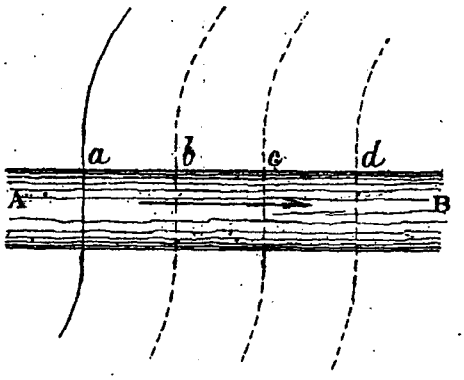


Fig. 18.

brusques et rapprochés se produisent quelquefois; des sondages montrent dans quelle mesure on peut en profiter.

Si, sans descendre trop bas, on pouvait atteindre le rocher dur, les fondations établies sur un sol pareil seraient à peu près indestructibles, et il ne faudrait pas hésiter à traverser le cours d'eau là où se produirait cette possibilité de fonder sur rocher. — Lorsque cette condition n'est pas réalisable, on doit en tous cas choisir l'emplacement là où le terrain offre le plus de résistance afin d'assurer la parfaite solidité de l'ouvrage, et où, en même temps, l'exécution des fondations présente le moins de difficultés.

En somme, du choix de la bonne nature du sol de fondation dépendront la stabilité nécessaire que l'ouvrage doit avoir et l'économie dans l'exécution des fondations. On devra donc rechercher quel est celui des points de passage possibles qui présente, à ce point de vue, les circonstances les plus avantageuses.

FIXITÉ DU LIT

21. Pour la détermination de l'emplacement d'un pont, il faut encore étudier le régime de la rivière, avec beaucoup d'attention, afin de savoir comment les eaux se comportent: lors de l'étiage, lors des crues moyennes, lors des crues qui atteignent la limite des eaux navigables, et enfin, lors des plus hautes crues connues. Nous nous occuperons plus loin du régime des rivières et des crues. Mais il nous suffit de savoir pour le moment que, pour chacune des situations que nous venons d'énumérer, le pont doit embrasser aussi bien que possible les principaux courants qui se produisent et les déranger le moins possible de leurs directions.

Il est donc important de choisir le point de traversée là où le cours des eaux se porte avec le plus de fixité.

Si le lit de la rivière a une direction à peu près rectiligne, son profil transversal aura la forme d'une cuvette plus ou moins irrégulière dont la plus grande profondeur sera située à peu près au milieu de la largeur. Dans ce cas, le pont devra être placé à cheval sur le cours d'eau, et ses culées devront être parallèles aux rives.

Mais il est rare que le lit des rivières ait une direction rectiligne. Ce lit est sinueux et présente des courbures successivement concaves et convexes, par rapport à chaque rive.

La figure 19 montre l'aspect général d'un cours d'eau sinueux. On comprend que les eaux soient naturellement portées vers les rives concaves. Le courant vient heurter ces rives et se dévie à cause de la résistance qu'elles opposent, mais cet effort continu finit par creuser des affouillements quelquefois assez considérables.

Au contraire, les eaux tendent à s'éloigner des rives convexes qu'elles n'attaquent pas, et, à cause du très faible courant qui existe de ce côté, les matières en suspension s'y déposent.

Le lit du cours d'eau sera donc toujours plus creux du côté concave que du côté convexe, et si on fait une coupe transversale du lit dans une partie courbe AM (*fig.* 19), on obtient un profil ayant la forme générale représentée par la figure 20.

Dans les sections 1-2, AM, 3-4, 5-6, (*fig.* 19) la partie la plus profonde du lit sera placée aux points *m*, *n*, *p*, *q*, du côté des rives concaves. Par suite, le thalweg affectera une forme courbe sinusoïde *m n p q*.....

La direction de cette ligne nous montre

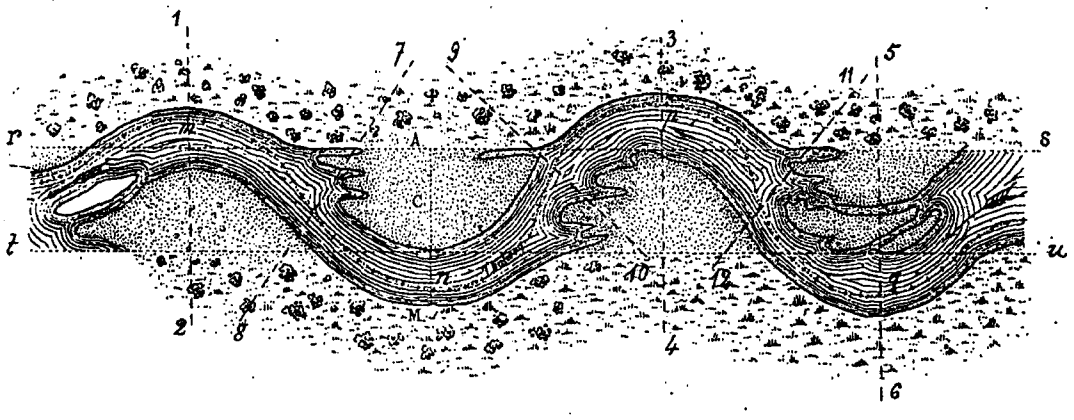


Fig. 19.

d'abord que le pont ne devra pas traverser le cours d'eau suivant les directions 7-8, 9-10, 11-12, car en ces points, les rives n'offrent pas assez de fixité. La direction des courants peut s'y modifier en temps ordinaire et s'y modifie sûrement lors des crues; de sorte qu'un pont primitivement normal aux courants leur deviendrait oblique.

La modification de la direction des courants dans les profils 7-8, 9-10, 11-12, se produit à la suite des affouillements; mais c'est surtout pendant les crues que cette direction subit la plus grande variation.

Fig. 20.

Lorsqu'une crue arrive, le cours d'eau tend à se rectifier, en gagnant en largeur du côté convexe de chaque rive, d'autant plus que la berge aura une plus faible pente de ce côté. Cet élargissement de la partie mouillée est représenté par des lignes droites ponctuées *rs*, *tu*, sur la figure 19. — Les courants prennent une direction plus rectiligne, mais on remarquera que, si leur direction primitive est modifiée dans les sections 7-8, 9-10, 11-12, elle ne l'est pas ou très peu dans les sections 1-2, AM, 3-4, 5-6. — Ce sont donc ces derniers alignements qui offrent le plus de garantie pour l'emplacement du pont.

La position AM, par exemple, étant choisie, on établit l'une des culées sur le bord concave M, en ayant soin, non seulement de ne pas avancer cette culée en rivière, mais encore de l'enraciner solidement, en défendant en outre ses abords par les moyens en usage, car c'est vers cette culée que les courants exerceront leurs plus grands efforts de destruction.

L'autre culée, placée sur la rive convexe, peut à la rigueur s'avancer d'une petite quantité en rivière, à condition que le pont ait un débouché suffisant et que, par la construction d'une digue convenablement située, on amène les courants à traverser l'ouvrage normalement à sa direction.

Quelquefois il arrive que des parties, actuellement courbes d'un cours d'eau sinueux, étaient rectilignes à des époques antérieures. — Il y a alors, à l'endroit de ces *anciens lits*, de véritables dépressions de terrain qui, lors des crues, se remplissent les premières, d'où résultent un courant qu'il serait imprudent de vouloir arrêter brusquement par la levée d'accès qui précède ou suit le pont. Il faut, ou bien munir le pont *d'arches de décharge* à l'endroit de l'ancien lit, ou bien guider le courant au moyen de digues de façon à lui faire franchir le débouché à l'endroit du lit actuel.

Même lorsque le cours d'eau a une direction sensiblement rectiligne, cette circonstance des anciens lits peut se produire ; il faut l'examiner attentivement, car la solidité de l'ouvrage en dépend.

La conclusion de ce qui précède est qu'il faut, autant que possible, placer les ponts sur les parties des cours d'eau où le lit possède naturellement la plus grande fixité. Cette condition est surtout importante lorsque le sol est très mobile et que la rivière coule dans une large vallée. Dans un cours d'eau sinueux cette plus grande fixité se rencontre d'ailleurs sur les parties courbes aux endroits où la section normale est perpendiculaire à la direction générale des courants en cas de crues.

DISPOSITIONS A PRENDRE POUR ÉVITER LES COURANTS OBLIQUES

22. L'obliquité des courants par rapport aux têtes d'un pont est à éviter avec le plus grand soin, car elle met en danger la solidité des fondations des piles et culées, par les affouillements qui en résultent.

Cette obliquité peut être produite par une modification ultérieure du lit de la rivière. Ainsi, soit AB (*fig.* 21) le lit actuel d'une rivière coulant dans le thalweg d'une vallée. CD étant l'axe de la voie de communication qui doit passer au-dessus du cours d'eau, il est évident que le pont sera bien à sa place, au point de rencontre *m*. Si, par la suite, le lit se déplaçait en amont, pour se transporter en *am* le courant arrivant dans la direction *am* rencontrerait très obliquement la tête du pont.

De même, on ne peut pas toujours, comme nous l'avons précédemment indiqué, placer le pont sur la partie concave

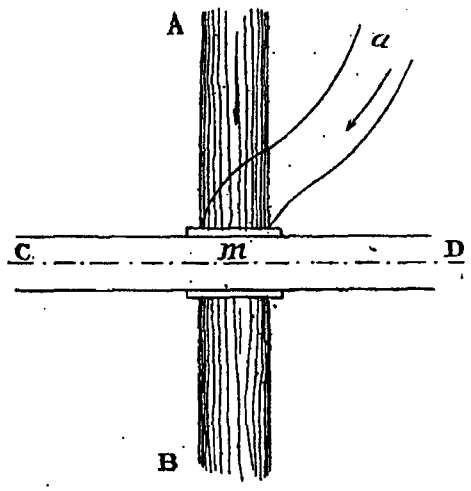


Fig. 21.

d'un cours d'eau sinueux, dans le but d'utiliser pour le passage la fixité du lit

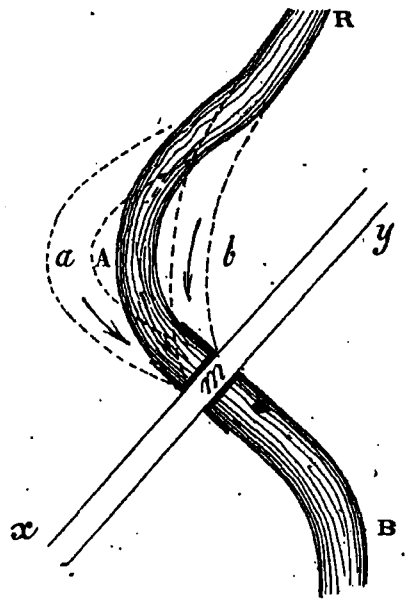


Fig. 22.

en cet endroit. Dans une vallée un peu resserrée, le tracé d'un chemin de fer par-

exemple, en raison des rayons minima au-dessous desquels on ne peut descendre, ne se prête pas facilement à ces traversées normales sur les parties concaves A et B du cours d'eau (*fig.* 22). Dans ce cas, la traversée se fait en un point intermédiaire *m*, à l'endroit justement où les courants sont le plus sujets aux variations de directions. De sorte que, si par suite de la mobilité du sol, le lit actuel RA*m*B de la rivière venait à prendre en amont, soit la forme de la courbure plus prononcée R*am*, soit une forme rectifiée R*bm*, le courant, dans les deux cas, arriverait très obliquement sur le pont.

L'obliquité des courants peut encore se produire lorsque le pont est établi dans une vallée submersible sur une grande largeur. Les eaux débordées forment alors des courants obliques en rentrant dans le lit principal. Ces courants sont très à craindre quand leur vitesse est considérable, car leurs directions sont presque normales à celle du courant principal; celui-ci se trouvant contrarié dans son mouvement ne débite plus la même quantité d'eau, ce qui produit en somme une diminution sensible du débouché. De plus, les courants obliques affouillent profondément les piles et sont parfois la cause de la chute du pont.

23. On voit quelle importance il y a à prévenir la formation des courants obliques, immédiatement en amont d'un pont. On arrive à empêcher l'obliquité des courants de se produire, par la construction de digues convenablement disposées.

Soient AB (*fig.* 23), le lit du cours d'eau, et CD, le pont qui le traverse. — Supposons qu'on ait construit sur les rives, immédiatemment en amont et en aval de l'ouvrage des digues *ab*, *mn*, en amont et *cd*, *pq* en aval. —. Si des courants obliques ont tendance à se former pour l'une des raisons que nous venons d'énumérer, les digues *ab* et *mn* d'amont ont pour effet de ramener les courants dans une direction normale à l'ouvrage ; car les eaux qui arrivent en arrière de ces digues doivent forcément venir passer aux points *a* et *m* pour rentrer dans le lit principal ; de sorte que dans le parcours qu'elles effectuent de *am*, en *bn* elles ont le temps de prendre un cours normal à la direction CD du pont.

Les digues *cd*, *pq*, placées en aval sont aussi fort utiles. Elles ont pour effet de diminuer beaucoup la hauteur de chute sous les arches en empêchant les eaux de s'épanouir de suite après la traversée de l'ouvrage. Nous reviendrons du reste sur ces effets des digues, à propos du calcul du débouché des ponts.

Inutile de faire remarquer que la route ou chemin de fer CD passe sur des levées d'accès CC', D'D. Ces levées forment avec

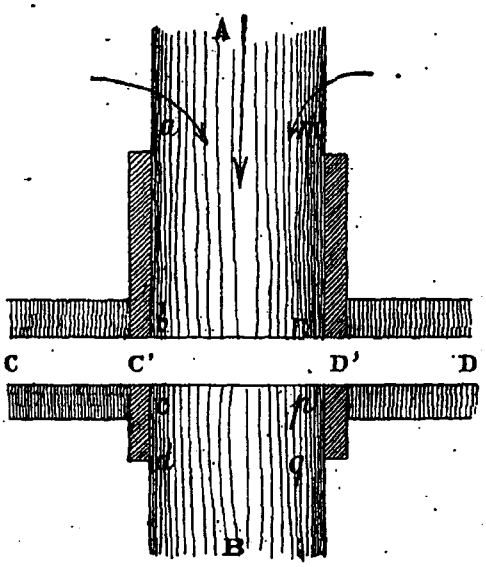


Fig. 23.

les digues amont et aval une figure semblable à celle qu'on obtiendrait en plaçant deux T sur la même ligne, les ailes en regard : (⊣⊢).

Si les digues d'aval n'existaient pas, il se produirait des contre-courants et des tourbillons sur les rives immédiatement en aval des levées d'accès CC', D'D. La construction des digues aval a donc encore pour résultat d'empêcher ces courants et tourbillons d'endommager les berges et les levées d'accès elles-mêmes.

La disposition générale dont le principe vient d'être indiqué pour l'établissement des digues aux abords des ponts est celle qui convient le plus souvent. Elle a été appli-

quée à un grand nombre d'ouvrages. Ces deux T opposés par leurs ailes ont été reconnus comme présentant la forme la mieux appropriée au maintien du cours d'une rivière dont le fond serait extrêmement mobile et la vitesse très grande, comme la Durance par exemple.

La longueur à donner aux digues doit être proportionnée à la vitesse des courants, car il faut que, en amont, le parallélisme des filets ait le temps de s'établir depuis le sommet amont jusqu'au pont, et en aval, il faut que l'épanouissement du courant ne se produise pas trop brusquement. M. l'inspecteur général des Ponts et chaussées Hardy donne à la digue amont une longueur de 60 à 80 mètres, et à la digue aval une longueur de 25 à 30 mètres.

Généralement on abaisse graduellement les digues d'amont, depuis les levées d'accès jusqu'à leurs extrémités. De cette façon, ces extrémités deviennent submersibles lors des crues. Il en résulte que l'eau arrivant derrière les digues et contre les levées d'accès, peut se déverser plus facilement dans le lit du cours d'eau, au lieu de produire dans les angles des T des accumulations dangereuses. Les parties submersibles des digues doivent évidemment être défendues contre l'action destructive des courants par des moyens sur lesquels nous donnerons quelques détails quand nous nous occuperons des abords des ponts.

24. Dans certains cas, les moyens ordinaires, consistant dans la construction de guideaux en amont et en aval du pont, sont insuffisants pour assurer l'écoulement des eaux normalement aux têtes de cet ouvrage.

Supposons, en effet, une ligne de chemin de fer *xy* (*fig.* 24), traversant normalement le cours d'eau AB en CD. — Le tracé *xy* est établi sur des levées d'accès *x* C et D*y* ayant, comme hauteur, la différence de niveau existant entre le dessus de la plate-forme de la voie et le terrain naturel de la vallée. — D'autre part, soit OR la ligne qui marque la limite que peut atteindre le niveau des plus hautes eaux.

Pendant une forte crue, tout le terrain submersible délimité par le contour OSC sera inondé et, à cause des courants descendants, il se produira dans l'angle OSC une forte accumulation d'eau qui ne pourrait se déverser dans le lit de la rivière qu'en revenant passer en amont du sommet *a* de la digue amont rive droite.

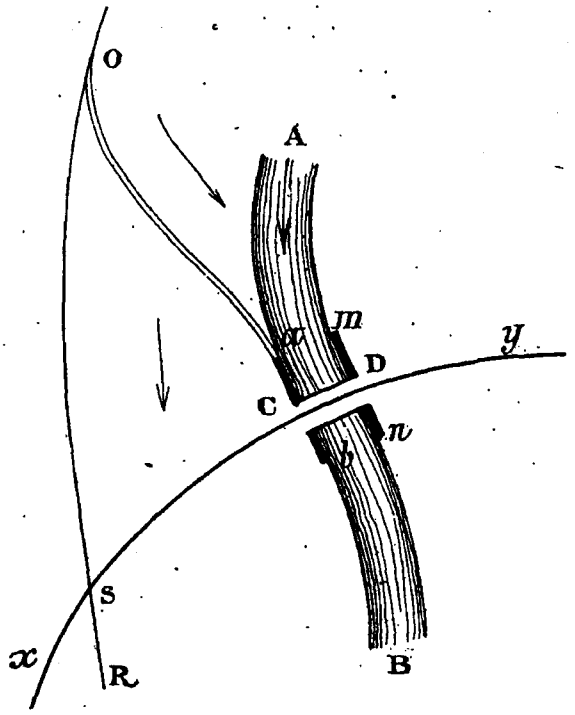


Fig. 24.

Il suffit, pour éviter ce grave inconvénient, de relier le sommet *a* de la digue C*a*, à un point O de la limite OR du terrain insubmersible par une digue CQ. — D'autres moyens peuvent également être employés; nous y reviendrons en étudiant les effets des digues sur les courants aux abords des ponts.

25. Parmi les dispositions à prendre pour éviter les courants obliques à la traversée d'un pont, il est nécessaire de signaler l'inconvénient qu'il y aurait à placer l'ouvrage immédiatement en aval d'un confluent, surtout si les courants de la rivière secondaire venaient rencontrer presque à angle droit ceux du lit principal. — Il faut, dans ce cas, descendre le pont à une assez grande distance en aval du confluent pour que les filets du cou-

rant secondaire aient le temps de devenir parallèles à ceux du courant principal.

Ainsi, un pont qui serait placé en *mn* (*fig.* 25), à peu de distance du confluent G, se trouverait dans des conditions défavorables, car des courants obliques arriveraient certainement sur les piles du pont, à cause de l'action des courants de la rivière R sur ceux de la rivière AB.

En outre, le pont ayant à débiter un volume d'eau considérable, lors d'une

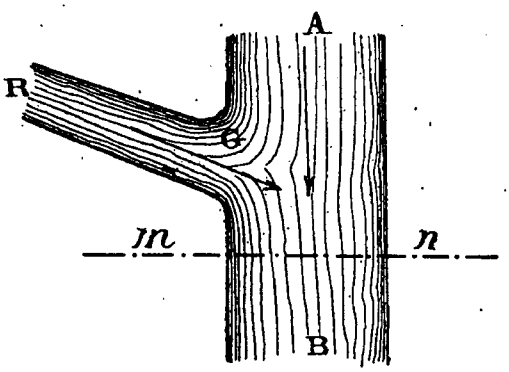


Fig. 25.

forte crue de la rivière R, il en résulte une vitesse d'écoulement énorme sous les arches du pont. Il faut donc que les fondations soient solidement assises sur un bon terrain.

CONCENTRATION DES EAUX DANS UN MÊME LIT

26. L'emplacement du pont résulte quelquefois de l'avantage qu'il peut y avoir, au point de vue de l'économie, à utiliser une concentration naturelle des eaux.

Ainsi, une rivière AB (*fig.* 26) présente deux bras A*m*B et A*n*B autour d'une île *i*. Il y a tout intérêt à traverser la rivière en aval de l'île, suivant la direction CD ou en amont, suivant la direction C'D', au lieu d'établir suivant l'alignement *mn* par exemple, un pont sur chaque bras. — De cette façon, on économise deux culées. S'il y avait trois bras en *mn*, il faudrait six culées pour les trois ponts ; on économiserait alors quatre culées en adoptant le tracé CD ou C'D'.

Cependant, si la traversée en *mn* est obligée, il ne faut pas chercher à réunir les deux bras en un seul, en comblant ou barrant l'un des bras, surtout s'il s'agit

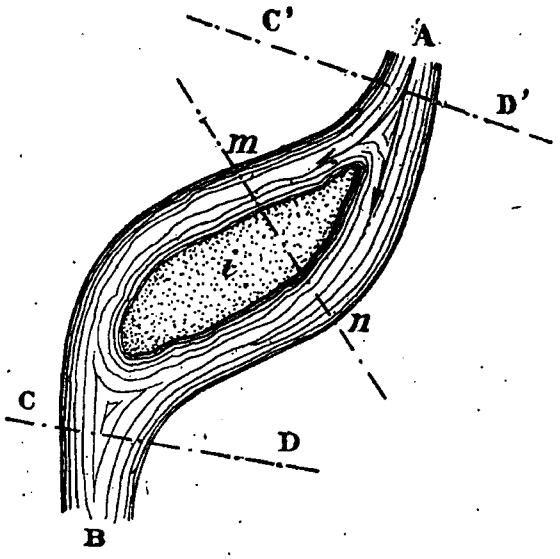


Fig. 26.

d'un cours d'eau à courant rapide et à débit important, car la modification que

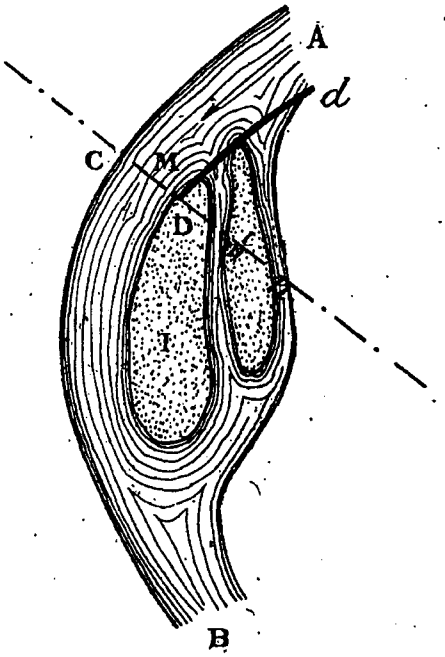


Fig. 27.

subirait forcément le lit de la rivière

exposerait à de graves dangers en cas de fortes crues.

Cette modification s'appliquera à la rigueur à des petits cours d'eau, ayant un faible débit et une très faible vitesse. Dans la disposition représentée par la figure 27, par exemple, on supprimerait les bras *m* et *n* et on effectuerait la traversée en CD. On aurait soin, dans ce cas, de protéger la nouvelle rive par une digue D*d*, rejetant toutes les eaux dans le bras principal AMB. On devrait en outre augmenter le débouché du pont CD, afin que le débit maximum en cas de crue pût se faire par ce seul débouché.

INCONVÉNIENT D'UN EMPLACEMEMT SITUÉ IMMÉDIATEMENT EN AMONT D'UN CONFLUENT.

27. Soit une rivière RC (*fig.* 28) se jetant dans une autre rivière AB en un

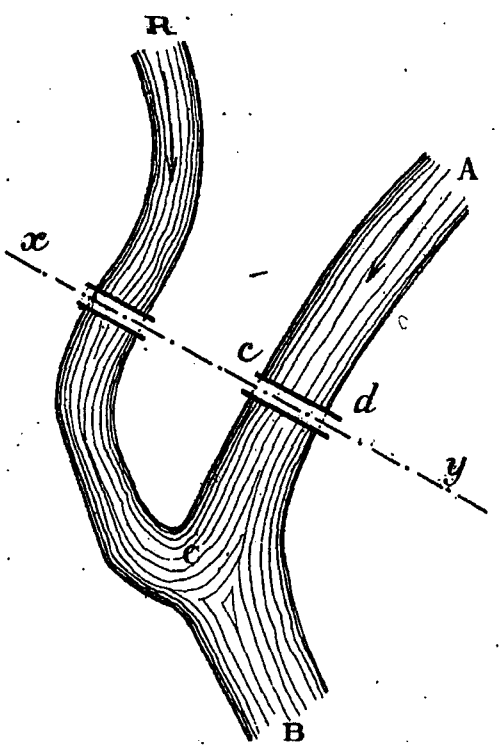


Fig. 28.

point C. — Un pont établi en *cd*, immédiatement en amont du confluent C peut être soumis à des efforts dirigés tantôt dans un sens, tantôt dans un autre. Supposons en effet que par suite d'un phénomène météorologique isolé, la rivière RC ait une forte crue pendant que les eaux de la rivière AB sont au contraire très basses. Il se produira alors une chute des eaux de la rivière RC dans le lit de la rivière AB, chute susceptible de donner naissance à de forts courants dans la direction CA.

C'est ce qui est arrivé à Lyon au confluent du Rhône et de la Saône en 1854. Le pont de la quarantaine fut emporté à la suite des affouillements qui résultèrent de la vitesse des courants dirigés de C vers A.

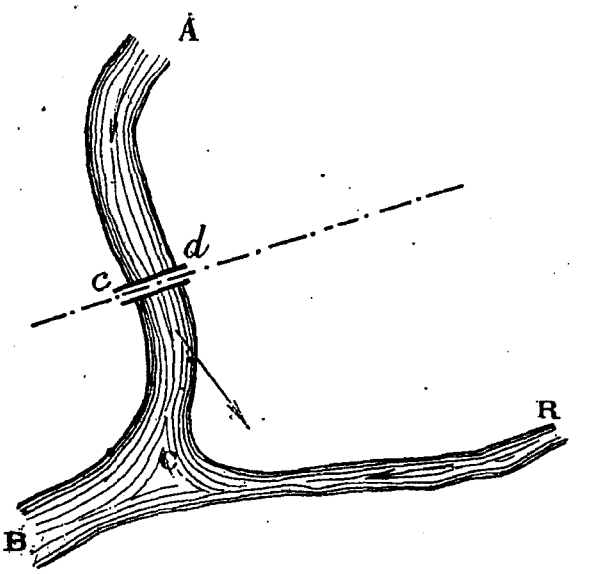


Fig. 29.

Un effet semblable se produit pour les ponts construits sur les bras de mer, ou un peu en amont d'un confluent de rivière se jetant dans la mer. Les marées, par leurs mouvements ascendant et descendant donnent lieu à des courants de directions alternativement contraires, contre l'action destructive desquels il est nécessaire de protéger l'ouvrage.

Lorsque le pont est placé en amont d'un confluent et que les choses sont disposées comme dans la figure 29, il arrive que, en cas de fortes crues de la rivière

ACB, les eaux se déversent dans le val de la rivière RC, ce qui produit une vitesse d'écoulement considérable sous le pont *cd*. On comprend la nécessité, dans ces conditions, d'établir de solides fondations à l'abri des affouillements.

Résumé.

28. En résumé, pour le choix de l'emplacement d'un pont sur cours d'eau en rase campagne, on doit autant que possible chercher à réaliser les conditions suivantes.

Eviter les traversées biaises, comme étant plus difficiles à exécuter et plus dispendieuses que les traversées normales. Pour cela, dévier le cours d'eau ou la route, et dans le cas de chemin de fer ou de canal, si l'inflexibilité du tracé s'oppose à une déviation de la voie et si, d'autre part, la déviation du cours d'eau n'est pas possible ou trop coûteuse, accepter le passage biais, en ayant bien soin de donner aux piles en rivière la direction des courants en cas de crue.

Rechercher le meilleur terrain de fondation dans les limites où le passage est possible. Les fondations seront d'autant moins coûteuses et d'autant plus solides que le sol sur lequel on les établira présentera plus de facilité pour l'exécution et que la résistance de ce sol sera plus grande.

Passer de préférence là où se rencontre au plus haut degré la *fixité du lit*. Dans un cours d'eau sinueux, cette fixité existe surtout dans les parties courbes, concaves ou convexes. La culée placée du côté concave doit être fortement enracinée dans le sol pour résister aux plus forts courants qui passent de ce côté; avoir soin de munir la levée d'accès d'arches de décharge du côté convexe dans le cas où il existerait un ancien lit à cet endroit.

Eviter les courants obliques — Dans ce but, munir les abords du pont de digues ou levées convenablement disposées afin d'obliger toutes les eaux, en cas de crue, de venir passer sous le pont avec une direction parallèle aux rives. On verra dans l'un des exemples que nous allons donner que lorsqu'il n'est pas possible d'amener toutes les eaux sous le pont, on s'arrange de façon à les déverser latéralement avec le moins de dommage possible.

Opérer la *concentration des eaux dans un même lit* quand la chose est possible, ou bien utiliser la concentration naturelle, en établissant l'ouvrage soit en amont soit en aval de l'endroit où existent un certain nombre de bras. On économise ainsi autant de fois deux culées qu'on évite de bras, mais il faut avoir soin d'augmenter en conséquence le débouché du pont. De plus, en principe, il vaut beaucoup mieux conserver à tous les divers bras leur direction naturelle, quand il s'agit d'une grande rivière, et faire plusieurs ponts si la position de la traversée est obligée.

Enfin, prévoir les *inconvénients de l'emplacement situé immédiatement en amont d'un confluent* qui résultent de crues isolées dans l'une ou l'autre des rivières. Etablir les fondations en conséquence, afin de les mettre à l'abri des actions destructives de courants susceptibles de prendre alternativement des directions contraires.

Exemples.

29. Pour préciser les idées relativement aux principales conditions à rechercher dans la détermination de l'emplacement d'un pont sur cours d'eau, conditions que nous venons de passer successivement en revue, nous allons citer les quelques exemples suivants, empruntés pour la plupart au traité de la construction des ponts de M. R. Morandière.

30. Voici d'abord un exemple de construction de digues pour diriger les courants parallèlement aux rives sous les arches du pont.

« Le pont-canal de Guétin (*fig.* 30) construit en 1829, par M. Jullien, pour le canal latéral à la Loire, traverse l'Allier très près de son confluent; et comme la culée de la rive gauche s'avançait beaucoup en rivière, on eut soin d'établir une forte levée longitudinale (digue), qui dirige le cours des eaux sous les arches du pont.

Lorsqu'en 1846 on construisit, pour le

chemin de fer du Centre, un autre pont sur l'Allier à environ 1000 mètres en amont du pont-canal, on prit soin d'adopter des dispositions analogues pour faciliter l'écoulement des eaux. »

31. L'effet des courants latéraux peut

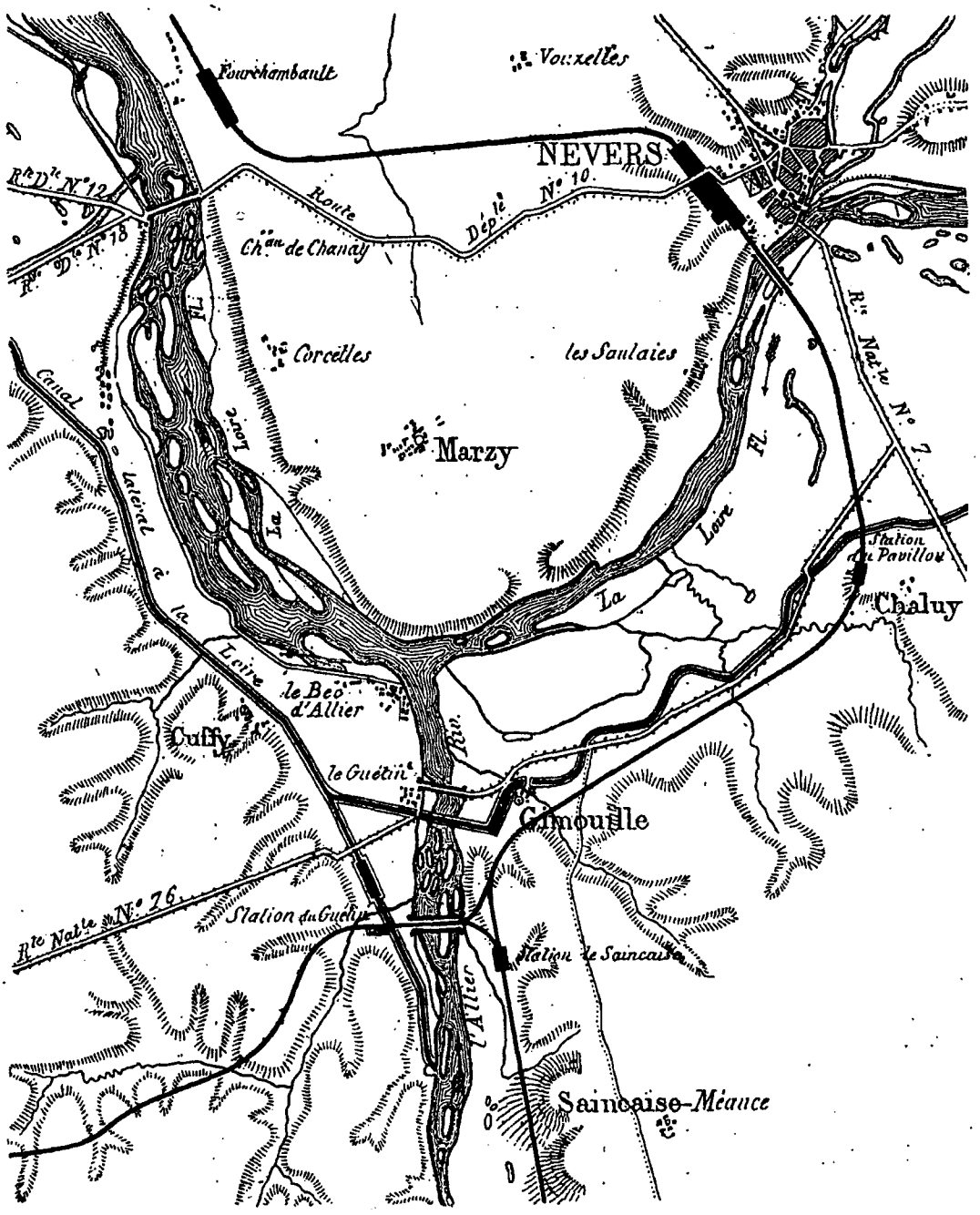


Fig. 30.

devenir désastreux. Ainsi, « sur la Loire, à Orléans, le pont construit en 1751 par Perronet (*fig.* 31), traverse le fleuve dans une partie où le lit est bien contenu entre

les quais des deux rives, et les eaux des plus hautes crues ont toujours passé avec facilité. Ce pont (MN, *fig.* 32) composé de neuf arches de 30 à 32^{m},50 d'ouverture, ne présente cependant qu'un débouché linéaire de 279 mètres.

Mais le nouveau pont construit en 1843, pour le chemin de fer du Centre (*fig.* 31) à 1200 mètres en amont du pont de Perronet, traverse au contraire la Loire dans une partie où le lit a une largeur beaucoup plus grande. Ce pont (PQ, *fig.* 32) était composé de douze arches de 25 mètres d'ouverture chacune, présentant ensemble un débouché linéaire de 300 mètres. La culée de la rive gauche s'avançait beaucoup en rivière, elle n'avait été reliée à la rive par aucune digue longitudinale; et lors de la

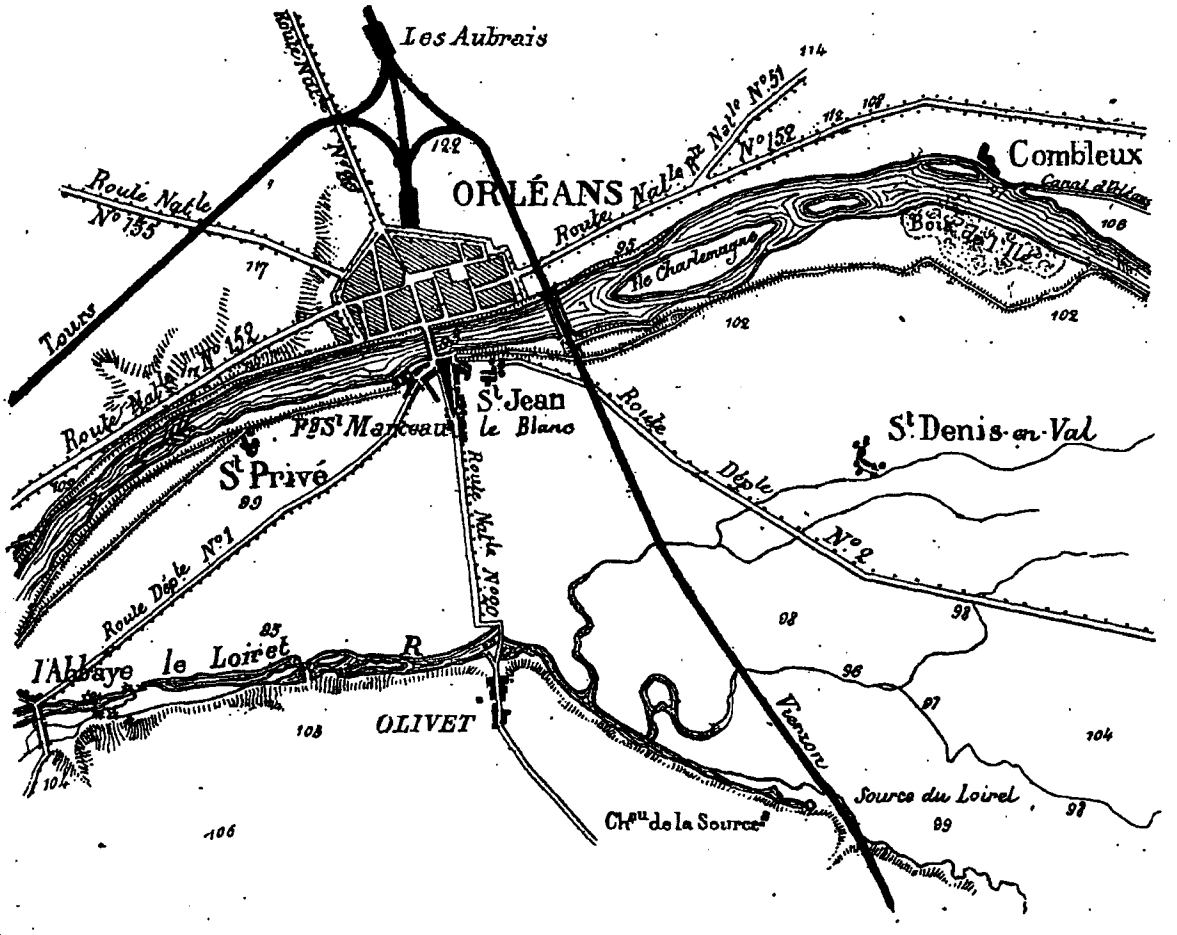


Fig. 31.

crue de 1846, un courant latéral se forma contre la levée du chemin de fer, prit les premières piles en écharpe, en affouilla profondément les fondations et trois arches s'écroulèrent. On jugea alors prudent d'ajouter deux arches de plus; mais on prit soin surtout de construire une forte levée longitudinale suivant la direction AB » (*fig.* 32).

32. En ce qui concerne l'importance qu'il y a à fonder sur un terrain solide, on verra, par l'exemple qui suit, qu'un pont établi sur le rocher dur peut résister à des vitesses d'écoulement considérables, provenant d'un débouché insuffisant, sans qu'il y ait à craindre des affouillements dangereux. En raison de l'insuffisance du débouché, il se produit à

l'amont du pont des remous capables d'inonder la vallée sur une grande étendue, et si une ville est placée en cet endroit, l'inondation peut pénétrer dans

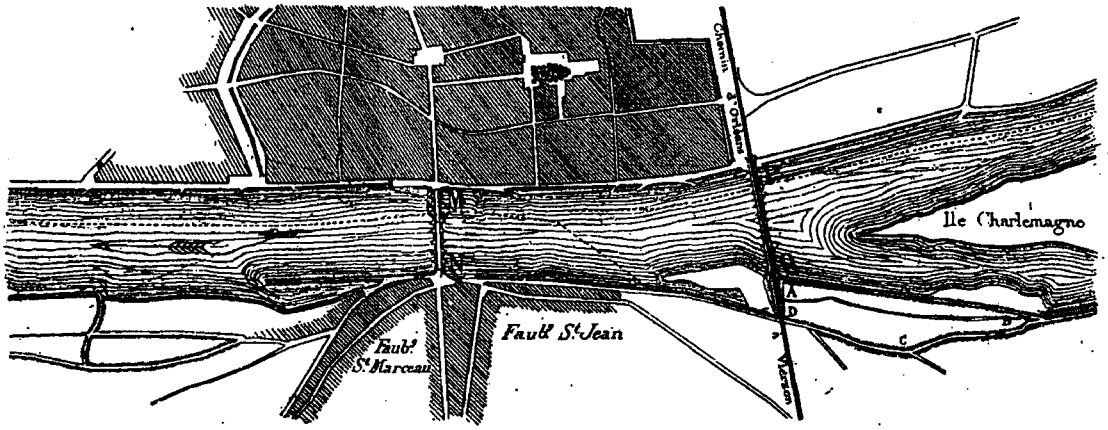


Fig. 32.

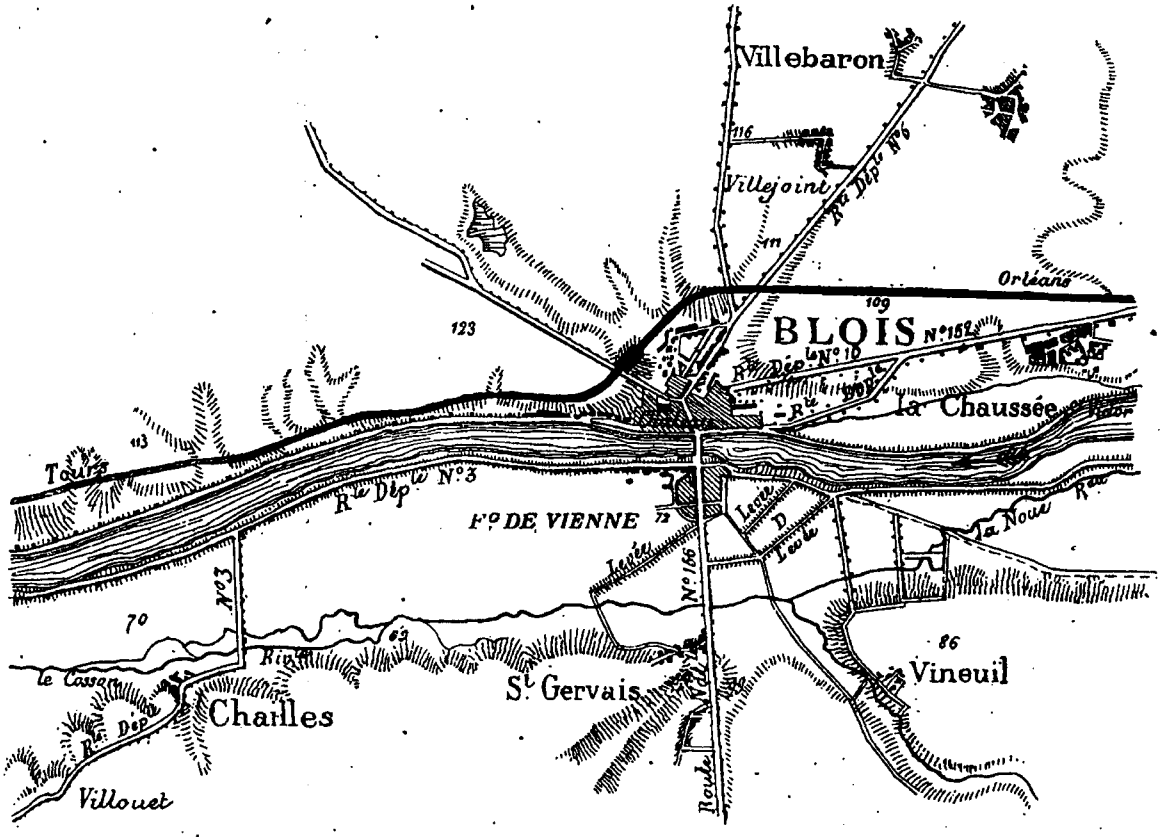


Fig. 33.

ses rues basses. On prend alors des dispositions particulières pour diminuer les dégats.

« Le pont de Blois (*fig.* 33) est placé dans une circonstance exceptionnelle. La Loire se trouve trop resserrée entre les quais

des deux rives, et le beau pont, construit en 1720 par Pitrou, présente seulement un débouché linéaire de 229 mètres qui est tout à fait insuffisant pour les grandes crues de la Loire. Comme le pont est assis sur un rocher très solide, on pourrait, sans danger pour les fondations, laisser les eaux s'élever en amont pour prendre un grand accroissement de vitesse; mais le remous très considérable qui en résulterait, causerait l'inondation des rues basses de la ville; et, pour parer à ce grave inconvénient, on a ménagé sur la rive gauche, à 900 mètres en amont du pont, un déversoir de 380 mètres de longueur, dont le sommet a été arrasé à $5^m,50$ au-dessus de l'étiage. Aussitôt que les crues s'élèvent plus haut, elles passent donc sur ce déversoir et tombent dans la vallée du Cosson. En octobre 1866, ce déversoir s'est trouvé insuffisant; et les eaux, qui s'élevèrent à $7^m,66$ au-dessus de l'étiage, en augmentèrent elles-mêmes la longueur d'une centaine de mètres vers l'amont. »

33. « A Montlouis, le pont construit en 1843, pour le chemin de fer d'Orléans à Tours (*fig.* 34) traverse la Loire précisément dans un coude. La culée gauche a été enracinée dans la rive concave du fleuve; la culée droite a été avancée sur

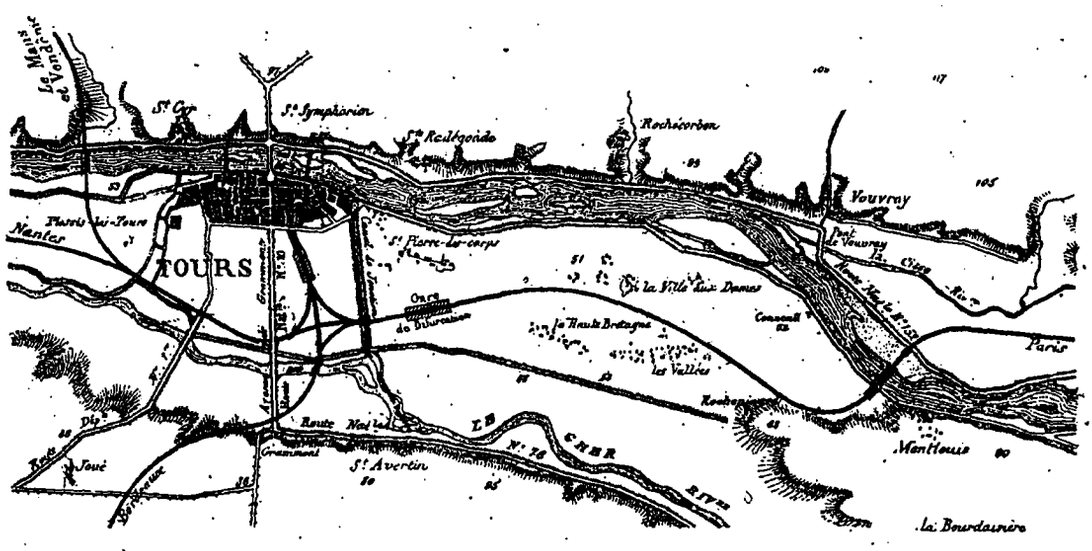


Fig. 34.

les terrains qui s'étendent devant la rive convexe; l'île qui existait au milieu du fleuve a été enlevée, pour former les remblais des levées du chemin de fer aux abords; et les plus hautes crues ont toujours passé aisément, sous ce pont, dont le débouché linéaire est seulement de 300 mètres.

A 10 kilomètres en aval existe le pont de Tours, dont le débouché linéaire est de 375 mètres, et qui cependant, lors des crues, produit des remous assez sensibles, à cause des îles qui embarrassent le cours du fleuve. »

On voit qu'on a fait au pont de Montlouis ce que nous avons expliqué à propos de la fixité du lit de la rivière (n° 21).

34. Comme exemple de concentration des eaux, nous citerons les ponts de Chalonnes.

« La Loire se divise en quatre bras au droit de la ville de Chalonnes, et trois ponts suspendus construits en 1840 sur les bras principaux, désignés par les lettres A, C, D (*fig.* 35), présentent ensemble un débouché linéaire de 402 mètres. Le quatrième bras B a été supprimé; mais comme le débouché des ponts suspendus est tout à fait insuffisant, on a pris soin de maintenir la route au niveau même de

l'île, entre les ponts A et C, afin que les crues puissent surmonter la route et trouver là un assez large débouché complémentaire.

« Lorsqu'en 1862 il a fallu construire à Chalonnes un nouveau pont sur la Loire, pour le chemin de fer d'Angers à Niort, on a cherché à traverser le fleuve, un peu en amont des ponts suspendus, dans une partie où toutes les eaux se trouvaient réunies (*fig.* 35). Là on a construit un seul pont, composé de dix-sept

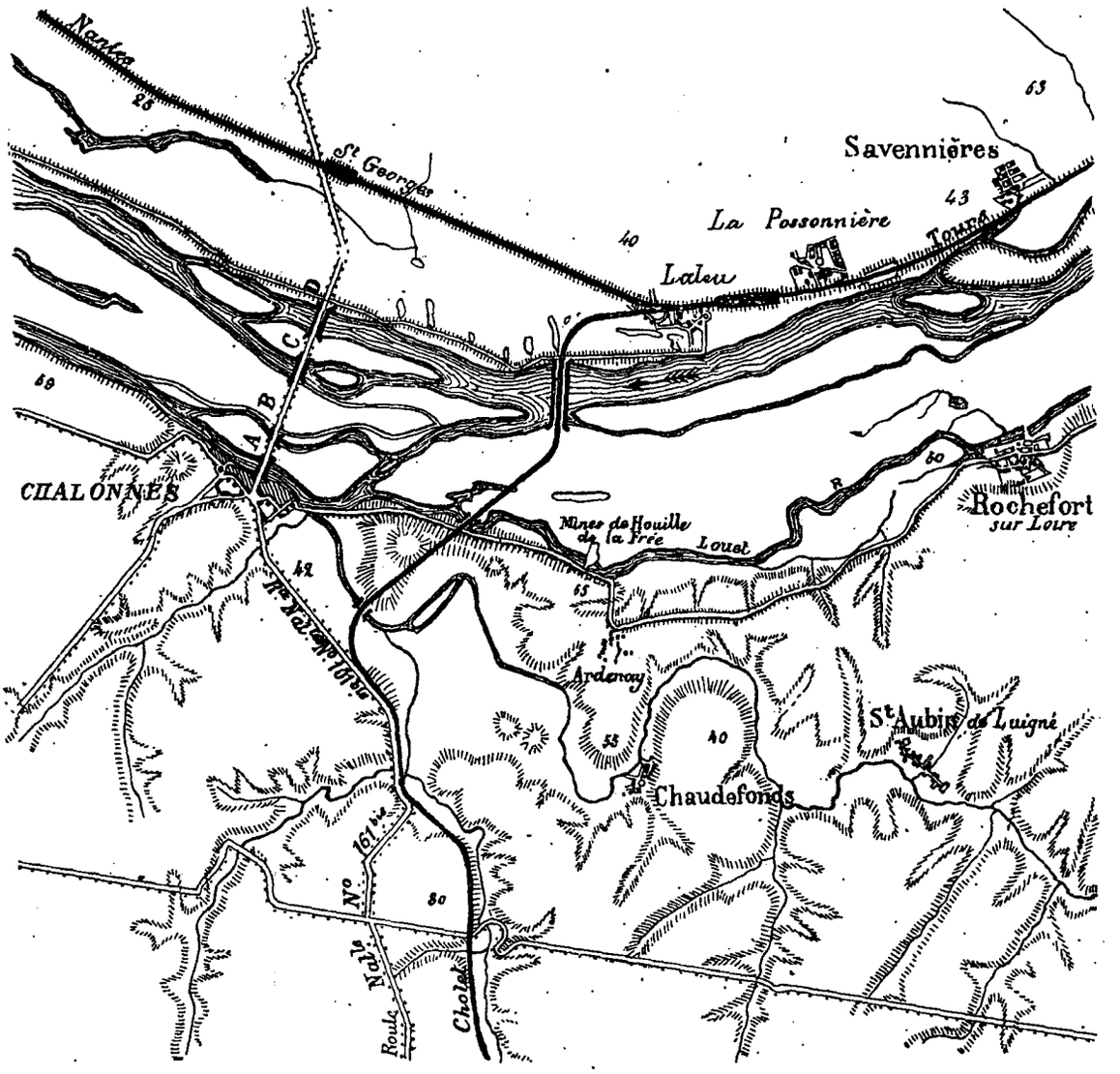


Fig. 35.

arches de 30 mètres d'ouverture, présentant ensemble un débouché linéaire de 510 mètres ; et, en outre, on a pensé qu'il était nécessaire de construire sur le Louët, au pied du coteau qui borde la rive gauche du val, un second pont de 160 mètres d'ouverture, formé de quatre grandes travées métalliques. Pendant les crues une masse d'eau considérable passe en effet par-dessus les îles et vient grossir singulièrement le cours du Louët. Lors de la crue du mois d'octobre 1866,

on a observé une chute assez sensible sous le pont métallique du Louët, tandis que les eaux passaient sous le pont de pierre sans augmentation de vitesse apparente. »

35. Les ponts de Nantes sur la Loire sont, au contraire, un bel exemple de non concentration.

« A Nantes, la Loire se divise en un très grand nombre de bras, et tous ont été conservés à travers la ville. Le chemin de fer de Nantes à la Roche-sur-Yon traverse la Loire un peu en amont de Nantes, dans une partie où le fleuve se divise en deux grands bras principaux (*fig.* 36), et le tracé du chemin de fer a été dirigé précisément sur la tête de l'île Beaulieu, de manière à permettre d'embrasser chacun de ces deux bras par un grand pont: l'un, de neuf arches de 30 mètres d'ouverture sur le bras de la rive droite; l'autre, de sept arches semblables sur le second bras. En outre, une arche de 20 mètres d'ouverture a été construite

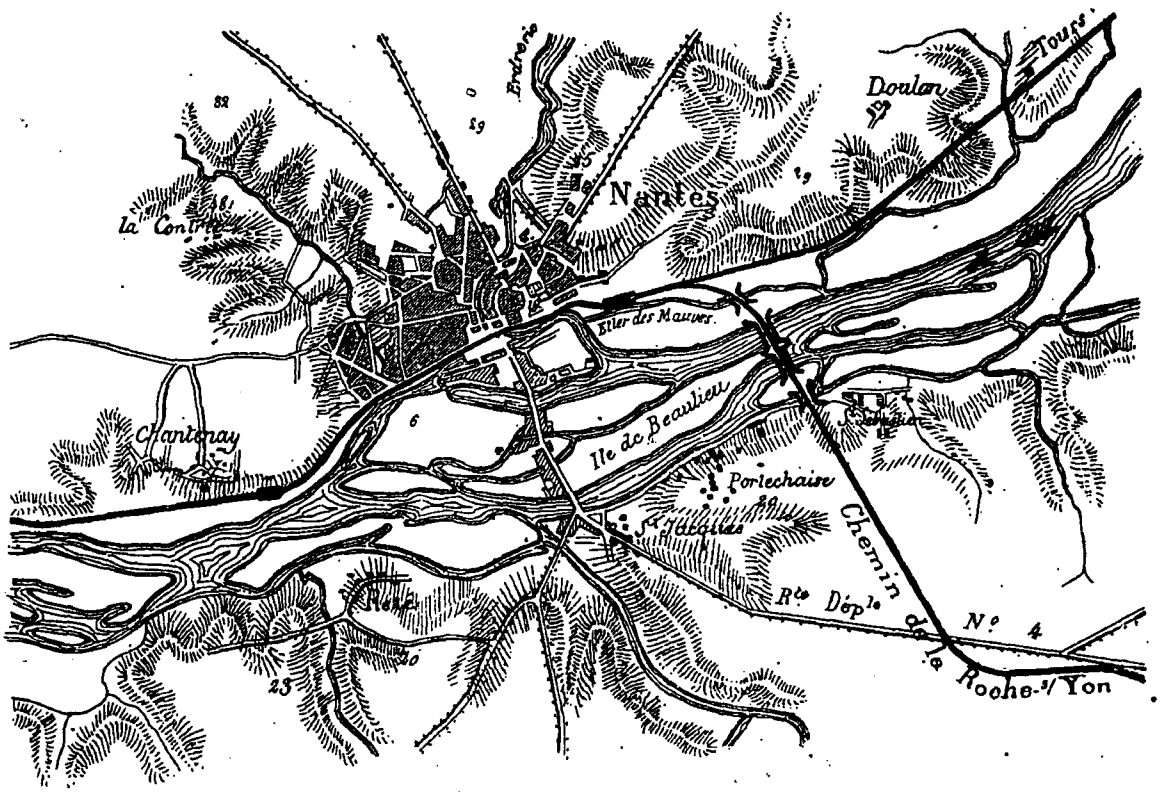


Fig. 36.

sur l'étier de Mauves près de la rive droite, et un petit viaduc, présentant un débouché linéaire de 68 mètres, a été construit sur le bras de Saint-Sébastien, au pied du coteau de la rive gauche. On s'est appliqué ainsi à conserver les divers cours d'eau, sans modifier aucunement leur direction naturelle, et, grâce à ces dispositions, la crue de 1866 a passé avec la plus grande facilité sous l'ensemble de ces nouveaux ponts. »

36. Ce que nous avons dit à propos des ponts placés en aval d'un confluent existe pour un certain nombre de ponts, pour le pont Saint-Esprit par exemple.

« Ce pont sur le Rhône se trouve placé à une très petite distance en aval du confluent de l'Ardèche (*fig.* 37), et les crues torrentielles de cette rivière viennent souvent déverser dans le val du Rhône une énorme masse d'eau, qui produit des courants extrêmement rapides sous le

pont. C'est ainsi qu'en 1832, M. Desfontaines a mesuré sous le pont Saint-Esprit des vitesses de 3^m, 10 alors que les eaux du Rhône n'étaient qu'à une hauteur moyenne.

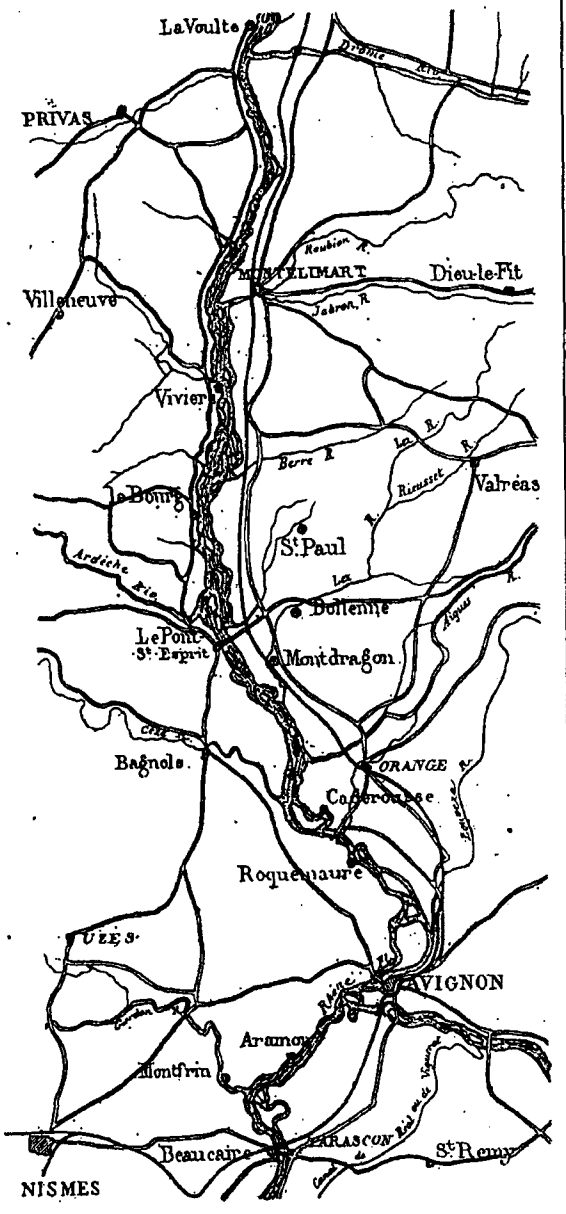


Fig. 37.

37. Les ponts de Port-de-Piles sur la Creuse présentent des dangers de même nature.

« Deux ponts ont été construits sur la Creuse à Port-de-Piles : l'un en 1747 pour la grande route de Paris en Espagne, l'autre en 1846 pour le chemin de fer de Paris à Bordeaux (*fig.* 38). Ces deux ponts, distants l'un de l'autre à peine de 200 mètres, sont identiquement composés de trois arches de 31 mètres d'ouverture chacune. Comme ces ponts se trouvent situés à une très petite distance du val de la Vienne, et que les crues de la Creuse s'élèvent quelquefois très rapidement, jusqu'à 11 mètres de hauteur, on a dû prendre des précautions toutes particulières pour assurer la solidité des fondations. »

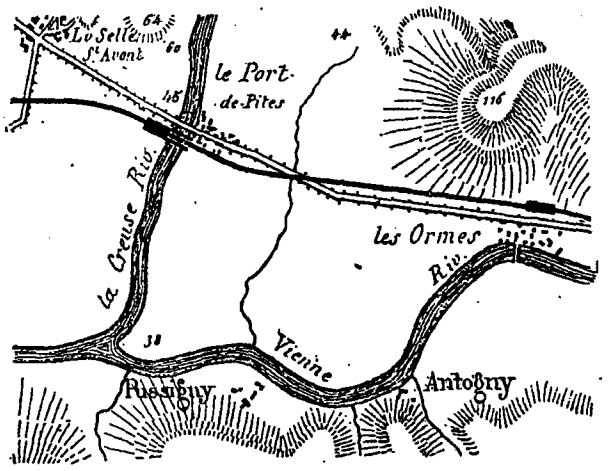


Fig. 38.

38. Nous avons expliqué (n° 27) quel est le principal inconvénient d'un emplacement situé immédiatement en amont d'un confluent de deux rivières à crues discordantes. Les eaux de la rivière débordée refluent dans le lit de l'autre et peuvent provoquer des affouillements dangereux, par ce mouvement dirigé de l'aval vers l'amont.

Ainsi, Dupuit, dans ses *Études sur le mouvement des eaux*, rapporte que la grande crue de la Loire en 1846 eut lieu au moment où les eaux de la Maine étaient basses (*fig.* 39). Les eaux de la Loire refluèrent dans le lit de la Maine jusqu'en amont d'Angers. Dans la Maine les eaux étaient seulement à 2 mètres de hauteur au pont d'Angers, au commencement de la crue de la Loire; elles remontèrent rapidement

le cours de cette première rivière, car il y eut bientôt une hauteur de 5m,50 à Angers, et pendant trois jours, il se produisit sous le pont de cette ville une cataracte de 0m,10 de l'aval à l'amont.

Aussi, le pont de Bouchemaine (*fig.* 39), construit en 1847 pour le chemin de fer de Tours à Nantes, et situé bien plus près du confluent que le pont d'Angers, pouvant, dans des circonstances analogues, se trouver soumis à des courants considérables de recul, a-t-il été établi sur de solides fondations.

39. En 1854, on put assister à un phé-

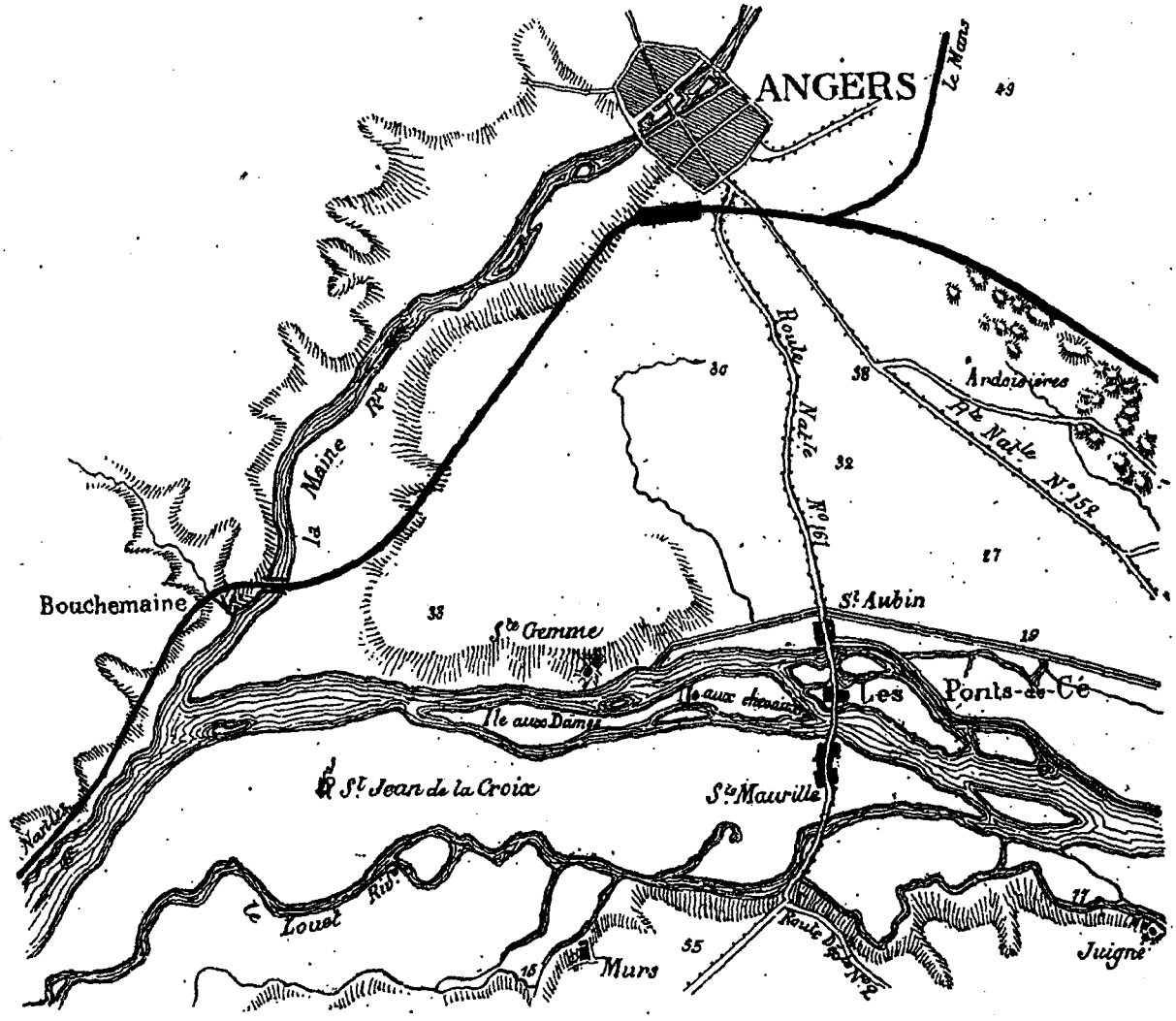


Fig. 39.

nomène analogue, au confluent du Rhône et de la Saône, mais cette fois un pont fut emporté.

« Le chemin de fer de Paris à Marseille traverse la Saône à Lyon, pour passer du souterrain de Saint-Irénée sur la presqu'île de Perrache (*fig.* 40), et le pont, désigné sous le nom de pont de la quarantaine, construit d'abord en maçonnerie, avait été fondé dans des conditions ordinaires, au moyen de massifs de béton immergés dans des enceintes de pieux jointifs. Mais la Saône se jette dans le Rhône immédiatement en aval de la presqu'île de Perra-

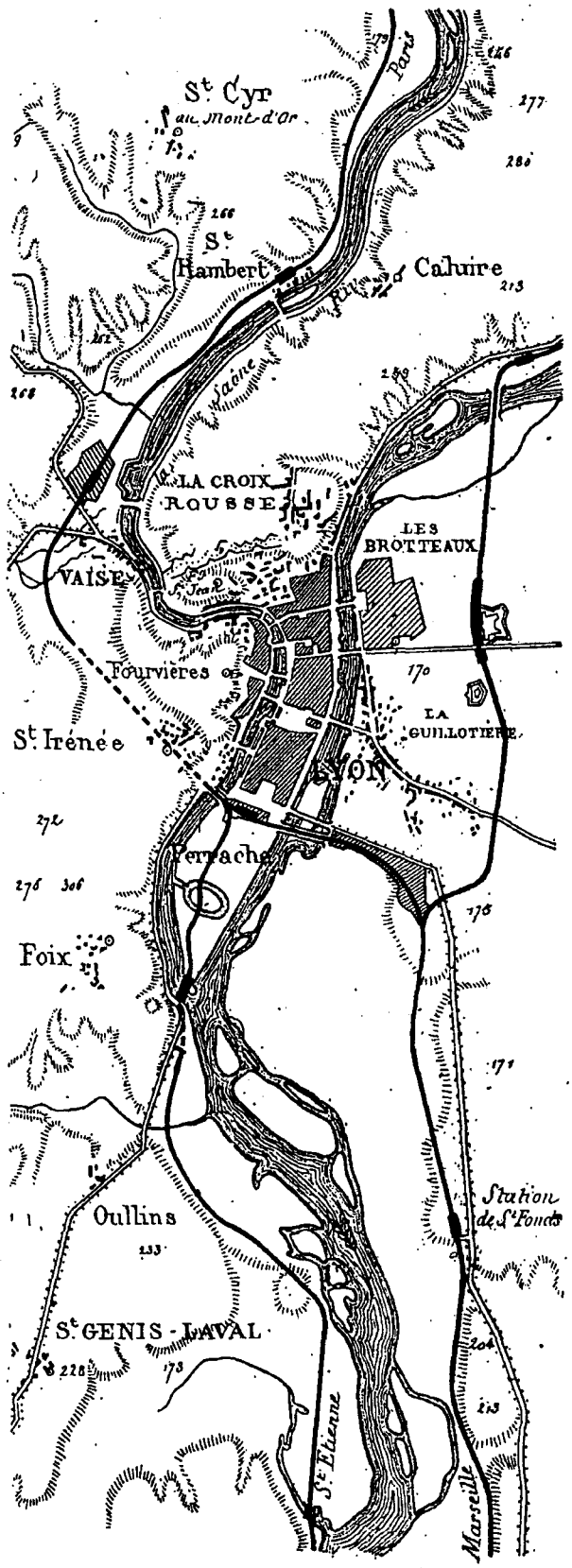


Fig. 40.

che, et, en 1854, alors que le Rhône était très bas, les eaux s'élevèrent rapidement à une grande hauteur dans la Saône ; elles se déversèrent dans le val du Rhône avec une chute de près de 2 mètres; elles prirent une vitesse effrayante, tout à fait inattendue, et elles déterminèrent de tels affouillements que le pont s'écroula. C'est là un des plus grands exemples des dangers à craindre et des précautions qu'il est nécessaire de prendre lorsqu'on est obligé de construire des ponts dans une telle situation. — Aussi ce pont a été rétabli au moyen de poutres en tôle à grandes portées, et les poutres reposent sur des tubes en fonte descendus à environ 15 mètres de profondeur au-dessous de l'étiage. »

40. Nous citerons enfin les ponts suivants qui présentent des circonstances particulières, au point de vue de leur emplacement.

« Le pont construit à Cinq-Mars en 1846, pour le chemin de fer de Tours à Nantes, a dû traverser la Loire en amont et très près du confluent du Cher (*fig.* 41).

Ce pont est divisé en deux parties par l'île César, et il présente deux circonstances particulières à examiner :

1° Pour obtenir un tirant d'eau plus considérable dans le bras principal, sur la rive gauche, les ingénieurs de la navigation ont établi un barrage submersible sur le bras de la rive droite, en tête de l'île César. — Par suite ce bras a été complètement ensablé; et, si une crue considérable survenait subitement, les eaux pourraient affouiller le lit de la rivière, sous les arches de la rive gauche, plus vite qu'elles n'enlèveraient les sables dans le bras de la rive droite, parce que ces sables, émergeant au-dessus des eaux pendant une grande partie de l'année, ont acquis beaucoup de consistance. C'est pour des raisons analogues qu'on a conseillé quelquefois de ne pas donner aux ponts des débouchés trop considérables, parce qu'une partie des arches pourrait être obstruée par des atterrissements, et que, lors des crues, ces dépôts pourraient ne pas être entraînés assez rapidement.

2° Le pont se trouve situé, comme nous l'avons dit, à une très petite distance en amont du confluent du Cher. Cette posi-

tion a été commandée par le tracé du chemin de fer, mais elle est très désavantageuse, parce que, lors des crues subites de la Loire, les eaux pourraient se précipiter dans le val du Cher, elles prendraient alors une très grande vitesse sous le pont et les fondations pourraient être affouillées d'une manière dangereuse, si, dans cette prévision, les ingénieurs, MM. Bailloud et Kleitz ne les avaient pas établies avec une solidité toute particulière. »

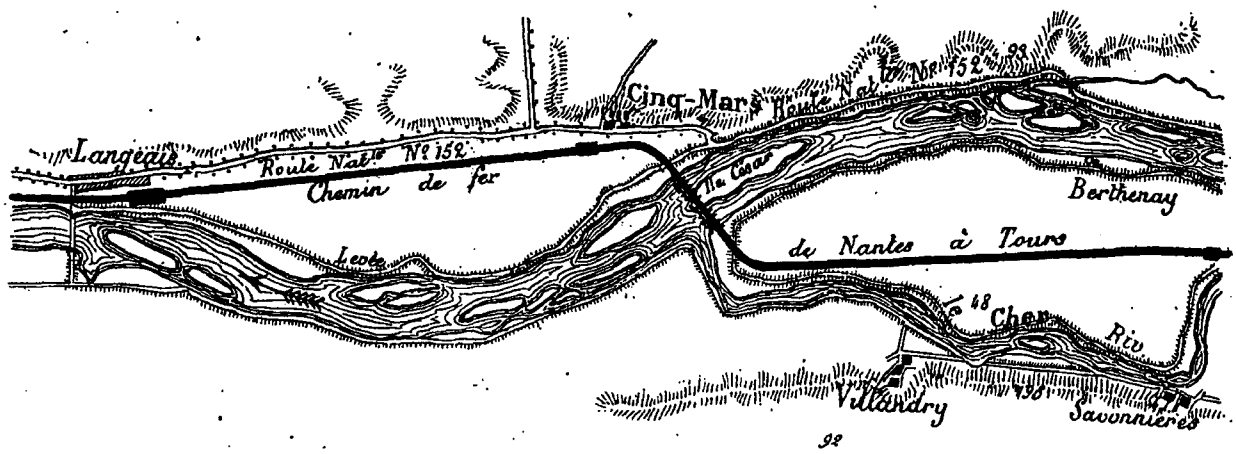


Fig. 41.

41. « Le pont construit en 1846, sur la Vienne, un peu en amont de Châtellerault, pour le chemin de fer de Bordeaux (*fig.* 42), présente une circonstance particulière qui doit être signalée, seulement à titre de question d'étude. Ce pont se

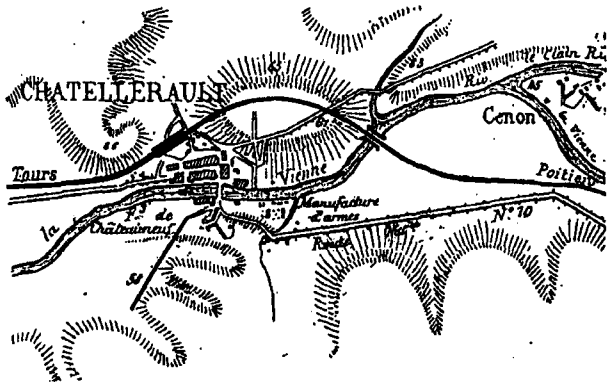


Fig. 42.

trouve situé à très peu de distance en amont du barrage construit pour la manufacture d'armes, et si, par suite d'une circonstance extraordinaire, ce barrage pouvait un jour être emporté par les eaux, il est évident qu'un courant très rapide se produirait sous le nouveau pont ; mais heureusement les fondations ont pu être assises sur le rocher même, et nous n'avons parlé du pont de Châtellerault que pour donner un exemple de plus des circonstances locales à étudier. » Cette éventualité est surtout à craindre lorsque le barrage est établi lorsque le pont existe déjà, car ce dernier ouvrage se trouvera exposé à un danger non prévu au moment de sa construction et contre lequel par conséquent on n'aura pu prendre aucune précaution.

42. Les ponts construits sur la Seine, à Rouen, présentent encore des circonstances particulières qu'il est utile de remarquer (*fig.* 43).

Le pont construit pour le chemin de fer, en amont de la ville, a dû être établi de *biais* sur le courant, parce qu'il fallait traverser le coteau de Sainte-Catherine avec un souterrain aussi court que possible, et parce qu'il fallait ménager, aux abords, des courbes d'un rayon suffisant pour le chemin de fer.

Le pont de pierre, construit en 1811, par M. Lamandé, en amont de la ville,

a été partagé en deux parties, et chacune a été établie d'*équerre* sur le bras qu'elle traverse.

Enfin le pont suspendu, construit en aval, coupe le fleuve à peu près d'équerre dans une partie où toutes les eaux sont réunies.

43. Nous terminerons cette série d'exemples par le cas d'un pont construit sur un bras de mer. Les fondations d'un ouvrage ainsi placé sont soumises à des efforts alternativement opposés, comme celle d'un pont construit immédiatement en amont d'un confluent de deux rivières à crues discordantes.

« Pour un très grand pont construit en Hollande, dit M. Croizette Desnoyers dans son cours de l'école des ponts et chaussées, celui de Moerdyck sur le Hollandsch-Diep, on s'est trouvé, par

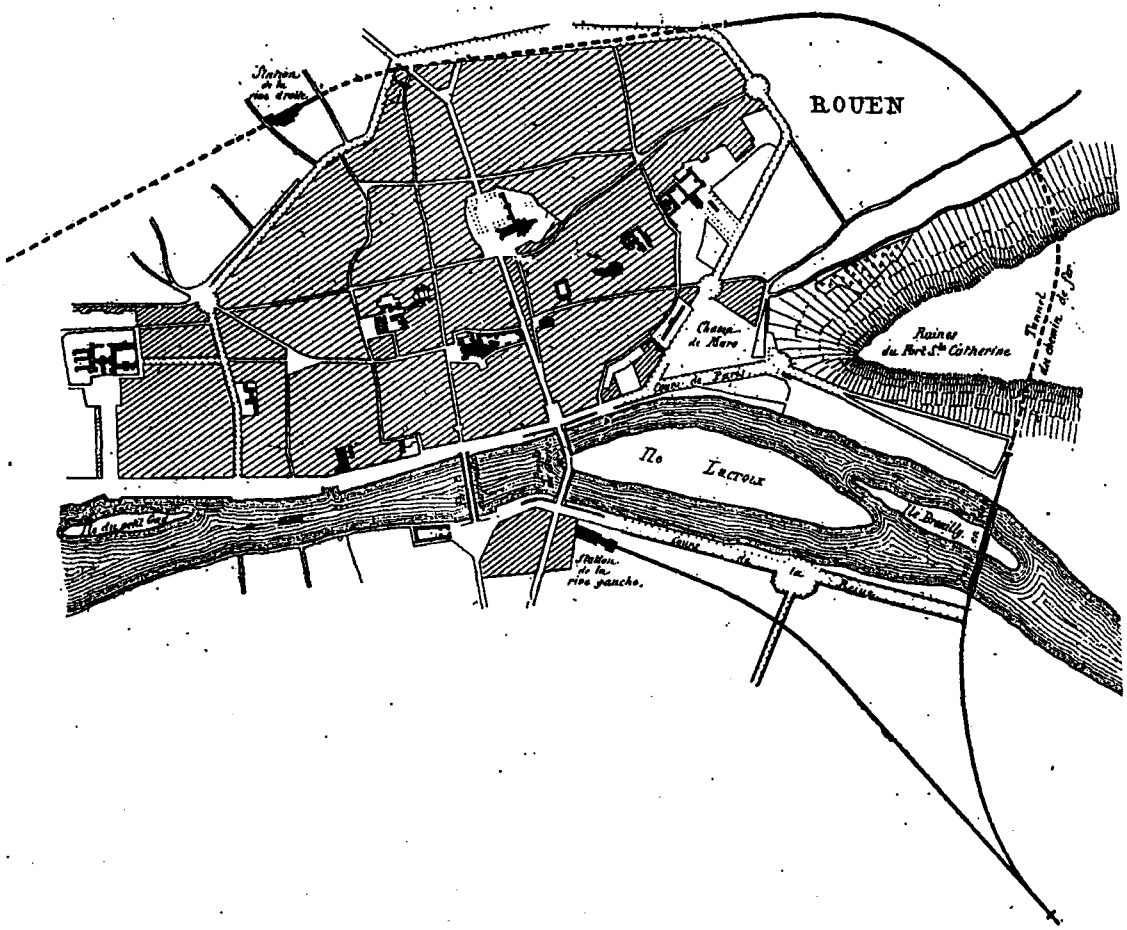


Fig. 43.

suite des nécessités du tracé du chemin de fer, obligé de traverser ce bras de mer dans une partie où la largeur atteint 2300 mètres, tandis qu'en aval du confluent du Dordsche-kil elle se réduit à 1700 mètres environ entre des digues insubmersibles (*fig.* 44). On a jugé avec raison qu'il suffisait de donner 1400 mètres de débouché au pont qui, effectivement, est formé de quatorze travées de 100 mètres, non compris deux travées tournantes de 16 mètres, établies près de la rive gauche pour le service de la navigation. Il résulte de cette disposition que l'on a été obligé de construire sur la rive droite, à la suite du pont, une levée qui forme une saillie

d'environ 700 mètres ; il importait à un très haut degré de défendre cette levée contre l'action des courants qui, par suite de l'action des marées, s'exercent tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, et à cet effet elle est protégée de chaque côté par des massifs de plates-formes en fascines et enrochements; de plus, pour empêcher les courants latéraux on a établi, tant en amont qu'en aval de la culée, d'autres

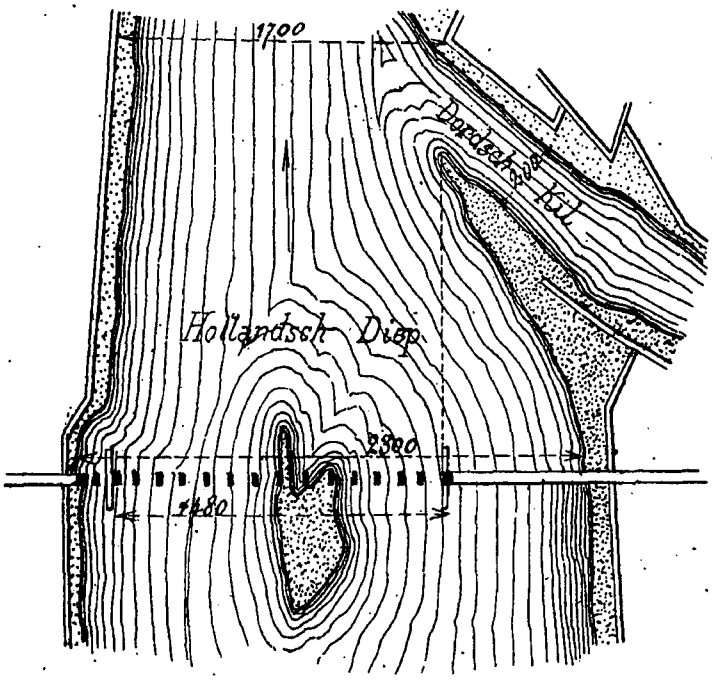


Fig. 44.

massifs de même nature qui s'étendent jusqu'à 100 mètres environ de l'axe du pont. Ce mode de défense, tout à fait approprié à la nature du pays, est très efficace, et l'ensemble des dispositions adoptées pour ce grand ouvrage est bien justifié. »

III. — Passage des torrents.

44. Lorsqu'il s'agit de franchir, dans un pays de montagnes, un torrent n'ayant qu'une largeur restreinte et se trouvant contenu entre des rives élevées, il y a grand avantage à ne construire qu'une seule arche prenant ses points d'appui sur les rochers des deux rives, au-dessus de l'atteinte des plus hautes eaux. De cette façon, les fondations ne peuvent en aucun cas être affouillées par le courant, et la section d'écoulement des eaux, même pendant les crues, ne subit aucune réduction du fait de la construction de l'ouvrage.

IV. — Emplacement des viaducs.

45. Il est bien rare qu'on ait à construire un viaduc pour une route ordinaire. Mais lorsqu'il s'agit de faire traverser une vallée à un chemin de fer, à un canal, ou à un aqueduc, et que la hauteur de la plate-forme du passage au-dessus du fond de la vallée est trop grande pour qu'on puisse traverser en remblai, la construction d'un viaduc s'impose. On voit que, dans ces conditions, le passage se fait ordinairement en dehors des limites que les plus hautes crues peuvent atteindre, de sorte qu'on n'a pas, en général, à se préoccuper de l'action des eaux dans la détermination de l'emplacement d'un viaduc.

D'autres considérations doivent inter-

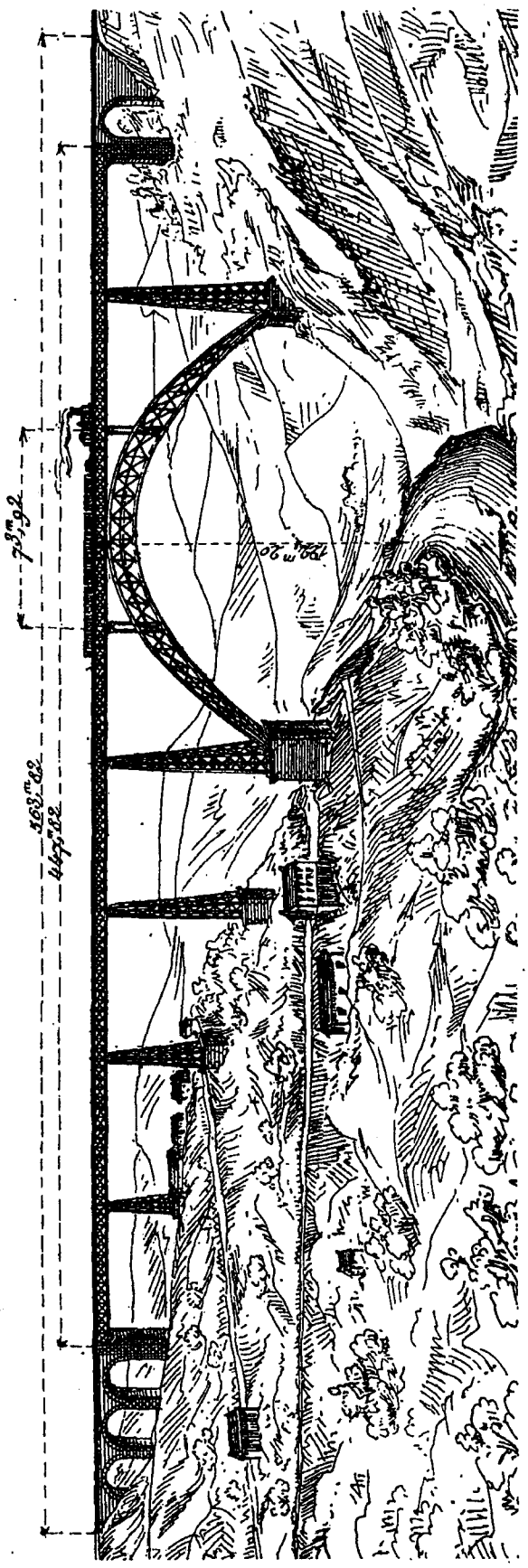


Fig. 45.

venir, et parmi celles qui influent le plus sur le choix de l'emplacement, il faut mettre au premier rang l'utilité qu'il y a à établir l'ouvrage sur un bon terrain de fondation. Il est essentiel quand on rencontre le rocher comme terrain de fondation, de s'assurer qu'on est en présence d'un rocher solide appartenant à de grands massifs et non pas de blocs éboulés. Lorsque le passage en terrain solide n'est pas possible, ce qui arrive par exemple dans les vallées à fond de vase, dans le voisinage de la mer, les difficultés à vaincre sont d'autant plus grandes que le viaduc est plus lourd. Mais ces circonstances défavorables sont heureusement assez rares et, le plus souvent, on rencontre un bon sol de fondation dans une assez grande étendue de la vallée à traverser. On doit donc passer de préférence là où les fondations pourront se faire avec le plus de facilité et où les coteaux se prêteront le mieux à l'établissement des culées.

En outre, il faut, par une étude attentive du terrain, et en tenant compte des exigences du tracé, chercher la traversée la moins longue possible.

On étudiera avec soin les parties les plus étroites de la vallée, et on fera bien, en général, de pousser assez loin cette exploration, car il arrive quelquefois qu'en modifiant un peu le tracé primitif on arrive à trouver une solution très avantageuse.

C'est ce qui est arrivé pour le viaduc de Garabit, établi sur la rivière de la Trueyre coulant au fond d'une gorge profonde et étroite, dont nous donnons une reproduction d'après une photographie (*fig.* 45) prise à l'endroit du viaduc même.

Ce viaduc donne passage au chemin de fer de Marvejols à Neussargues, et le choix de son emplacement sur la profonde coupure connue sous le nom de vallée de Garabit, montre que la solution la plus hardie peut être quelquefois la plus avantageuse.

Il avait tout d'abord paru naturel de descendre des plateaux, côté Marvejols, et de remonter sur le plateau opposé, en utilisant les vallées de l'Arcomie et du Mongon, deux affluents de la Trueyre, dont les embouchures se font vis-à-vis et dont la

direction générale est à peu près celle que devait avoir la voie ferrée.

Ce tracé à flanc de coteau, dans des vallées schisteuses, présentant des conditions d'exécution difficiles et coûteuses, avait été approuvé par une décision ministérielle de 1877, lorsque M. Boyer, ingénieur des Ponts et chaussées, à la suite d'un examen approfondi de la constitution du sol, fut conduit à une solution plus avantageuse et d'une grande hardiesse. Cette solution consistait à rester constamment sur les plateaux au lieu de descendre dans les vallées de l'Arcomie et du Mongon, d'ailleurs moins peuplées et moins fertiles que les plateaux. Mais il fallait franchir la gorge de la Trueyre sur une longueur de 550 mètres et à une altitude considérable, 125 mètres environ au-dessus de la partie la plus profonde de la vallée. C'était là le côté difficile et délicat du problème à résoudre. On eut recours à M. Eiffel, qui possédait l'expérience d'une traversée analogue sur le Douro précédemment exécutée par lui. A M. Boyer revient l'honneur d'avoir étudié et proposé un tracé aussi hardi; à M. Eiffel celui d'avoir démontré la possibilité d'exécution d'un viaduc dans d'aussi exceptionnelles conditions de longueur et de hauteur, possibilité sans laquelle la traversée n'eût pas pu être réalisée.

Avec l'emplacement choisi définitivement pour la traversée de la Trueyre, on a pu réaliser une économie considérable dans les dépenses de construction de la ligne, et on a réduit de 60 mètres environ la hauteur à racheter de chaque côté de la rivière par la voie ferrée, et enfin, les localités sont bien desservies.

Lorsque l'emplacement du viaduc paraît devoir être situé en amont d'un confluent, il ne faut pas hésiter à rechercher la possibilité d'une traversée placée au contraire en aval, même en modifiant un peu le tracé primitif, car on peut, de cette manière, remplacer les deux viaducs, à établir sur la rivière et son affluent par un seul, à établir en aval du point où se fait la réunion des eaux. Il y a souvent économie à adopter une telle solution.

§ V. — *EMPLACEMENT DES PONTS A LA TRAVERSÉE DES ROUTES ET CHEMINS DE FER*

46. Les routes et les chemins de fer peuvent se croiser entre eux de trois manières différentes. Le *passage supérieur* est celui qui fait passer une route au-dessus d'une voie ferrée; le *passage inférieur* est celui qui fait au contraire passer la route au-dessous de la voie; enfin le *passage à niveau* se produit par une rencontre des deux voies au même niveau.

I. — Passages inférieurs.

47. Lorsqu'à l'endroit de la rencontre de la route et du chemin de fer, il existe entre les deux tracés une dénivellation suffisante, on adopte généralement une forme plein-cintre pour l'intrados de la voûte, et, en tous cas, la traversée peut se faire au point de rencontre des deux tracés.

Ici, comme pour les ponts placés sur cours d'eau, qui ne sont du reste autre chose que des passages inférieurs d'un autre genre, on doit éviter les ponts biais autant que possible.

Or, comme la rencontre ne se fait pas ordinairemnt à angle droit, et que, d'autre part, la route a un tracé plus élastique que le chemin de fer, il y a lieu, le plus souvent, de faire subir une déviation à la route pour lui donner une direction normale à celle du chemin de fer à l'endroit de la traversée.

D'autres fois, lorsque les deux voies sont à des niveaux qui ne permettraient pas l'établissement du passage inférieur dans les conditions normales de hauteur, il faut modifier le nivellement de l'une des voies. C'est encore ici sur la route qu'on devra opérer, car on dispose en ni-

vellement d'une latitude beaucoup plus grande pour la route que pour le chemin de fer. En donnant à la déviation de la route un développement convenable, on arrive presque toujours à gagner la différence de niveau nécessaire pour la construction du passage inférieur. Cependant, lorsqu'il ne manque que peu de hauteur, on se borne à remplacer simplement la voûte plein-cintre par une voûte surbaissée, ou mieux par un tablier métallique.

Nous reviendrons sur ces hauteurs nécessaires quand nous nous occuperons des dimensions générales des ponts.

II. — Passages supérieurs.

48. Pour les passages supérieurs, il peut arriver qu'on ait un excès de hauteur entre les deux tracés, ce qui conduit à construire un pont très élevé au-dessus du chemin de fer. Et comme l'évasement des talus augmente rapidement à mesure qu'on s'élève, ce surcroît de hauteur oblige à un accroissement de la longueur de l'ouvrage. La longueur peut même devenir assez grande pour qu'une seule arche soit insuffisante à assurer la traversée. Il faut alors avoir des points d'appui intermédiaires, ce qui entraîne immédiatement à construire un ouvrage important et dispendieux.

Encore dans ce cas, il vaut mieux ramener la hauteur du pont à des dimensions normales par une déviation de la route.

La traversée n'est pas toujours aussi facile à réaliser avec ces conditions de normalité et de différence de niveau, quand il s'agit de la rencontre de deux voies ferrées, car alors, les tracés des deux voies sont peu flexibles, aussi bien en plan qu'en hauteur. Aussi il arrive souvent en ce cas que les ponts biais ne peuvent être évités.

Quant à la hauteur nécessaire à réserver entre les deux voies, elle est absolument imposée et doit être obtenue dans tous les cas.

Nous ne dirons rien pour le moment des passages à niveau. Nous n'en parlerons que pour montrer les avantages et les inconvénients qu'il y a à adopter un passage à niveau plutôt qu'un passage inférieur ou supérieur, quand nous nous occuperons du choix à faire entre les divers systèmes de traversées.

49. On vient de voir que le choix de l'emplacement d'un pont est quelquefois difficile surtout quand il s'agit de la traversée d'un cours d'eau en rase campagne; car, en dehors de la recherche du tracé normal, du bon terrain de fondation, de la fixité du lit, etc..., ce choix dépend aussi de la nature des crues, de leur force, de leur fréquence, des effets qu'elles produisent et des moyens dont on dispose pour garantir les fondations de l'ouvrage projeté.

Il faut, en outre, que le pont puisse donner passage au débit maximum du cours d'eau, lors des plus fortes crues, et cela dans des conditions telles que la solidité des fondations soit complètement assurée.

Or, l'emplacement du pont peut avoir une influence sur la manière dont se fera l'écoulement des crues, de sorte que le débouché à donner au pont et son emplacement se trouvent parfois intimement liés.

Toutes ces questions se tiennent plus ou moins, ce qui rend très complexe la solution des problèmes : choix de l'emplacement et calcul du débouché.

En ce qui concerne le choix de l'emplacement du pont, les considérations précédemment développées pourront guider sans doute, mais il ne faut pas oublier qu'on doit étudier la question sous toutes ses faces, avec le plus grand soin.

D'ailleurs ce que nous allons dire des crues et du régime des rivières, ainsi que des moyens à employer pour défendre les ouvrages contre les effets destructeurs des courants débordés, complétera les questions à envisager dans le choix de l'emplacement.

CHAPITRE II

DÉBOUCHÉ A DONNER AUX PONTS

§ I. — *CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES*

50. On appelle *débouché* d'un pont la *section transversale* qu'il offre à l'écoulement des eaux.

Le *débouché linéaire* est l'espace libre qui existe entre les appuis du pont, mesuré dans la longueur de l'ouvrage. C'est une longueur, tandis que lorsqu'on dit simplement débouché, on entend désigner une surface ou section d'écoulement.

Le calcul du débouché d'un pont repose sur des bases qu'il est parfois très difficile d'apprécier exactement. Ce calcul est cependant de la plus grande importance, et il est indispensable de le faire quand on a un de ces ouvrages à établir — Sans doute, on n'arrivera pas à soumettre à un calcul rigoureux cette question du débouché des ponts, mais il est souvent possible néanmoins de se rendre approximativement compte des dimensions qui sont nécessaires.

Le débouché doit être suffisant pour que toute l'eau des plus fortes crues puisse être débitée sans qu'il en résulte aucun inconvénient, ni au point de vue de la solidité des fondations, ni au point de vue des dégâts qui pourraient se produire en amont ou en aval de l'ouvrage.

Théoriquement, le débouché, quel qu'il soit, est toujours assez grand pour débiter un volume d'eau quelconque ; mais pratiquement, la vitesse des courants ne doit pas dépasser certaines limites.

Si le débouché est trop petit, l'eau s'accumule d'abord en amont du pont et forme ce qu'on appelle des *remous*. Le plan d'eau s'élevant en amont, la hauteur de chute augmente à l'endroit de l'ouvrage et, par suite, la vitesse augmente.

Elle augmente d'autant plus que les remous s'élèvent davantage, et elle peut dépasser la limite pour laquelle le fond de la rivière est attaqué. Il y a alors à craindre les affouillements des fondations des piles et culées. — De plus, l'élévation du plan d'eau en amont peut provoquer des inondations et causer des désastres, s'il y a des lieux habités à proximité de l'ouvrage.

Si le débouché est trop grand, il se produit des atterrissements dans le lit de la rivière, et au moment des crues, une partie de la section d'écoulement se trouve paralysée. — En outre, lorsque la crue se forme, les atterrissements peuvent faire prendre aux courants des directions obliques sur les piles.

Donc, un débouché trop grand présente des inconvénients, aussi bien qu'un débouché trop petit. Il est, par conséquent, indispensable de déterminer à peu près le débouché d'un pont, afin d'éviter les inconvénients que nous venons de signaler.

51. La méthode à employer pour la détermination d'un débouché varie avec les données du problème.

Lorsque des ponts existent déjà sur le cours d'eau, surtout à proximité de l'ouvrage projeté, on peut opérer *par comparaison*. Cette méthode est rarement applicable, d'abord parce qu'il n'y a pas toujours des ponts déjà construits à proximité de l'emplacement choisi, et ensuite parce que, même lorsque ces ponts existent, il peut y avoir, entre eux et l'ouvrage en projet, des particularités influençant considérablement la grandeur du débouché. Nous reviendrons du reste

sur cette question; on verra alors avec quelle prudence on doit faire emploi de cette méthode.

52. Un autre moyen de détermination du débouché repose sur la connaissance de la superficie des bassins que le pont doit desservir, la nature géologique du sol, la pente des coteaux, la manière dont les phénomènes météorologiques se produisent dans la contrée, etc... Dans ce cas, on aura à étudier la quantité maximum de pluie qui peut tomber sur la surface des bassins pendant un temps donné, et, ce qu'il importera de connaître surtout, c'est le rapport entre la quantité d'eau tombée et la quantité qui va au cours d'eau car c'est cette dernière quantité qui produit les crues. Ce rapport ou *coefficient d'écoulement* varie dans de larges limites, comme on le verra plus loin. Il est surtout influencé par la perméabilité des terrains, par l'évaporation, par la saturation du sol avant les pluies qui déterminent les crues, etc...

Le régime d'un cours d'eau n'est pas le même dans un terrain perméable que dans un terrain imperméable. Dans le premier on a des cours d'eau tranquilles, tandis que dans le deuxième ce sont des cours d'eau torrentiels qui prennent naissance. Entre ces deux états extrêmes, on rencontre la série complète des cours d'eau mixtes, plus ou moins rapides ou tranquilles, selon que les terrains imperméables ou perméables occupent une proportion plus ou moins grande de la surface des bassins.

Les crues des rivières torrentielles n'ont pas la même allure que celles des rivières tranquilles. Les premières sont violentes, à débits relativement considérables, et de courte durée; les autres se forment lentement et durent longtemps; leur débit est beaucoup moindre pour une même quantité d'eau, puisqu'il se répartit sur une durée d'écoulement beaucoup plus grande.

On voit que la rapidité avec laquelle une crue se forme, la quantité maximum d'eau qu'elle peut fournir dans un temps donné à l'endroit du pont, sa hauteur, sa vitesse de propagation, etc..., sont la résultante de causes très diverses qu'il est nécessaire d'étudier, si on veut se rendre compte approximativement des conditions d'établissement du pont à construire.

Quand on aura à calculer le débouché d'un pont par cette méthode, il faudra s'entourer de tous les éléments du calcul, à savoir: la quantité maximum de pluie qui tombe à la surface des bassins considérés, le coefficient d'écoulement dans les conditions les plus défavorables, le régime du cours d'eau et les causes qui influent sur la formation et la propagation des crues.

Nous examinerons avec quelques détails ces divers éléments du calcul, car il importe, pour la détermination du débouché d'un pont, de pouvoir apprécier aussi exactement que possible ce qui se passera au moment des plus grandes crues.

53. Lorsqu'on possède les résultats d'observations régulièrement faites, sur le régime de la rivière, la hauteur et le débit des plus fortes crues connues, à l'endroit où le pont doit être établi, la solution du problème est un peu plus facile. Il faut alors savoir calculer la section libre transversale nécessaire pour que le débit maximum puisse avoir lieu, avec une vitesse ne dépassant pas celle qui produirait des affouillements dangereux, et aussi pour qu'il ne se forme pas à l'amont des remous trop considérables. Nous aurons donc à montrer comment on calcule la section d'écoulement quand on connaît les profils en long et en travers du lit du cours d'eau aux environs de l'emplacement choisi, comment les remous se forment, quels gonflements ils produisent à l'amont et quelles chutes en résultent à l'aval. Cette méthode suppose que les débits du cours d'eau sont connus.

Quand ils ne sont pas connus il faut les calculer, et par conséquent, nous aurons à indiquer comment on les détermine par la mesure directe des profils en travers et de la vitesse moyenne. Enfin, nous étudierons en particulier chacune des méthodes de détermination du débouché d'un pont, dont nous venons de donner un aperçu rapide. Nous terminerons par quelques règles empiriques, dont on fait quelquefois usage faute de données suffisamment précises.

§ II. — *DES PLUIES*

I. — Pluviomètres.

54. La détermination de la hauteur moyenne d'eau tombée sur une grande région est très difficile, à cause des inégalités de répartition à la surface.

Le phénomène de la pluie est, en effet, très irrégulier dans ses manifestations locales, et c'est surtout dans les régions montagneuses que cette irrégularité se rencontre au plus haut degré, car là se forment de nombreuses perturbations dans la marche générale des nuages pluvieux.

Aussi, n'est-il pas rare de constater des hauteurs de pluie très différentes dans un espace assez restreint, différences qui établissent nettement que la pluie est assez fréquemment un phénomène local et que son intensité peut subir des variations importantes entre des points très rapprochés.

Or, les *pluviomètres* ou *udomètres*, appareils qui mesurent la hauteur de pluie tombée en un lieu, sont forcément espacés les uns des autres, de sorte qu'en raison des inégalités dont nous venons de parler, leurs indications ne peuvent donner qu'une *moyenne approximative*. — Il serait à désirer que ces appareils se répandissent et qu'un service très étendu fût organisé. Dans ces dernières années de grands progrès ont été réalisés à ce point de vue, mais il reste néanmoins beaucoup à faire. — Cependant les pluviomètres ne sont pas des appareils bien compliqués ni bien difficiles à installer. — Nous allons décrire ceux qui sont le plus employés.

PLUVIOMÈTRE A NIVEAU D'EAU

55. Le pluviomètre à niveau d'eau est encore en usage dans un grand nombre de stations. Il se compose essentiellement d'un réservoir cylindrique B (*fig.* 46), d'environ $0^m,20$ de diamètre, terminé à sa partie supérieure par un entonnoir A surmonté d'une hausse cylindrique, et portant latéralement un tube vertical en verre C ou niveau d'eau. L'eau qui tombe dans l'entonnoir A, passe en B et là elle est à peu près à l'abri de l'évaporation. Elle prend son niveau dans le tube C gradué en millimètres, sur lequel on peut lire la hauteur. — Comme à la longue l'évaporation pourrait encore faire varier un peu le niveau de l'eau, il faut avoir soin de noter fréquemment les cotes de niveau. — Le bord supérieur de la hausse A doit être

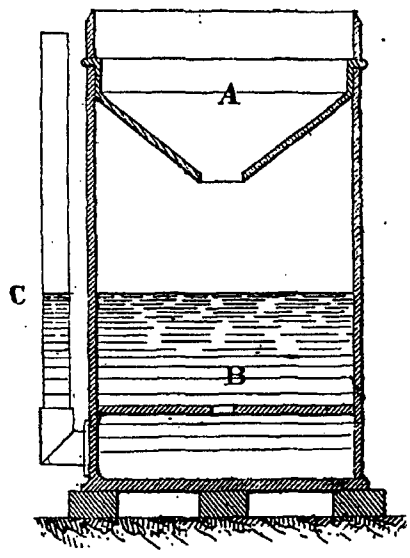


Fig. 46.

taillé en biseau extérieurement, le parement intérieur restant droit. On évite ainsi le rejaillissement des gouttes d'eau qui tomberaient sur le bord de la hausse.

Pour que cet appareil donne des indications à peu près exactes, il faut que la surface d'ouverture de la hausse de l'entonnoir soit égale à la somme des surfaces du cylindre B et du tube C. Ces deux derniers cylindres doivent aussi avoir un diamètre parfaitement uniforme sur toute leur hauteur.

PLUVIOMÈTRE TOTALISATEUR DE M. HERVÉ MANGON

56. Ce pluviomètre, construit par M. Hervé Mangon et adopté pour le service hydraulique des ponts et chaussées, se compose d'un entonnoir *a* (*fig.* 47) portant un robinet *b* à sa partie inférieure, lequel est en communication avec une virole *c* soit directement, soit par l'intermédiaire

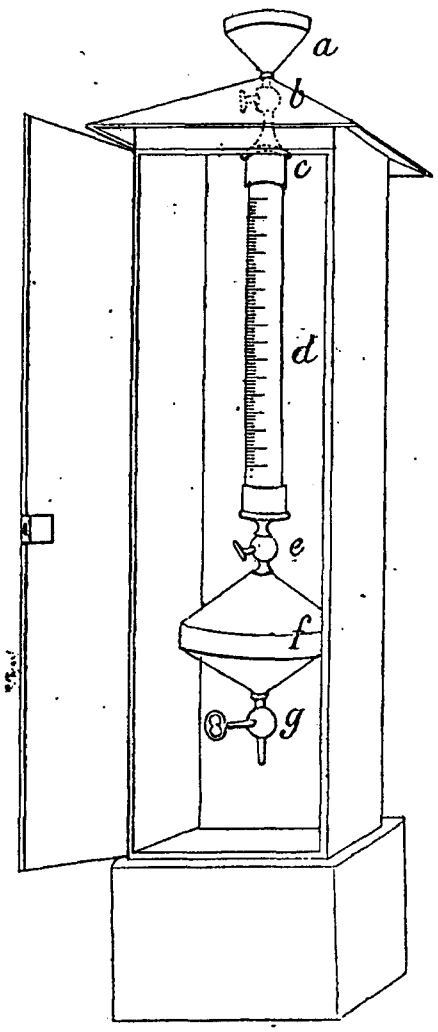


Fig. 47.

d'un tube en caoutchouc. Dans cette virole est enchâssé un tube de verre *d* gradué en millimètres, portant à sa partie inférieure une autre virole mise en communication, par le robinet *e*, avec un réservoir *totalisateur* *f*, fermé à sa partie inférieure par un autre robinet *g*.

Le robinet *b* étant ouvert, la pluie qui tombe dans l'entonnoir *a* passe dans le tube en verre *d* où elle est retenue par la fermeture du robinet *e*. Si la section du tube *d* est une fraction de celle de l'entonnoir *a*, la dixième partie par exemple, la hauteur d'eau dans le tube sera dix fois plus grande que celle qui se serait produite dans la hausse cylindrique de l'entonnoir si l'eau avait pu y rester. En lisant des millimètres sur le tube, on appréciera par conséquent des dixièmes de millimètre pour la hauteur d'eau tombée.

Une observation étant terminée et inscrite, on ouvre le robinet *e* et l'eau du tube *d* s'emmagasine dans le réservoir *f* qui totalise ainsi le volume d'eau de plusieurs observations.

En ouvrant le robinet *g* on peut recueillir l'eau contenue dans le réservoir *f* et contrôler les résultats des observations faites, puisque le volume d'eau du réservoir *f* doit correspondre exactement à la somme des hauteurs observées.

Le rapport un dixième, que nous avons indiqué entre les sections de l entonnoir et du tube, n'a rien d'absolu. Il oblige à donner au tube une grande longueur, aussi quelquefois il vaut mieux adopter un rapport plus élevé, un quart ou un cinquième par exemple.

INSTALLATION DES PLUVIOMÈTRES

57. La bonne installation des pluviomètres n'est pas sans influence sur l'exactitude des résultats observés.

« Parmi les défauts que présente souvent l'installation des pluviomètres, il en est un sur lequel nous ne saurions trop insister, c'est l'établissement des instruments sur les toits. Ce genre d'emplacement a été fréquemment adopté à une époque où l'on n'avait sur cette question qu'un très petit nombre d'expériences comparatives. On peut dire d'une manière générale que, partout où un pluviomètre a été établi de cette manière, il faut en installer un à quelque distance, à peu près au niveau du sol, dans un espace

bien découvert, de manière à contrôler les anciennes observations. La quantité de pluie accusée par les pluviomètres disposés sur les toits est souvent, en effet, très inexacte. L'installation matérielle, toujours plus coûteuse, est soumise à de fréquents dérangements : les entonnoirs, qu'on ne peut pas visiter souvent, peuvent s'emplir de poussière ou de feuilles mortes : les tubes en caoutchouc, dont on se sert souvent pour faire communiquer l'entonnoir au récipient, se détériorent par suite de différentes causes, et donnent lieu à des fuites dont on est quelquefois longtemps à s'apercevoir. Enfin, en supposant l'instrument en parfait état, les remous peuvent changer notablement la quantité de pluie qu'il reçoit, et il est impossible d'évaluer *a priori* cette perturbation. » (Résumé des observations du service hydrométrique du bassin de la Seine, par M. Lemoine, ingénieur des ponts et chaussées.)

« Le pluviomètre sera placé dans un lieu bien découvert, loin des murs ou de bâtiments élevés, sans être néanmoins trop exposé au vent et à une faible hauteur au-dessus du sol (1 à 2 mètres). Quand on l'établit sur des toits ou des points élevés au-dessus du sol, on recueille une quantité d'eau moindre. Si cette dernière position était commandée par l'état des lieux, elle serait consignée sur les feuilles d'observations. En temps de neige ou de gelée, on placera une ou deux veilleuses dans la caisse en bois de l'instrument, pour faire fondre la neige, éviter qu'elle soit entraînée par le vent et empêcher le pluviomètre de se fendre par la gelée. » (Annuaire météorologique de 1872; M. Marié-Davy.)

II. — Quantité de pluie et sa répartition

58. *Influence de l'altitude et du voisinage de la mer.* — Les quantités de pluie qui tombent à la surface du sol sont influencées par le voisinage de la mer, l'altitude et les accidents topographiques.

C'est M. Belgrand, le fondateur de la science hydrologique qui a pu, en 1865, poser le principe de la distribution des pluies, en observant que, dans le bassin de la Seine, *la quantité de pluie augmente avec l'altitude et diminue à mesure qu'on s'éloigne de la mer.*

Cette loi a été pleinement confirmée depuis par de nombreuses observations pluviométriques, faites dans le bassin de la Seine de 1832 à 1880, dont les résultats sont consignés dans un manuel hydrologique publié par le service hydrométrique. — Ce manuel, qui a été rédigé par M. de Préaudeau, ingénieur des Ponts et chaussées, sous la direction de M. Lemoine, ingénieur en chef, contient en outre de nombreux documents relatifs à la perméabilité des terrains et au régime des rivières. — Un résumé fort bien fait en a été publié par M. Allard, inspecteur général des Ponts et chaussées, dans les annales de 1884. Nous lui empruntons la plupart des chiffres qui suivent.

Dans la région voisine de la mer (le Havre, Caudebec, Rouen, Gournay, Yvetot) la hauteur de pluie présente une *moyenne* annuelle de $0^m,84$ pour une altitude *moyenne* de 69 mètres. Dans la région suivante, en s'éloignant de la mer, région qui correspond à Paris (Beauvais, Compiègne, Senlis, Pontoise, Etampes, Rambouillet, Paris), on a constaté une moyenne de hauteur de pluie de $0^m,57$, pour une altitude moyenne de 73 mètres, peu différente de la précédente. Par conséquent, l'altitude restant à peu près la même, la quantité de pluie diminue à mesure qu'on s'éloigne de la mer, puisqu'elle passe de $0^m,84$ à $0^m,57$.

En allant toujours dans le même sens, sept stations de la Champagne sèche ont donné une hauteur moyenne de pluie de $0^m,64$ pour une altitude moyenne de 115 mètres. Dans la Champagne humide, douze stations placées à une altitude moyenne de 164 mètres, ont donné une moyenne de $0^m,74$ de pluie. Enfin dans la Bourgogne, on a eu $0^m,81$ de pluie pour 217 mètres d'altitude moyenne.

On voit que, à mesure que l'altitude augmente en passant par les valeurs successives 73, 115, 164 et 217 mètres, la quantité moyenne de pluie augmente aussi et passe par les valeurs croissantes $0^m,57$; $0^m,64$; $0^m,74$, $0^m,81$. On voit en outre que,

dans le bassin de la Seine, une altitude de 217 mètres compense à peu près l'effet de l'éloignement de la mer, puisque dans la région voisine de la mer on a une moyenne de $0^m,84$ et qu'on a sensiblement le même chiffre, $0^m,81$ dans la Bourgogne pour une altitude de 217 mètres.

L'augmentation de la quantité de pluie à mesure que l'altitude s'élève, se vérifie du reste de plus de plus à partir de la Bourgogne. Le sol se relève rapidement; neuf stations voisines de la ligne de faîte en dehors du Morvan, et placées à l'altitude moyenne d'environ 360 mètres, donnent une hauteur de pluie de $0^m,96$ en moyenne. Aux Settons, en remontant le Morvan, on trouve $1^m,76$ de pluie pour une altitude de 596 mètres, et enfin, sur le haut Folin, sommet du Morvan, à l'altitude de 902 mètres, on trouve une hauteur de pluie de $2^m,04$.

La loi qui lie la hauteur des pluies à l'altitude et à l'éloignement de la mer est donc parfaitement vérifiée par ces résultats de nombreuses observations.

Il en résulte qu'il existe un maximum de hauteur de pluie aux deux extrémités du bassin de la Seine et que la région centrale présente un minimum.

59. *Influence des accidents topographiques.* — Si on construisait une courbe représentative de la variation de la hauteur d'eau tombée, pour une variation uniforme de l'altitude, en portant les altitudes sur une droite horizontale et les hauteurs de pluie sur des verticales correspondantes, on verrait que, même dans le bassin de la Seine, la courbe aurait une forme assez irrégulière. Cela tient à ce que l'influence de l'altitude est assez fréquemment contrariée par des influences topographiques locales. L'orientation des obstacles opposés aux vents pluvieux peut en effet donner lieu à des divergences importantes entre les chiffres réellement observés et ceux qui résulteraient de la loi de l'augmentation avec l'altitude. Cependant, dans le bassin de la Seine, ces divergences sont faibles; il n'en est pas toujours de même.

« Les obstacles opposés au vent ont une influence majeure sur le phénomène de la pluie. Lorsque le vent pluvial rencontre une éminence qui l'oblige à s'élever, un double effet se produit : l'ascension de l'air amène par elle-même un refroidissement et par suite une condensation de vapeur; mais, en outre, le courant atmosphérique, dévié de sa direction, subit un frottement contre la surface refroidie de la terre et la pluie est, comme on l'a dit, mécaniquement exprimée des nuages. Pour ces raisons, il pleut davantage sur les caps que sur les côtes ouvertes; mais, dans les *fiords* profonds de la Norvège, le vent pluvial, brusquement arrêté par une muraille de rocher, dépose un maximum de pluie. » (M. Cézanne, étude sur les torrents des Hautes-Alpes.)

Cette influence des obstacles est nettement accusée dans la Lozère, où elle masque complètement la loi de l'altitude. — Ainsi, le traité d'hydraulique de M. Duponchel donne les chiffres suivants :

NOMS DES VILLES	ALTITUDE	HAUTEUR DE PLUIE
	m.	mil.
Villefort	580	1 741
Saint-Germain de Calberte	450	1 398
Montmirat	1030	455
Marvejols	640	432
Mende	720	466

« On ne saurait contester, dit M. l'ingénieur Duponchel, que sur les flancs et dans les vallées des montagnes qui surgissent brusquement au-dessus des plaines, la quantité d'eau pluviale n'aille en augmentant très rapidement. A Bigorre et à Sarrancolin, au pied des Pyrénées, elle est à peu près deux fois plus forte qu'à Agen, au centre de la vallée de la Garonne. Elle doit être bien plus grande encore dans les hautes vallées de la montagne qui pénètrent dans la région des nuages. Les observations, continuées à Sarrancolin sur le débit de la Neste pendant une période de neuf ans, accusent un cube moyen de $35^m,50$ par seconde. Comparé à la surface d'un bassin qui ne dépasse pas 57 000 hectares, ce débit représente l'écoulement annuel d'une tranche de près de 2 mètres de hauteur à laquelle il faudrait ajouter, pour avoir l'eau pluviale, celle qui est absorbée par l'évaporation ou les infiltrations artésiennes dans les

couches inférieures du sol. La tranche d'eau pluviale à Sarrancolin ne dépassant pas 1m,40, il faut admettre des hauteurs de 3 à 4 mètres dans les régions les plus élevées des Pyrénées. »

60. *Influence des climats et des saisons.* — M. Martin divise la France en cinq climats :

Le climat Séquanien (bassin de la Seine) ;

Le climat Vosgien (bassin du Rhin et de la Moselle) ;

Le climat Rhodanien (bassin du Rhône au-dessus de Lyon) ;

Le climat Girondin (bassin de la Gironde) ;

Le bassin Méditerranéen (bords de la Méditerranée) ;

Voici un tableau qui montre l'influence des climats et celle des saisons.

CLIMATS	PLUIES millimètres	PROPORTION POUR CENT PENDANT				NOMBRE de jours de pluie
		l'hiver	le printemps	l'été	l'automne	
Séquanien	548	21	22	30	27	140
Vosgien	669	19	23	31	27	137
Rhodanien	946	20	24	23	33	107
Girondin	586	25	21	23	33	130
Méditerranéen	651	25	24	11	40	53

M. Dausse avait remarqué que la saison froide (novembre-avril) recevait moins de pluie à Paris que la saison chaude (mai-octobre). M. Lemoine a montré, en se basant sur des observations faites dans le bassin de la Seine, que le rapport de la quantité de pluie pendant la saison chaude, à la quantité annuelle varie de 0m,46 pour le haut Morvan à 0m,60 pour Paris, ce qui fait une moyenne de 0m,53. — On peut dire qu'en général ce rapport est supérieur à 50 pour 100 dans les régions où la hauteur de pluie est faible, et qu'il s abaisse au-dessous de 50 pour 100 dans celles qui reçoivent des pluies abondantes.

L'influence de la saison sur le nombre des jours pluvieux est mise en évidence, pour certains pays de l'Europe, par les chiffres du tableau suivant :

LIEUX D'OBSERVATION	HAUTEUR de pluie annuel (millimètres)	NOMBRE de jours pluvieux	PROPORTION P. °/. DES JOURS PLUVIEUX PENDANT			
			l'hiver	le printemps	l'été	l'automne
Angleterre (Penzance)	560	164	29.9	22.6	20.5	27.0
France (Paris)	550	159.7	23.8	24.3	25.4	26.4
Allemagne (Erfurt)	330	131	23.6	24.0	27.7	24.7
Hongrie (Pesth)	418	111.7	25.9	26.9	23.6	23.7
Russie (Kazan)	»	90	27.5	25.1	19.7	27.7
Sibérie (Nertschinsk)	traces	59.7	8.4	28.9	43.0	19.7

61. Les chiffres que nous avons donnés jusqu'à présent sont des *moyennes* établies d'après des observations faites pendant un plus ou moins grand nombre d'années ; mais la hauteur de pluie varie beaucoup d'une année à l'autre.

On appelle *années sèches* ou *années humides* celles qui correspondent aux minima ou aux maxima de cette variation.

Si on considère une période de vingt années, de 1861 à 1880, on trouve que, aux Settons par exemple, la hauteur de pluie a varié de 1m, 32, pour l'année la plus sèche, à 2m,70 pour l'année la plus humide (moyenne 1m,75) ; à Châtillon, la variation a été de 0m,63 à 1m,07 (moyenne 0m,81) ; à Paris elle a été constatée de 0m,34 à 0m,76 (moyenne 0m,59) ; à Rouen de 0m,53 à 0m,85 (moyenne 0m,71). Enfin pour l'ensemble du bassin de la Seine, l'année la plus sèche, 1870, a donné 0m 49 de pluie, et l'année la plus humide, 1866,

en a donné 0m,89. Or, la moyenne générale étant de 0m,68, on peut dire que, dans le bassin de la Seine, la quantité de pluie tombée dans les années les plus sèches ou les plus humides diffère de la moyenne générale de 2 dixièmes environ en moins ou en plus.

62. Voici, en outre, quelques autres chiffres de hauteur de pluie tombée dans diverses localités. Le tableau ci-dessous s'applique au bassin de la Seine:

STATIONS	ALTITUDE en mètres	HAUTEUR de pluie en millimèt.
BASSIN DE L'YONNE		
Les Settons (Morvan)	596	1750
Château-Chinon	557	1143
Saulieu	539	1044
Pouilly (Côte-d'Or)	395	721
Thenissey (Côte-d'Or)	300	786
Auxerre	122	682
Tonnerre	140	700
Joigny	82	618
Sens	82	626
BASSIN DE L'AISNE		
Sainte-Ménehould	145	639
Montagne voisine de Sainte-Menehould	181	751
Reims	81	470
Soissons	51	462
BASSIN DE L'OISE		
Hirson (Ardennes)	196	768
Laon	186	654
Beauvais	79	559
Pontoise	33	501
BASSIN DE LA MARNE		
Langres, vallée	339	1006
Langres, plateau	469	879
Chaumont, plateau	330	966
Chaumont, vallée	256	920
Vassy	183	765
Bar-le-Duc	196	861
Vitry-le-François	107	664
BASSIN DE LA SEINE		
Chanceaux (Côte-d'Or)	465	960
Chatillon-sur-Seine	225	712
Bar-sur-Seine	157	917
Barberey (Aube)	97	444
Melun	49	457
Paris	»	556
Rouen	43	793
Fatouville, Le Hâvre	89	924

Dans le climat Méditerranéen, on note, d'après M. Cézanne:

Marseille	512 millimètres
Toulon	505 —
Nîmes	640 millimètres
Montpellier	770 —
Viviers	900 —
Joyeuse	1300 —

Pour la région du Jura, M. Leveillé donne les chiffres suivants:

STATIONS	ALTITUDE en mètres	HAUTEUR de pluie en millimèt.
Pierre-Châtel	161	1260
Varambon	233	1112
Saint-Rambert	310	1592
Syam	365	1741
Saint-Claude	444	1458
Pontarlier	840	970
Fort Dejoux	1001	1177
Saint-Cergues	1045	1560

A Alger, d'après les observations de M. l'ingénieur Aymard, la hauteur moyenne annuelle est de 944 millimètres se répartissant ainsi qu'il suit entre les divers mois de l'année:

Janvier.	128	Mai.. 44	Septembre. 33
Février.	148	Juin. 7	Octobre .. 78
Mars .:.	79	Juillet 0,15	Novembre. 155
Avril...	88	Août. 8	Décembre. 175

Aux Etats-Unis d'Amérique et aux Antilles, on a trouvé les nombres suivants pour les hauteurs annuelles de pluie.

Etat de New-York	1m,00
Philadelphie	0m,97
Baltimore	1m,01
Nouvelle-Orléans	1m,20
Saint-Domingue	3m,05
Maranhao (près de l'Equateur)	7m,00

III. — Durée et intensité des plus fortes pluies.

63. La question de la *durée et de l'intensité des plus fortes pluies* est celle qui présente le plus d'intérêt pratique au point de vue de la détermination du débouché des ponts. — L'effet peut être différent selon que la pluie est d'une intensité moyenne et qu'elle a une longue durée, ou que sa durée est très courte en même temps que son intensité est considérable.

Voici deux tableaux qui donnent des indications précieuses, au point de vue de

la quantité maximum d'eau qui tombe par minute pendant les plus fortes averses quelle que soit d'ailleurs la durée du phénomène, et au point de vue de la quantité maximum d'eau qui tombe par minute pendant les averses les plus courtes. — Ces chiffres sont le résultat d'observations faites à l'observatoire météorologique de Versailles par M. Bérigny, et portent sur une période de seize années, de 1860 à 1876 (note présentée à l'académie des sciences, le 18 décembre 1876, par M. Bérigny).

I. — MAXIMUM DES QUANTITÉS D'EAU TOMBÉE PAR MINUTE PAR CHAQUE ANNÉE.

		mil.
1860	— Juin 9	0,28
61	— Sept. 16	0,29
62	— Sept. 30	0,40
63	— Oct. 7	0,32
64	— Juil. 21	0,31
65	— Sept. 9	0,51
66	— Août 2	1,16
67	— Sept. 13	0,27
68	— Sept. 17	0.36
69	— Sept. 19	0.23
70	— Juil. 9	0,11
71	— Août 22	0,29
72	— Juil. 24	0,71
73	— Août 24	0,23
74	— Juil. 9	0,10.
75	— Sept. 9	0,69
76	— Sept. 9	0,27

II. — MAXIMUM DES QUANTITÉS TOTALES D'EAU TOMBÉE PENDANT LES AVERSES LES PLUS COURTES

DATES	DURÉE des averses en minutes	QUANTITÉ d'eau recueillie	MOYENNE par minutes
		mil.	mil.
2 août 1866	10	11,62	1,16
20 mai 1862	15	4,80	0,32
29 juin 1866	15	5,74	0,38
19 juin 1872	15	7,46	0.50
19 août 1866	20	15,52	0,78
24 juil. 1872	20	14,30	0,71
9 juin 1875	20	6,52	0,33
17 sept. 1868	25	9,05	0,36
30 sept. 1862	30	12,09	0,40
7 oct. 1863	30	9.71	0,32
9 mai 1875	30	10.53	0,35
16 juil. 1875	30	10,67	0.36
28 juil. 1872	40	24,78	0,62
18 mai 1865	45	17,08	0,38
9 sept. 1865	45	20,37	0,51
9 sept. 1875	45	30,90	0,69

Le premier de ces tableaux nous montre que la plus forte averse de cette période de 1860 à 1870, celle du 2 août 1866, a donné une hauteur de pluie de $1^{mm},16$ *par minute*. En comparant les deux tableaux, on voit qu'il y a peu de différence entre la *quantité maximum de pluie tombée par minute* pendant les plus fortes averses et la *moyenne par minute* de la quantité tombée pendant toute la durée des averses les plus courtes... Cela indique que les fortes averses les plus courtes ont une intensité à peu près uniforme pendant toute leur durée.

64. Les chiffres ci-dessus s'abaissent considérablement quand on considère un phénomène diurne au lieu d'un phénomène de quelques minutes de durée. Une pluie diurne présente des inégalités qui font que la quantité d'eau tombée par minute d'après une moyenne calculée sur une durée de vingt-quatre heures, est bien inférieure au maximun constaté pour un petit nombre de minutes.

Ainsi, dans le bassin de la Seine des pluies diurnes supérieures à 0^{m}, 085, en valeur absolue, sont exceptionnelles, sauf sur le Morvan. Cette hauteur de $0^{m},085$ par vingt-quatre heures, correspond à une hauteur de $0^{mm},06$ par minute. Les Settons n'ont eu depuis 1859 qu'une seule pluie de 0^{m}, 10. Des pluies diurnes de $0^{m},075$ à $0^{m},085$ ont été observées dans les stations plus basses, ayant moins de 100 mètres d'altitude. (Manuel hydrologique du bassin de la Seine.)

En dehors du bassin de la Seine, on peut citer comme exemple de pluies torrentielles de longue durée à Joyeuse (Ardèche), le 9 octobre 1827, $0^{m},79$ en vingt et une heure ; à Bleymard, sommet des Cévennes, le 13 septembre 1875, $0^{m},40$ en vingt-quatre heures ; à Gênes, le 21 octobre 1822, $0^{m},81$ en vingt-quatre heures.

65. M. Ch. Mocquery, dans le but d'étudier le régime de la Saône supérieure, a utilisé les observations hydrométriques et udométriques fort complètes que possède le service de cette rivière. Il a calculé les quantités d'eau tombées sur les bassins des divers affluents à l'aide des observations udométriques, pour une période de dix années, de 1858 à 1867.

L'emplacement des udomètres était tel que « quelques-uns d'entre eux donnent assez exactement la quantité d'eau tombée sur toute l'étendue du bassin d'un affluent, les bassins étant fort petits dans les régions supérieures. Pour d'autres au contraire, il n'en est plus ainsi, et nous avons dû, pour certains ruisseaux, combiner les indications de deux et même jusqu'à trois udomètres, en les affectant d'un coefficient, que nous avons déterminé en raison de la surface du bassin rayonnant autour de l'udomètre considéré combinée avec le relief du sol. On sait en effet que la quantité de pluie tombée dépend d'une façon très remarquable de la hauteur au-dessus du niveau de la mer, et que, toutes choses égales d'ailleurs, plus l'udomètre est élevé, plus il reçoit d'eau. — Néanmoins comme il est fort difficile d'évaluer le rayon d'action d'un udomètre nous nous sommes attaché à n'employer que des coefficients simples, car il eût été puéril de vouloir préciser davantage. »

Les observations faites dans ces conditions ont donné les *résultats moyens* suivants :

ANNÉES	HAUTEURS MOYENNES d'eau tombée
	mètres
1858	0,8633
1859	0,9806
1860	1,2168
1861	0,7676
1862	0,8460
1863	0,9098
1864	0,6765
1865	0,7178
1866	1,2525
1867	1,0283

La moyenne générale pour l'ensemble des dix années est de $0^{m},9259$.

M. Mary a fait, en 1843, des observations qui lui ont donné $0^{mc},000\,006\,6$ par mètre carré pour la quantité d'eau fournie par seconde pendant une pluie très abondante mais non orageuse, soit une hauteur de $0^{mm},4$ par minute.

Un orage excessivement violent lui a donné, dans le moment de la plus grande pluie qui a duré deux minutes seulement, un produit de $0^{mc}.000\,034\,2$ par seconde, soit une hauteur de $2^{mm},052$.

66. *Chutes de neige.* — Parmi les plus fortes chutes de neige, on peut citer les suivantes :

Nuit du 3 au 4 décembre 1879 ; hauteur de $0^{m},70$ près de Château-Chinon, de $0^{m},48$ à Saussy, de $0^{m},40$ à Saint-Seine.

Nuit du 4 au 5 décembre 1879 ; hauteur de $0^{m},43$ à Avallon.

Pour réduire ces hauteurs de neige en hauteurs correspondantes de pluie, on admet pour la neige une densité moyenne de 0,10.

IV. — Coefficient d'écoulement.

67. Une rivière quelconque ne débite pas *toute* l'eau qui tombe dans son bassin. La relation entre la quantité de pluie tombée et la quantité reçue par le cours d'eau est très variable. Il est cependant très utile d'avoir sa valeur approximative quand on a à évaluer le débit maximum d'un cours d'eau pendant ses plus fortes crues, en vue du calcul du débouché.

Cette relation s'appelle le *coefficient d'écoulement ou de ruissellement* et peut se définir : *le rapport entre la quantité d'eau qui s'écoule à la surface du sol et la quantité de pluie reçue dans le même temps.*

La valeur du coefficient d'écoulement est influencée par l'évaporation, la perméabilité du terrain, sa pente, son état de saturation au moment de la pluie, etc. Nous allons rapidement examiner ces diverses influences.

68. *Influence de l'évaporation.* M. Thomé de Gamond, dans un « mémoire sur le régime des eaux courantes en France » (nouvelles annales de la construction 1873), en se basant sur toutes les observations antérieures, à sa connaissance, et sur des expériences directes sur les débits d'un très grand nombre de cours d'eau, calcule d'une part, la quantité totale d'eau tombée dans tous les bassins de la France, et d'autre part la quantité totale d'eau *évacuée à la mer*. De ces deux chiffres on peut déduire une moyenne générale pour la France, de la relation qui existe entre la quantité d'eau tombée et celle qui est débitée ; la différence disparaissant par évaporation. Il arrive aux résultats consignés dans le tableau suivant :

DÉSIGNATION DES BASSINS	HAUTEUR moyenne de pluie annuelle	VOLUME en mètres cubes	DÉBIT EN MÈTRES CUBES	
			par seconde	par année
	m.		m.	
Bassin de la Seine.....	0,63	46.618.422.900	0,694	21.864.084.000
— de la Loire.....	0,69	75.150.500.400	0.985	31.052.960.000
— de la Gironde.....	0,82	74.251.116.600	1,178	37.149.408.000
— du Rhône.....	0,95	93.733.128.500	1,718	54.236.000.000
— du Rhin.....	0,72	27.599.680.800	1,020	7.640.000.000
— de l'Escaut.....	0,62	2.014.324.200	0,092	2.738.240.000
— de la Manche.....	0,80	38.121.032.000	0,264	8.325.704.000
— de l'Océan.....	0,82	40.522.235.200	0,348	10.954.028.000
— de la Méditerranée.....	0,65	18.071.407.000	0,187	5.897.232.000
Totaux.....		417.081.856.600		179.857.656.000

D'après ce tableau, la hauteur moyenne de pluie annuelle qui tombe à la surface de la France serait d'environ 0m,75.

En multipliant les hauteurs d'eau tombées sur le sol de nos divers bassins hydrographiques (deuxième colonne), par la surface de ces bassins, on trouve que la quantité d'eau tombée en France pendant une année dépasse 400 milliards de mètres cubes (troisième colonne). Or, le volume évacué en moyenne à la mer, par nos fleuves grands et petits, est de 180 milliards de mètres cubes (dernière colonne). La *moitié* environ de la pluie tombée sur le sol serait donc, d'après M. Thomé de Gamond, restituée directement à l'Océan par les voies fluviales.

Quelle que soit l'approximation de ce chiffre, il met parfaitement en évidence ce fait, que toute l'eau des pluies n'est pas débitée par les cours d'eau et que l'évaporation a une influence très importante sur le rapport qui existe entre la quantité d'eau tombée et la quantité débitée.

L'évaluation de la quantité d'eau qui s'évapore, présente de grandes difficultés... L'évaporation est, en effet, variable suivant la nature du sol, sa capacité d'absorption pour l'eau et la difficulté qu'il éprouve à se dessécher, suivant l'inclinaison des côteaux qui peuvent retenir les eaux plus ou moins longtemps sur leurs versants, suivant la nature de la végétation qui recouvre le sol, et surtout suivant la violence des vents et de leur degré d'humidité.

En été, les versants perméables à pentes douces s'échauffent profondément et les pluies sont, dans ce cas, presque entièrement enlevées par l'évaporation. Pour les versants imperméables à pentes abruptes l'évaporation est moins grande.

Selon les circonstances on pourra évaluer l'évaporation *approximativement* entre 0,10 et 0,80 de la quantité d'eau tombée. — Mais, quand il s'agit du calcul d'un débouché, on doit se placer dans les conditions les plus défavorables, et, par conséquent, on devra admettre que les pluies capables de produire les plus fortes crues ont lieu pendant la saison humide. On choisira donc un chiffre se rapprochant du minimum, en tenant compte toutefois du plus ou moins de perméabilité du terrain composant le bassin soumis au calcul, ainsi que du plus ou moins de pente que les versants présentent.

69. *Influence de la perméabilité du sol.* — La perméabilité du sol agit non seulement sur la quantité d'eau qui s'évapore, en passant du lieu où elle est tombée au thalweg de la vallée, mais encore elle a une influence très importante sur la quantité d'eau qui arrive à la rivière pendant la pluie, ou peu de temps après.

Les terrains perméables absorbent en effet une certaine quantité de l'eau tombée, et la quantité qui va à la rivière pour augmenter son débit est diminuée d'autant. — Ils ont par suite une action considérable sur la formation et la nature des crues. — On voit quel intérêt il y a à connaître la constitution géologique d'une contrée quand on doit faire l'étude des régimes des cours d'eau en vue de la dé-

termination de l'emplacement d'un pont et du calcul de son débouché. C'est en étudiant à ce point de vue les terrains qui composent le bassin d'un cours d'eau qu'on se rend facilement compte de son régime, et c'est du reste l'idée fondamentale qui a guidé M. Belgrand dans ses belles recherches sur l'influence de la perméabilité du sol.

70. Comment savoir si un bassin est perméable ou imperméable, sans connaître la nature géologique de son sol? — Nous venons de dire que les cours d'eau sont nombreux dans un bassin imperméable et qu'au contraire ils sont rares dans un bassin perméable. L'étendue de bassin correspondant à un cours d'eau sera donc beaucoup plus grande dans le cas d'un terrain perméable que dans celui d'un terrain imperméable. — On pourrait donc évaluer la perméabilité du bassin à la surface plus ou moins grande des versants qui alimentent le cours d'eau. — C'est en effet ce qu'avait pensé M. Belgrand. Il avait aussi songé à tirer des indications, du débouché mouillé des ponts existants, en comparant le débouché à la surface de bassin correspondante. Plus le débouché du pont est grand pour la même unité de surface de bassin, et plus le terrain est imperméable. — M. Belgrand était arrivé à établir :

1° Que le bassin est *imperméable* lorsque le nombre de kilomètres carrés de ce bassin correspondant au cours d'eau est compris entre 2,1 et 5,3;

2° Que le bassin est encore *imperméable* si le débouché des ponts existants varie de $0^m,79$ à 0^m, 33 par kilomètre carré de bassin correspondant ;

3° Que le bassin est *perméable*, au contraire, lorsque le premier chiffre varie de 35 à 231 kilomètres carrés, et,

4° Qu'il est encore *perméable* lorsque le débouché des ponts est inférieur à $0^m,12$ par kilomètre carré de bassin correspondant.

Mais ce qui définit plus rigoureusement la perméabilité d'un terrain, c'est le rapport entre la quantité d'eau qu'il absorbe et celle qu'il reçoit à sa surface.

71. *Influence de la pente du terrain.* — La pente du terrain a une action sur la valeur du coefficient d'écoulement. — Celui-ci augmente avec la pente du sol. Cette augmentation est plus rapide dans les terrains imperméables que dans les terrains perméables.

72. *Influence de la saturation du sol.* — Enfin, une cause importante de variation du coefficient d'écoulement est le *degré de saturation du sol* au moment où la pluie tombe. Cet état d'imbibition préalable du terrain est lui-même dépendant des caprices sans nombre des variations atmosphériques. — Une série de jours très humides, par exemple, humectant le sol et le préparant à déverser immédiatement dans les rivières toute l'eau des pluies, peuvent faire que le coefficient d'écoulement devienne presque égal à 1. C'est ainsi qu'en 1866, de grandes pluies torrentielles arrivant après des pluies préparatoires ont produit de grandes crues.

V. — Valeur du coefficient d'écoulement.

73. D'après les observations de M. Thomé de Gamond (n° 68), le coefficient d'écoulement serait en moyenne pour tous les bassins de la France, de 0,50.

Pour le bassin de la Seine, M. Dausse admettait que sur les 44 000 kilomètres carrés du bassin *en amont de Paris*, il tombe annuellement 28 milliards de mètres cubes d'eau et qu'il en passe 8 milliards sous les ponts de Paris, ce qui correspond à un coefficient d'écoulement moyen de 0,29.

M. Belgrand, dans les annales des Ponts et chaussées de 1846, évaluait ce coefficient à 0,56.

M. Chabas, ingénieur en chef des Ponts et chaussées, proposait, comme conséquence de ses observations, faites pendant quinze années consécutives au réservoir de Montaubry, d'estimer à 0,30 ou 0,35, le *coefficient moyen annuel* de ruissellement des eaux pluviales.

Il y a entre ces divers chiffres des divergences considérables. C'est qu'en effet le coefficient d'écoulement dépend de circonstances variées, pouvant se combiner différemment.

Les saisons, notamment, ont une influ-

ence très sensible sur la valeur du coefficient d'écoulement.

M. Vignon a indiqué comme coefficient moyen d'écoulement sur le granit du Morvan, 0,75 pour toute l'année, 0,44 pour la saison chaude et 0,98 pour la saison froide.

M. Bazin donne 0,49 pour l'année entière, 0,26 pour la saison chaude et 0,80 pour la saison froide, sur le lias.

On voit que le coefficient d'écoulement se rapproche beaucoup de l'unité pendant la saison froide, et qu'au contraire il devient très faible pendant la saison chaude. Du reste, M. Dausse a parfaitement établi que *les pluies des mois chauds ne profitent point aux cours d'eau.*

C'est surtout le plus ou moins de perméabilité des terrains sur lesquels tombe la pluie, qui influence le coefficient d'écoulement.

D'une étude faite en 1869 par M. Poincaré, ingénieur des Ponts et chaussées, sur la distribution de la pluie dans le bassin de la Meuse non navigable et sur les débits de la crue correspondante, résultent les chiffres suivants:

1° Le volume fourni par la pluie au cours d'eau, a atteint 0,94 du volume tombé dans les terrains imperméables;

2° Dès que la proportion des terrains perméables atteint les 45 centièmes de la surface, le rapport s'est maintenu, sans plus descendre, entre 0,47 et 0,49. Cette constance tient à ce que la vallée, profondément et régulièrement encaissée draine avec une puissance presque uniforme les versants perméables.

Pour le bassin de la Saône supérieur, composé d'environ deux tiers de terrains imperméables (granit, grès vosgiens), à pentes prononcées, et d'un tiers de terrains perméables (terrains jurassiques) moins brusquement vallonnés, M. Mocquery a trouvé un coefficient d'écoulement compris entre 0,232 et 0,512 pour une période de dix années, de 1858 à 1867, soit une moyenne de 0,38.

D'après les observations faites par M. Eon-Duval, de 1849 à 1857, sur les débits de l'Erdre, les quantités d'eau tombant dans la vallée et appréciées par l'udomètre de Nantes placé à 12 mètres au-dessus du niveau moyen de la mer, comparées à celles qui ont été emmagasinées dans les réservoirs du canal de Nantes à Brest, donnent une moyenne de 0,25 pour le rapport de la hauteur d'eau écoulée à la hauteur reçue. — Ce rapport légèrement rectifié, pour tenir compte de certaines circonstances particulières est de 0,30. Le bassin alimentaire des réservoirs est d'ailleurs peu perméable.

D'après M. Mary, l'absorption des argiles et des marnes argileuses, des granits et autres roches peu fendillées, serait à peu près en moyenne de 0,43, c'est-à-dire que le coefficient d'écoulement serait de 0,57. Dans les terrains crayeux ou d'autres roches également fendillées, la pluie serait, d'après le même auteur, presque entièrement absorbée, soit un coefficient de rendement très sensiblement égal à zéro. — Enfin, ce coefficient serait égal à 3/7, c'est-à-dire à 0,43, quand le sol est recouvert de terre végétale sur une très forte épaisseur.

Enfin, d'après les observations mentionnées dans le Bulletin hydrologique du bassin de la Seine, les plus fortes averses, produisant 5 à 6 centimètres de hauteur de pluie par heure (1^{mm} environ par minute) sont absorbées sur place sans ruissellement, par les terrains oolithiques, la craie blanche, les sables tertiaires, de sorte que le coefficient d'écoulement de ces terrains peut être considéré comme nul.

Les grandes crues de la Seine correspondent à un coefficient d'écoulement de 0,36 à 0,51.

§ III. — *RÉGIME DES RIVIÈRES ET CRUES*

I. — Définitions

74. Avant d'entrer dans l'étude de la formation et de la propagation des crues, il est nécessaire de définir ce qu'on entend par étiage, niveau des plus hautes eaux navigables et niveau des plus hautes eaux connues ou des plus fortes crues.

75. *Étiage.* — L'étiage en un point donné est le niveau le plus bas que prennent les eaux d'une rivière en ce point. C'est le plus bas des niveaux connus et, par conséquent, ce n'est pas un minimum absolu, car on ne sait pas si un niveau encore plus bas ne s'est pas produit antérieurement aux observations faites, ni si dans l'avenir une circonstance météorologique imprévue n'amènera pas un abaissement des eaux au-dessous du niveau le plus bas observé jusqu'alors.

L'étiage n'est donc autre chose en somme qu'un point de repère commode, déterminé d'après des observations portant sur un nombre plus ou moins considérable d'années, accepté comme étant le niveau le plus bas connu, mais dont la position n'a rien d'absolu.

Ainsi, en 1865, les eaux de la Seine sont descendues, en amont de Paris, à $1^{m},07$ au-dessous de l'étiage observé en 1844. Ce fait peut résulter d'une concordance accidentelle entre les basses eaux de tous les affluents ou bien des travaux effectués dans le lit du fleuve, soit en amont, soit en aval du point considéré, tels que dragages ou élargissement.

Le zéro des échelles hydrométriques, sur lesquelles on relève périodiquement la hauteur des eaux de la rivière, se marque au niveau de l'étiage.

Quelquefois on préfère avoir deux points de comparaison, un pour l'hiver et un autre pour l'été. On distingue alors deux étiages, celui d'hiver et celui d'été.

76. *Niveau des plus hautes eaux navigables.* — Le niveau des plus hautes eaux navigables est celui à partir duquel la navigation n'est plus possible. — Ce niveau n'a rien d'absolu, encore moins que celui de l'étiage. On conçoit, en effet, que la navigation ne devient impossible qu'à cause de l'impuissance où se trouve le matériel de navigation à vaincre la vitesse du courant. A mesure que ce matériel se perfectionne, il est évident que la hauteur des eaux à partir de laquelle la navigation cesse d'être avantageuse et économique se modifie en s'élevant un peu.

On peut dire néanmoins que le niveau des plus hautes eaux navigables est atteint lorsque la rivière coule à pleins bords, c'est-à-dire au moment où les eaux sont sur le point de se déverser sur les berges.

La limite des eaux navigables est importante à connaître, car il faut que les bateaux de toute dimension puissent facilement passer sous les arches marinières, tant que cette limite n'est pas dépassée. — On doit tenir compte de cette hauteur limite dans la rédaction des projets de ponts, car elle sert d'abord à fixer la hauteur à donner aux arches, et ensuite parce que le niveau des chemins de halage doit lui être supérieur de quelques centimètres.

Le couronnement des piles se place ordinairement à ce niveau.

Du reste, c'est le service de la navigation qui indique, pour chaque rivière, le niveau des plus hautes eaux navigables.

A l'amont de Paris, sur la Seine, la navigation cesse à 3 mètres au-dessus de l'étiage, tandis qu'elle ne cesse qu'à 4 ou 5 mètres au-dessus du même niveau à l'aval.

77. *Niveau des plus hautes eaux connues.* — Le niveau des plus hautes eaux connues résulte de l'observation du niveau des crues; par conséquent il n'a rien d'absolu, puisque rien ne prouve qu'il ne se produira pas dans l'avenir une combinaison de circonstances de laquelle pourra résulter un niveau plus élevé que tous ceux observés jusqu'alors.

Ce niveau des plus hautes eaux connues peut du reste s'élever à la suite d'une concordance accidentelle dans les plus fortes crues de tous les affluents. Les ensablements du lit, les travaux d'art exécutés sur le cours d'eau, tels que les ponts, les barrages, et l'ouvrage en construction lui-même, peuvent être la cause d'une surélévation du niveau des plus hautes eaux.

La connaissance de ce niveau est d'une importance capitale lorsqu'on a à faire choix de l'emplacement d'un pont et à calculer son débouché.

Elle ne repose quelquefois que sur des observations ne remontant qu'à un petit nombre d'années. Il faut alors être très prudent, s'entourer de tous les renseignements susceptibles de fixer les idées sur l'importance que pourrait prendre

une crue dans les circonstances les plus défavorables et, en tous cas, évaluer largement afin de se tenir plutôt en dessus qu'en dessous de la vérité.

Ces trois niveaux : étiage, plus hautes eaux navigables et plus hautes eaux connues, doivent être indiqués en traits bleus sur les projets.

II. — Régime des rivières en terrain imperméable.

78. Avec ce qui vient d'être dit sur la hauteur de pluie tombée et sur les causes qui influencent la valeur du coefficient d'écoulement : perméabilité et pente du terrain, évaporation, saisons, imbibition préalable, etc., on peut facilement comprendre comment les crues se formeront et se propageront dans un bassin connu.

Considérons un bassin assez petit pour qu'on puisse admettre qu'il est, ou imperméable ou perméable sur toute son étendue, et supposons-le d'abord entièrement imperméable.

Nous avons vu que dans un terrain imperméable le coefficient d'écoulement est très élevé. Il peut même se rapprocher beaucoup de l'unité dans les circonstances les plus défavorables. Ces circonstances se produisent lorsque les coteaux ont de fortes pentes et lorsque la pluie, donnant naissance à la crue, tombe pendant la saison humide. On comprend, en effet, que l'évaporation se réduira à son minimum pendant la saison humide après une saturation préalable du sol. La quantité d'eau évaporée sera d'autant plus faible que le terrain sera plus fortement incliné, car les eaux, se jetant plus rapidement dans le thalweg, resteront moins longtemps exposés à l'évaporation sur de grandes surfaces.

Dans ces conditions : imperméabilité du sol, fortes pentes des coteaux, saturation du sol, évaporation faible, il est clair que les crues se formeront avec une très grande rapidité et qu'elles présenteront un caractère de violence extrême.

Que se passe-t-il d'abord à la surface d'un *terrain imperméable ?*

La pluie qui tombe commence par imbiber le terrain, seulement à la surface ; l'eau ruisselle aussitôt, et, en très peu de temps, il se forme dans les dépressions quantité de petits ruisseaux qui coulent rapidement vers le fond de la vallée.

Le cours d'eau reçoit donc ainsi en fort peu de temps une grande quantité d'eau produisant une augmentation rapide de son débit et pouvant même donner lieu à une crue plus ou moins intense.

Lorsque les terrains ont une forte pente, l'écoulement des eaux se fait avec une grande rapidité ; les crues qui en résultent se forment subitement et présentent une violence extrême. Mais si les eaux s'élèvent vite, elles s'écoulent de même, de sorte que ces violentes crues sont de courte durée.

On peut donc dire que les cours d'eau sont nombreux et sujets à des crues violentes et de courte durée, quand ils sont placés dans un bassin à terrain imperméable. Ce sont des *cours d'eau torrentiels.*

Les crues de ces cours d'eau ont un débit relativement considérable, tandis que les eaux d'étiage sont au contraire peu abondantes. Le rapport de ces deux débits est très grand. Quand ce rapport dépasse 4 000, on peut dire que le cours d'eau est nettement torrentiel. Tels sont le Serein à Précy et l'Armançon à Aisy. Le premier de ces cours d'eau débite 500 mètres cubes pendant les plus fortes crues et 12 litres seulement à l'étiage : rapport supérieur à 40 000. Le deuxième donne 800 mètres cubes pendant les crues et 185 litres à l'étiage : rapport 4 300.

79. Supposons maintenant que les coteaux du même terrain imperméable aient des pentes de moins en moins prononcées. La vitesse que l'eau de ruissellement prendra à la surface du sol sera de plus en plus faible. L'eau des ruisseaux qui se forment dans tous les plis du terrain arrivera plus lentement au thalweg, c'est-à-dire que le cours d'eau recevra, dans le même temps, d'autant moins d'eau que les pentes seront plus faibles.

Dans ce cas le débit augmente moins vite, la crue met plus de temps pour arriver à son maximum de hauteur, et, pour la même raison, la décrue sera aussi plus lente.

Donc les crues perdent de leur violence, et leur durée augmente à mesure que les pentes des coteaux deviennent de moins en moins prononcées.

Il est à remarquer que les hauteurs de la crue croissent plus vite qu'elles ne décroissent. Cela tient à ce que le terrain n'est jamais complètement imperméable.

La végétation, l'existence de fissures, de crevasses, de veines de sable, donnant naissances à de petites sources accidentelles, sont autant de causes retardatrices de l'écoulement, produisant une diminution de la hauteur d'eau. Ces sources n'ont évidemment rien de commun avec celles qui se forment dans les terrains perméables aux points d'affleurement des nappes souterraines; aussi les rencontre-

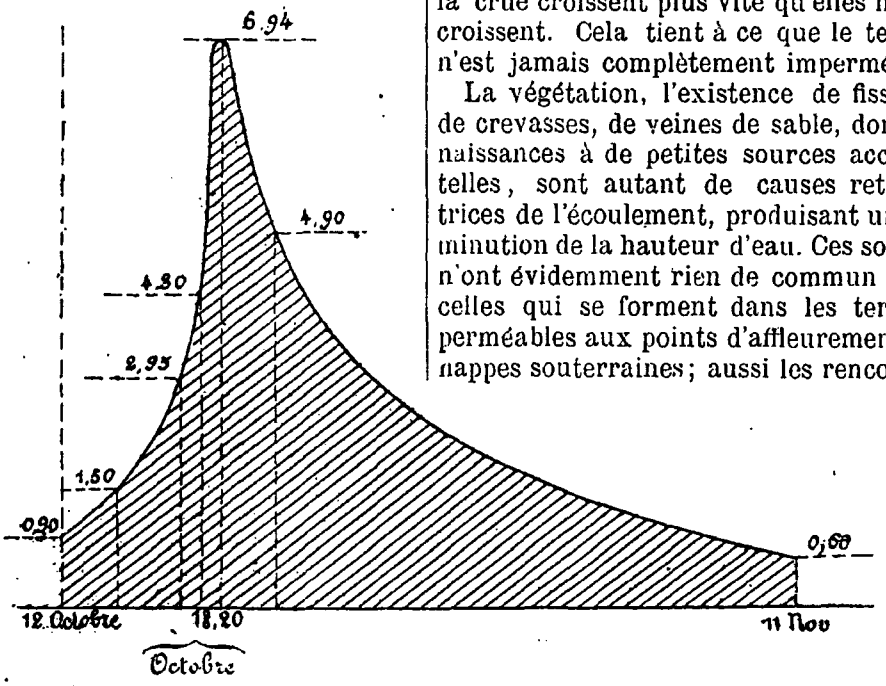


Fig. 48.

t-on aussi bien dans les vallées ou aux sommets qu'à flancs de coteaux.

La figure 48 représente la courbe des variations de hauteur de la crue de la Loire, à Roanne, en octobre 1846.

Les temps y sont comptés sur une horizontale $o\omega$, et les hauteurs sur des verticales correspondantes. La Loire à Roanne est alimentée par un bassin imperméable.

La courbe montre avec quelle rapidité une crue peut croître et décroître dans un pareil terrain; elle met aussi en évidence ce fait que la décrue se produit moins vite que la montée.

III. — Régime des rivières en terrain perméable.

80. Dans les *terrains perméables* les choses se passent tout autrement. Ces terrains se laissent plus ou moins pénétrer par la pluie. Il se produit d'abord un phénomène d'imbibition qui dure jusqu'au moment où le point de saturation du terrain est à peu près atteint. L'eau n'étant plus alors retenue par le terrain perméable va former des nappes souterraines, donnant naissance à des sources. Ces sources sont placées au point d'affleurement de la nappe souterraine. Lorqu'elles sont placées au fond d'une vallée, elles sont presque constamment alimentées; leur débit augmente ou diminue en même temps que le niveau de la nappe monte ou descend. Celles qui sont placées un peu plus haut coulent ou se tarissent selon les cas. Mais il faut remarquer qu'on ne rencontre jamais de sources dans les parties supérieures des vallées en terrain perméable.

Puisque l'eau pénètre dans le sol au lieu de ruisseler à sa surface, il en résulte que les terrains perméables doivent avoir peu de cours d'eau. Aussi est-il facile de les reconnaître à la seule inspection de la carte. On n'y voit pas cette quantité de petites ramifications qui caractérisent les terrains imperméables.

Le temps que met l'eau de pluie à im-

biber le terrain, à le traverser ensuite pour alimenter les nappes souterraines, augmenter le débit des sources permanentes et donner naissance à des sources passagères, est généralement très long. Le débit du cours d'eau n'est donc influencé que longtemps après la chute de la pluie ; il n'augmente que lentement ; il est relativement peu élevé, et il ne diminue qu'avec une extrême lenteur.

On peut dire que les cours d'eau alimentés par des versants perméables ont des crues lentes, à débit peu considérable et de longue durée. Ce sont des *cours d'eau tranquilles*.

Les crues des cours d'eau tranquilles ont donc un débit relativement faible, et comme, d'autre part, les eaux d'étiage ne s'abaissent jamais beaucoup, le rapport entre les deux débits extrêmes est toujours assez petit.

Une rivière est classée parmi les cours d'eau tranquilles lorsque ce rapport est inférieur à 30. Est dans ce cas, par exemple, la Vanne, à Malay-le-Roi, dont les débits extrêmes sont : pour les crues 14 mètres cubes et pour l'étiage $1^{mc},9$; rapport 7,3. De même l'Essonne, à Montargis, donne 8 mètres cubes, comme débit maximum, et $3^{mc},47$, comme débit minimum ; rapport 2,3 seulement.

La figure 49 représente une courbe des variations de hauteur d'une crue qui s'est produite en 1854 sur la Seine à Bray en amont de Montereau. Le bassin supérieur de la Seine est pour la plus grande part composé de terrains perméables. Cette courbe montre avec quelle lenteur

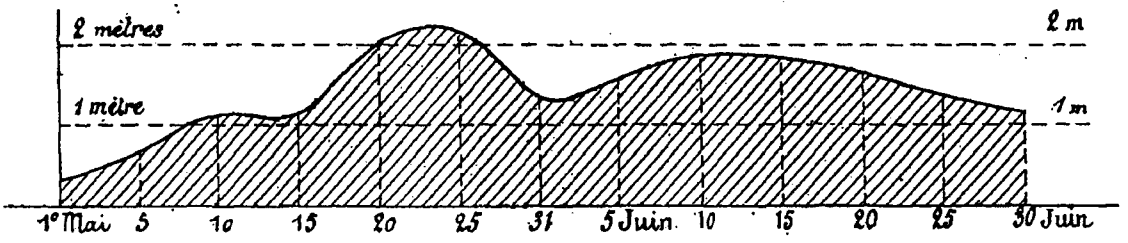


Fig. 49.

les crues s'élèvent dans les terrains perméables, et elle met aussi en évidence ce fait, que la décrue est encore plus lente que la montée.

IV. — Régimes mixtes.

81. Nous venons de voir ce qui se passe dans les bassins complètement imperméables ou complètement perméables. Les premiers donnent naissance à des cours d'eau torrentiels ; les autres produisent des cours d'eau tranquilles. Mais on conçoit que beaucoup de bassins doivent participer des deux à la fois.

Ainsi, un grand bassin pourra être composé de petits bassins secondaires dont chacun sera entièrement perméable ou imperméable ; ou bien encore, chaque bassin pris séparément pourra être formé à la fois de parties perméables et de parties imperméables. Enfin, la perméabilité du terrain est très variable, de sorte qu'on se trouvera quelquefois en présence d'un terrain ayant un coefficient d'écoulement ne permettant pas de le classer nettement dans l'une ou l'autre des catégories.

Lorsqu'il se produit ainsi un assemblage de terrains imperméables et perméables, les cours d'eau qui en résultent ont des régimes participant à la fois des régimes correspondants, torrentiels ou tranquilles.

Quand le rapport des débits extrêmes est compris entre 4000 et 100, il s'agit de *rivières rapides*, à bassins en grande partie imperméables, mais recevant des eaux de sources de terrains demi-perméables. Sont dans ce cas : la Marne, à Chaumont, dont les débits extrêmes sont 36 mètres cubes et 170 litres (rapport

2000), et le Grand-Morin, à Pommeuse, dont les débits extrêmes sont 400 mètres cubes et $1^{mc},3$ (rapport 300).

Enfin, lorsque le rapport est compris entre 100 et 30, on a des *cours d'eau mixtes*. Les principaux cours d'eau du bassin de la Seine appartiennent à la catégorie des rivières mixtes. Ainsi les débits extrêmes sont: pour la Seine à Troyes, 192 et 2 mètres cubes (rapport 96); à Paris, 1660 et 35 mètres cubes (rapport 47); pour la Marne; à Saint-Dizier, 200 et $2^{mc},6$ (rapport 76); à la Chaussée, 616 et $6^{mc},7$ (rapport 90); à Chalifert, 700 et 12 mètres cubes (rapport 58).

En ce qui concerne plus particulièrement le bassin de la Seine, voici un extrait du résumé déjà cité: « On connaît la remarquable distribution des terrains géologiques qui forment le bassin de la Seine. Si on s'éloigne de Paris en allant vers le Morvan, on traverse successivement les principales couches de l'écorce du globe, dans l'ordre de leur ancienneté, depuis les terrains tertiaires jusqu'au granit.

Ce sont d'abord les plateaux argileux de la Brie compris dans le tertiaire éocène, ensuite la craie blanche de la Champagne sèche ou pouilleuse, puis le crétacé inférieur de la Champagne humide, les terrains oolithiques de la basse Bourgogne, le lias qui règne autour du Morvan et sur le plateau de Langres, enfin les porphyres et les granits du Morvan. Ces terrains ont des perméabilités très différentes. Le granit, le lias, le crétacé inférieur, les argiles tertiaires sont imperméables; les terrains oolithiques, la craie blanche, les calcaires tertiaires sont au contraire plus ou moins perméables.

« On a calculé que le bassin de la Seine, dont la surface totale est d'environ 78 000 kilomètres carrés, comprend 19 000 kilomètres carrés de terrains imperméables, et 59 000 de terrains perméables, soit un quart de la surface pour les premiers et trois quarts pour les seconds. Si on compare la Seine, sous ce rapport, aux autres rivières de la France, on reconnaît qu'elle en diffère notablement. Ainsi le Rhône en amont de Lyon, la Loire jusqu'à Sancerre, la Garonne en amont du Tarn, coulent dans des terrains presque entièrement imperméables; la Saône, au contraire, coule sur des terrains oolithiques très perméables; l'Eure et la Somme sont des types de bassins perméables sur presque toute leur superficie.

« Parmi les terrains imperméables qui forment le quart du bassin de la Seine, il y en a environ la moitié qui présentent des pentes faibles, de sorte que les terrains qui donnent des eaux nettement torrentielles ne constituent que le huitième de la surface du bassin. En examinant à ce point de vue les principaux

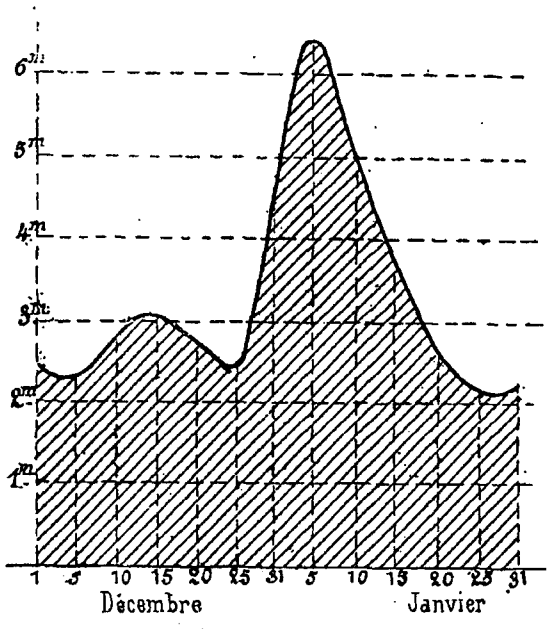


Fig. 50.

cours d'eau, on reconnaît qu'ils peuvent être classés ainsi qu'il suit: l'Yonne est un cours d'eau torrentiel; elle prend sa source ainsi que ses principaux affluents, dans le Morvan granitique et dans le lias. La Marne sort du lias des plateaux de Langres; elle reçoit des affluents torrentiels venant du crétacé inférieur et des argiles de la Brie; on peut la classer aussi parmi les cours d'eau torrentiels. La petite Seine, en amont du confluent de l'Yonne, prend naissance dans la grande oolithe et traverse la craie blanche; il en est de même de son principal affluent,

l'Aube ; ce sont des cours d'eau tranquilles. Le Loing sort du crétacé inférieur et traverse les argiles tertiaires du Gâtinais ; ces terrains sont imperméables, mais à pentes très faibles; le Loing peut également être classé parmi les cours d'eau tranquilles. L'Oise et son affluent, l'Aisne, prennent naissance dans des terrains imperméables, mais elles traversent ensuite des terrains perméables qui en régularisent le régime et en font des cours d'eau tranquilles. »

La figure 50 représente la courbe des variations de hauteur de la crue de la Seine, au Pont-Royal à Paris, de janvier 1861. Le régime de la Seine à Paris est celui d'une rivière mixte.

82. La particularité suivante se présente quelquefois. Un cours d'eau sortant d'un terrain imperméable, s'affaiblit et disparaît complètement en arrivant sur un sol perméable, pour reparaître plus loin sous forme de source s'il rencontre de nouveau un terrain imperméable. De nombreux exemples de ces tarrissements se rencontrent en Bourgogne, et en Champagne; ils sont dus à la perméabilité de la grande oolithe. La Seine elle-même tarit sur quatre kilomètres de longueur aux environs de Châtillon. La Laignes, affluent de la Seine, s'engloutit à Vauginois, dans un gouffre de l'oolithe, et le lit reste à peu près à sec sur 20 kilomètres jusqu'à la fin de ce terrain. Dans la vallée de l'Yonne, le Serein tarit en aval de Thormancy. Dans celle de la Marne, le Rognon a tari pendant trente et un jours en 1874, la Sueure pendant cent soixante-dix jours en 1880, la Suise pendant trois cent vingt-quatre jours en 1871.

La grande variété qui existe dans la répartition des terrains perméables et imperméables, donne à chaque bassin un caractère particulier. Les cours d'eau coulant dans ces bassins ont, conséquemment, des régimes très divers.

Nous ne pouvons nous étendre davantage sur ces intéressantes questions d'hydrologie, si utiles à connaître quand on veut déterminer le débouché d'un pont, et cependant si peu étudiées en général. Ceux de nos lecteurs qui voudraient de plus amples renseignements pourront consulter un assez grand nombre d'ouvrages parmi lesquels nous citerons : les *Études hydrologiques sur le bassin de la Seine*, de M. Belgrand, et les nombreux *mémoires* du même Ingénieur; le *Manuel hydrologique du bassin de la Seine*, publié par le service hydrométrique; les *Etudes hydrologiques sur les monts Jura*, de M. Lamairesse; le *Régime des pluies dans le bassin de la Meuse*, par M. Poincarré; l'*Étude sur les torrents des Hautes-Alpes*, par MM. Surell et Cézanne, etc.

V. — Lois de l'écoulement des crues.

83. Les lois suivantes de l'écoulement des crues ont été formulées par M. Belgrand :

1° *Loi fondamentale. — Les crues des petits torrents (bassins imperméables) sont très élevées ; leur durée est très courte, rarement de plus d'un ou deux jours ;*

Les crues des petits cours d'eau tranquilles (bassins perméables) sont peu élevées ; leur durée est très longue, toujours de plus de quinze jours.

La crue d'un torrent se divise en deux parties; à la suite de la crue élevée et de courte durée, qui correspond au passage des eaux torrentielles, vient une seconde crue plus longue, qui correspond au passage des eaux tranquilles.

Dans un bassin il faut distinguer la rivière principale et les affluents : si le bassin est imperméable, et qu'une pluie continue s'établisse, la crue de la rivière principale s'augmente à chaque affluent de la crue de cet affluent. Mais, si la pluie ne dure pas, la crue torrentielle de chaque affluent, cette crue qui ne dure qu'un ou deux jours, arrive à la rivière principale avant la crue torrentielle de celle-ci; elle s'écoule en quarante-huit heures au plus, et la crue torrentielle de la rivière principale peut n'être pas arrivée lorsque celle de l'affluent est complètement écoulée.

2° *Il y a dans chaque vallée à bassin imperméable un point où les crues cessent de s'accroître.*

C'est le point au delà duquel les crues des affluents sont déja écoulées lorsque arrive la crue de la rivière principale.

Ce point est d'autant plus à l'aval que le bassin supérieur de la rivière est plus montagneux; la rapidité de l'écoulement croit très vite avec la déclivité.

Ainsi, au Bec d'Allier, la crue de la Loire n'arrive que lorsque celle de l'Allier est déjà passée; grâce à cette heureuse combinaison produite par la nature, les crues de ces deux grands cours d'eau ne se superposent pas.

3° *Dans un grand cours d'eau torrentiel, une crue extraordinaire peut être produite par un phénomène météorologique unique n'agissant que sur une partie restreinte du bassin.*

La Loire présente fréquemment ce phénomène : il peut y avoir une crue désastreuse à Saumur, déterminée par les affluents qui débouchent à l'aval de Tours, alors qu'à Roanne il ne se produit qu'une crue modérée. C'est ainsi que les crues de la Loire de 1843 et 1856 avaient leur point de départ dans la partie moyenne du bassin.

4° *La durée des crues torrentielles va en croissant depuis les sources du fleuve jusqu'à la mer.*

Cela se comprend aisément, puisque, dans le voisinage des sources, chaque crue torrentielle s'écoule en vingt-quatre à quarante-huit heures, tandis que, dans les parties inférieures du bassin, les crues des affluents arrivent ordinairement l'une après l'autre et peuvent ainsi se succéder et se souder pendant un temps assez long.

Ainsi, les crues du Pô durent de trois à quatre jours en amont du Tessin, et de quinze à vingt dans la partie inférieure.

5° *Dans les bassins perméables parcourus par les cours d'eau tranquilles, la portée maximum de la crue du grand cours d'eau tranquille s'ajoute, à chaque confluent, à la portée maximum de la crue de chaque affluent tranquille.*

Cette portée va donc en croissant depuis l'origine jusqu'à la mer; car la crue de chaque cours d'eau tranquille durant au moins quinze jours, toutes les crues finissent par coexister dans l'étendue du bassin.

Mais il faut bien remarquer que si, dans les bassins perméables, les crues de tous les cours d'eau se superposent, la durée de ces crues n'augmente pas à mesure qu'on descend vers la mer, ainsi que cela arrive dans les bassins imperméables.

6° *Les crues d'un torrent qui rencontre un cours d'eau tranquille passent toujours les premières au confluent.*

Il en résulte que, lorsque dans le bassin les terrains imperméables l'emportent notablement sur les terrains perméables, on peut négliger les eaux des terrains perméables, c'est-à-dire les affluents tranquilles, puisque leurs crues ne se font sentir qu'après le passage des eaux torrentielles. C'est ce qui arrive pour la Loire.

7° *La crue d'un petit torrent, étant très courte, est presque toujours écoulée quand arrive la crue suivante.*

8° *Avec les grands cours d'eau torrentiels, les coïncidences des crues torrentielles successives sont possibles, mais rares.*

Il est du reste presque impossible que la coïncidence ait lieu pour deux crues extraordinaires, attendu que les grands phénomènes météorologiques qui donnent naissance à ces crues ne se reproduisent pas à de courts intervales.

9° *Pour les cours d'eau tranquilles, la coïncidence des crues successivses est au contraire la règle.*

Les crues successives des cours d'eau tranquilles durent chacune un temps assez long pour pouvoir s'ajouter les unes aux autres. Il arrive ainsi qu'elles se superposent pendant un ou deux mois en produisant une ascension continue.

10° *Les crues extraordinaires des cours d'eau tranquilles sont toujours produites par des phénomènes successifs.*

Chaque crue produite par un seul phénomène, étant de longue durée, il est clair qu'une succession de phénomènes analogues donnera forcément lieu à une superposition de plusieurs crues, d'où résultera la crue extraordinaire.

11° *Dans les cours d'eau mixtes, la première crue torrentielle passe seule ; mais les crues torrentielles successives peuvent se superposer aux crues précédentes des cours d'eau tranquilles.*

Le maximum de la crue d'un cours d'eau

mixte correspond habituellement à une crue torrentielle arrivant à la suite d'une série de crues successives.

Par exemple, à Montereau, la première crue de l'Yonne passe d'abord ; elle est soutenue par la crue tranquille de la Seine qui vient ensuite, ce qui donne à la deuxième crue de l'Yonne le temps d'arriver avant la décrue; la troisième crue de l'Yonne passe dans des conditions semblables de telle sorte que la crue à Montereau s'élève un peu plus à chaque passage de crue torrentielle.

Pour terminer, voici ce que Dupuit dit dans son Traité des ponts, au sujet de la superposition des crues: « Un grand cours d'eau n'est que la réunion d'autres cours d'eau moindres, composés eux-mêmes de cours d'eau plus petits et ces cours d'eau si nombreux ne sont pas tous influencés dans leurs crues par les mêmes causes, de sorte que leurs crues ne coïncident pas nécessairement; mais rien ne s'oppose à ce qu'elles coïncident en plus ou moins grand nombre. Ainsi, représentons pour chacun d'eux leur plus grand volume par 6, et par 5, 4, 3, 2, 1, les volumes intermédiaires jusqu'à celui de l'étiage. Le volume d'eau qui passera à un point donné pourra être considéré comme le produit de tous les affluents arrivés à un certain point de crue. Son maximum ne sera donc atteint qu'autant que tous ses affluents le lui apporteront simultanément. La probabilité de ce résultat peut être comparée à celle d'amener, dans le jet d'un grand nombre de dés, autant de 6 qu'il y a de dés. Or, tout le monde sait combien, quand le nombre des dés est un peu considérable, cette coïncidence présente peu de probabilité, combien, au contraire, les résultats moyens deviennent probables; cependant si peu probables que soient ces résultats extrêmes et ceux qui en diffèrent peu, ils le deviennent par la répétition d'un grand nombre de jets. »

« L'histoire de toutes les crues confirme ce que nous venons d'avancer, et comme celles que l'on connaît ne sont pas elles-mêmes les produits des maxima de tous les affluents supérieurs, il faut regarder comme possibles des crues plus considérables que celles qu'on a vues jusqu'à présent. Dans la partie supérieure d'un grand cours d'eau naturel, là où les affluents sont encore en petit nombre, les crues maxima sont plus probables, plus fréquentes, mais il est moins probable qu'elles seront dépassées; dans la partie inférieure, où les crues sont le produit de nombreux affluents, les grandes crues sont plus rares, mais la limite possible de leur hauteur est bien plus considérable. »

§ *IV. — DÉTERMINATION THÉORIQUE DU DÉBIT DES COURS D'EAU*

I.— Définitions.

84. Il ne suffit pas, pour déterminer approximativement le débouché à donner à un pont, de connaître la quantité maximum de pluie qui tombe sur le bassin à desservir, et de savoir comment les crues se forment et se propagent, il faut encore pouvoir évaluer le débit de la rivière à l emplacement choisi pour l'ouvrage projeté, ou tout au moins savoir quelles relations existent entre le débit, la section transversale et la vitesse moyenne. On verra plus loin quels sont les divers problèmes qu'on peut avoir à résoudre en s'appuyant sur les formules qui lient ces trois quantités entre elles.

Nous pouvons de suite exprimer la relation fondamentale, qui est en même temps la définition du débit. — *Le débit est égal à la section transversale multipliée par la vitesse moyenne* d'écoulement. — Ce débit s'évalue presque toujours en mètres cubes à la seconde. — Ce n'est que pour les petits cours d'eau que l'évaluation se fait en litres.

Pour calculer un débit, il faudra donc connaître la section transversale d'écou-

lement, et la vitesse moyenne. La *section transversale* s'obtient par le levé de *profils en travers* de la rivière. La *vitesse moyenne* peut être calculée approximativement au moyen de formules d hydraulique, ou être mesurée directement par *jaugeage*. Nous disons vitesse moyenne. car dans une section transversale d'écoulement tous les filets liquides n'ont pas la même vitesse. Nous aurons à expliquer comment la vitesse moyenne se déduit de la mesure d'un certain nombre de vitesses faite soit à la surface du cours d'eau seulement, soit en profondeur.

Lorsque le lit de la rivière est très régulier comme profils en travers et comme pente longitudinale, le mouvement de l'eau dans un pareil lit peut être assimilé à celui qui se produit dans les canaux découverts. Mais quand, au contraire, des profils en travers rapprochés présentent des différences sensibles et que la pente longitudinale est irrégulière, le phénomène de l'écoulement devient extrêmement compliqué. Si, d'autre part, des obstacles tels que des digues par exemples, sont créés dans le lit de la rivière, à proximité du pont à construire, dans le but d empêcher l'inondation des plaines latérales submersibles ou de défendre les abords du pont contre les crues, ces obstacles peuvent influencer dans une large mesure la manière dont le débit se fera sous le pont. La construction du pont lui même modifiera considérablement les conditions de l'écoulement, en raison des obstacles que les piles et les culées opposeront aux courants.

Nous avons donc à nous occuper du mouvement des eaux dans les rivières à lit régulier ou irrégulier, afin de pouvoir calculer leur débit et aussi pour nous rendre compte des effets produits par des obstacles tels que piles. culées et digues, sur l'écoulement des eaux et sur le niveau des crues.

On trouvera la *théorie du mouvement des eaux* dans les canaux et les rivières dans le traité d'hydraulique. Nous ne ferons ici que résumer les quelques indications indispensables dans la pratique en vue du calcul du débouché des ponts.

II. — Mouvement permanent uniforme de l'eau dans les canaux réguliers.

85. Puisque nous assimilons à un canal une rivière à lit parfaitement régulier, ce que nous dirons de l'un s'appliquera à l'autre. Nous aurons d'ailleurs affaire à un véritable canal quand il s'agira d'un aqueduc muni d'un radier et ayant une grande longueur sous remblai.

On a constaté que, dans un canal à section constante et à pente uniforme, l'eau prenait toujours un *mouvement uniforme*. Cela tient aux résistances retardatrices de la vitesse résultant de la cohésion des molécules entre elles et du frottement que ces molécules éprouvent au contact des parois. — Ces résistances dépendent donc forcément de la vitesse du liquide et de l'étendue des surfaces mouillées. Le mouvement restant uniforme, quels que soient le profil transversal et la pente longitudinale, à condition que le profil et la pente soient constants, il faut bien que les forces retardatrices fassent équilibre aux forces accélératrices. Il s'établit donc pour un même canal, un régime permanent et uniforme, dans lequel une molécule quelconque du courant traverse toutes les sections transversales avec la même vitesse. Or le débit étant le même dans toutes les sections, celles-ci doivent être égales. Il en résulte que la pente de l'eau à la surface est parallèle à celle du fond.

FORMULES DE DE PRONY ET AUTRES

86. Désignons par Q le débit, par Ω la surface de la section transversale d'écoulement et par U la vitesse moyenne. Le débit étant égal au produit de la section par la vitesse moyenne, on pourra écrire :

$$Q = \Omega U \qquad (1)$$

La vitesse moyenne U de l'eau est donnée par la formule suivante de de Prony :

$$RI = aU + bU^2 \qquad (2)$$

dans laquelle, R est le rapport de la section au périmètre mouillé, c'est-à-dire, $R = \frac{\Omega}{\chi}$, en désignant par Ω la surface de la section transversale et par χ le périmètre mouillé ; ce rapport s'appelle le *rayon moyen* de la section ;

I est la pente par mètre du fond du canal ;

a et b sont des coefficients constants pour lesquels de Prony propose les valeurs :

$$a = 0{,}000\,044$$
$$b = 0{,}000\,309.$$

D'après M. Eytelwein, on devrait employer les valeurs suivantes pour ces coefficients a et b :

$$a = 0{,}000\,024$$
$$b = 0{,}000\,366.$$

De la formule (2, on tire :

$$U = -\frac{a}{2b} \pm \sqrt{\left(\frac{a}{2b}\right)^2 + \frac{RI}{b}}. \quad (3)$$

Cette valeur de la vitesse moyenne, portée dans la relation (1) permet de calculer le débit Q.

M. de Saint-Venant a donné la formule suivante pour le calcul de la vitesse moyenne :

$$RI = aU^{\frac{m}{n}} \quad (4)$$

dans laquelle les coefficients a et $\frac{m}{n}$ sont respectivement égaux à :

$$a = 0{,}000\,401 \text{ et}$$
$$\frac{m}{n} = \frac{21}{11}$$

de sorte que la formule numérique de M. de Saint-Venant est :

$$RI = 0{,}0004\ U^{\frac{21}{11}}. \quad (5)$$

Cette formule a l'avantage d'être calculable par logarithmes.

Chézy et les ingénieurs italiens se servent d'une formule encore plus simple, d'après Tardini :

$$RI = aU^2 \quad (6)$$

dans laquelle $a = 0{,}0004$. La formule numérique est donc :

$$RI = 0{,}0004\ U^2 \quad (7)$$

d'où on tire la valeur de U.

La formule de de Prony, appliquée par M. Graeff à des canaux à régime uniforme, mais ayant des talus gazonnés ou composés d'un terrain rugueux, a donné des vitesses trop fortes, même avec les coefficients recommandés par Eytelwein. M. Graeff corrige les résultats obtenus en affectant la vitesse moyenne d'un coefficient égal à $(1 - 0{,}02U)$. De sorte que les vitesses moyennes à adopter dans ce cas seraient données par la relation :

$$W = U\,(1 - 0{,}02\,U) \quad (8)$$

Pour des vitesses supérieures à 3 mètres, M. Graeff propose la formule :

$$U = 52\,\sqrt{RI}. \quad (9)$$

Les formules précédentes de De Prony, de Saint-Venant, Chézy, ne tiennent aucun compte de la nature de la paroi, ni des dimensions du canal. « Il est cependant difficile d'admettre *a priori*, dit M. Bazin, que ces divers éléments soient sans influence sur l'écoulement. M. De Prony lui-même émet des doutes à cet égard dans plusieurs passages de ses recherches physico-mathématiques. Il ne se faisait donc aucunement illusion sur l'insuffisance des données expérimentales dont il pouvait disposer. »

FORMULES DE MM. DARCY ET BAZIN

87. Nous ne décrirons pas les nombreuses et délicates expériences entreprises par M. Darcy en 1855 avec le concours de MM. Baumgarten et Ritter, et continuées par M. Bazin jusqu'en 1860. Il nous suffit de savoir que, de la discussion des résultats constatés, M. Bazin a pu déduire les utiles et importantes conséquences suivantes.

Influence de la forme du profil transversal.

« 1° La figure de la section transversale ne paraît pas exercer une influence assez grande pour qu'il y ait lieu d'en tenir compte dans les applications lorsque cette figure est un rectangle, un trapèze ou un triangle. Les expériences comparatives qui ont conduit à ce résultat, n'ont été faites, il est vrai, que sur des parois en planches ; il paraît néanmoins vraisemblable que des parois plus résistantes conduiraient à des conclusions analogues ;

« 2° La résistance à l'écoulement est notablement moindre dans un canal arrondi qui ne présente aucun angle vif à l'intérieur. Ce fait s'explique très facile-

ment lorsqu'on étudie la distribution des vitesses dans l'intérieur d'un courant. On reconnaît en effet que, dans un canal rectangulaire, la vitesse dans les angles est très petite relativement à la vitesse moyenne, de telle sorte que cette partie de la section ne contribue que pour une faible part au débit total. Dans un canal circulaire, au contraire, la vitesse est la même sur toute l'étendue de la paroi et diffère moins de la vitesse moyenne. C'est donc avec beaucoup de raison que l'on adopte souvent pour le profil transversal de la cuvette des égouts une forme à peu près circulaire. Cette figure est celle qui donne le maximum d'écoulement pour une pente et une section données;

« 3° Dans le cas particulier où la section d'un canal est très petite (0m,10 de largeur par exemple), le rapport $\frac{RI}{U}$ devient constant pour un même canal, c'est-à-dire que la vitesse U est simplement proportionnelle à R. »

Influence de la nature de la paroi. — Comme on vient de le voir, De Prony et ses successeurs faisaient abstraction de la nature des parois; ils admettaient qu'une pellicule liquide restait toujours adhérente à la paroi. D'après cette hypothèse, l'écoulement de la masse se faisant sur cette pellicule, la nature de la paroi ne pouvait avoir aucune influence. MM. Darcy et Baumgarten constatèrent au contraire que la nature de la paroi ne pouvait être négligée. — M. Bazin mit ce fait en évidence par des expériences faites dans un canal recouvert successivement de quatre revêtements différents, savoir :

1° Ciment pur ;

2° Briques posées à plat ;

3° Petit gravier de 0m,01 à 0m,02 de diamètre, maintenu par un enduit en ciment sur lequel il était en saillie;

4° Gros gravier de 0m,03 à 0m,04 de diamètre, maintenu de la même manière.

Influence de la pente. — M. Bazin a montré, en représentant graphiquement les équations, que la formule qui répondait le mieux aux résultats des expériences était celle de Darcy :

$$\frac{RI}{U^2} = \alpha + \frac{\beta}{R} \qquad (10)$$

en donnant aux coeficients α et β des valeurs spéciales à chaque cas particulier.

Les expériences faites sur un canal plus ou moins incliné prouvent que la pente n'a pas d'influencé sur la valeur de $\frac{RI}{U^2}$.

« La supériorité pratique de la formule $\alpha + \frac{\beta}{R}$, dit M. Bazin, résulte de ce que ses deux coefficients varient en sens inverse lorsque l'on modifie la pente I du canal; en effet, quand I augmente, α augmente aussi et β diminue. — Il s'établit ainsi une sorte de compensation, par suite de laquelle les formules obtenues pour plusieurs pentes, bien que différentes au premier abord, donnent néanmoins, dans les limites ordinaires des applications, des valeurs presque identiques de $\frac{RI}{U^2}$ et par suite peuvent sans inconvénient être remplacées par une formule unique à coefficients moyens. »

De ses propres expériences et de celles d'un certain nombre d'autres expérimentateurs, M. Bazin a déduit les quatre formules suivantes, applicables à quatre natures de parois correspondant aux cas les plus ordinaires de la pratique.

1° *Parois très unies.* — Ciment lissé, bois raboté avec soin, etc...

$$\frac{RI}{U^2} = 0{,}00015\left(1 + \frac{0{,}03}{R}\right), \qquad (11)$$

2° *Parois unies.* — Pierre de taille, briques, planches, ciment mélangé de sable, etc.

$$\frac{RI}{U^2} = 0{,}000\,19\left(1 + \frac{0{,}07}{R}\right) \qquad (12)$$

3° *Parois peu unies.* — Maçonnerie de moellons.

$$\frac{RI}{U^2} = 0{,}000\,24\left(1 + \frac{0{,}25}{R}\right) \qquad (13)$$

4° *Paroi en terre.* — Petits cours d'eau rivières et fleuves.

$$\frac{RI}{U^2} = 0{,}000\,28\left(1 + \frac{1{,}25}{R}\right) \qquad (14)$$

88. *Tables numériques.* — M. Bazin, dans le but de faciliter les calculs, a dressé la table numérique suivante, donnant les valeurs de $\frac{RI}{U^2}$, pour des valeurs du rayon moyen R, comprises entre 0m,01 et 6 mètres, et pour les quatre natures différentes de parois.

Tableau des valeurs de $\frac{RI}{U^2}$ *fournies par les quatre formules types précédentes, pour des valeurs du rayon moyen* R *comprises entre* 0m,01 *et* 6 *mètres.*

VALEUR de R	VALEURS DE $\frac{RI}{U^2}$. (A)				VALEURS de R	VALEURS DE $\frac{U}{V}$			
	Parois très unies	Parois unies	Parois peu unies	Parois en terre		Parois très unies	Parois unies	Parois peu unies	Parois en terre
0,01	0,000 600	»	»	»	0,60	0,000 158	0,000 212	0,000 340	0,000 863
0,02	0,000 375	0,000 855	»	»	0,61	0,000 157	0,000 212	0,000 338	0,000 854
0,03	0,000 300	0,000 633	»	»	0,62	0,000 157	0,000 211	0,000 337	0,000 845
0,04	0,000 262	0,000 522	»	»	0,63	0,000 157	0,000 211	0,000 335	0,000 836
0,05	0,000 240	0,000 456	0,001 440	»	0,64	0,000 157	0,000 211	0,000 334	0,000 827
0,06	0,000 225	0,000 412	0,001 240	»	0,65	0,000 157	0,000 210	0,000 332	0,000 818
0,07	0,000 214	0,000 380	0,001 097	»	0,66	0,000 157	0,000 210	0,000 331	0,000 810
0,08	0,000 206	0,000 356	0,000 990	»	0,67	0,000 157	0,000 210	0,000 330	0,000 802
0,09	0,000 200	0,000 338	0,000 907	»	0,68	0,000 157	0,000 210	0,000 328	0,000 795
0,10	0,000 195	0,000 323	0,000 840	0,003 780	0,69	0,000 157	0,000 209	0,000 327	0,000 787
0,11	0,000 191	0,000 311	0,000 785	0,003 462	0,70	0,000 156	0,000 209	0,000 326	0,000 780
0,12	0,000 188	0,000 301	0,000 740	0,003 197	0,71	0,000 156	0,000 209	0,000 325	0,000 773
0,13	0,000 185	0,000 292	0,000 702	0,002 972	0,72	0,000 156	0,000 208	0,000 323	0,000 766
0,14	0,000 182	0,000 285	0,000 669	0,002 780	0,73	0,000 156	0,000 208	0,000 322	0,000 759
0,15	0,000 180	0,000 279	0,000 640	0,002 613	0,74	0,000 156	0,000 208	0,000 321	0,000 753
0,16	0,000 178	0,000 273	0,000 615	0,002 468	0,75	0,000 156	0,000 208	0,000 320	0,000 747
0,17	0,000 176	0,000 268	0,000 593	0,002 339	0,76	0,000 156	0,000 208	0,000 319	0,000 741
0,18	0,000 175	0,000 264	0,000 573	0,002 224	0,77	0,000 156	0,000 207	0,000 318	0,000 735
0,19	0,000 174	0,000 260	0,000 556	0,002 122	0,78	0,000 156	0,000 207	0,000 317	0,000 729
0,20	0,000 172	0,000 256	0,000 540	0,002 030	0,79	0,000 156	0,000 207	0,000 316	0,000 723
0,21	0,000 171	0,000 253	0,000 526	0,001 947	0,80	0,000 156	0,000 207	0,000 315	0,000 718
0,22	0,000 170	0,000 250	0,000 513	0,001 871	0,81	0,000 156	0,000 206	0,000 314	0,000 712
0,23	0,000 170	0,000 248	0,000 501	0,001 802	0,82	0,000 155	0,000 206	0,000 313	0,000 707
0,24	0,000 169	0,000 245	0,000 490	0,001 738	0,83	0,000 155	0,000 206	0,000 312	0,000 702
0,25	0,000 168	0,000 243	0,000 480	0,001 680	0,84	0,000 155	0,000 206	0,000 311	0,000 697
0,26	0,000 167	0,000 241	0,000 471	0,001 626	0,85	0,000 155	0,000 206	0,000 311	0,000 692
0,27	0,000 167	0,000 239	0,000 462	0,001 576	0,86	0,000 155	0,000 205	0,000 310	0,000 687
0,28	0,000 166	0,000 237	0,000 454	0,001 530	0,87	0,000 155	0,000 205	0,000 309	0,000 682
0,29	0,000 166	0,000 236	0,000 447	0,001 487	0,88	0,000 155	0,000 205	0,000 308	0,000 678
0,30	0,000 165	0,000 234	0,000 440	0,001 447	0,89	0,000 155	0,000 205	0,000 307	0,000 673
0,31	0,000 165	0,000 232	0,000 434	0,001 409	0,90	0,000 155	0,000 205	0,000 307	0,000 669
0,32	0,000 164	0,000 233	0,000 428	0,001 374	0,91	0,000 155	0,000 205	0,000 306	0,000 665
0,33	0,000 164	0,000 230	0,000 422	0,001 341	0,92	0,000 155	0,000 204	0,000 305	0,000 660
0,34	0,000 163	0,000 229	0,000 416	0,001 309	0,93	0,000 155	0,000 204	0,000 305	0,000 656
0,35	0,000 163	0,000 228	0,000 411	0,001 280	0,94	0,000 155	0,000 204	0,000 304	0,000 652
0,36	0,000 163	0,000 227	0,000 407	0,001 252	0,95	0,000 155	0,000 204	0,000 303	0,000 648
0,37	0,000 162	0,000 226	0,000 402	0,001 226	0,96	0,000 155	0,000 204	0,000 303	0,000 645
0,38	0,000 162	0,000 225	0,000 398	0,001 201	0,97	0,000 155	0,000 204	0,000 302	0,000 641
0,39	0,000 162	0,000 224	0,000 394	0,001 177	0,98	0,000 155	0,000 204	0,000 301	0,000 637
0,40	0,000 161	0,000 223	0,000 390	0,001 155	0,99	0,000 155	0,000 203	0,000 301	0,000 634
0,41	0,000 161	0,000 222	0,000 386	0,001 134	1,00	0,000 155	0,000 203	0,000 300	0,000 630
0,42	0,000 161	0,000 222	0,000 383	0,001 113					
0,43	0,000 160	0,000 221	0,000 380	0,001 094	1,02	0,000 154	0,000 203	0,000 299	0,000 623
0,44	0,000 160	0,000 220	0,000 376	0,001 075	1,04	0,000 145	0,000 203	0,000 298	0,000 617
0,45	0,000 160	0,000 220	0,000 373	0,001 058	1,06	0,000 154	0,000 203	0,000 297	0,000 610
0,46	0,000 160	0,000 219	0,000 370	0,001 041	1,08	0,000 154	0,000 202	0,000 296	0,000 604
0,47	0,000 160	0,000 218	0,000 368	0,001 025	1,10	0,000 154	0,000 202	0,000 295	0,000 598
0,48	0,000 159	0,000 218	0,000 365	0,001 009	1,12	0,000 154	0,000 202	0,000 294	0,000 592
0,49	0,000 159	0,000 217	0,000 362	0,000 994	1,14	0,000 154	0,000 202	0,000 293	0,000 587
0,50	0,000 159	0,000 217	0,000 360	0,000 980	1,16	0,000 154	0,000 201	0,000 292	0,000 582
0,51	0,000 159	0,000 216	0,000 358	0,000 966	1,18	0,000 154	0,000 201	0,000 291	0,000 577
0,52	0,000 159	0,000 216	0,000 355	0,000 953	1,20	0,000 154	0,000 201	0,000 290	0,000 572
0,53	0,000 158	0,000 215	0,000 353	0,000 940	1,22	0,000 154	0,000 201	0,000 289	0,000 567
0,54	0,000 158	0,000 215	0,000 351	0,000 928	1,24	0,000 154	0,000 201	0,000 288	0,000 562
0,55	0,000 158	0,000 214	0,000 349	0,000 916	1,26	0,000 154	0,000 201	0,000 288	0,000 558
0,56	0,000 158	0,000 214	0,000 347	0,000 905	1,28	0,000 154	0,000 200	0,000 287	0,000 553
0,57	0,000 158	0,000 213	0,000 345	0,000 894	1,30	0,000 153	0,000 200	0,000 286	0,000 549
0,58	0,000 158	0,000 213	0,000 343	0,000 883	1,32	0,000 153	0,000 200	0,000 285	0,000 545
0,59	0,000 158	0,000 213	0,000 342	0,000 873	1,30	0,000 153	0,000 200	0,000 285	0,000 541

VALEUR de R	VALEURS DE $\frac{RI}{U^2}$ (A)				VALEURS de R	VALEURS DE $\frac{U}{V}$			
	Parois très unies	Parois unies	Parois peu unies	Parois en terre		Parois très unies	Parois unies	Parois peu unies	Parois en terre
1,36	0,000 153	0,000 200	0,000 284	0,000 537	1,98	0,000 152	0,000 197	0,000 270	0,000 457
1,38	0,000 153	0,000 200	0,000 283	0,000 534	2,00	0,000 152	0,000 197	0,000 270	0,000 455
1,40	0,000 153	0,000 199	0,000 283	0,000 530					
1,42	0,000 153	0,000 199	0,000 282	0,000 526	2,10	0,000 152	0,000 196	0,000 269	0,000 447
1,44	0,000 153	0,000 199	0,000 282	0,000 523	2,20	0,000 152	0,000 196	0,000 267	0,000 439
1,46	0,000 153	0,000 199	0,000 281	0,000 520	2,30	0,000 152	0,000 196	0,000 266	0,000 432
1,48	0,000 153	0,000 199	0,000 281	0,000 516	2,40	0,000 152	0,000 196	0,000 265	0,000 426
1,50	0,000 153	0,000 199	0,000 280	0,000 513	2,50	0,000 152	0,000 195	0,000 264	0,000 420
1,52	0,000 153	0,000 199	0,000 279	0,000 510	2,60	0,000 152	0,000 195	0,000 263	0,000 415
1,54	0,000 153	0,000 119	0,000 279	0,000 507	2,70	0,000 152	0,000 195	0,000 262	0,000 410
1,56	0,000 153	0,000 199	0,000 278	0,000 504	2,80	0,000 152	0,000 195	0,000 261	0,000 405
1,58	0,000 153	0,000 198	0,000 278	0,000 502	2,90	0,000 152	0,000 195	0,000 261	0,000 401
1,60	0,000 153	0,000 198	0,000 277	0,000 499	3,00	0,000 152	0,000 194	0,000 260	0,000 397
1,62	0,000 153	0,000 198	0,000 277	0,000 496	3,10	0,000 151	0,000 194	0,000 259	0,000 393
1,64	0,000 153	0,000 198	0,000 277	0,000 493	3,20	0,000 151	0,000 194	0,000 259	0,000 389
1,66	0,000 153	0,000 198	0,000 276	0,000 491	3,30	0,000 151	0,000 194	0,000 258	0,000 386
1,68	0,000 153	0,000 198	0,000 276	0,000 488	3,40	0,000 151	0,000 194	0,000 258	0,0 0 383
1,70	0,000 153	0,000 198	0,000 275	0,000 486	3,50	0,000 151	0,000 194	0,000 257	0,000 380
1,72	0,000 153	0,000 198	0,000 275	0,000 483	3,60	0,000 151	0,000 194	0,000 257	0,000 377
1,74	0,000 153	0,000 198	0,000 274	0,000 481	3,70	0,000 151	0,000 194	0,000 256	0,000 375
1,76	0,000 153	0,000 198	0,000 274	0,000 479	3,80	0,000 151	0,000 194	0,000 256	0,000 372
1,78	0,000 153	0,000 197	0,000 274	0,000 477	3,90	0,000 151	0,000 193	0,000 255	0,000 370
1,80	0,000 153	0,000 197	0,000 273	0,000 474	4,00	0,000 151	0,000 193	0,000 255	0,000 368
1,82	0,000 152	0,000 197	0,000 273	0,000 472	4,25	0,000 151	0,000 193	0,000 254	0,000 362
1,84	5,000 152	0,000 197	0,000 273	0,000 470	4,50	0,000 151	0,000 193	0,000 253	0,000 358
1,86	0,000 152	0,000 197	0,000 272	0,000 468	4,75	0,000 151	0,000 193	0,000 253	0,000 354
1,88	0,005 152	0,000 197	0,000 272	0,000 466	5,00	0,000 151	0,000 193	0,000 252	0,000 350
1,90	0,000 152	0,000 197	0,000 272	0,000 464	5,25	0,000 151	0,000 193	0,000 251	0,000 347
1,92	0,000 152	0,000 197	0,000 271	0,000 462	5,50	0,000 151	0,000 192	0,000 251	0,000 344
1,94	0,000 152	0,000 197	0,000 271	0,000 460	5,75	0,000 151	0,000 192	0,000 250	0,000 341
1,96	0,000 152	0,000 197	0,000 271	0,000 459	6,00	0,000 151	0,000 192	0,000 250	0,000 338

89. REMARQUE. — Les formules précédentes de M. Bazin peuvent s'écrire :

$$\frac{RI}{U^2} = A \qquad (15)$$

en désignant par A le deuxième terme de l'égalité. Ce sont ces valeurs de A que le tableau ci-dessus donne pour des valeurs diverses du *rayon moyen* R.

De l'équation (15) on tire :

$$I = \frac{AU^2}{R} \qquad (16)$$

On peut encore en déduire :

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}} \qquad (17)$$

Ces formules, combinées avec la relation fondamentale (1) :

$$Q = \omega U$$

servent à résoudre les problèmes qui se rencontrent dans les applications et sont utiles pour le calcul du débouché. Nous allons d'abord montrer comment on peut résoudre les problèmes les plus usuels.

Premier Problème.

90. *Un canal dont la forme du profil transversal est connue, doit débiter un volume* Q; *on connaît en outre le niveau de l'eau; on demande de calculer : la vitesse moyenne* U *que l'eau devra prendre pour assurer le débit* Q, *et la pente longitudinale qu'il faudra donner au canal pour réaliser cette vitesse moyenne.*

On aura d'abord immédiatement la vitesse moyenne U, au moyen de la relation (1) :

$$Q = \omega U$$

de laquelle on tire :

$$U = \frac{Q}{\omega}.$$

Quant à la pente I qui sera nécessaire pour réaliser cette vitesse moyenne U, on l'obtiendra par l'emploi de la formule (16) de Bazin :

$$I = \frac{AU^2}{R}.$$

91. *Exemple numérique.* — Un canal a un profil transversal en forme de trapèze ABCD (*fig.* 51), dont la largeur au plafond est de $2^m,50$, et dont les talus sont inclinés à 3 de base pour 2 de hauteur ; il doit débiter

6 mètres cubes à la seconde; la hauteur de l'eau au-dessus du plafond doit être de 2 mètres; ses parois sont en terre. Quelle vitesse moyenne l'eau devra-t-elle prendre, et quelle pente longitudinale devra-t-on donner au canal pour réaliser cette vitesse moyenne, et par conséquent pour réaliser le débit donné de 6 mètres cubes à la seconde ?

La section transversale d'écoulement *ad*CB (*fig.* 51), aura pour surface :

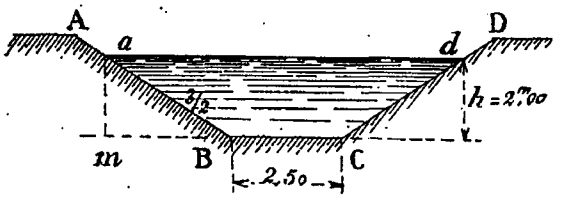


Fig. 51.

$$\Omega = \frac{BC + ad}{2} \times h$$

Or, $BC = 2^m,50$

$h = 2^m,00$

$$ad = Bc + 2 \times \frac{3}{2} h$$

$$= 2,50 + 3 \times 2,00 = 8^m50.$$

Donc :

$$\Omega = \frac{2,50 + 8,50}{2} 2,00 = 11 \text{ mètres carrés,}$$

La vitesse moyenne aura pour valeur :

$$U = \frac{Q}{\Omega} = \frac{6}{11} = 0^m545 \text{ par seconde.}$$

La pente I qui produira cette vitesse sera donnée par la formule

$$I = \frac{AU^2}{R}$$

dans laquelle on a pour U, R et A les valeurs suivantes : On connaît la vitesse moyenne U qui vient d'être calculée : $U = 0^m,545$. Le rayon moyen R a pour expression :

$$R = \frac{\Omega}{\chi}$$

On a déjà la section $\Omega = 11$ mètres carrés. Il faut évaluer le périmètre mouillé $\chi = aB + BC + Cd$ (*fig.* 51). Or, $BC = 2^m,50$ et :

$$aB = Cd = \sqrt{\overline{am}^2 + \overline{mB}^2} = \sqrt{4 + 9}$$

$$aB = Cd = 3^m,606.$$

Donc : $\chi = 7,212 + 2,500 = 9^m,712$.

La valeur du rayon moyen R sera donc :

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = \frac{11}{9,712} = 1^m,132.$$

Quant au facteur A, on pourrait le calculer avec la formule (14) :

$$A = 0,000\ 28 \left(1 + \frac{1,25}{R}\right)$$

mais il est plus simple de le prendre dans le tableau du n° 88. En face des rayons moyens $R = 1,12$ et $1,14$, on trouve pour valeurs de A, 0,000592 et 0,000587 dans la colonne relative aux parois en terre. Au rayon $R = 1^m,132$, correspondra une valeur de A, égale à 0,000590 environ.

Finalement, en remplaçant les lettres par leurs valeurs, dans la relation de la pente longitudinale, on trouve :

$$I = \frac{AU^2}{R} = \frac{0,00059 \times \overline{0,545^2}}{1,132} = 0^m000\,16$$

soit deux dixièmes de millimètre environ par mètre.

Deuxième Problème.

92. *Connaissant le débit d'un canal, sa pente longitudinale, la forme de son profil transversal et la hauteur du plan d'eau, calculer la section d'écoulement.*

La section d'écoulement est $\Omega = \frac{Q}{U}$. On connaît le débit Q. Il faut donc calculer d'abord la vitesse moyenne U, dont l'expression est :

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}}.$$

On opère par tâtonnements successifs. On essaie une première section ω' qui donne d'abord $U' = \frac{Q}{\omega'}$. On calcule d'autre part le terme $\sqrt{\frac{RI}{A}}$ avec cette valeur de ω' et avec les données du problème. On doit trouver deux valeurs égales. Si l'égalité n'a pas lieu, on essaie une deuxième section ω'', avec laquelle on opère de la même manière, jusqu'à ce qu'on soit arrivé à une égalité à peu près satisfaite.

93. *Exemple numérique.* — Un aqueduc ayant une cuvette rectangulaire ABCD (*fig.* 52), doit pouvoir débiter 4 mètres cubes à la seconde, lorsque le

plan supérieur *ad* de l'eau est à 1 mètre au-dessus du radier BC. On désire donner au radier une pente de 0m,02 par mètre. Calculer la largeur x qu'il faudra réserver entre les pieds-droits de l'aqueduc.

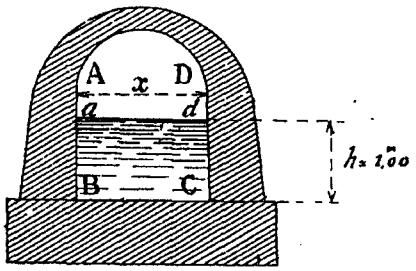


Fig. 52.

La section d'écoulement a pour expression :

$$\Omega = hx = \frac{Q}{U}.$$

Le débit Q est égal à 4 mètres cubes. Il faut calculer la vitesse moyenne U, laquelle est donnée par la formule de Bazin :

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}}$$

Dans cette formule on a $R = \frac{\Omega}{\chi}$ et $A = \alpha + \frac{\beta}{R} = \alpha + \frac{\beta\chi}{\Omega}$. L'expression de U devient : $U = \sqrt{\frac{\Omega^2 I}{\chi(\alpha\Omega + \beta\chi)}}$.

Essayons d'abord une largeur $x' = 1^m$. La section correspondante d'écoulement sera :

$$\omega' = hx' = 1{,}00 \times 1{,}00 = 1{,}00$$

La vitesse moyenne calculée avec la relation $U = \frac{Q}{\Omega}$ serait :

$$u' = \frac{Q}{\omega'} = \frac{4{,}00}{1{,}00} = 4^m{,}00.$$

La deuxième expression de la vitesse moyenne donnerait :

$$u' = \sqrt{\frac{1{,}00^2 \times 0{,}02}{3{,}00\,(0{,}000\,24 \times 1{,}00 + 0{,}00006 \times 3{,}00)}}$$

Nous avons pris pour les coefficients α et β les valeurs :

$$\alpha = 0{,}00024 \quad \text{et}$$

$$\beta = 0{,}00024 \times 0{,}25 = 0{,}00006$$

qui correspondent aux parois peu unies (maçonnerie de moellons). Nous obtenons :

$$u' = \sqrt{15{,}873} = 3^m{,}984.$$

Les deux valeurs de u' ainsi calculées, 4 mètres et 3 mètres 984, sont sensiblement égales. Cela prouve que l'hypothèse faite sur la valeur de la largeur $x = 1^m$., est satisfaisante. On donnera donc 1 mètre de largeur à l'aqueduc entre les pieds-droits, et la vitesse moyenne que l'eau prendra dans la section transversale ainsi définie sera d'environ 4 mètres par seconde.

Si on avait obtenu deux valeurs différentes pour u', on aurait fait un autre essai, en attribuant à la largeur x une valeur plus ou moins grande que la première.

Ainsi, si on avait d'abord essayé $x' = 2$ mètres par exemple, on aurait eu :

$$\omega' = hx' = 1{,}00 \times 2{,}00 = 2{,}00$$

$$u' = \frac{Q}{\omega'} = \frac{4{,}00}{2{,}00} = 2^m{,}00$$

et d'autre part :

$$u' = \sqrt{\frac{2{,}00^2 \times 0{,}02}{4{,}00\,(0{,}000\,24 \times 2{,}00 + 0{,}000\,06 \times 4{,}00)}}$$

$$u' = \sqrt{27{,}78} = 5^m\,27.$$

On voit que la première vitesse passe de 4 mètres à 2 mètres, parce que la section est augmentée, et la deuxième passe de 4 mètres à 5m,27, parce que l'augmentation du périmètre se fait plus lentement que l'augmentation correspondante de la section, ce qui produit en somme une moindre résistance pour l'unité de surface de la section d'écoulement. Il faudrait donc faire un autre essai avec une largeur x'' plus petite que $x' = 2^m$.).

Troisième problème.

94. *Calculer le débit d'un canal dont on connait la section transversale d'écoulement et la pente longitudinale par mètre.*

Connaissant la forme et les dimensions de la section transversale d écoulement Ω, on en déduira facilement la valeur de $R = \frac{\Omega}{\chi}$ et celle de A qui correspond à R. On pourra alors calculer la vitesse moyenne par la formule (17) et finalement obtenir le débit cherché avec la formule (1).

95. *Exemple numérique.* — Un canal a un profil transversal de forme circulaire ACB (*fig.* 53), dont le rayon est égal à $0^m,80$; la surface *ab* de l'eau s'élève à une hauteur $h = 0^m,50$ au-dessus du point le plus bas C ; la pente longitudinale est de $0^m,001$ par mètre. Calculer le débit.

La surface de la section transversale d'écoulement *ab*C est celle d'un segment de cercle. Pour l'évaluer, il faut d'abord déterminer l'angle au centre *a*O*b* du sec-

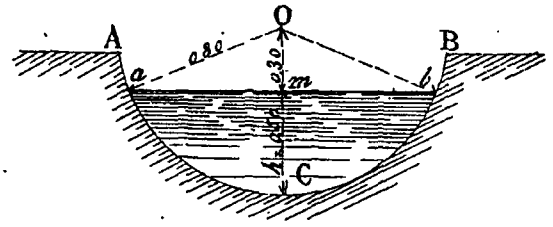


Fig. 53

teur *a*O*b*C. Or, O*m* $= 0^m,30$ est le cosinus de l'angle *m*O*b* pour un rayon de $0^m,80$. Pour un rayon de 1 mètre, ce cosinus aura pour valeur :

$$\cos mOb = \frac{0,30}{0,80} = 0,375.$$

L'angle correspondant, donné par les tables trigonométriques, est de 68 degrés. L'angle au centre *a*O*b* du secteur a donc pour valeur $2 \times 68 = 136$ degrés.

Par suite, la surface du secteur est égale à celle du cercle entier, multipliée par le rapport $\frac{136}{360}$, c'est-à-dire :

$$\text{surf. } aObC = \pi r^2 \frac{136}{360}$$
$$= 3,14 \times 0,80^2 \times \frac{136}{360}$$
$$= 0,756$$

D'autre part, on a pour la surface du triangle *a*O*b* :

$$\text{Surf. } aObm = 0,30 \sqrt{0,80^2 - 0,30^2}$$
$$= 0,30 \times 0,854$$
$$= 0,256$$

Donc, la surface du segment *amb*C a pour valeur :

$$\text{Surf. segment} = 0,756 - 0,256 = 0,500$$
$$\Omega = 0,50.$$

Quant au périmètre mouillé χ, il est égal à la longueur de l'arc de cercle *a*C*b*. Cette longueur s'obtiendra en multipliant le développement de la circonférence entière par le rapport $\frac{136}{360}$:

$$\chi = 2 \pi r \frac{136}{360}$$
$$= 2 \times 3,14 \times 0,80 \times \frac{136}{360}$$
$$= 1^m,90.$$

Nous pouvons maintenant calculer le rayon moyen R :

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = \frac{0,50}{1,90} = 0^m,26.$$

La valeur correspondante de A, prise dans le tableau de M. Bazin (n° 88), dans la colonne parois unies (ciment mélangé de sable), est :

$$A = \frac{RI}{U^2} = 0,000\,241.$$

La vitesse moyenne U qui correspond au débit cherché, aura par conséquent pour valeur :

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}} = \sqrt{\frac{0,26 \times 0,001}{0,000241}}$$
$$U = 1^m,08 \text{ par seconde.}$$

Le débit correspondant sera :

$$Q = \Omega U = 0,50 \times 1,08 = 0^{mc},540.$$

Quatrième problème.

96. *On donne la forme et les dimensions du profil transversal du lit, la pente longitudinale et le débit ; on demande à quelle hauteur la ligne d'eau s'élèvera.*

Pour résoudre ce problème, on fait une hypothèse sur la hauteur cherchée ; on en déduit la section Ω et le périmètre mouillé χ ; on vérifie ensuite si les formules du mouvement permanent uniforme sont satisfaites. Si elles ne le sont pas, on fait une deuxième hypothèse, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on ait trouvé une valeur h pour laquelle les équations soient satisfaites.

97. *Exemple numérique.* — Supposons un canal de profil transversal rectangulaire ABCD (*fig.* 54), ayant une largeur $= 3$ mètres, 00 La pente longitudinale par mètre est $I = 0^m,005$. Le canal doit débiter $Q = 10$ mètres cubes à la seconde. On

veut calculer la hauteur h de la ligne d'eau ad au-dessus du fond BC.

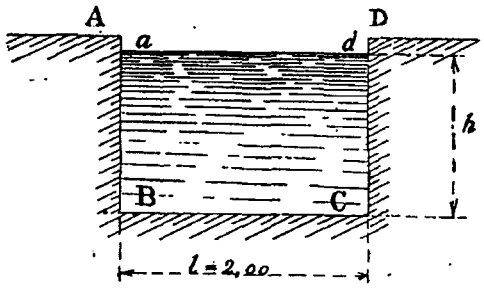


Fig. 54.

Première hypothèse : $h = 2$ mètres,

$$\Omega = lh = 2{,}00 \times 2{,}00 = 4{,}00$$

$$\chi = l + 2h = 2{,}00 + 4{,}00 = 6{,}00$$

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = \frac{4{,}00}{6{,}00} = 0{,}67$$

A = 0,000802 (table de Bazin pour parois en terre)

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}} = \sqrt{\frac{0{,}67 \times 0{,}005}{0{,}000\,802}} = 2^{m},05$$

par seconde.

$$Q = \Omega U = 4{,}00 \times 2{,}05 = 8^{mc},20.$$

Avec l'hypothèse $h = 2$ mètres, nous trouvons un débit 8,20 inférieur à celui qu'il faut avoir : Q = 10. Nous faisons donc une deuxième hypothèse.

Deuxième hypothèse : $h = 2^{m},50$; il en résulte :

$$\Omega = lh = 2{,}00 \times 2{,}50 = 5{,}00$$

$$\chi = l + 2h = 2{,}00 + 5{,}00 = 7{,}00$$

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = \frac{5{,}00}{7{,}00} = 0{,}714$$

A = 0,000 77

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}} = \sqrt{\frac{0{,}714 \times 0{,}005}{0{,}000\,77}} = 2^{m},153$$

$$Q = \Omega U = 5{,}00 \times 2{,}153 = 10^{mc},765.$$

La deuxième hypothèse $h = 2^{m},50$ donne un débit très légèrement supérieur à 10 mètres cubes. Si on voulait arriver exactement à cette dernière valeur il faudrait diminuer un peu la hauteur $h = 2{,}50$ et faire un troisième essai. Il est probable qu'avec $h = 2^{m},40$ ou $2^{m},45$ on obtiendrait le débit voulu.

On arrive ainsi à déterminer, par essais successifs, la hauteur cherchée de la ligne d'eau.

Quelle que soit la forme du profil transversal du canal prismatique, le calcul de la hauteur h se fait toujours de la même manière. Lorsque le profil est un peu plus compliqué que le rectangle, les opérations sont plus longues, mais la méthode à suivre est la même, et c'est surtout la méthode que nous voulions indiquer.

Cas particuliers.

98. Les quatre problèmes que nous venons de résoudre montrent comment on applique les formules et les tables de M. Bazin aux différents cas qui peuvent se présenter, et suffisent pour faire comprendre les applications qu'on en peut faire au calcul d'un débouché de pont.

Nous devons cependant signaler quelques cas particuliers.

CAS D'UN LIT TRÈS LARGE

99. Soit un lit très large ABCD (*fig.* 55) et soit ad la ligne d'eau. Nous supposons que les berges AB et CD se relèvent rapidement et que le fond peut être remplacé par la droite BC sans erreur sensible dans l'évaluation de la surface du courant.

Prenons pour largeur du courant la moitié l de la somme des deux bases ad et BC de la section transversale d'écoulement. Cela revient à substituer un rectangle au trapèze ad CB. Si H est la hauteur de ce trapèze, on a :

$$\Omega = l\,H \text{ et}$$

$$\chi = l + 2\,H.$$

On voit que pour une faible variation de la hauteur H, le périmètre mouillé χ n'est pas sensiblement modifié, car H est très petit vis à vis de la largeur l ; on peut même négliger le terme 2 H et admettre que le périmètre mouillé est égal à la largeur l, lorsque la différence entre l et H est considérable. De même, la section Ω n'est pas sensiblement influencée par une faible variation de la hauteur H et on peut dire que cette section est constante.

Ces différentes hypothèses, permettent de simplifier la solution du quatrième problème en ce sens que la question peut être résolue, par approximation, sans tâ-

tonnement. On peut, en effet, écrire :

$$\Omega = lh$$
$$\chi = l$$
$$R = \frac{\Omega}{\chi} = h$$
$$U = \frac{Q}{\Omega} = \frac{Q}{lh}$$

La formule de Bazin est :

$$\frac{RI}{U^2} = A,$$

qui donne, en remplaçant R et U par les valeurs ci-dessus :

$$\frac{l^2 I}{Q^2} h^3 = A$$

D'où on tire la relation suivante :

$$h = \sqrt[3]{\frac{Q^2 A}{l^2 I}} \qquad (18)$$

permettant de calculer approximativement la hauteur h quand on connaît le débit Q, la largeur l du lit, la pente longitudinale par mètre I. La valeur de A est donnée par les tables.

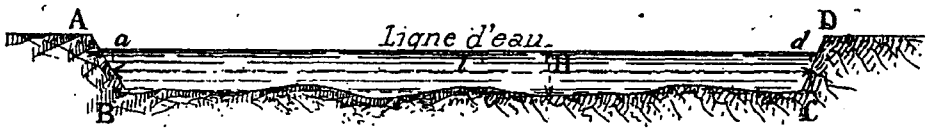


Fig. 55.

CAS D'UNE RIVIÈRE DÉBORDÉE.

100. Une rivière débordée présente généralement plusieurs lits : un lit mineur CDEF (*fig.* 56) et un lit majeur ABC, FGH. Lorsque ce fait se produit, il est nécessaire de fractionner la section transversale d'écoulement pour évaluer le débit total. Il s'établit, en effet, dans chacun des lits, une vitesse moyenne correspondante, dépendant du profil transversal et de la pente longitudinale ; de sorte que, en opérant séparément sur chacun des lits, on n'arrive pas au même résultat qu'en opérant sur la section totale. C'est ce que nous allons montrer, et c'est évidemment le fractionnement qui conduira au résultat le plus approché.

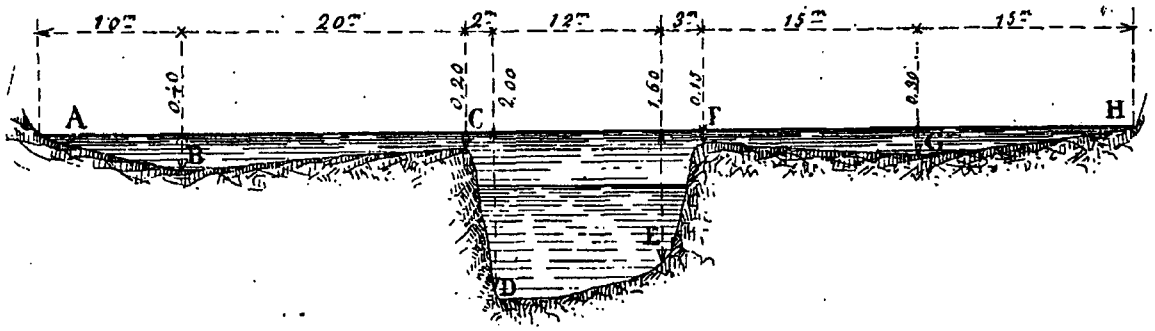


Fig. 56.

Soit $I = 0^m,0005$ la pente longitudinale par mètre. Considérons d'abord toute la masse liquide comme ne formant qu'un courant Les côtés du profil transversal ABCD.....H (*fig.* 56) donnent, pour la section Ω et le périmètre mouillé χ, les valeurs suivantes :

$$\Omega = \left(10 \times \frac{0,40}{2} + 20 \times \frac{0,40 + 0,20}{2}\right) + \left(2 \times \frac{0,20+2,00}{2} + 12 \times \frac{2,00 + 1,60}{2} + 3 \times \frac{1,60 + 0,15}{2}\right) + \left(15 \times \frac{0,15 + 0,30}{2} + 15 \times \frac{0,30}{2}\right).$$

$$\omega = 8{,}00 + 26{,}42 + 5{,}62 = 40{,}04$$

$$\chi = (10{,}00 + 20{,}00) + (\sqrt{1{,}80^2 + 2{,}00^2} + \sqrt{1{,}45^2 + 3{,}00^2}) + (15{,}00 + 15{,}00) + 12{,}00.$$

$$\chi = 30{,}00 + 17{,}88 + 30{,}00 = 77{,}88.$$

Le rayon moyen aura pour valeur :

$$R = \frac{\omega}{\chi} = \frac{40{,}04}{77{,}88} = 0{,}514$$

La valeur de A qui correspond à R = 0,514 est donnée par les tables (n° 88). On trouve, pour des parois en terre :

$$A = \frac{RI}{U^2} = 0{,}00096$$

d'où on tire la vitesse, moyenne U.

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}} = \sqrt{\frac{0{,}514 \times 0{,}0005}{0{,}000\,96}} = 0{,}517$$

Finalement, le débit total sera égal à :

$$Q = \omega V = 40{,}04 \times 0{,}517 = 20^{mc},70.$$

Fractionnons maintenant la section totale, et calculons séparément le débit de chacune des trois parties. Nous aurons d'abord, pour la partie ABC (*fig.* 56) :

$$\omega' = 8{,}000$$

$$\chi' = 30{,}00$$

$$R' = \frac{\omega'}{\chi'} = 0{,}267$$

$$A' = 0{,}001\,6$$

$$U' = \sqrt{\frac{R'I}{A'}} = \sqrt{\frac{0{,}267 \times 0{,}0005}{0{,}00\,16}} = 0{,}29$$

$$Q' = \omega' U' = 8{,}00 \times 0{,}29 = 2^{m.c.}\ 32.$$

La partie centrale C D E F donnera :

$$\omega'' = 26{,}42$$

$$\chi'' = 17{,}88$$

$$R'' = \frac{\omega''}{\chi''} = \frac{26{,}42}{17{,}88} = 1{,}478$$

$$A'' = 0{,}000\,517$$

$$U'' = \sqrt{\frac{R''I}{A''}} = \sqrt{\frac{1{,}478 \times 0{,}0005}{0{,}000\,517}} = 1^{m},20$$

$$Q'' = \omega'' U'' = 26{,}42 \times 1{,}20 = 31^{mc},70.$$

Et enfin, on aura pour la partie FGH :

$$\omega''' = 5{,}62$$

$$\chi''' = 30{,}00$$

$$R''' = \frac{\omega'''}{\chi'''} = \frac{5{,}62}{30{,}00} = 0{,}187$$

$$A''' = 0{,}00\,213$$

$$U''' = \sqrt{\frac{R'''I}{A'''}} = \sqrt{\frac{0{,}187 \times 0{,}0005}{0{,}002\,13}} = 0^{m},209$$

$$Q''' = \omega''' U''' = 5{,}62 \times 0{,}209 = 1^{mc},17.$$

La somme des trois débits ainsi obtenus donnera le débit de la section transversale totale :

$$Q = Q' + Q'' + Q''' = 2{,}32 + 31{,}70 + 1{,}17 = 35^{mc},19$$

débit bien supérieur à celui précédemment calculé en opérant d'un seul coup sur la section totale.

On remarquera que la vitesse moyenne U = 0, 517, calculée pour la section totale, est supérieure aux vitesses U' = 0,29 et U''' = 0,209 du lit majeur, et inférieure à la vitesse U'' = 1m,20 du lit mineur.

III. — Répartition des vitesses dans la section d'un canal.

101. Dans les formules précédentes, servant à résoudre les problèmes relatifs au débit des canaux, nous avons fait constamment usage de la *vitesse moyenne*. — Cette vitesse est la moyenne des vitesses de toutes les molécules de la section du courant ; elle est le quotient du débit par la section. — On a vu comment on pourrait la calculer au moyen des formules empiriques (3) et suivantes, dues à MM. De Prony, de Saint-Venant, Chézy, Darcy et Bazin ; ces dernières devant être préférées aux autres.

Mais on conçoit que la mesure directe de cette vitesse moyenne doit être fort difficile en pratique.

Aussi, pour l'évaluer, on se sert le plus souvent d'une relation existant entre la vitesse moyenne et la vitesse maximum, cette dernière étant mesurée directement.

102. *Relation entre la vitesse moyenne et la vitesse maximum.* — Soit V la vitesse maximum, qui est celle d'un filet voisin

de la surface. La vitesse moyenne U aurait pour expression, d'après De Prony:

$$U = V\frac{V + 2{,}37}{V + 3{,}15} \text{ ou } \frac{U}{V} = \frac{V + 2{,}37}{V + 3{,}15} \quad (19)$$

Si nous faisons successivement dans cette formule $V = 0^m{,}20$, et $V = 2^m{,}50$, elle donne pour le rapport $\frac{U}{V}$:

$$\frac{U}{V} = 0{,}767 \qquad \text{et } \frac{U}{V} = 0{,}87.$$

Or, dans les cas les plus ordinaires de la pratique, la vitesse maximum V près de la surface est comprise entre ces deux limites 0,20 et 2,50. On peut donc adopter comme rapport approché des deux vitesses:

$$\frac{U}{V} = 0{,}80$$

et écrire que la vitesse moyenne est égale aux huit dixièmes de la vitesse à la surface :

$$U = 0{,}8\ V \quad (20)$$

Cette formule donne des valeurs de U trop grandes quand il s'agit de grands cours d'eau. Ainsi, des expériences directes faites sur la Seine ont donné $U = 0{,}62\ V$, et d'autres exécutées sur la Newa ont donné $U = 0{,}75\ V$.

D'après M. Baumgarten, pour des vitesses V supérieures à $1^m{,}30$, on devrait corriger un peu la formule de De Prony et écrire :

$$U = \frac{0{,}80V\ (V + 2{,}372)}{V + 3{,}153} \quad (21)$$

Voici ce que M. Dupuit dit dans son *Traité des ponts* au sujet de la formule (19) de De Prony : « D'après cette formule, le rapport de la vitesse moyenne à la vitesse à la surface ne dépendrait absolument que de l'intensité de cette dernière vitesse et serait indépendant de la pente du canal, de sa hauteur et même de la vitesse du fond. De plus, il ressort des coefficients de cette formule empirique que ce rapport est toujours compris entre 0,75 et 1 et qu'il augmente avec la vitesse ;

pour $V = 0$, on a $\frac{U}{V} = 0{,}75$,

$V = 1$, » $= 0{,}81$,

$V = 2$, » $= 0{,}85$,

$V = 3$, » $= 0{,}87$.

La théorie démontre que ce rapport est en effet toujours compris dans des limites assez restreintes; mais la loi de son accroissement est précisément en sens inverse de celui de la formule empirique; cette formule est donc complètement inexacte. Dans la pratique et pour les calculs approximatifs on emploie ordinairement le rapport constant 0,80. »

103. M. Bazin a montré par de nombreuses expériences que le rapport $\frac{U}{V}$ varie avec la résistance des parois, c'est-à-dire avec la nature de ces parois, et que cette variation devient surtout sensible pour les petites valeurs du rayon moyen R. De la discussion des résultats de ses expériences, M. Bazin a conclu que le rapport $\frac{U}{V}$ devait être relié à $\frac{RI}{U^2}$ par la formule

$$\frac{U}{V} = \frac{1}{1 + K\sqrt{\frac{RI}{U^2}}}.$$

Tant que le terme $\frac{RI}{U^2}$ ou A, dont on trouve les valeurs dans le tableau du n° 88, ne dépasse pas 0,001, le coefficient K est très sensiblement égal à 14. De la formule précédente, on tire :

$$U = V - 14\sqrt{RI} \quad (22)$$

Pour avoir la vitesse moyenne, avec cette formule, on déterminera par l'observation directe les quantités V (vitesse maximum), R $\left(\text{rayon moyen} = \frac{\Omega}{\chi}\right)$ et I, (pente longitudinale par mètre). On aura enfin le débit en multipliant la vitesse moyenne ainsi obtenue, par la section transversale d'écoulement.

104. Les deux tableaux ci-dessous donnent : le premier, les valeurs du rapport $\frac{U}{V}$ correspondant à des valeurs du rayon moyen R comprises entre $0^m{,}01$ et 6 mètres; le deuxième, les valeurs du

même rapport $\frac{U}{V}$ en fonction du terme $\frac{RI}{U^2}$ ou A. Comme le rapport $\frac{U}{V}$ dépend non seulement de la grandeur de la section, mais de la nature des parois, il faudra distinguer dans quelle catégorie les parois du canal doivent être rangées.

Tableau des valeurs du rapport $\frac{U}{V}$ *de la vitesse moyenne* U *à la valeur maxima* V *correspondant aux valeurs du rayon moyen* R *comprises entre* 0m,01 *et* 6m,00.

VALEURS de R	VALEURS DE $\frac{U}{V}$				VALEURS de R	VALEURS DE $\frac{U}{V}$			
	Parois très unies	Parois unies	Parois peu unies	Parois en terre		Parois très unies	Parois unies	Parois peu unies	Parois en terre
0,01	0,745	»	»	»	0,62	0,851	0,831	0,796	0,711
0,02	0,787	0,710	»	»	0,64	0,851	0,831	0,796	0,713
0,03	0,805	0,740	»	»	0,66	0,851	0,831	0,797	0,715
0,04	0,815	0,758	»	»	0,68	0,851	0,831	0,798	0,717
0,05	0,822	0,770	0,653	»	0,70	0,851	0,832	0,798	0,719
0,06	0,826	0,779	0,670	»	0,72	0,851	0,832	0,799	0,721
0,07	0,830	0,786	0,683	»	0,74	0,851	0,832	0,799	0,723
0,08	0,833	0,791	0,694	»	0,76	0,851	0,832	0,800	0,724
0,09	0,835	0,795	0,703	»	0,78	0,851	0,832	0,800	0,726
0,10	0,836	0,799	0,711	0,537	0,80	0,851	0,832	0,801	0,727
0,11	0,838	0,802	0,718	0,548	0,82	0,851	0,833	0,801	0,729
0,12	0,839	0,805	0,724	0,558	0,84	0,851	0,833	0,802	0,730
0,13	0,840	0,807	0,729	0,567	0,86	0,851	0,833	0,802	0,732
0,14	0,841	0,809	0,734	0,575	0,88	0,852	0,833	0,803	0,733
0,15	0,842	0,811	0,738	0,583	0,90	0,852	0,833	0,803	0,734
0,16	0,843	0,812	0,742	0,590	0,92	0,852	0,833	0,803	0,735
0,17	0,843	0,814	0,746	0,596	0,94	0,852	0,833	0,804	0,737
0,18	0,844	0,815	0,749	0,602	0,96	0,852	0,833	0,804	0,738
0,19	0,844	0,816	0,752	0,608	0,98	0,852	0,834	0,804	0,739
0,20	0,845	0,817	0,755	0,613	1,00	0,852	0,834	0,805	0,740
0,21	0,845	0,818	0,757	0,618	1,05	0,852	0,834	0,806	0,743
0,22	0,845	0,819	0,759	0,623	1,10	0,852	0,834	0,806	0,745
0,23	0,846	0,819	0,761	0,627	1,15	0,852	0,834	0,807	0,747
0,24	0,846	0,820	0,763	0,631	1,20	0,852	0,834	0,807	0,749
0,25	0,846	0,821	0,765	0,635	1,25	0,852	0,835	0,808	0,751
0,26	0,847	0,822	0,767	0,639	1,30	0,852	0,835	0,809	0,753
0,27	0,847	0,822	0,769	0,643	1,35	0,852	0,835	0,809	0,755
0,28	0,847	0,823	0,770	0,646	1,40	0,852	0,835	0,809	0,756
0,29	0,847	0,823	0,772	0,649	1,45	0,852	0,835	0,810	0,758
0,30	0,848	0,824	0,773	0,653	1,50	0,852	0,835	0,810	0,759
0,31	0,848	0,824	0,774	0,655	1,55	0,852	0,835	0,811	0,760
0,32	0,848	0,824	0,776	0,658	1,60	0,852	0,835	0,811	0,762
0,33	0,848	0,825	0,777	0,661	1,65	0,853	0,835	0,811	0,763
0,34	0,848	0,825	0,778	0,664	1,70	0,853	0,835	0,811	0,764
0,35	0,848	0,825	0,779	0,666	1,75	0,853	0,836	0,812	0,765
0,36	0,849	0,826	0,780	0,669	1,80	0,853	0,836	0,812	0,766
0,37	0,849	0,826	0,781	0,671	1,85	0,853	0,836	0,812	0,767
0,38	0,849	0,826	0,782	0,673	1,90	0,853	0,836	0,813	0,768
0,39	0,849	0,827	0,783	0,676	1,95	0,853	0,836	0,813	0,769
0,40	0,849	0,827	0,783	0,678	2,00	0,853	0,836	0,813	0,770
0,41	0,849	0,827	0,784	0,680	2,20	0,853	0,836	0,814	0,773
0,42	0,849	0,827	0,785	0,682	2,40	0,853	0,836	0,814	0,776
0,43	0,849	0,828	0,786	0,684	2,60	0,853	0,836	0,815	0,778
0,44	0,849	0,828	0,786	0,685	2,80	0,853	0,837	0,815	0,780
0,45	0,850	0,828	0,787	0,687	3,00	0,853	0,837	0,816	0,782
0,46	0,850	0,828	0,788	0,689	3,20	0,853	0,837	0,816	0,784
0,47	0,850	0,829	0,788	0,690	3,40	0,853	0,837	0,816	0,785
0,48	0,850	0,829	0,789	0,692	3,60	0,853	0,837	0,817	0,786
0,49	0,850	0,829	0,790	0,694	3,80	0,853	0,837	0,817	0,787
0,50	0,850	0,829	0,790	0,695	4,00	0 853	0,837	0,817	0,788
0,52	0,850	0,829	0,791	0,698					
0,54	0,850	0,830	0,792	0,701	4,50	0,853	0,837	0,818	0,791
0,56	0,850	0,830	0,793	0,704	5,00	0,853	0,837	0,818	0,792
0,58	0,850	0,830	0,794	0,706	5,50	0,853	0,837	0,818	0,794
0,60	0,851	0,831	0,795	0,709	6,00	0,853	0,837	0,819	0,795

Table donnant les valeurs du rapport $\frac{U}{V}$ *des vitesses moyennes et maxima correspondantes aux valeurs de* $\frac{RI}{U^2}$ *comprises entre* 0,00015 *et* 0,003.

VALEURS DE						VALEURS DE					
$\frac{RI}{U^2}$	$\frac{U}{V}$	$\frac{RI}{U^2}$	$\frac{U}{V}$	$\frac{RI}{U^2}$	$\frac{U}{V}$	$\frac{RI}{U^2}$	$\frac{U}{V}$	$\frac{RI}{U^2}$	$\frac{U}{V}$	$\frac{RI}{U^2}$	$\frac{U}{V}$
0,000 150	0,854	0,000 310	0,802	0,000 470	0,767	0,000 760	0,721	0,001 160	0,677	0,001 800	0,627
0,000 155	0,852	0,000 315	0,801	0,000 475	0,766	0,000 770	0,720	0,001 180	0,675	0,001 820	0,626
0,000 160	0,850	0,000 320	0,800	0,000 480	0,765	0,000 780	0,719	0,001 200	0,673	0,001 840	0,625
0,000 165	0,848	0,000 325	0,798	0,000 485	0,764	0,000 790	0,718	0,001 220	0,672	0,001 860	0,623
0,000 170	0,846	0,000 330	0,797	0,000 490	0,763	0,000 800	0,716	0,001 240	0,670	0,001 880	0,622
0,000 175	0,844	0,000 335	0,796	0,000 495	0,763	0,000 810	0,715	0,001 260	0,668	0,001 900	0,621
0,000 180	0,842	0,000 340	0,795	0,000 500	0,762	0,000 820	0,714	0,001 280	0,666	0,001 920	0,620
0,000 185	0,840	0,000 345	0,794	0,000 510	0,760	0,000 830	0,713	0,001 300	0,665	0,001 940	0,619
0,000 190	0,839	0,000 350	0,792	0,000 520	0,758	0,000 840	0,711	0,001 320	0,663	0,001 960	0,617
0,000 195	0,836	0,000 355	0,791	0,000 530	0,756	0,000 850	0,710	0,001 340	0,661	0,001 980	0,616
0,000 200	0,835	0,000 360	0,790	0,000 540	0,754	0,000 860	0,709	0,001 360	0,659	0,002 000	0,615
0,000 205	0,833	0,000 365	0,789	0,000 550	0,753	0,000 870	0,708	0,001 380	0,658	0,002 050	0,612
0,000 210	0,831	0,000 370	0,788	0,000 560	0,751	0,000 880	0,707	0,001 400	0,656	0,002 100	0,609
0,000 215	0,830	0,000 375	0,787	0,000 570	0,750	0,000 890	0,705	0,001 420	0,655	0,002 150	0,606
0,000 220	0,828	0,000 380	0,786	0,000 580	0,748	0,000 900	0,704	0,001 440	0,653	0,002 200	0,604
0,000 225	0,826	0,000 385	0,784	0,000 590	0,746	0,000 910	0,703	0,001 460	0,651	0,002 250	0,601
0,000 230	0,825	0,000 390	0,783	0,000 600	0,745	0,000 920	0,702	0,001 480	0,650	0,002 300	0,598
0,000 235	0,823	0,000 395	0,782	0,000 610	0,743	0,000 930	0,701	0,001 500	0,648	0,002 350	0,596
0,000 240	0,822	0,000 400	0,781	0,000 620	0,741	0,000 940	0,700	0,001 520	0,647	0,002 400	0,593
0,000 245	0,820	0,000 405	0,780	0,000 630	0,740	0,000 950	0,699	0,001 540	0,645	0,002 450	0,591
0,000 250	0,819	0,000 410	0,779	0,000 640	0,739	0,000 960	0,697	0,001 560	0,644	0,002 500	0,588
0,000 255	0,817	0,000 415	0,778	0,000 650	0,737	0,000 970	0,696	0,001 580	0,643	0,002 550	0,586
0,000 260	0,816	0,000 420	0,777	0,000 660	0,735	0,000 980	0,695	0,001 600	0,641	0,002 600	0,584
0,000 265	0,814	0,000 425	0,776	0,000 670	0,734	0,000 990	0,694	0,001 620	0,640	0,002 650	0,581
0,000 270	0,813	0,000 430	0,775	0,000 680	0,733	0,001 000	0,693	0,001 640	0,638	0,002 700	0,579
0,000 275	0,812	0,000 435	0,774	0,000 690	0,731	0,001 020	0,691	0,001 660	0,637	0,002 750	0,577
0,000 280	0,810	0,000 440	0,773	0,000 700	0,730	0,001 040	0,689	0,001 680	0,635	0,002 800	0,574
0,000 285	0,809	0,000 445	0,772	0,000 710	0,728	0,001 060	0,687	0,001 700	0,634	0,002 850	0,572
0,000 290	0,808	0,000 450	0,771	0,000 720	0,727	0,001 080	0,685	0,001 720	0,633	0,002 900	0,570
0,000 295	0,806	0,000 455	0,770	0,000 730	0,726	0,001 100	0,683	0,001 740	0,631	0,002 950	0,568
0,000 300	0,805	0,000 460	0,769	0,000 740	0,724	0,001 120	0,681	0,001 760	0,630	0,003 000	0,566
0,000 305	0,803	0,000 465	0,768	0,000 750	0,723	0,001 140	0,679	0,001 780	0,629		

105. *Relation entre la vitesse moyenne, la vitesse maximum à la surface et la vitesse minimum au fond.* — Soit v la vitesse minimum des filets en contact avec le fond. L'expérience montre que les trois vitesses U, V et v sont liées par la relation approchée suivante donnée par Dubuat :

$$U = \frac{1}{2}(V + v). \qquad (23)$$

La vitesse v du fond est très difficile à déterminer expérimentalement; aussi ne se sert-on pas de la formule ci-dessus pour calculer la vitesse moyenne U. — Cette formule est employée au contraire, quand on veut calculer la vitesse v du fond, connaissant la vitesse maximum V et la vitesse moyenne U préalablement déterminée.

De la relation précédente (23) on tire, en effet :

$$v = 2U - V.$$

On peut même avoir la valeur de v en fonction de la vitesse moyenne U seulement, en remplaçant, dans cette formule, V par sa valeur $V = 1{,}25\,U$, tirée de l'équation (20). Il vient alors :

$$v = 0{,}75\,U. \qquad (24)$$

Ce qui signifie que la vitesse v au fond est à peu près égale aux 75 centièmes de la vitesse moyenne.

Dans la résolution de certains problèmes, on se donne la valeur de la vitesse v qu'il ne faut pas dépasser pour qu'il n'y ait pas affouillement. On en déduit la vitesse moyenne U et les autres inconnues du problème. Nous reviendrons sur les valeurs de la vitesse v pour lesquelles le fond des rivières commence à être affouillé.

106. *Répartition des vitesses sur une verticale.* — Il est généralement admis aujourd'hui que les vitesses des filets liquides sur une même verticale varient

comme les ordonnées d'une parabole. La vitesse maximum est tantôt à la surface, tantôt au-dessous, sans qu'on ait pu jusqu'ici se rendre bien compte des causes qui font varier sa position.

Il résulte de cette forme parabolique de la courbe des vitesses des filets sur une verticale, que la vitesse au milieu de la profondeur ne diffère de la vitesse moyenne U que de la petite quantité $^1/_{12}$ M, M étant un paramètre auquel M. Bazin attribue la valeur $M = 20\sqrt{HI}$ (H, hauteur totale et I, pente par mètre du canal).

M. Darcy, en expérimentant sur un canal de petites dimensions a trouvé les valeurs suivantes pour la vitesse W mesurée à différentes hauteurs :

0,12 H au-dessous de la surface :
$W = 1{,}215$ U.

0,44 H au-dessous de la surface :
$W = 1{,}180$ U.

0,68 H au-dessous de la surface :
$W = 1{,}072$ U.

0,88 H au-dessous de la surface :
$W = 0{,}911$ U.

U étant toujours la vitesse moyenne et H représentant la profondeur totale.

Le *filet doué de la vitesse moyenne* se trouve placé un peu au-dessous de la moitié de la verticale, à peu près aux $^3/_5$ de la profondeur. Le capitaine Allan Cunningham, d'après des expériences faites à Roorkee (Inde anglaise), de 1874 à 1879, établit que le point de la verticale qui est doué de la *vitesse moyenne* a une position qui varie de 0,577 H à 0,667 H, ce qui donne une moyenne de $^5/_8$ H, valeur différant de la précédente $^3/_5$ H de $^1/_{40}$ H seulement. — D'après le même expérimentateur, la position du filet de vitesse moyenne, *près des bords*, serait à $^1/_{10}$ H.

On pourra donc obtenir une valeur approximative de la vitesse moyenne sur une verticale, en faisant la mesure directe de la vitesse en un seul point, à $^5/_8$ H ou à $^1/_{10}$ H près des bords.

Enfin, d'après des expériences faites par M. Defontaine sur le Rhin, le rapport entre la vitesse moyenne de tous les filets rencontrés par une même verticale et la vitesse à la partie supérieure de la verticale serait de 0,88. — On pourrait donc encore, pour avoir la vitesse moyenne, mesurer la vitesse à la surface et en prendre les 88 centièmes.

107. *Répartition des vitesses dans la section.* — On a pu voir par ce que nous avons déjà dit des expériences du capitaine Allan Cunningham, que la vitesse ne se répartit pas de la même manière, sur toutes les verticales d'une même section transversale. — Si on considère une série de verticales réparties dans la section transversale, et qu'on joigne par une ligne continue les points de ces verticales qui correspondent aux filets doués de la même vitesse, on a ce qu'on appelle une *courbe d'égale vitesse*.

MM. Darcy et Bazin ont fait d'intéressantes expériences pour la détermination de la forme de ces courbes d'égale vitesse. — Ils sont arrivés aux conclusions suivantes : « Ces courbes d'égale vitesse sont extrêmement régulières et diffèrent très peu de rectangles dont les côtés seraient parallèles aux parois du tuyau, pour un

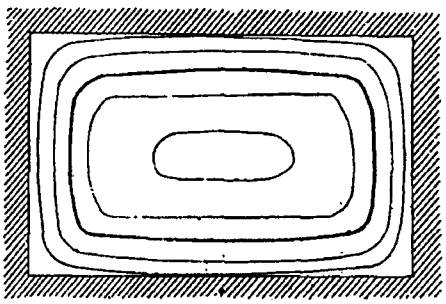


Fig. 57.

canal rectangulaire plein et fermé de toutes parts (*fig.* 57). Ces rectangles sont loin d'être géométriquement semblables et s'aplatissent à mesure que l'on se rapproche de l'axe. Les courbes d'égale vitesse tendent évidemment à reproduire la forme même des parois ; on voit de plus qu'elles en suivent les contours en conservant à peu de chose près leurs distances respectives ».

Les courbes d'égale vitesse, dans un canal rectangulaire dont la section est la moitié de celle du tuyau rectangulaire précédent, affectent les formes de la figure 58. — La paroi supérieure du canal ne limitant plus le courant, l'adhérence

et le frottement contre cette paroi se trouvent supprimés et, par suite, il n'y a plus symétrie entre les diverses forces retardatrices. Il en résulte que les courbes d'égale

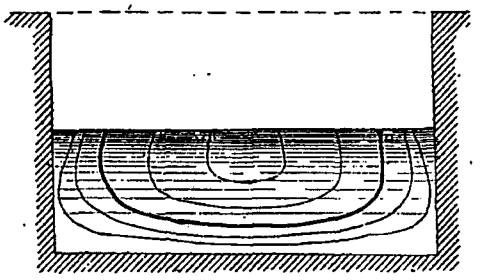


Fig. 58.

vitesse ne rencontrent plus à angle droit l'ancien plan médian, maintenant surface du courant ; elles se rapprochent davantage de la forme elliptique et elles coupent la surface sous des angles aigus.

La figure 59 montre les courbes d'égale vitesse dans un canal rectangulaire re-

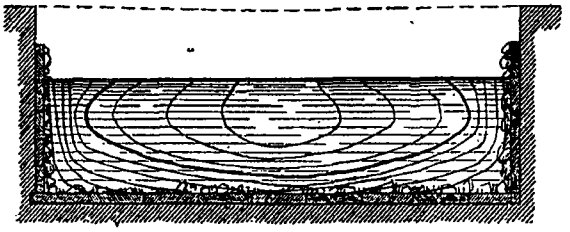


Fig. 59.

vêtu de gros gravier. On voit que celles de ces courbes qui sont près des parois ont à peu près la forme générale de la section qui les renferme. Celles qui sont voisines de la surface ne la rencontrent pas normalement, mais tendent à se fermer en la coupant sous des angles de plus en plus aigus à mesure qu'on s'approche de l'axe. — Elles se ferment même quelquefois, comme on peut le voir sur les figures 60 et 61, représentant les courbes dans des canaux à sections triangulaire et demi-circulaire. — « Cette tendance paraît d'autant plus prononcée, toutes circonstances égales d'ailleurs, que les vitesses sont moindres. Elle augmente à mesure que la résistance à la paroi augmente, c'est-à-dire à mesure que les vitesses diminuent. »

« Donc, dans l'écoulement à ciel ouvert,

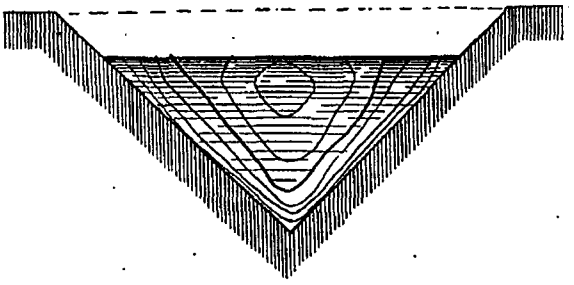


Fig. 60.

des perturbations considérables se produisent aux environs de la surface du courant. Ces perturbations, qui paraissent être d'autant plus considérables que les vitesses sont moindres, font descendre le maximum de vitesse à une grande profondeur, et modifient complètement la

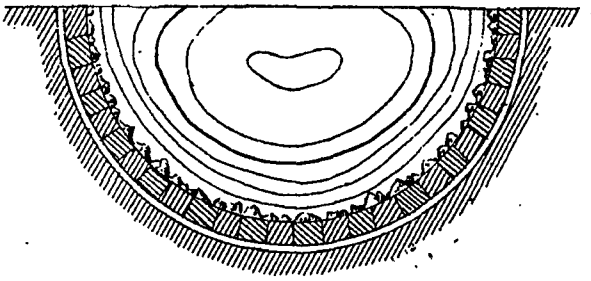


Fig. 61.

figure des courbes qui viennent couper très obliquement la surface. En présence de ces perturbations, il n'est guère permis d'espérer que l'on puisse parvenir à des formules précises donnant la vitesse en chaque point, en fonction de la vitesse moyenne et des deux coordonnées qui déterminent la position de ce point. »

Dans ces figures 57 à 61, reproduisant les courbes représentatives d'égale vitesse, d'après M. Bazin, la courbe qui correspond à la vitesse moyenne est tracée d'un trait plus gros. Les autres courbes correspondent à des vitesses respectivement égales aux fractions, 0,7 — 0,8

— 0,9 — 1,1 — 1,2 — 1,3 de la vitesse moyenne.

La figure 62 montre une répartition de vitesses mesurées par M. l'ingénieur Bérard dans le canal de la Vésubie (canal d'irrigation par lequel sont dérivées jusqu'à Nice les eaux de la Vésubie). — On voit là se reproduire, dans une section

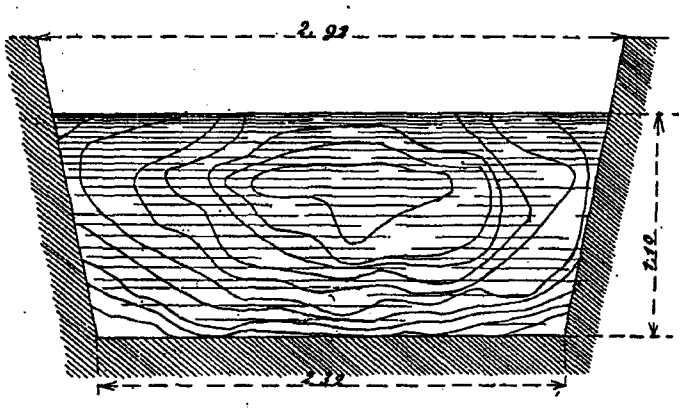


Fig. 62.

trapézoïdale, les particularités dont nous venons de parler, mais avec un peu plus d'irrégularité.

IV. — Mouvement permanent varié dans les canaux irréguliers.

108. Un canal irrégulier se rapproche beaucoup de ce qui se présente dans la nature pour les rivières. — Mais si l'étude du mouvement uniforme dans un canal régulier est relativement facile, cette étude devient très difficile pour un canal à section irrégulière.

M. Belanger est le premier qui ait abordé l'étude des problèmes relatifs au mouvement permanent varié dans les canaux découverts. — Il considère un canal de longueur quelconque, à parois immobiles et inattaquables par le courant dont la pente et le profil transversal varient suivant une loi quelconque, pourvu qu'il n'en résulte pas, dans les parois, des changements brusques de direction pouvant occasionner des tournoiements ou des ondulations dans l'eau qui y coulera. Ce canal étant alimenté en amont par une source à débit constant, il arrivera, au bout d'un certain temps que chaque section transversale du cours d'eau débitera le même volume d'eau, avec la même vitesse. Il s'établira donc un régime pour lequel toutes les sections transversales débiteront un volume égal à celui fourni par la source. Les sections n'étant pas semblables, il est évident que la vitesse moyenne et la hauteur du niveau de l'eau varieront d'une section à l'autre. Cet état du cours d'eau s'appelle *régime permanent varié*.

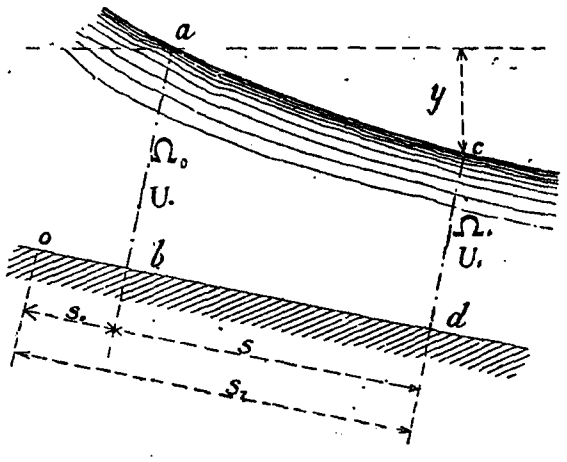


Fig. 63.

Dupuit a aussi abordé par le calcul la détermination du mouvement varié dans un canal irrégulier. (Études théoriques et

pratiques sur le mouvement des eaux). Il s'est surtout attaché à déterminer les *remous* produits par un étranglement ou un élargissement du lit d'une rivière.

109. *Formule du mouvement permanent varié.* — On suppose, pour établir la formule fondamentale dn mouvement permanent varié, que la masse liquide peut être considérée comme composée de filets sensiblement parallèles. On suppose en outre que toutes les molécules d'une même section transversale ont même vitesse, cette vitesse étant égale à la vitesse moyenne U. On admet aussi que la vitesse de chaque molécule est perpendiculaire à la section transversale qu'elle traverse. Ces hypothèses s'éloignent très sensiblement de la réalité et la formule à laquelle on arrive dans ces conditions ne peut être qu'une formule approchée. — Mais dans l'état actuel de la science hydraulique on ne peut arriver à un résultat précis.

Soient *ab* et *cd* (*fig.* 63) deux sections transversales du courant, distantes d'une longueur s. Désignons par Ω_0 et U_0 la surface de la section et la vitesse moyenne en *ab*, et par Ω_1 et U_1 la surface et la vitesse moyenne en *cd*. Soit y la différence de niveau des points *a* et *c* ; enfin, représentons par s_0 et s_1 les distances des sections *ab* et *cd* à l'origine quelconque O.

La valeur de la pente y entre les deux sections considérées, en fonction des autres données du problème, est fournie par la formule :

$$y = \alpha\left(\frac{U_1^2}{2g} - \frac{U_0^2}{2g}\right) + \int_{s_0}^{s_1} \frac{\chi}{\Omega} b_1 U^2 ds \quad (25)$$

Comme on a : $Q = \Omega_0 U_0 = \Omega_1 U_1 = \Omega U$, on pourra écrire :

$$y = \alpha \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_0^2}\right) + Q^2 \int_{s_0}^{s_1} \frac{\chi}{\Omega^3} b_1 ds \quad (26)$$

d'où on tire la valeur de Q^2 :

$$Q^2 = \frac{y}{\frac{\alpha}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_0^2}\right) + \int_{s_0}^{s_1} \frac{\chi}{\Omega^3} b_1 ds} \quad (27)$$

Dans ces formules, $g = 9{,}81$ et la lettre b_1 représente le coefficient qui a été désigné par la lettre A dans les formules de M. Bazin (12) à (17). Le coefficient correctif α a varié, d'après des expériences de M. Bazin, de 1,025 à 1,15. On le prend ordinairement égal à 1,1.

Premier problème.

110. *Connaissant le débit Q d'un cours d'eau à régime permanent varié et les profils transversaux de son lit, déterminer la pente superficielle du courant entre deux sections données.*

La pente superficielle y est donnée par la formule (26). Le premier terme du deuxième membre :

$$\alpha \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_0^2}\right)$$

est facile à calculer.

Le deuxième terme du même membre est une intégrale qui peut s'écrire :

$$b_1 Q^2 \int_{s_0}^{s_1} \frac{\chi}{\Omega^3} ds$$

Pour l'évaluer on opère de la manière suivante. On détermine d'abord le coefficient b_1 ou A ce qui permet d'avoir le facteur $b_1 Q^2$ placé en avant du signe $\int$. Ensuite, ayant choisi un certain nombre de sections entre lesquelles il ne doit exister aucun changement brusque, on marque sur une droite horizontale, les distances s_0, s_1, s_2..., de chaque section à l'origine considérée et, par les points ainsi obtenus, on élève des verticales. On calcule la valeur de $\frac{\chi}{\Omega^3}$ pour chacune des sections choisies, et les valeurs calculées sont portées sur les verticales correspondantes. On obtient ainsi un certain nombre de points qu'on réunit par une courbe continue. La valeur de l'intégrale cherchée est alors égale à la surface comprise entre l'horizontale, la courbe qu'on vient de tracer et les deux verticales extrêmes. Cette surface, calculée par les procédés connus, par le procédé de Simpson par exemple, est enfin multipliée par le facteur $b_1 Q^2$. On a ainsi le deuxième terme de l'équation, d'où résulte la valeur de la pente y, en ajoutant ce deuxième terme au premier déjà calculé.

Lorsqu'il s'agit d'un courant dont les conditions voulues de débit se trouvent réalisées, un nivellement donne plus rapidement que les calculs ci-dessus, des résultats plus exacts. On plante au même moment deux piquets affleurant la surface de l'eau dans les sections extrêmes considérées, et on mesure par un nivellement direct la différence de niveau cherchée y, entre les têtes des piquets.

On ne doit employer le calcul que lorsque la mesure directe n'est pas possible. Ainsi, si on voulait savoir quelle dénivellation se produirait sur un cours d'eau entre deux sections données pendant le débit maximum des crues, il est évident que, cette circonstance des crues maxima ne se produisant que rarement, on se trouverait en général dans l'impossibilité de faire une mesure directe.

Deuxième problème.

111. *Calculer le débit d'un cours d'eau connaissant les profils en travers du courant et la pente entre les deux profils extrêmes considérés.*

Le débit cherché Q sera donné par la formule (27). Le relevé des profils transversaux du courant doit se faire assez rapidement pour que le débit n'ait pas sensiblement varié pendant l'opération. Pour éviter l'erreur qui résulterait d'une variation de débit pendant qu'on relève les profils, on peut planter presque en même temps, dans le lit de la rivière, un certain nombre de piquets placés à l'endroit des sections transversales à mesurer, de manière que la tête de chaque piquet affleure la surface du courant. On opère ensuite, tout à son aise, pour la mesure des profils, car on prendra ensuite le niveau de la tête de chaque piquet comme niveau du courant dans la section transversale correspondante.

L'intégrale du dénominateur de la formule (27) se calculerait du reste comme nous l'avons expliqué au numéro précédent.

Nous ferons pour ce deuxième problème la même observation que pour le premier, à savoir, qu'on ne doit avoir recours au calcul que lorsqu'une mesure directe par jaugeage est impossible.

Troisième problème.

112. *Déterminer par le calcul la forme du profil en long de la surface d'un courant connaissant : le débit des profils transversaux et le profil en long du lit, et la hauteur du courant dans l'un des deux profils transversaux extrêmes.*

Ce problème est d'une application assez fréquente, car on le rencontre quand il s'agit d'évaluer l'influence, sur le régime d'un cours d'eau, de l'établissement d'un barrage à construire pour la création d'une chute ou l'augmentation du tirant d'eau. Il ne peut se résoudre que par approximations successives. On partage l'espace compris entre les deux profils extrêmes en un certain nombre d'intervalles, par des sections intermédiaires dont on connaît les profils.

On applique ensuite la formule (26) successivement à chaque intervalle et l'on admet pour cela que les deux sections considérées sont assez rapprochées pour que, entre elles, le lit puisse être supposé prismatique et la valeur de b_1 constante. Si on désigne par y_n et y_{n-1} les hauteurs qui correspondent à deux sections consécutives de rangs n et $n-1$, la formule (26) s'écrit :

$$y_n - y_{n-1} = \alpha \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_n^2} - \frac{1}{\Omega_{n-1}^2}\right) + Q^2 \int_{s_{n-1}}^{s_n} \frac{\chi}{\Omega^3} b_1 \, ds \quad (28)$$

La fonction qui est sous le signe $\int$ a une valeur suffisamment approchée en pratique si on prend sa valeur moyenne ; on peut donc remplacer $\frac{\chi}{\Omega^3}$ par la valeur approchée :

$$\frac{\chi}{\Omega^3} = \frac{1}{2}\left(\frac{\chi_{n-1}}{\Omega_{n-1}^3} + \frac{\chi_n}{\Omega_n^3}\right)$$

Pour une première approximation, on supposera d'abord $y_{n-1} = y_n$. On en déduira les valeurs approximatives de χ_{n-1} et Ω_{n-1}. Ces valeurs mises dans l'équation précédente transformée, permettront de calculer une première valeur de $y_n - y_{n-1}$. On en tirera la valeur correspondante de y_{n-1} qui sera généralement différente de

celle qui lui aura été attribuée tout d'abord. A cette nouvelle valeur de y_{n-1}, correspondront d'autres valeurs de χ_{n-1} et Ω_{n-1}, lesquelles, portées dans l'équation, donneront une troisième valeur approchée de y_{n-1}. En continuant l'opération de la même manière jusqu'à ce que la différence entre les deux dernières valeurs calculées soit très petite, on obtient finalement une valeur suffisamment approchée de la hauteur y_{n-1} dans la section de rang $n-1$. Les mêmes opérations répétées pour les intervalles suivants, donnent les hauteurs y_{n-2}, y_{n-3}, et permettent, par conséquent, de tracer le profil en long de la surface du courant.

Nous n'insistons pas sur les divers problèmes du mouvement permanent varié, qu'on retrouvera avec tous les détails nécessaires dans le Traité d'hydraulique. Nous ne devions ici que donner les quelques indications qui nous seront utiles pour le calcul des remous et pour celui du débouché.

§ V. — *JAUGEAGE DES COURS D'EAU OU DÉTERMINATION DU DÉBIT PAR MESURE DIRECTE*

I. — Mesure de la section transversale.

113. Nous venons de voir comment on peut résoudre par le calcul les problèmes relatifs au débit des cours d'eau. — Or, la détermination théorique du débit d'un cours d'eau n'est pas toujours possible, en raison de l'irrégularité du lit.

Au surplus, la méthode théorique reposant sur des hypothèses plus ou moins exactes, donne parfois des résultats qui s'éloignent beaucoup trop de la réalité. — On doit donc, toutes les fois que cela est possible, déterminer le débit par mesure directe.

Cette détermination consiste à relever un ou plusieurs profils en travers, et à mesurer directement, au moyen des instruments dont nous donnerons la description, soit la vitesse moyenne elle-même, soit d'autres vitesses desquelles on peut déduire la vitesse moyenne.

Lorsque le lit de la rivière présente une grande régularité sur une longueur suffisante, à l'endroit où l'on veut faire le jaugeage, on se contente ordinairement du relevé d'une seule section transversale. Le produit de la surface de cette section par la vitesse moyenne mesurée donne le débit.

Quand le lit n'est pas parfaitement régulier, on calcule une *section moyenne*. Pour cela on lève, sur une certaine longueur du lit, des profils en travers, plus ou moins rapprochés, mais également espacés, de 20 mètres en 20 mètres par exemple. On additionne toutes les surfaces obtenues, et en divisant la somme par le nombre des sections, on obtient la section moyenne qui correspond à la longueur du cours d'eau sur laquelle on expérimente. — Le débit est égal à cette section moyenne multipliée par la vitesse moyenne mesurée sur la longueur considérée du cours d'eau. — Il y a aussi le calcul par intégration dont nous aurons à nous occuper plus loin.

Le jaugeage d'un cours d'eau comprend donc deux opérations : le levé de la section transversale et la mesure de la vitesse moyenne. — Nous commencerons par le levé de la section transversale.

Pour *lever un profil en travers sur un cours d'eau*, on opère généralement de la manière suivante. — On établit d'abord une traille qui servira à maintenir et à déplacer un bateau sur lequel se trouve l'opérateur. — Cette traille est formée d'une corde solide tendue d'une rive à l'autre de la rivière, et maintenue au-dessus de la surface de l'eau par deux chevalets. Elle est amarrée sur chaque rive à un pieu ou à tout autre objet fixe.

Un peu en aval de la traille et parallèlement à sa direction, on tend un cordeau

en fil métallique ou en écorce de tilleul et on le maintient dans une position aussi horizontale que possible. — Ce cordeau est divisé en mètres, soit par des nœuds, soit avec des cordelettes ; les décamètres sont indiqués par de petits rubans de couleurs.

Sous l'action de tensions différentes, les divisions du cordeau pourraient varier d'une opération à l'autre et les résultats ne seraient plus comparables. Pour éviter cet inconvénient, on fixe le cordeau à un piquet sur l'une des rives, et l'autre extrémité passe sur une poulie. — Un poids suffisamment lourd, suspendu à cette extrémité du cordeau, donne toujours la même tension. Le poids étant toujours le même, les divisions reprennent toujours les mêmes longueurs.

On amène le bateau en face de chaque division, et, dans chacune de ces positions, on mesure la profondeur du profil au-dessous de la surface de l'eau au moyen d'une sonde graduée que l'on maintient bien verticalement. — Le fond du lit se trouve ainsi déterminé par rapport à la surface de l'eau.

Les résultats de l'opération donnent les abscisses horizontales telles que A1 — 12 — 23 (*fig.* 64) et les ordonnées verticales telles que *m*1, *n*2, *p*3..., d'un certain nombre de points du lit.

On reporte ces points, à une échelle convenue, sur une feuille de dessin, et, par ces points, on fait passer une courbe continue ou une ligne brisée qui représente le contour de la section. — On peut alors évaluer l'aire de la section.

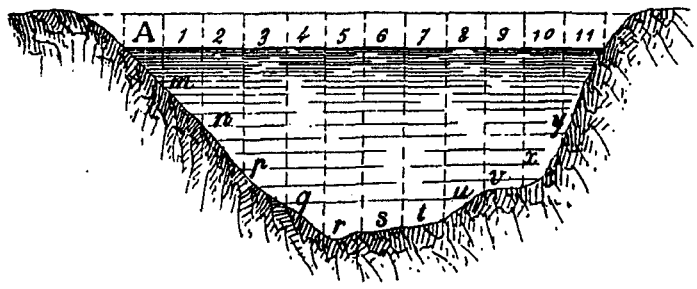


Fig. 64.

114. Voici un autre procédé imaginé par M. Rakowski et décrit par M. Prud'homme dans son cours de construction, pour déterminer la section d'un cours d'eau. « Ce procédé n'exige pas le déplacement de l'opérateur de l'un des bords de la rivière et dispense en outre de manœuvrer un bateau. — On n'a donc pas à craindre non plus la modification du plan normal de l'eau produite par les oscillations du bateau. »

« Le procédé de M. Rakowski consiste à établir en travers du lit un cordeau gradué par des nœuds et régulièrement tendu, soit par un poids suspendu à son extrémité, à l'aide d'une poulie, comme il est indiqué plus haut, soit plus simplement, en l'amarrant, après l'avoir bandé le plus possible, à deux pinces de carrier, qu'on enfonce profondément en terre, sur chaque rive, dans une direction opposée à l'effort que fait le cordeau pour se débander. »

« Sur ce cordeau ainsi fixé se meut un anneau A (*fig.* 65) simplement enfilé, et qu'un aide-opérateur, se tenant sur la rive opposée à celle où se trouve l'opérateur, arrête à chaque nœud, au moyen d'une ficelle AF attachée audit anneau. Dans le même anneau se meut librement, à son tour, un autre cordeau *dm*M portant suspendu à son extrémité M un poids M ; l'autre extrémité reste dans la main de l'opérateur. Lorsque celui-ci commence à relever le profil du fond du lit, l'anneau A étant à la première division, il laisse tomber le poids M jusqu'au fond, et quand, tout en maintenant la corde tendue, il ne sent plus sa main attirée, c'est que ce poids touche le fond.

L'opérateur saisit alors son cordeau au point D, l'attire à lui horizontalement, jusqu'à ce que le poids affleure l'eau en *m*, et dans cette position la distance D*d* est la même que celle de *m*M. Cette cote inscrite sur le carnet d'opération, l'aide-opérateur attire l'anneau en *b* et on recommence l'opération comme en A; de même qu'en *c* et *d*, etc...».

« Comme on le voit, ce procédé, est applicable non seulement dans le cas de jaugeage, mais encore et surtout dans les études pour les règlements d'usines ou de curage de cours d'eau, où un très grand nombre de profils est nécessaire. Il peut s'appliquer pour relever le profil transversal d'un cours d'eau dont la vitesse ne dépasse pas 1m,50 par seconde. Au-dessus de cette limite, l'action du courant sur le fil à plomb ne permet plus d'avoir des ordonnées exactes entre le fond du lit et la surface de l'eau, car le fil s'éloigne de la position verticale et prend une forme parabolique. Ce procédé ne saurait non plus être étendu aux cours d'eau importants, comme sur un lit de plus de 30 mètres de largeur par exemple. — Le procédé de M. Rakowski nous paraît devoir se restreindre, dans son application, aux cours d'eau non navigables, mais il n'en est pas moins ingénieux et des plus simples. »

115. M. Pontzen a eu l'occasion, dans un voyage aux États-Unis, de voir un appareil qui rend les meilleurs services que l'on puisse demander à un procédé de sondage, quand il s'agit de connaître exactement le lit d'un cours d'eau. — L'appareil a été composé par le major Hoffmann et employé sur le Mississipi.

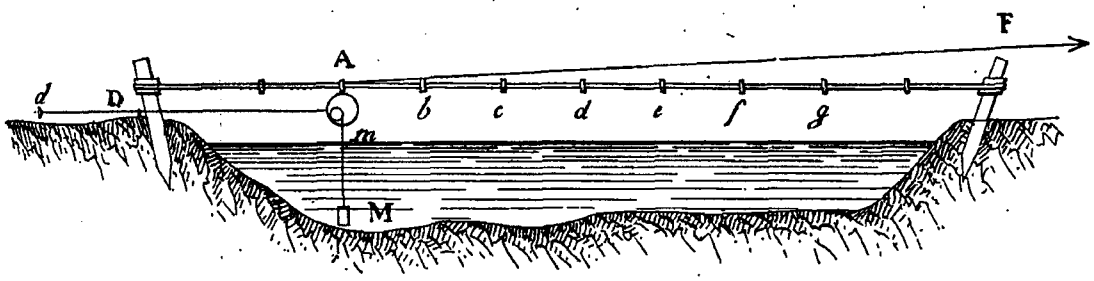


Fig. 65.

Dix tubes verticaux équidistants sont disposés en ligne droite; dans chacun d'eux une longue tige peut descendre facilement par son propre poids. En laissant à la fois descendre ces dix tiges jusqu'à ce qu'elles touchent le fond, on a d'un seul coup dix sondages. A chaque opération on détermine exactement la côte du plan d'eau, la hauteur de chute de chaque tige et la position du ponton qui porte l'appareil.

La hauteur de chute des tiges est donnée par un système enregistreur mû par un mouvement d'horlogerie, et portant des crayons en relation avec chacune des tiges; la côte du plan d'eau et la position du ponton sont relevés de la rive.

Pour éviter que les tiges de sondage ne soient inclinées par l'action du courant, ce qui fausserait les résultats, le pied de ces tiges porte un cordon qui roule sur un tambour conique, dont l'ouverture est

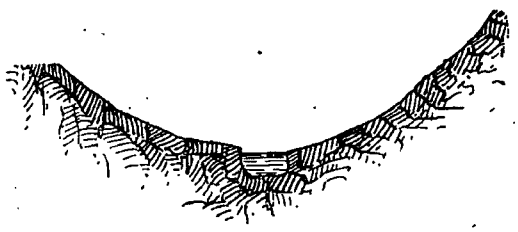


Fig. 66.

calculée de telle sorte que la longueur développée du fil soit dans un rapport voulu avec l'enfoncement de la tige supposée ramenée à la verticale.

L'ingénieuse organisation de cet appareil de sondage, ainsi que la répartition du travail entre le personnel qui se trouve

sur le ponton et celui qui reste sur la rive, ont permis, dans des circonstances favorables, de relever soixante sondages, soit six cents cotes de sondages par heure.

116. Pour terminer ce qui est relatif aux profils transversaux des cours d'eau, nous donnons les profils types dans les bassins imperméables et dans les bassins perméables.

Le profil type des vallées des terrains imperméables est représenté par la figure 66. Il résulte de la manière dont se fait l'écoulement de l'eau de pluie. — L'eau ruisselle à la surface en entraînant des boues et des particules solides. Elle comble les trous par l'apport de ces matières entraînées, et elle emporte peu à peu les obstacles saillants. — De sorte, qu'avec le temps, les versants se trouvent pour ainsi dire nivelés et présentent des courbes à peu près continues aliant des sommets aux thalwegs. Le cours d'eau coule au fond de la dépression.

Dans les terrains perméables, le profil type des vallées affecte la forme générale de la figure 67. — L'eau ne ruisselant plus à la surface, n'entraîne plus les débris superficiels, et n'égalise plus la surface des versants, laquelle reste ce qu'elle était primitivement ou à peu près. — Dans le fond de la dépression, il y a cependant des alluvions qui se déposent sur les berges, et ces dépôts viennent ajouter leur action à celle d'une végétation généralement active, pour exhausser le niveau de ces berges. Il en résulte, à droite et à gauche du cours d'eau des parties déprimées *a* et *b*.

II. — Instruments de jaugeage.

117. Quand on a mesuré la section

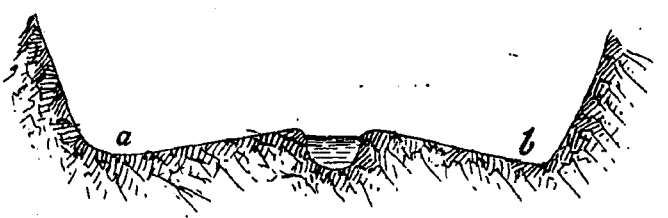


Fig. 67.

transversale du courant, il faut encore évaluer la vitesse moyenne, pour pouvoir calculer le débit.

Il faut distinguer les *vitesses moyennes locales* de la *vitesse générale*. — Si on mesure la vitesse d'un filet en un point déterminé, on a sa *vitesse réelle* au moment même de l'opération. — Il ne faudrait pas croire que cette vitesse réelle est invariable en un même point du même filet. — D'autres mesures de cette vitesse, faites successivement, montrent au contraire son instabilité. — La vitesse réelle en un point peut différer de vingt-cinq pour cent de sa valeur moyenne, en très peu de temps. — Il en résulte qu'une seule mesure de vitesse au même point, ne peut donner que la vitesse réelle au moment même de l'opération, mais que le résultat n'offre aucune garantie, puisque cette vitesse mesurée est très variable.

Il faut donc, pour avoir un résultat convenable, faire un certain nombre de mesures, et prendre la moyenne des vitesses observées. Cette moyenne est appelée *vitesse moyenne locale*.

La *vitesse moyenne générale* serait la moyenne des vitesses moyennes locales, obtenues pour un très grand nombre de points de la section transversale du courant.

Quand on n'a pas besoin d'une grande exactitude pour la détermination du débit du cours d'eau, on se contente de mesurer la *vitesse à la surface* du courant et on en déduit la vitesse moyenne à l'aide des formules (19) ou (20) (n° 102). La *vitesse à la surface* se mesure au moyen de *flotteurs simples*.

Lorsqu'on désire un résultat plus exact, on divise la section transversale du courant en éléments plus ou moins petits, on

mesure la vitesse qui correspond à chacun de ces éléments. Le produit de l'élément par la vitesse correspondante donne un débit élémentaire. Enfin, la somme de tous les débits élémentaires fournit le débit total. Cette manière de faire oblige à mesurer la vitesse à l'intérieur du courant. La *vitesse à l'intérieur du courant* se mesure au moyen d'instruments que nous décrirons, et parmi lesquels les plus employés sont les *doubles flotteurs*, le *moulinet de Woltmann* et le *tube de Pitot*.

a. — Flotteurs simples ou flotteurs de surface.

118. Comme nous venons de le dire, les flotteurs simples servent à mesurer la vitesse à la surface d'un courant.

Un flotteur se compose de deux parties : une partie submergée, destinée à subir l'action du courant, et une partie visible destinée à rendre possibles les observations de l'opérateur. Il doit remplir les conditions essentielles suivantes : 1° les parties exposées au vent doivent être les plus petites possibles, tout en ayant des dimensions assez grandes pour être facilement vues et pour donner un excès de flottaison suffisant ; 2° les parties submergées doivent être les plus petites possible, afin d'apporter la moindre perturbation possible au mouvement naturel de l'eau ; 3° toutes les parties doivent être d'une forme telle qu'elles exposent, tant au vent qu'au courant, une surface sensiblement constante, quoique l'instrument tourne sur lui-même pendant son mouvement ; 4° toutes ses parties doivent être formées de matières peu affectées par des alternatives de sécheresse et d'humidité (ce qui indique l'usage de pièces métalliques de préférence au bois) ; 5° l'instrument doit être facile à manier et assez fort pour résister à des secousses un peu rudes ; 6° il doit être bon marché et léger, afin de pouvoir être construit et transporté facilement par grandes quantités. C'est ainsi que les conditions à remplir par les flotteurs ont été formulées par le capitaine Allan Cunningham.

Cet ingénieur, dans ses expériences hydrauliques, faites sur le canal du Gange, employait des flotteurs en bois ayant la forme de disques de 3 à 6 millimètres d'épaisseur, et de deux modèles, l'un de 76 millimètres, l'autre de 25 à 32 millimètres de diamètre.

Ordinairement, les flotteurs de surface sont de petits morceaux de bois de chêne, ayant une section de $0^m,05$ de diamètre et $0^m,35$ de longueur environ. Ils sont quelquefois des rondelles de liège qu'on leste avec des clous ou du plomb pour qu'elles affleurent la surface de l'eau et n'offrent pas de prise au vent. On peut encore employer des boules en bois de 10 à 12 centimètres de diamètre, convenablement lestées avec du plomb, de manière à être à peu près entièrement recouvertes par l'eau courante.

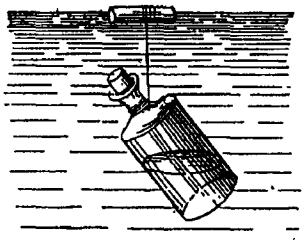


Fig 68.

« Nous avons trouvé, dit M. Debeauve, une assez grande régularité dans les indications du flotteur suivant, bien facile à construire :

« Nous prenons une petite bouteille (*fig.* 68), d'un décilitre par exemple ; à son goulot, nous attachons par une courte ficelle un bouchon ordinaire ; la bouteille est munie de son bouchon ; on la leste à l'intérieur, soit avec de la grenaille de plomb, soit avec de l'eau, de telle sorte que tout l'appareil flotte, le bouchon restant seul à la surface du liquide ; après quelques tâtonnements on arrive en un instant à ce résultat. On a alors un flotteur presque insensible au vent et à la résistance de l'air et qui marche avec la vitesse moyenne des filets situés dans le voisinage de la surface. Lorsqu'on lance l'appareil dans l'eau, il plonge d'abord, puis se relève, et après quelques oscilla-

tions se fixe dans la position indiquée par la figure.

Les ingénieurs américains, dans leurs expériences sur le Mississipi, ont employé en grand ce genre de flotteur; ils se servaient de barils sans fond, lestés avec des saumons de plomb, de manière à rester verticaux; le baril était lié par un cordage à un flotteur de superficie, une caisse creuse par exemple, portant une tige verticale en fil de fer terminée par un petit drapeau. En allongeant ou en raccourcissant le cordage, on plaçait le baril à diverses hauteurs et on pouvait ainsi déterminer la vitesse en un élément quelconque du courant. »

On a alors des flotteurs doubles, dont nous aurons à dire quelques mots.

119. Pour faire l'observation, on choisit, autant que possible, la partie la plus rectiligne et la plus régulière du lit. L'emplacement choisi s'appelle *poste de jaugeage*. Afin de déterminer bien exactement les limites entre lesquelles on veut opérer, on tend, en travers du cours d'eau, deux cordeaux parallèles et aussi voisins que possible du niveau de l'eau. Chaque cordeau transversal est divisé par des nœuds ou par de petites cordelettes attachées de distance en distance, de manière à jalonner les filets du courant dont on veut mesurer la vitesse.

Un flotteur, partant d'une division du cordeau amont, devrait suivre une direction parallèle à l'axe du courant, et venir passer à l'aplomb de la division correspondante du cordeau aval. — Cela se produit bien rarement, quoique, en général, la déviation ne soit pas très grande. — La vitesse observée n'est que très peu influencée par cette déviation; cependant, il faudrait rejeter les observations dans lesquelles la déviation serait considérable.

Ainsi, dans ses expériences de jaugeage sur les canaux de l'Inde, le capitaine A. Cunningham rejetait les observations dans lesquelles la déviation dépassait les chiffres suivants, savoir : dans les canaux de 45 mètres de largeur et au-dessus, $0^m,60$ vers le milieu du canal, et $0^m,10$ près des bords; dans ceux de 22 mètres de largeur et au-dessus, $0^m,30$ vers le milieu, et $0^m,05$ près des bords; dans les canaux plus petits, $0^m,15$ et $0^m,05$.

Les cordeaux transversaux une fois installés, deux petits bateaux ou pontons se placent, l'un en amont du cordeau amont, l'autre en aval du cordeau aval.

L'opérateur placé sur le bateau amont lâche les flotteurs; celui qui est sur le bateau aval les retire de l'eau. — Enfin un troisième observateur se met sur l'une des rives en face du cordeau aval. Quand il s'agit d'un ruisseau, une planche placée en travers du courant suffit à l'installation.

L'opérateur d'amont « lâche un flotteur et indique par un cri convenu le moment de départ qu'il constate ou fait constater au moyen d'une montre à secondes; un autre observateur placé dans la direction du cordeau d'aval, annonce par un autre cri le moment où le flotteur passe sous le deuxième cordeau; à cet instant le premier observateur lâche un second flotteur dont on observe de même la marche, on répète cette opération cinq, six, dix fois et au moment où l'on cesse, on constate la durée de l'observation. Connaissant ainsi le temps, le nombre des flotteurs que l'on a lâchés, la distance parcourue par chacun d'eux, on obtient la vitesse du filet d'eau observé, en divisant l'espace total parcouru par le nombre de secondes. » (Mary. — Cours de routes et ponts.)

Cette manière d'opérer est entachée d'erreur, car un flotteur ne prend la vitesse de l'eau qu'après un certain temps. On ne peut relier entre elles les observations faites sur un certain nombre de flotteurs partant du cordeau amont. Il est donc nécessaire de mettre les flotteurs à l'eau un peu en amont du cordeau. La course morte ainsi nécessaire doit être la plus petite possible pour éviter les pertes de temps.

Dans les expériences faites sur les canaux de l'Inde, cette course morte a été en général de 15 à 30 mètres et même 45 mètres, suivant la largeur des canaux et la nature des flotteurs, pour ceux qui étaient employés vers le milieu du cours d'eau; près des bords, au contraire, elle a été quelquefois réduite à $1^m,50$. Voici comment on faisait les observations.

Un opérateur se plaçait sur la rive, exactement à égale distance des deux cordes limitant la course à observer. Il était muni d'un chronomètre battant la demi-seconde et d'un carnet. — Un autre observateur suit de l'œil le flotteur à partir du moment où il est mis à l'eau, il avertit le premier et pousse un cri convenu au moment où ce flotteur passe sous la corde amont; il marche et court au besoin jusqu'à la corde aval et pousse un nouveau cri au moment où le flotteur y passe.

L'observateur du temps, qui ne doit pas perdre de vue son chronomètre, étant à égale distance des deux cordes, la durée de la course observée est la différence des deux lectures de cet instrument. On voit que ce procédé élimine l'équation personnelle. Chaque observateur était d'ailleurs exercé pendant quinze jours avant de prendre part aux expériences.

Avec un chronomètre battant la demi-seconde, l'erreur maximum possible ne dépasse pas une demi-seconde, tandis qu'elle peut atteindre deux secondes avec une montre ordinaire. — D'un autre côté, il est clair que plus la course observée est longue, plus la précision des observations est grande; mais dans les longues courses, le flotteur est exposé à dévier, et d'ailleurs l'allongement de la course au delà de ce qui est nécessaire cause une perte de temps. Il faut donc réduire la longueur de la course du flotteur dans toute la mesure compatible avec la précision des observations. — Les expériences déjà citées ont montré que les courses de 15 mètres et de 30 mètres donnaient des résultats concordants, tandis qu'il n'en était plus ainsi lorsque la course était réduite à $7^m,50$.

b. — Doubles flotteurs.

120. Les doubles flotteurs, ainsi que les autres instruments dont nous allons nous occuper, servent à mesurer la vitesse d'un filet liquide à l'intérieur de la masse du courant.

La première idée de cet instrument remonte, paraît-il, à Léonard de Vinci (1643); mais c'est Mariotte (1684) qui, le premier, en a fait usage sous sa forme actuelle.

Un double flotteur se compose d'un flotteur de surface, muni d'un fil auquel est attaché un flotteur inférieur.

Les conditions que doit remplir le flotteur de superficie sont celles qui ont été indiquées précédemment (n° 118). En outre : « Le fil qui réunit les deux parties doit être assez menu pour que l'action du courant soit négligeable, et cependant assez fort pour porter le flotteur inférieur dans l'air même avec une secousse additionnelle; enfin le flotteur inférieur doit être d'un volume relativement grand par rapport aux autres parties, mais cependant assez petit pour que la vitesse du courant soit sensiblement la même dans toute son étendue; il doit avoir un poids spécifique moyen suffisant pour s'enfoncer rapidement de toute la longueur du fil et pour se maintenir à une profondeur constante malgré les tourbillons ou courants qui tendraient à le faire remonter; enfin, s'il n'est pas sphérique, il doit être lesté de manière à posséder une stabilité suffisante. Beaucoup de ces conditions paraissent incompatibles, et le meilleur instrument est celui qui donne à toutes une satisfaction suffisante sans en sacrifier aucune.

On peut donner au double flotteur deux formes différentes : le flotteur de surface peut être rendu assez petit pour que l'action du courant sur lui soit négligeable par rapport à celle que reçoit le flotteur inférieur, ou bien il peut être, avec l'autre, dans un rapport déterminé (égal par exemple) de manière à ce que l'action du courant sur lui puisse être éliminée par le calcul. »

A ces conditions, formulées par M. le capitaine A. Cunningham, nous ajouterons les critiques suivantes de M. Bazin, sur l'emploi des doubles flotteurs (Annales des ponts et chaussées, 1884).

Pour la mesure des vitesses à une certaine profondeur d'un courant, les doubles flotteurs n'exigent pas d'aussi grandes sujétions que les autres appareils; « Malheureusement, dit M. Bazin, la facilité et la promptitude des opérations sont compensées par des causes d'erreurs dont l'importance croît avec la profondeur et la vitesse du courant au point d'enlever, dans certains cas, toute valeur aux ré-

sultats fournis par ce procédé expéditif. On sait qu'il consiste à faire usage de deux flotteurs, reliés par un cordeau ; le flotteur de surface, seul apparent, soutient un flotteur inférieur plus volumineux, lesté de manière à s'enfoncer jusqu'à la profondeur voulue. Pour que cet appareil fonctionne convenablement, il faut :

1° Que la vitesse commune du système soit la même que celle de la couche liquide où plonge son extrémité inférieure ;

2° Que le flotteur inférieur se maintienne à la profondeur où il a été primitivement immergé.

Ces deux conditions ne peuvent jamais être complètement remplies. Le flotteur inférieur est entraîné par le flotteur de surface et par le cordeau, et cet effet est d'autant plus sensible que le cordeau est plus long. D'autre part, les mouvements irréguliers qui se propagent sans cesse dans la masse liquide, tendent, lorsque la vitesse du courant est un peu grande, à déplacer verticalement le flotteur inférieur, en le portant dans des couches où la vitesse est plus grande. De là, deux causes d'erreurs, croissant, l'une avec la profondeur, l'autre avec la vitesse absolue, et contribuant toutes deux à donner des vitesses exagérées.

« 1° *Entraînement du flotteur.* — Cette action, dont on ne paraît pas s'être préoccupé au début, est loin d'être négligeable. Si la liaison établie par le cordeau venait à cesser subitement, les flotteurs et le cordeau seraient entraînés avec des vitesses différentes, savoir : le flotteur de surface avec la vitesse superficielle V, le flotteur inférieur avec la vitesse v correspondante à la profondeur h où il est immergé ; quant au cordeau, on peut admettre, en l'assimilant à une tige verticale, que sa vitesse différerait peu de la moyenne u de toutes les vitesses depuis la surface jusqu'à la profondeur h. Par suite de la liaison de ses diverses parties, le système aura donc une vitesse intermédiaire entre u et v. Cette vitesse pourra même être plus rapprochée de u que de v, si la surface du flotteur inférieur est plus petite que celle du flotteur de surface et du cordeau, c'est-à-dire que dans ce cas, le paramètre de la parabole des vitesses, déduit des données expérimentales, se trouverait trop faible de plus d'un tiers. »

« 2° *Déplacement vertical du flotteur.* — L'action d'entraînement qui vient d'être signalée se comprend aisément et pourrait même être calculée avec un certain degré d'approximation. Il n'en est pas de même du déplacement vertical du flotteur résultant des mouvements intérieurs de la masse fluide. Rattaché par un cordeau faiblement tendu à un léger flotteur de surface, le flotteur inférieur se trouve, en effet, dans un état d'équilibre très instable et peut se déplacer avec une grande facilité sous l'action des tourbillons qui se produisent dans la masse fluide.

« L'énergie de ces tourbillons croît avec la vitesse générale du courant, et lorsque cette vitesse dépasse $1^m,50$ par seconde, on ne peut plus être certain de la position réelle du flotteur. On remarque d'ailleurs, en parcourant les tableaux d'expériences que la longueur du cordeau est parfois supérieure à la profondeur totale, ce qui prouve évidemment que les deux flotteurs sont loin d'être sur la même verticale et que le cordeau est emporté avec eux dans une direction plus ou moins oblique. Le procédé d'expérimentation tombe alors complètement en défaut. »

Dimensions des doubles flotteurs. — Dans des expériences faites sur le Connecticut en 1874, M. Ellis a employé des doubles flotteurs ayant les dimensions suivantes :

Surface du flotteur inférieur, 4 décimètres carrés, 66 ;

Surface du flotteur supérieur, 0 décimètre carré, 23 ;

Diamètre du cordeau, 0 millimètre, 9 (surface, 0 décimètre carré, 55 pour une immersion maximum de $6^m,10$).

$$\text{Rapport } S' = \frac{0,78}{4,66} = 0,17.$$

M.-A. Cunningham, dans ses premières expériences sur le canal du Gange (1875), a employé des flotteurs ayant les dimensions ci-dessous :

Surface du flotteur inférieur, 0 décimètre carré, 456 ;

Surface du flotteur supérieur, 0 décimètre carré, 048 ;

Diamètre du cordeau, 0 millimètre,

3 (surface, 0 décimètre carré, 083 pour une immersion maximum de $2^m,75$);

$$\text{Rapport } S = \frac{0,131}{0,456} = 0,29.$$

Afin de réduire autant que possible l'influence perturbatrice du cordeau, M. A. Cunningham a employé des fils de soie très fins, huilés de manière à empêcher l'absorption de l'eau.

A partir de 1876, toutes les dimensions ont été réduites, mais surtout celles du flotteur inférieur d'où résulte une notable augmentation du rapport S :

Surface du flotteur inférieur, 0 décim. carré, 134;

Surface du flotteur supérieur, 0 décimètre carré, 013,

Diamètre du cordeau, 0 mill., 2 (surface, 0 décim. carré, 061 pour une immersion maximum de $3,^m05$).

$$\text{Rapport } S = \frac{0,074}{0,134} = 0,55.$$

Les dimensions suivantes sont celles qui ont été adoptées par MM. Nazzani et Zucchelli, dans les expériences qu'ils ont faites sur le Tibre en 1880 et 1881 :

Surface du flotteur inférieur, 4 décim. carrés, 62;

Surface du flotteur supérieur, 0 décim. carré, 46;

Diamètre du cordeau, 1 mill. 5 (surface de 0 décim. carré, 37 pour une immersion maximum de $2^m,50$ et de 1 décim. carré, 35 pour une immersion maximum de 9 mètres). De ces dimensions résultent les rapports suivants :

$S = \frac{0,83}{4,62} = 0,18$ pour le premier groupe d'expériences, et,

$S = \frac{1,81}{4,62} = 0,39$ pour le dernier groupe.

M. Robert Gordon, dans ses expériences sur l'Irrawaddi, s'est servi de doubles flotteurs ayant les dimensions ci-dessous :

Surface du flotteur inférieur, 4 décim. carrés, 64;

Surface du flotteur supérieur, 0 décim. carré, 29;

Diamètre du cordeau, 1 millim., 6 (surface de 1 décim. carré, 95 pour une immersion maximum de $12^m,20$, et de 3 décim. carrés, 42 pour une immersion maximum de $21^m,40$).

$$\text{Rapports } S : S = \frac{2,24}{4,64} = 0,48 \text{ et}$$

$$S = \frac{2,71}{4,64} = 0,80.$$

Enfin, sur le Mississipi, MM. Humphreys et Abbot employèrent des doubles flotteurs ayant les dimensions suivantes :

(Expériences de 1851); surface du flotteur inférieur, 9 décim. carrés, 67;

Surface du flotteur supérieur, 1 décim. carré, 10;

Diamètre du cordeau, 3 mill. 5 (surface de 6 décim. carrés 40 pour une immersion maximum de $25^m,60$, basses eaux, et de 7 décim. carrés 75 pour une immersion maximum de 31 mètres, hautes eaux).

$$\text{Rapports } S : S = \frac{7,50}{9,67} = 0,78 \text{ (basses eaux)}$$

$$S = \frac{8,85}{9,67} = 0,92 \text{ (hautes eaux).}$$

(Expériences de 1858, : surface du flotteur inférieur, 6 décim. carrés, 19;

Surface du flotteur supérieur, 0 décim. carré, 20;

Diam. du cordeau, 4 millimètres (surface de 6 décim. carrés,08 pour une immersion maximum de $15^m,20$).

$$\text{Rapport } S : S = \frac{6,28}{6,19} = 1,01.$$

De la comparaison et de la discussion des expériences que nous venons de citer, M. Bazin tire des conclusions qui démontrent les critiques formulées plus haut, au sujet de l'emploi des doubles flotteurs pour la mesure des vitesses dans les grands cours d'eau. (Ann. des P. et C. 1884).

M. A. Cunningham dit aussi qu'on peut objecter à l'usage des doubles flotteurs :

« 1° La déviation possible du flotteur inférieur;

« 2° La résistance du flotteur supérieur et du fil, c'est-à-dire l'action du courant sur ces parties;

« 3° Le soulèvement du flotteur inférieur provenant soit de sa déviation latérale, soit de son avance ou de son retard par rapport au flotteur superficiel;

« 4° Enfin, s'il n'est pas sphérique, l'inclinaison qu'il peut prendre. »

En discutant ces objections l'auteur conclut que l'exactitude des indications d'un double flotteur diminue lorsque la profondeur d'immersion du flotteur inférieur augmente, et que, pour un instrument donné, il y a une limite de profondeur au delà de laquelle il cesse de donner une approximation suffisante de la vitesse profonde: mais que l'on peut avoir une approximation égale à toutes les profondeurs si l'on augmente le volume et le poids net du flotteur inférieur, en même temps que la profondeur s'accroît.

c. — Tiges lestées ou flotteurs plongeants.

121. Les tiges lestées qu'on désigne encore sous le nom de flotteurs plongeants sont destinées à mesurer la *vitesse moyenne sur une verticale*. — Elles sont ordinairement en bois de chêne et se trouvent lestées naturellement après quelques jours d'immersion par saturation d'eau. Il faut donc avoir soin de conserver ces flotteurs dans l'eau, au moins pendant les quelques jours qui précèdent les opérations du jaugeage. C'est la seule précaution à prendre.

Quelquefois les tiges lestées se font en fer blanc. Ce sont alors des tubes cylindriques de $0^m,06$ de diamètre dont le lest, formé par du plomb, doit être tel que le tube immergé dépasse la surface de l'eau de 0^m 05 environ. — Les tiges lestées doivent avoir une longueur égale à la profondeur totale de l'eau, moins $0^m,20$ environ pour le jeu nécessaire entre l'extrémité inférieure de la tige et le fond du lit plus ou moins inégal, et aussi pour que la tige donne à peu près exactement la vitesse moyenne des filets liquides de la verticale occupée par la tige.

« L'usage des tiges lestées pour mesurer la vitesse moyenne sur une verticale a été introduit en 1812 par Krayenhoff. Il est clair qu'une tige lestée prend, après un certain temps d'immersion, une vitesse qui doit être une sorte de moyenne des vitesses des couches fluides qu'elle traverse. Il s'agit de savoir si la vitesse u de la tige est véritablement la même que la vitesse moyenne U. C'est ce que l'auteur (le capitaine A. Cunningham) examine d'abord expérimentalement et ensuite théoriquement. » C'est ce que nous allons voir avec cet auteur (compte rendu des expériences hydrauliques, déjà citées, sur le canal du Gange, par M. Flamant. (Annales des P. et C. 1882.)

« On peut remarquer avant tout, que la différence des vitesses sur une même verticale étant petite par rapport à ces vitesses elles-mêmes, celle de la tige, qui est nécessairement intermédiaire entre les extrêmes, doit constituer une première approximation de la vitesse moyenne.

Les tiges lestées doivent satisfaire aux conditions générales indiquées précédemment pour tous les flotteurs et, en outre, aux suivantes : la tige doit être cylindrique, de diamètre uniforme, et aussi mince que possible eu égard à la rigidité qu'elle doit avoir; sa surface doit être partout dans le même état physique, le plus uni est le meilleur; son centre de gravité, dans l'eau, doit être aussi basque possible; la partie exposée au vent doit être la plus petite possible, eu égard à la nécessité d'être visible; et cependant la tige doit avoir une flottaison suffisante pour remonter rapidement après une submersion accidentelle; la charge additionnelle placée au bas, doit être fixée de telle manière qu'elle y reste, même lorsque la tige est retournée.

En comparant les résultats des observations faites avec les tiges à ceux des autres expériences, l'auteur conclut que la vitesse d'une tige lestée dont la longueur immergée est presque égale, soit à une partie, soit à toute la profondeur du lit, donne une valeur approximative de la vitesse moyenne, soit sur la partie, soit sur la totalité de la verticale, et que l'approximation ainsi obtenue est généralement plus grande que celle que l'on peut obtenir par les doubles flotteurs. — Les tiges présentent en outre, sur les doubles flotteurs, les avantages suivants : elles sont à l'abri de l'incertitude résultant de l'instabilité et du relèvement inconnu du flotteur; elles fournissent le résultat d'une façon plus exacte et plus rapide; elles

sont maniables et moins délicates; elles sont d'une construction plus simple, moins chères et plus durables. En sorte qu'elles doivent être préférées à tous les autres instruments pour mesurer la vitesse moyenne sur une verticale, lorsqu'on se trouve dans des conditions favorables à leur emploi.

Ces conditions sont d'abord, comme pour les flotteurs, un bief de section presque uniforme et de pente constante sur une grande longueur, et, en outre, un lit d'une profondeur régulière dans le sens de la longueur, et une profondeur ne dépassant pas $4^m,50$ (les tiges les plus longues employées dans les expériences avaient $3^m,50$).

L'emploi des tiges est cependant sujet à des erreurs provenant de leur inclinaison. La tige ne se tient pas verticale, et sa *longueur* immergée n'est pas égale à la profondeur verticale de l'immersion, mais si le centre de gravité est placé très bas, l'inclinaison est faible et la différence peut être négligée.

Une autre cause d'erreur provient de ce que la longueur immergée l de la tige est nécessairement plus petite que la profondeur H du courant. La tige, ne pénétrant pas dans les couches fluides les plus profondes n'est pas affectée par ces couches qui sont les plus lentes. Il semblerait donc probable, à première vue, que la vitesse u de la tige doive toujours être plus grande que la vitesse moyenne U. Cela est vrai lorsque la tige est notablement plus petite que la profondeur. Mais l'expérience montre, et l'on verra plus loin, que la vitesse d'une tige dont la profondeur immergée est $l = z$, est toujours plus petite que la vitesse moyenne Uz sur la verticale d'une hauteur z, plus petite que H ; ou, en d'autres termes, que *la vitesse moyenne* U *sur la verticale égale à la profondeur totale* H *est la même que celle d'une tige dont la longueur immergée* l *est un peu plus petite que* H. Cela constitue, en fait, une compensation des erreurs et lève une des principales objections à l'usage des tiges ».

« *Théorie du mouvement des tiges.* — L'équation fondamentale de ce mouvement exprime l'équilibre entre l'action accélératrice F des couches d'eau dont la vitesse est supérieure à celle de la tige et l'action retardatrice R de celles qui ont une vitesse moindre ; elle s'écrit donc :

$$F + R = 0.$$

Si v désigne la vitesse d'une couche liquide située à une profondeur Z et u celle de la tige dont le diamètre serait représenté par t, un élément d'une longueur dz recevra, de la part de la couche liquide, une action accélératrice $\mu (v-u)^2 t dz$ si v est plus grand que u, ou au contraire une action retardatrice $-\mu (u-v)^2 t dz$ si u est plus grand que v ; μ est un coefficient numérique dépendant de la rugosité de la surface de la tige.

En posant, pour abréger,

$$\varphi(z) = \int (v-u)^2 dz,$$

on voit que si l'on considère une portion finie de la tige, comprise entre les points dont les profondeurs sont a et b, et dans laquelle $v-u$ soit partout de même signe, on aura pour cette portion de tige :

$F = \mu t [\varphi(b) - \varphi(a)]$ si $v > u$ partout,

$R = -\mu t [\varphi(b) - \varphi(a)]$ si $u > v$ partout ;

et en écrivant l'équation d'équilibre avec les valeurs de F ou de R calculées, d'après ces formules, pour chacune des portions de tige limitées par les points d'intersection de la courbe des vitesses, on aura les équations générales du problème.

Lorsque l'on admet l'hypothèse de la forme parabolique pour la courbe des vitesses, la fonction $\varphi(z)$ peut s'exprimer algébriquement en introduisant la distance verticale h à l'axe de la parabole du point où cette courbe rencontre la tige, c'est-à-dire de la couche qui a la même vitesse que la tige ; on trouve alors facilement, au moyen de l'équation de la parabole :

$$\varphi(z) = \int (v-u)^2 dz = m\left(h^1 z - \frac{2}{3} h^2 z^3 + \frac{1}{5} z^5\right).$$

Désignant ensuite par Z et Z' les profondeurs (mesurées de haut en bas) au-dessous de l'axe de la parabole, de la surface de l'eau et du fond du lit (Z étant négative lorsque l'axe est au-dessous de la surface), l'auteur pose les équations d'équilibre dans les six cas suivants, savoir : lorsque l'axe de la parabole est au-dessus de la surface de l'eau, qu'il est

exactement à la surface, ou bien, qu'étant au-dessous on a $Z < h$, $Z = h$, $Z > h$, et enfin comme cas limite $Z = Z'$. Des six équations ainsi écrites, les trois qui correspondent à des valeurs de Z non définies contiennent Z, Z′ et h et ne sont pas susceptibles d'être résolues numériquement, la valeur de $\frac{h}{Z'}$ y dépend du rapport inconnu $\frac{Z}{Z'}$; mais les trois autres, desquelles Z est naturellement éliminé puisqu'il y est remplacé respectivement par 0, h, ou Z′ donnent :

$$h = 0{,}61\ Z'$$
$$h = 0{,}56\ Z'$$
$$h = 0{,}61\ Z'$$

La valeur de h étant ainsi connue, on en déduit facilement celle du rapport $\frac{k}{l}$ de la profondeur k de la couche qui a la même vitesse que la tige au-dessous de la surface, à la longueur totale l de la tige. On a, en effet :

$$\frac{k}{l} = \frac{Z + h}{Z + Z'}.$$

D'un autre côté, on peut, avec l'équation de la parabole et la valeur de la vitesse moyenne, calculer la profondeur h_0 au-dessus de la surface de la couche qui a une vitesse égale à la vitesse moyenne, ou le rapport $\frac{h_0}{l} = \frac{h_0}{H}$. En faisant ces calculs pour les trois cas extrêmes que l'on vient de définir, on trouve pour $\frac{k}{l}$ les valeurs 0,611 — 0,719 — 0,805, et pour $\frac{h_0}{l}$, 0,577 — 0,681 — 0,789. Les différences 0,034 — 0,038 — 0,016, sont toutes positives, et l'on peut admettre qu'il en est de même lorsque la courbe parabolique des vitesses a une position intermédiaire entre celles qui correspondent à ces valeurs extrêmes; il en résulte, vu la forme de cette courbe, que la vitesse de la tige est toujours quelque peu plus petite que la vitesse moyenne sur la hauteur de son immersion.

Les équations du mouvement de la tige, combinées avec celles de la parabole, permettent, dans les trois cas extrêmes dont il s'agit, de calculer la *longueur* l *d'une tige qui prendrait une vitesse égale à la vitesse moyenne sur toute la verticale* H. On trouve ainsi $\frac{l}{H} = 0{,}945$; 0,927; 0,950. *Il faut donc, en moyenne, que la longueur de la tige soit les* 0,94 *de la profondeur.*

La conclusion de ce qui précède est que, les tiges lestées rasant presque le fond ayant une vitesse moindre que la vitesse moyenne sur la verticale qu'elles occupent, il faut, pour mesurer la vitesse moyenne avec une approximation convenable, que la longueur immergée des tiges soit notablement plus petite que la profondeur totale. C'est, du reste, ce qu'on est obligé de faire, puisqu'il est nécessaire de laisser un jeu entre la partie inférieure de la tige lestée et le fond du lit.

M. L. Prudhomme recommande l'emploi des flotteurs plongeants, lorsque les vitesses atteignent et dépassent $1^m,50$ par seconde. — Jusqu'à cette vitesse, les flotteurs de surface donnent une approximation suffisante, en prenant pour la vitesse moyenne cherchée, les 80 centièmes de la vitesse mesurée.

d. — Moulinet de Woltmann.

122. Le moulinet de Woltmann sert à mesurer la vitesse d'un courant à une profondeur quelconque.

Cet appareil est représenté par les figures 69 (élévation), 70 (plan) et 71 (vue biaise). Il se compose d'une roue à ailettes inclinées A, A′, au nombre de quatre ordinairement. Ces ailettes ont $0^m,05$ de longueur et sont inclinées de 45 à 50 degrés sur la direction du courant; elles sont montées sur des bras fixés à un arbre horizontal B; ces bras ont $0^m,13$ de longueur. Placées en avant du courant, les ailettes sont frappées obliquement par les filets liquides, et se mettent à tourner en communiquant leur mouvement à l'arbre B. Celui-ci tourne entre deux colliers fixes et porte une vis sans fin qui engrène avec une roue dentée R ayant cinquante dents. — L'axe de cette roue porte un pignon de cinq dents qui engrène avec une deuxième roue R′ de cinquante dents.

Pour un tour complet de l'arbre B des ailettes, la première roue dentée fait un cinquantième de tour. Donc, un tour de la roue R marquera cinquante tours des ailettes. — Le rapport 5 à 50, ou 1 à 10, qui existe entre le pignon et la deuxième roue R′ permet à celle-ci de marquer les dizaines de cinquante tours. La roue R′ fera, en effet, un tour complet pour dix tours du pignon ou de la roue R, c'est-à-dire pour $10 \times 50 = 500$ tours de l'arbre B du moulinet.

Quelquefois les roues R et R′ ont chacune cent dents ; le pignon en a alors dix. La deuxième roue R′ marque, dans ce cas, la dizaine de cent tours exécutés par la première R. Elle fait un tour pour $10 \times 100 = 1\,000$ tours de l'arbre du moulinet. — Cet ensemble de roues et de pignon constitue un compteur qui permet

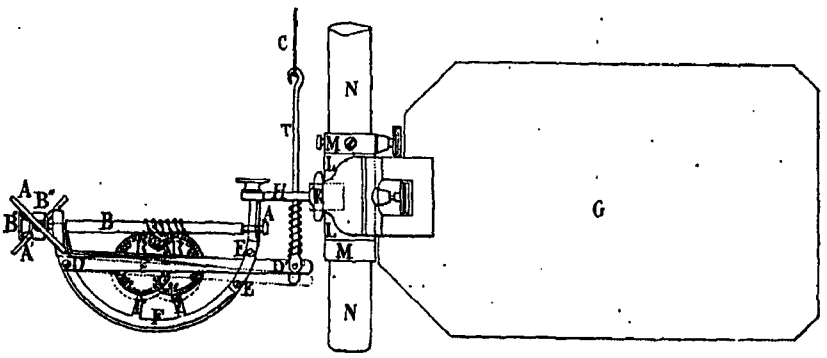


Fig. 69.

de lire le nombre de tours faits par les ailettes, grâce à des aiguilles indicatrices placées en regard des roues. De ce nombre de tours, on déduit la vitesse du courant.

Les axes des roues de ce compteur sont portés par une traverse double DD′, mobile autour d'une goupille D traversant l'une des extrémités. A son autre extrémité D′ s'articule une tringle verticale D′T terminée par un fil de laiton C allant jusqu'au dessus de la surface de l'eau.

Les collets, dans lesquels tourne l'arbre B du moulinet, sont ménagés aux extré-

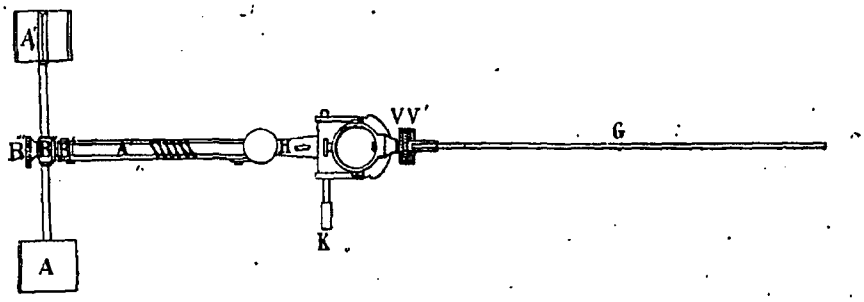


Fig. 70.

mités d'un demi-anneau F, porté par une traverse H faisant corps avec un manchon L. Ce premier manchon est mobile et peut tourner librement à frottement doux sur un autre M, servant à fixer la hauteur du moulinet le long de la tige verticale N au moyen d'une vis de pression V. — Une autre vis de pression V′ sert à solidariser les deux manchons quand cela est utile. — La culasse ou manchon mobile L du moulinet porte un gouvernail G qui oblige l'instrument à se

placer toujours de lui-même dans la direction du courant.

Le demi-anneau F est muni de deux saillies I et I', placées en dessous des dents R et R' du compteur.

Dans l'état de repos, un ressort à boudin S et une lame de ressort R, agissent sur le levier mobile DD', et le maintiennent

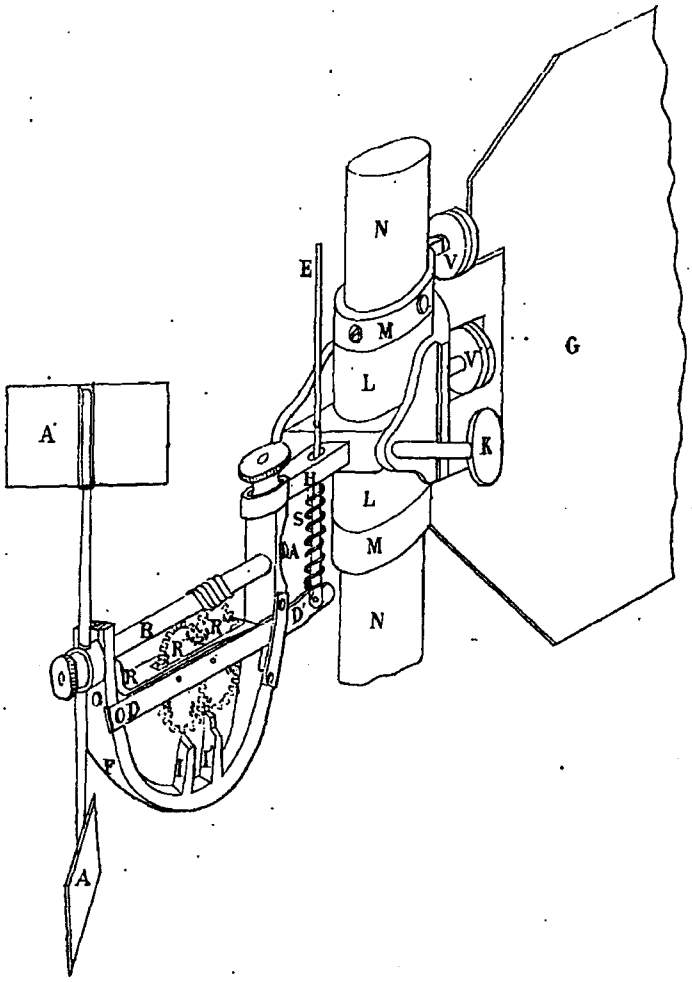


Fig. 71.

dans une position basse pour laquelle les roues R et R' n'engrènent plus avec la vis sans fin de l'arbre B. De plus, ces roues sont sûrement rendues immobiles par l'introduction entre leurs dents des saillies I et I', portées par le demi-anneau F.

Lorsqu'on veut mettre l'appareil en expérience, la tige métallique N, N, est appuyée sur le fond de la rivière et placée entre deux batelets réunis par un appontement. On a préalablement fixé le manchon M, M sur la tige N, N, au moyen de la vis de pression V, à une hauteur telle que le moulinet se trouve placé à la hauteur du filet dont on veut mesurer la vitesse, lorsque la tige N, N touche le fond. — L'appareil s'oriente dans la direction du courant par l'effet du gouvernail G, et les ailettes se mettent à tourner en entraînant l'arbre B et ne tardent pas à prendre un mouvement uniforme. Les roues du compteur restent immobiles puisqu'elles ne sont pas en contact avec la vis sans fin de l'arbre B. Quand les ailettes ont ainsi tourné à blanc pendant quelques instants, on tire sur le cordon *c*. Aussitôt le levier mobile DD' se soulève, la roue dentée R engrène avec la vis sans fin, et le compteur se met à fonctionner. — Lorsqu'on a maintenu le système en mouvement pendant un certain temps, une ou deux minutes par exemple, on arrête subitement la marche du compteur en abaissant la tringle T. La roue R cesse d'engrener avec la vis sans fin, et, en même temps, les deux roues R et R' sont rendues immobiles par les saillies I et I' qui pénètrent dans leurs dents. On retire l'appareil de l'eau. Ayant observé la position exacte des roues avant l'expérience, on détermine, par une nouvelle lecture, le nombre de tours et la fraction de tour exécutés par les roues R et R'. On en déduit le nombre de tours faits par la roue à ailettes.

Si on admet que le nombre de tours des ailettes est sensiblement proportionnel à la vitesse du courant, il suffira, pour être en état de calculer cette vitesse, de con-

naître le nombre de tours que fait l'appareil plongé dans un courant dont la vitesse est connue. Pour arriver à ce résultat, il faut faire ce qu'on appelle le *tarage* de l'appareil, dont nous allons bientôt nous occuper.

123. Sans faire la théorie complète du moulinet, on peut en calculer le mouvement d'une manière simple (*Hydraulique*, par Debeauve) :

« Soit s la surface d'une ailette, r la distance de son centre à l'axe, ω la vitesse angulaire de rotation de l'arbre, n le nombre de tours à la seconde. Cherchons la valeur de la composante de la vitesse du liquide normale à l'ailette, l'angle de l'ailette avec l'arbre étant égal à α : si v est la vitesse du liquide, sa composante normale à l'ailette est $v \sin \alpha$, mais cette ailette est animée normalement à l'arbre, c'est-à dire transversalement au courant, d'une vitesse de circulation ωr dont la composante normale à l'ailette est $\omega r \cos \alpha$. Le liquide ne frappe donc l'ailette qu'avec une vitesse relative égale à $(v \sin \alpha - \omega r \cos \alpha)$, et la pression normale à l'ailette est exprimée par

$$K s (v \sin \alpha - \omega r \cos \alpha)^2;$$

le moment de cette pression par rapport à l'arbre du moulinet est donc :

$$K s (v \sin \alpha - \omega r \cos \alpha)^2 r \cos \alpha$$

et, pour avoir le moment total il faudrait multiplier cette quantité par le nombre des ailettes.

Lorsque le moulinet a atteint une rotation uniforme, le moment de la poussée de l'eau est égal au moment des résistances passives.

On admet que les résistances passives sont constantes ou, tout au moins, varient proportionnellement à la poussée de l'eau sur les ailettes, de sorte qu'on arrive à l'équation :

$$K s (v \sin \alpha - \omega r \cos \alpha)^2 r \cos \alpha = A + k s (v \sin \alpha - \omega r \cos \alpha)^2$$

laquelle peut se mettre tout simplement sous la forme :

$$v \sin \alpha - \omega r \cos \alpha = \text{constante } C;$$

ou plus simplement encore,

$$v = \alpha + \beta n \qquad (a)$$

si on remarque que ω est proportionnel au nombre de tours n. »

Dans cette formule, α est ordinairement très petit; on peut donc regarder v comme proportionnel au nombre de tours n.

M. Baumgarten, exprimant les frottements en raison de la pression de l'eau, tenant compte de la résistance des bras et faisant varier r avec les éléments de l'ailette, est arrivé à donner, pour calculer la vitesse v, une autre formule un peu plus complexe qui revient à

$$v = 0{,}3\,595\, n + \sqrt{\beta n^2 + \gamma} \qquad (b)$$

dans laquelle β et γ sont des constantes propres à chaque appareil et qu'il faut déterminer préalablement en faisant mouvoir le moulinet dans une eau tranquille avec des vitesses données.

D'Aubuisson avait posé la formule simple

$$v = \alpha n \qquad (c)$$

Ces formules permettent de calculer la vitesse v du courant, connaissant le nombre n de tours de l'appareil.

La dernière de ces formules ne donne pas de résultats suffisamment exacts. La formule (b) de Baumgarten ne vaut pas mieux pour les vitesses fortes et les vitesses moyennes; mais pour les vitesses faibles, elle doit être préférée aux autres.

124. Pour mesurer les vitesses d'un cours d'eau au moyen du moulinet de Woltmann, on opère de la manière suivante. Ayant choisi l'endroit où l'opération doit être faite, on commence par tendre d'une rive à l'autre du cours d'eau une corde graduée en mètres. — On détermine ainsi, en position, une section transversale du courant; on la partage par des verticales équidistantes réparties sur toute sa largeur. — C'est sur ces verticales, dont l'espacement varie de 2 à 10 mètres selon l'importance du cours d'eau, qu'on aura à mesurer les vitesses. — Pour cela, on s'installe au-dessus de chaque verticale, soit sur un bateau qu'on amène au point voulu et qu'on y maintient d'une manière quelconque, soit, comme nous l'avons dit, sur un appontement supporté par deux petits bateaux accouplés et maintenus en place par deux ancres. — On opère alors avec le moulinet et on mesure les vitesses du courant à plusieurs profondeurs d'une même verticale. Les points observés doivent autant

que possible être répartis sur la verticale de manière que des horizontales tracées entre eux forment des surfaces rectangulaires égales. On verra pourquoi quand nous indiquerons les méthodes de calcul des débits.

Perfectionnement de M. Baumgarten.

125. Quand il s'agit de mesurer de très faibles vitesses, le moulinet de Woltmann, tel que nous venons de le décrire, n'est plus assez sensible, car il cesse de fonctionner régulièrement dès que la vitesse ne peut lui faire faire plus de deux tours par seconde. — M. Baumgarten l'a perfectionné dans le but de le rendre beaucoup plus sensible.

Le perfectionnement de M. Baumgarten

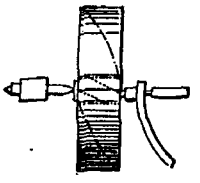


Fig. 72.

consiste dans le remplacement de la roue à ailettes planes inclinées, par une roue à ailettes hélicoïdales contiguës à l'axe. — Les premières ailettes hélicoïdales étaient ouvertes au pourtour de la roue ; mais plus tard on reconnut qu'une couronne cylindrique entourant les ailettes donnait de meilleurs résultats.

Les ailettes hélicoïdales obéissent bien à l'action des faibles courants, et le moulinet ainsi modifié fonctionne convenablement pour des vitesses capables de lui imprimer plus de trois dixièmes de tours à la seconde.

L'adjonction d'une couronne au pourtour des ailettes a l'avantage de donner plus de solidité au moulinet, et elle contribue, en outre, à régulariser le mouvement en préservant les ailettes des actions latérales et en substituant à leur clapotis plus ou moins tumultueux au milieu du courant extérieur, le frottement plus homogène de la couronne cylindrique qui fait en même temps office de volant.

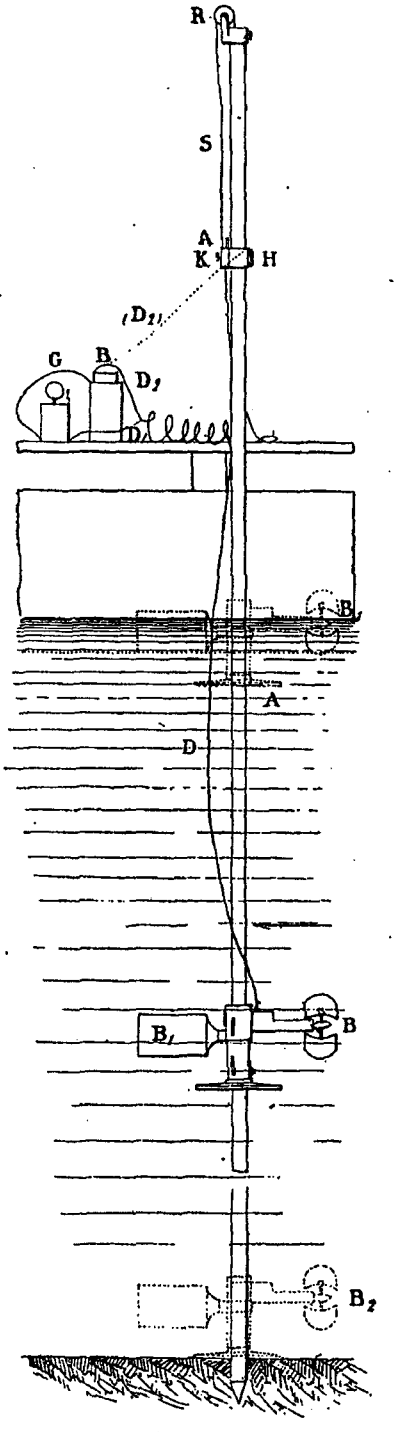


Fig. 73.

Les ailettes hélicoïdales du moulinet de

M. Baumgarten sont au nombre de quatre ; elles ont un pas de $0^m,08$ ou $0^m,12$. La couronne cylindrique qui les limite extérieurement a $0^m,08$ de diamètre et $0^m,02$ de largeur. La figure 72 représente la roue à ailettes hélicoïdes. Dans cette figure, les lignes ponctuées indiquent les branches hélicoïdales qui vont de l'arbre à la couronne cylindrique.

126. *Remarque.* — Les moulinets dont nous venons de parler présentent un grand inconvénient ; à chaque opération, il faut retirer l'appareil de l'eau pour faire la lecture du nombre de tours effectué par les ailettes, et l'y replonger ensuite pour l'expérience suivante. — Il résulte de ces manœuvres répétées une perte de temps pouvant influencer les résultats obtenus surtout quand il s'agit d'un grand cours d'eau ; car il est essentiel, si on veut faire un bon jaugeage, d'opérer rapidement, afin de se mettre à l'abri des variations de hauteur et de débit qui peuvent survenir pendant l'opération.

On a donc cherché à construire des moulinets pouvant indiquer le nombre de tours des ailettes, sans qu'il soit nécessaire de les retirer de l'eau. — On y est arrivé de diverses manières.

Moulinet de M. Harlacher.

127. M. Harlacher, professeur à l'École polytechnique de Prague et chef des travaux hydrométriques de la Bohême, a apporté au moulinet d'importantes et ingénieuses modifications.

Une analyse abrégée de l'ouvrage publié en allemand par M. Harlacher, sur les procédés et les appareils employés pour mesurer, au moyen du moulinet, les vitesses de l'Elbe, du Danube et d'autres cours d'eau importants

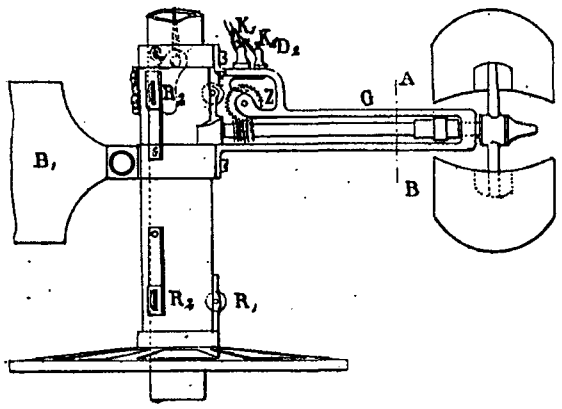


Fig. 74.

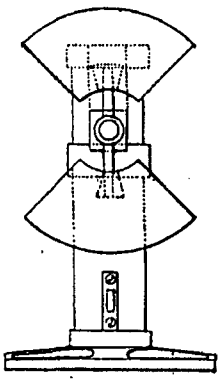


Fig. 75.

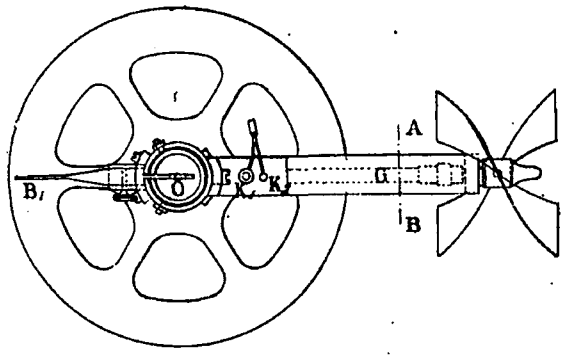


Fig. 76.

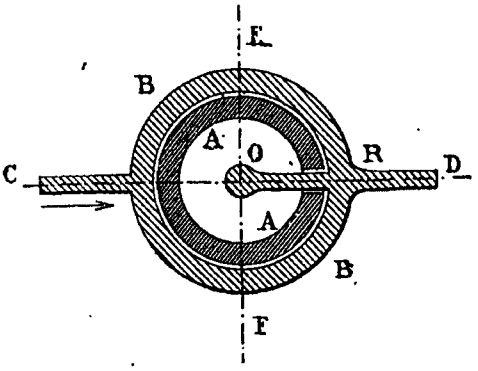


Fig. 77.

de l'Autriche, a été faite par M. de Lagrené ingénieur en chef des Ponts et Chaussées dans les *Annales des Ponts et Chaussées* (1883). — Nous extrayons de cette analyse les quelques renseignements suivants :

Lorsqu'on jauge un cours d'eau, peu rapide et peu profond, on se contente

quelquefois de suspendre le moulinet à l'extrémité d'une perche à laquelle on fait occuper les hauteurs voulues. Mais cette manière de faire présenterait de graves inconvénients dans un courant rapide et profond, la perche pouvant se déformer et le moulinet se déplacer. — Pour corriger ces défauts, M. Harlacher donne pour support au moulinet, un tube métallique suffisamment rigide, légèrement enfoncé à sa partie inférieure dans le fond du cours d'eau, et maintenu verticalement en tête par un appontement convenable (*fig.* 73). Le moulinet glisse le long de ce tube ; il est soutenu à la hauteur voulue

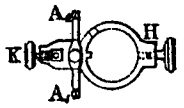


Fig. 78.

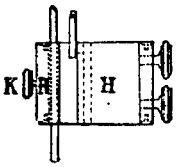


Fig. 79.

par une corde S qui passe dans l'intérieur du tube. Ce moulinet est représenté par les figures 74 (vue de face), 75 (vue de profil) et 76 (plan). On voit qu'il porte à sa partie inférieure un disque qui limite sa course en venant reposer sur le fond du lit, de manière que le moulinet ne puisse y toucher lui-même et s'y détériorer. — L'écartement vertical entre le disque inférieur d'arrêt et le moulinet est de $0^m,15$ à $0^m,20$. Le mouvement des ailes du moulinet se trouve ainsi protégé efficacement.

La corde qui soutient le moulinet s'attache au point O (*fig.* 77), extrémité intérieure d'un rayon OR faisant corps avec la douille B de l'appareil. — Ce rayon passe dans une fente rabotée, pratiquée suivant une génératrice du tube creux de support A. — La flèche montre la direction du courant ; le point C, en amont, est le côté du moulinet ; le point D, en aval, est le côté du gouvernail. — EF représente donc la direction du profil en travers normal au courant — C'est ainsi que l'appareil doit être orienté pour les expériences.

On comprend que, par cette disposition du support, l'orientation de l'appareil se fait par celle du support lui-même, de sorte qu'ici le gouvernail n'a plus pour but cette orientation. Le gouvernail sert uniquement de contrepoids, équilibrant le moulinet de manière que le centre de gravité de l'appareil soit sur l'axe du tube.

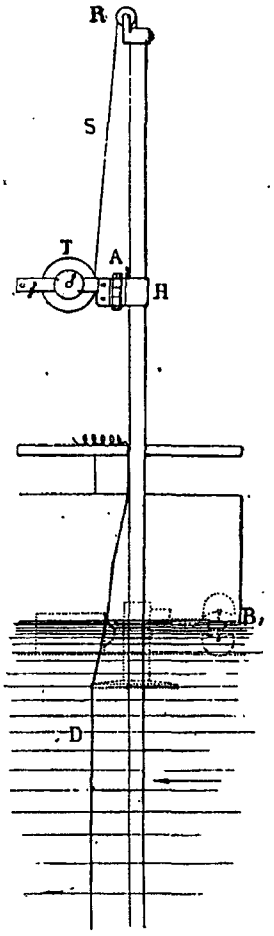


Fig. 80.

Les mouvements de montée et de descente de l'appareil le long du tube sont rendus faciles et sûrs par six petits galets R_1R_2 (*fig.* 74), placés trois en haut et trois en bas dans l'épaisseur de la douille. — Avec ce mouvement de roulement ne produisant qu'une très faible résistance, on est certain que l'appareil descendra par son propre poids.

La corde de rappel est arrêtée à volonté par une pince K (*fig.* 73) fixée à portée de la main de l'opérateur sur la partie du tube

qui est hors de l'eau. Le détail de cette pince est représenté par les figures 78 (plan) et 79 (élévation). Ou bien la corde de rappel s'enroule sur un petit cylindre T (*fig.* 80) mu à volonté par une manivelle et pourvu d'un encliquetage. — Ce tambour T a une circonférence dont le développement mesure $0^m,50$; il porte un cadran divisé en cinquante parties égales, de sorte que chaque division indique un mouvement vertical du moulinet de 1 centimètre. — Le nombre des rotations est compté, soit directement, soit par une aiguille disposée à cet effet. — Le détail du mécanisme est représenté par les figures 81 (élévation) et 82 (coupe horizontale).

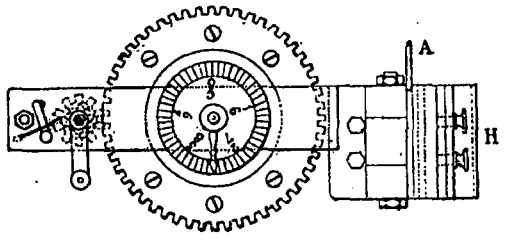


Fig. 81.

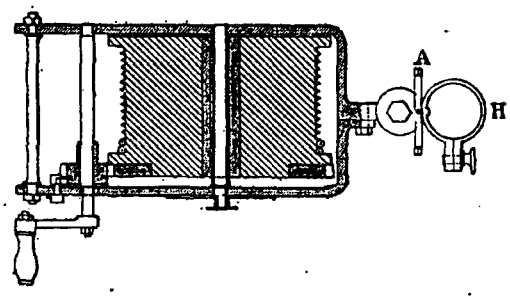


Fig. 82.

Le curseur qui porte la pince K (*fig.* 73), porte également une ligne de visée A_1A_2 (*fig.* 78 et 79) servant à orienter le moulinet normalement au profil en travers et, par conséquent, dans la direction du courant.

M. Harlacher a établi un *compteur électrique* permettant la lecture du nombre de tours du moulinet sans qu'il soit besoin de tirer l'appareil hors de l'eau. — Le moulinet est en communication électrique avec le plancher sur lequel se tient l'observateur. Ce dernier a ainsi connaissance du nombre de tours à chaque instant, sans déplacer l'instrument.

On imagine facilement qu'une pile placée près de l'observateur peut être rattachée au moulinet par un fil placé dans le tube support, et que ce fil peut être disposé de telle sorte que chaque rotation produise une interruption et une reprise du courant; enfin qu'à chaque période de cinquante ou de cent tours, par exemple, on soit averti par un signal voulu, soit acoustique, soit optique, soit graphique. — Telle est l'idée générale de l'appareil réalisé par M. Harlacher qui démontra, en 1872, que le contact entre le moulinet et le conducteur peut avoir lieu au milieu de l'eau sans qu'il soit besoin de placer ce contact dans une enveloppe étanche plus ou moins compliquée. — La présence de

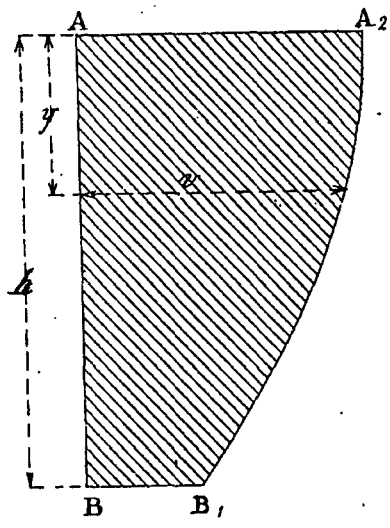


Fig. 83.

l'eau entre les surfaces qui donnent les contacts successifs a même, suivant l'auteur, l'avantage de pouvoir rendre suffisant un faible courant électrique.

Sur la figure 73 on voit en D le fil conducteur, en B la batterie, en G la cloche, en D_2 un second conducteur, fermant le circuit avec le fil DD_1.

Le moulinet dont nous venons de donner une description sommaire est désigné par son auteur sous le nom d'*appareil à*

cloche. — Cet appareil à cloche donne un procédé très simple pour compter le nombre des rotations. Le courant électrique naturellement interrompu n'est fermé qu'après un nombre déterminé de rotations. Au moment du contact qui produit la fermeture, une cloche sonne. Autant de fois la cloche aura sonné, autant de fois le moulinet aura fait le nombre déterminé de rotations. — Le temps est mesuré par un chronomètre.

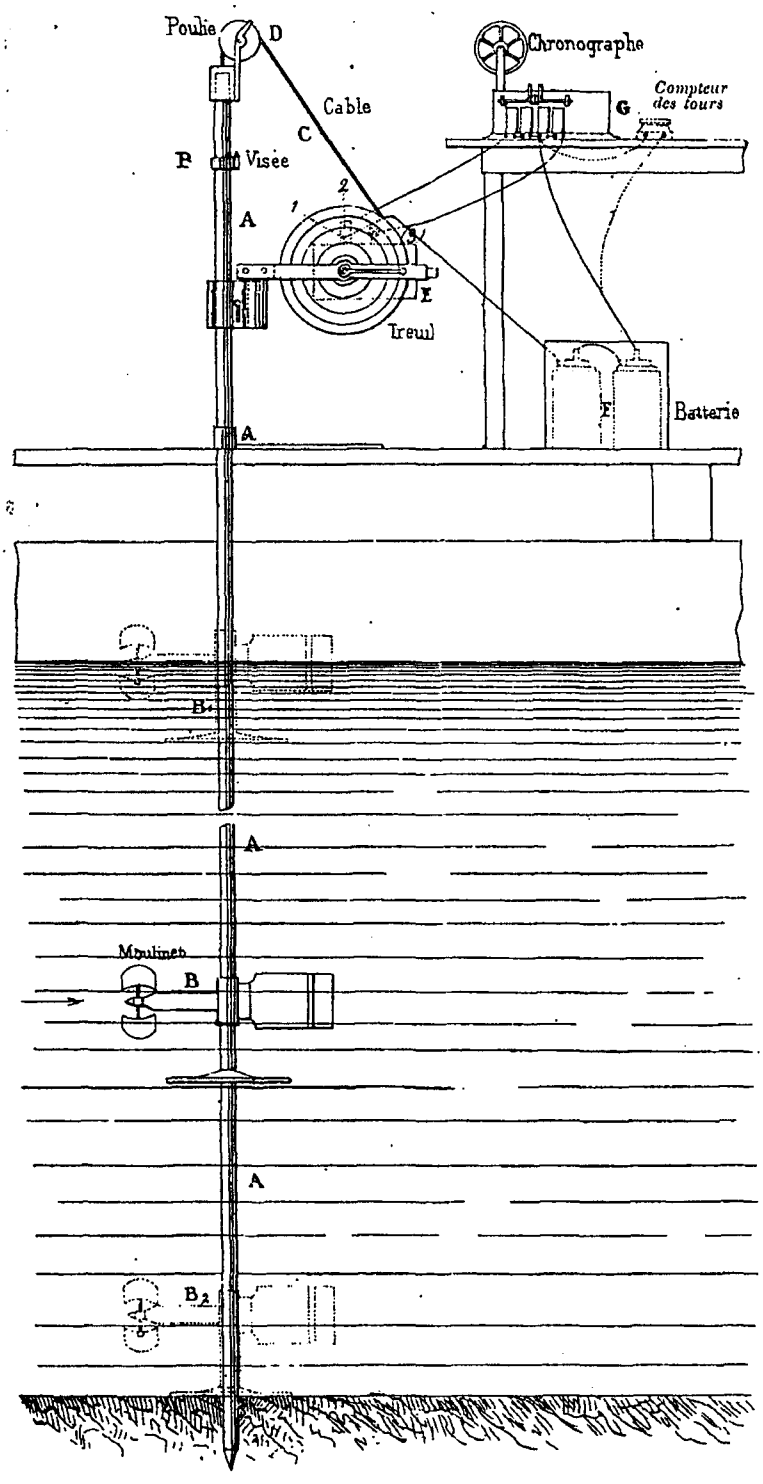


Fig. 84.

128. M. Harlacher a aussi imaginé un *appareil enregistreur graphique.* — Un appareil Morse, c'est-à-dire une bande de papier animée d'une vitesse connue et recevant l'empreinte d'une plume ou d'un crayon tant que dure chaque contact, se trouve intercalé dans le courant. — A chaque rotation correspond une marque, et l'examen du graphique permet de se rendre compte immédiatement de la régularité du courant, de ses variations continuelles en chaque point, de la périodicité plus ou moins marquée de ses variations. Les variations de la vitesse en un point sont si nombreuses que pour pouvoir en apprécier exactement la vitesse moyenne, il faut, suivant M. Harlacher, faire durer l'observation pendant au moins cinq minutes.

129. Le moulinet peut aussi servir *d'intégrateur mécanique pour déterminer la vitesse moyenne suivant une verticale.* — La vitesse de l'eau en un point s'obtient, comme on le sait, en multipliant par le coefficient de tarage, le nombre de tours effectués par le moulinet pendant une seconde. Nous étudierons ce coefficient plus loin.

Si, après avoir déterminé la vitesse au droit des différents points d'une verticale AB (*fig.* 83), on construit la courbe A_2B_1, qui a pour ordonnées ces vitesses, on donne le nom de vitesse moyenne au quotient de la surface AA_2B_1B par la hauteur AB, ce qui s'exprime par l'équation :

$$V_m = \frac{\int_0^h v\,dy}{h}.$$

La surface AA_2B_1B peut se mesurer sur l'épure au moyen du planimètre polaire et conduire ainsi à la connaissance de la vitesse moyenne V_m ; mais on peut obtenir directement cette vitesse moyenne au moyen du moulinet glissant le long de son tube de support et muni de l'enregistreur graphique. Il suffit en effet de laisser descendre le moulinet de A en B *avec une vitesse uniforme* et d'examiner sur le graphique le nombre de tours n effectué pendant cette descente ; un compteur à seconde donne d'ailleurs la durée t de la descente ; le quotient $\frac{n}{t}$ donne le nombre de tours correspondant à la vitesse moyenne V_m, et par suite, on a cette vitesse en multipliant $\frac{n}{t}$ par le coefficient de tarage.

Le mouvement descendant (ou ascendant) du moulinet est rendu uniforme par divers procédés, soit par un système de déclanchement mû par un pendule à secondes laissant passer, à chaque battement, une dent de l'engrenage que porte le tambour sur lequel s'enroule la corde de support, soit par un volant convenable monté sur ce cylindre, soit simplement par une manivelle.

Dans le mouvement d'intégration à la descente, on place le moulinet au-dessus de l'eau, afin qu'il ait déjà acquis une vitesse uniforme quand il atteint la surface liquide, et c'est à ce moment qu'on met en mouvement d'une part l'appareil enregistreur graphique et d'autre part le chronoscope.

Quand la vitesse uniforme de descente de l'intégrateur est obteuue à l'aide d'une manivelle, on n'a plus besoin de faire monter d'abord l'appareil au-dessus de la surface de l'eau puisqu'on peut immédiatement donner à l'appareil un mouvement uniforme.

M. Harlacher recommande de chercher la vitesse moyenne en descendant uniformément le moulinet, puis ensuite en le remontant uniformément ou inversement, puis de prendre la moyenne des deux résultats s'ils ne sont pas identiques.

La figure 84 montre la disposition générale du moulinet intégrateur. Le câble C de suspension est en fils de cuivre et sert en même temps de conducteur. Le tube forme le second conducteur. De cette manière les fils conducteurs ne sont pas exposés au courant et ne peuvent gêner le mouvement vertical uniforme du moulinet (1).

Moulinet Bréguet.

130. Depuis quelques années, la maison Bréguet construit un moulinet à

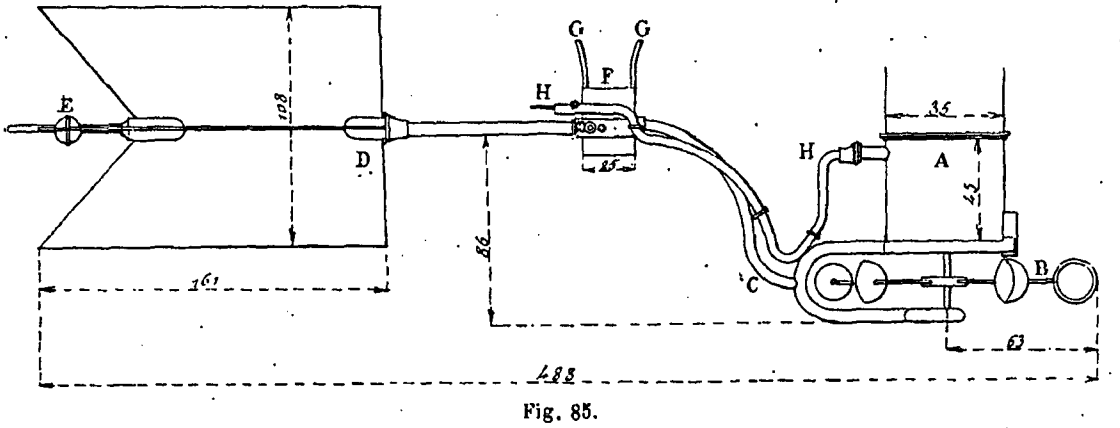


Fig. 85.

compteur de tours. Le moulinet proprement dit B (*fig.* 85) a ses bras horizontaux ; son axe de rotation est vertical. Au-dessus du moulinet se trouve une boîte de contact A. Un support C porte d'un

(1) Pour plus de détails, le lecteur pourra consulter l'ouvrage de M. Harlacher « *Die messungen in der Elbe und Donau, und die Hydrometrischen apparate und methoden des Verfassers*, von Harlacher, professor an der Deutschen technischen hochschule in Prag. — Leipsig, Verlag von Arthur Félix. »

côté le moulinet et la boîte de contact, et de l'autre côté, un gouvernail à quatre ailes D muni d'un contrepoids de réglage E. L'appareil est guidé dans son mouvement descendant ou ascendant, par un câble tendu par un poids de 5 kilogrammes. Ce câble passe dans un anneau cylindrique F, portant des oreilles G.

A chaque tour du moulinet, un courant électrique est établi et déclenche à la surface un compteur auquel il est relié par deux conducteurs. La figure 86 montre la marche du courant, B étant la pile, C le moulinet et A le compteur. On voit en H sur la figure 85, le câble conducteur allant de la pile à la boîte de contact.

Cette boîte de contact est composée de la manière suivante. L'axe vertical du moulinet traverse le fond de la boîte et porte un aimant vertical *a* (*fig.* 87) qui tourne en même temps que le moulinet. Un

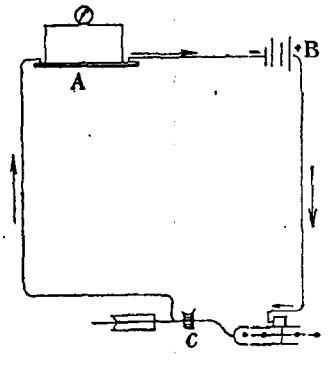


Fig. 86.

autre aimant en fer à cheval *b* est horizontal et peut prendre un léger mouvement de rotation autour d'un axe d'oscillation *o*. Ce dernier aimant est attiré par le premier chaque fois que les pôles de noms contraires passent en conjonction. Il se produit donc une attraction à chaque tour du moulinet. Au repos, les branches de l'aimant horizontal *b* sont tenues levées au moyen d'un léger ressort antagoniste *r* qui agit sur la pince P de l'aimant, de l'autre côté du pivot, par rapport aux branches. Ce ressort est en communication avec le câble conducteur *c* venant de la pile. Lorsque l'aimant *b* est attiré, le courant venant de la pile arrive par le câble *c*, passe par le ressort *r*, l'aimant *b*, l'aimant *a*, la masse de l'appareil, et retourne à la pile en traversant le compteur de tours.

L'ensemble est contenu dans une boîte cylindrique en laiton, hermétiquement fermée par un couvercle vissé *e*, pressant sur une rondelle de cuir *d*. La partie supérieure de la boîte est garnie d'un revêtement *f* d'ébonite destiné à isoler les supports.

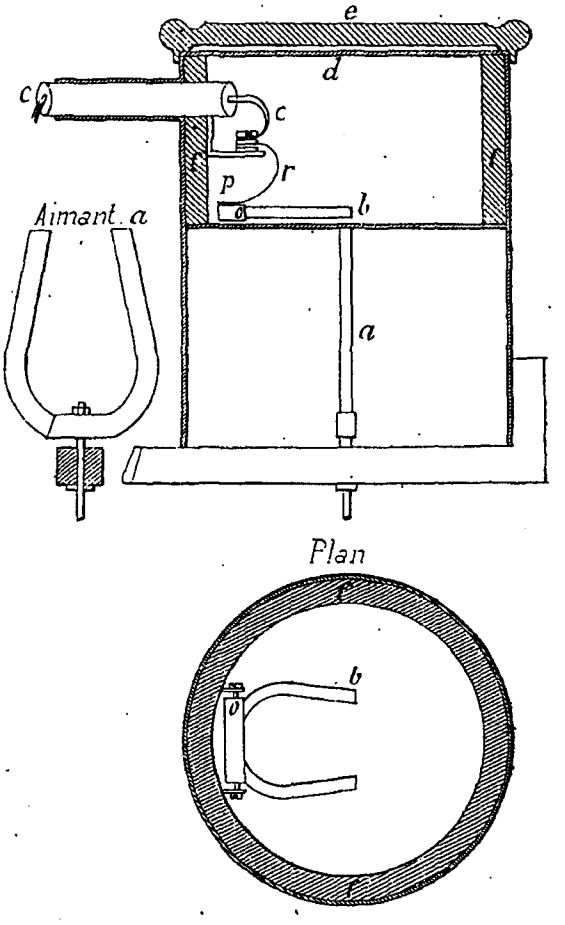


Fig. 87.

Dans le compteur (*fig.* 88) on a réuni à la fois le chronomètre et le contrôleur de tours. Le même mouvement qui déclenche le chronomètre ferme le circuit du compteur et l'appareil fonctionne. Le chronomètre L marque la seconde à la grande aiguille et totalise les minutes par la petite. Il est muni d'une remise à zéro R

et d'un départ S donnant simultanément le contact du totalisateur. Le totalisateur des tours M porte sur sa base deux bornes P d'attache des conducteurs.

Avec ce moulinet, on peut jauger en rivière sans quitter la rive : un câble tendu

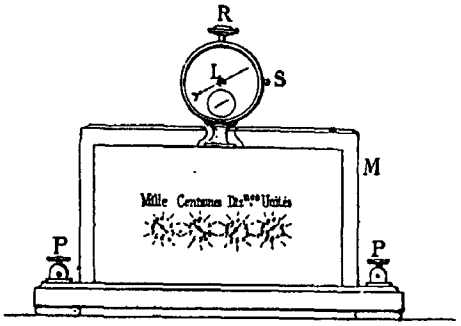


Fig. 88.

au-dessus de la section considérée est le chemin de roulement de l'appareil d'immersion composé de deux poulies au moins : l'une affectée à la cordelette du moulinet et au câble-guide, l'autre aux conducteurs.

Moulinet de M. Ritter.

131. M. Ritter, ingénieur en chef des ponts et chaussées, a cherché à rendre l'usage du moulinet plus facile en lui faisant subir quelques modifications. Il décrit son nouveau moulinet de la manière suivante (*Annales des P. et C.* 1885) :

« Le moulinet, auquel nous conservons les ailettes hélicoïdales, est à *transmission électrique*, avec sonnerie à chaque cinquantaine de tours. Il est placé *à l'entrée et à l'intérieur d'un manchon cylindrique* de même diamètre que lui. Ce manchon le préserve des chocs, mais il a surtout pour objet de *soustraire les ailettes à l'action latérale et essentiellement perturbatrice des courants obliques.* Enfin ce manchon facilite la suspension libre de l'instrument qui peut, sous l'action d'un gouvernail s'orienter dans la direction du courant.

Le moulinet s'adapte à volonté à la partie inférieure d'une tige fixe, ou bien il est attaché à l'extrémité d'un câble formé de deux fils de cuivre isolés l'un de l'autre et qui servent de conducteurs au courant venu d'une petite pile.

« L'appareil de support est étudié en vue d'*opérations à faire du haut des ponts en prenant pour point d'application les parapets.* — Cet appareil, dont nous avons plusieurs types, comporte, dans le cas le plus compliqué, deux petits treuils : l'un sur lequel s'enroule le câble de suspension, et qui complète le circuit électrique formé par le moulinet, la pile et la sonnerie; l'autre auquel est fixé un câble directeur tendu par un poids reposant sur le fond de la rivière. C'est le long de ce câble que, guidé par un petit chariot, l'instrument descend à la profondeur voulue, et sans que les courants le fassent dévier sensiblement de la verticale. »

Voici quelques détails de construction de ce moulinet électrique, indiqués par l'auteur, M. Ritter, dans la note déjà citée :

Moulinet. — Les ailettes du moulinet sont celles adoptées par M. Baumgarten : au nombre de quatre, insérées dans une couronne cylindrique de $0^m,08$ de diamètre et $0^m,02$ de hauteur; elles représentent, par leur ensemble, une hélice complète de $0^m,08$ de pas.

Arbre. — L'arbre du moulinet, dont chaque extrémité est creusée d'une alvéole cylindrique, est supporté par des aiguilles fixes qui s'engagent dans ces alvéoles et autour desquelles il tourne; surtout dans l'eau, avec de très faibles frottements. — L'appareil est représenté par les figures 89 (plan), 90 (coupe verticale), 91 (vue d'aval) et 92 (vue d'amont).

Du côté de l'amont et dans le petit espace compris entre le moulinet et son support, l'arbre porte une petite bague A à filet hélicoïdal saillant, et dont l'office est d'écarter, en tournant, et de rejeter vers l'aval, les herbes et les filaments de toute nature communs dans beaucoup de rivières, et qui, si on les laisse s'enrouler autour des aiguilles de support, peuvent gêner la marche de l'instrument.

Mécanisme de comptage. — La roue de comptage à laquelle l'arbre du moulinet communique le mouvement, est unique; elle est constamment engrenée et n'a donc à redouter aucun choc d'embrayage.

Aussi a-t-elle pu être construite en ébonite ou caoutchouc durci, qui a le grand avantage d'être un isolant pour les courants électriques.

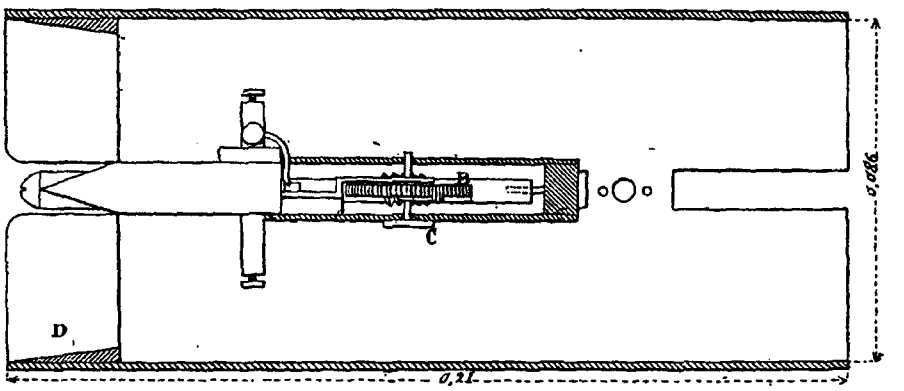


Fig. 89.

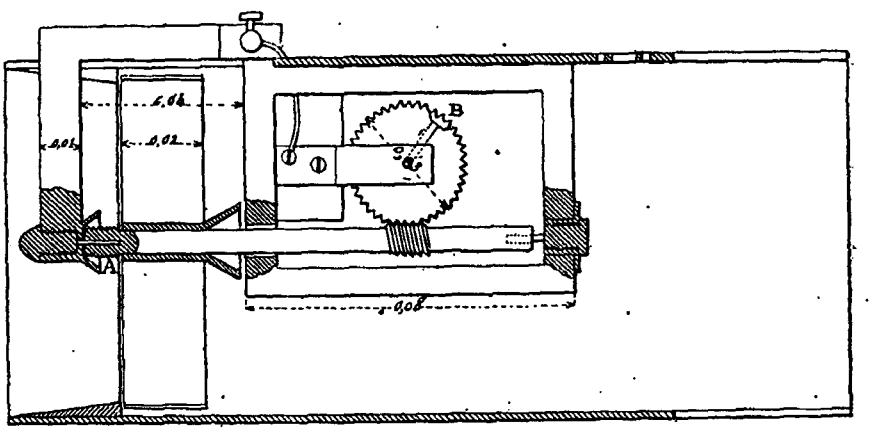


Fig. 90.

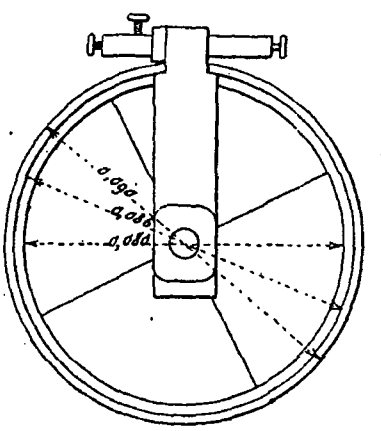


Fig. 91.

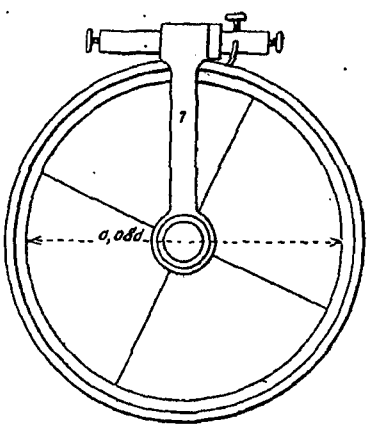


Fig 92.

La roue est divisée en cinquante dents correspondant chacune à un tour du moulinet. Une de ces cinquante dents est en cuivre, ainsi que le rayon qui la relie à

l'axe de la roue. Cet axe lui-même est métallique, mais il est monté sur des coussinets dont l'un C (*fig.* 89) est en ébonite de façon à isoler la roue de l'arbre du moulinet. Les pôles d'une pile étant mis en relation, l'un avec l'axe de la roue de comptage, et, par conséquent, avec la dent métallique de cette roue, et l'autre, avec l'arbre du moulinet; le courant ne peut donc passer qu'à chaque cinquantaine de tours, au moment du contact de la dent métallique avec l'arbre, et, à ce moment, le courant met en branle une sonnerie placée sur son trajet.

M. Ritter a réussi, en recourant à la roue dentée en ébonite à *éviter, pour ouvrir ou fermer le courant, l'emploi d'aucun frotteur à ressort ;* car, le moindre changement de tension de pareils ressorts, dont on fait souvent usage, peut changer notablement la tare de l'instrument.

La dent de cuivre de la roue est unique; mais M. Ritter a reconnu par l'expérience que, quelquefois, tant qu'il n'y avait que cette seule dent, le courant ne passait pas, et cela se comprend : il y a toujours, en effet, trois ou quatre dents de la roue engrenées simultanément sur le filet hélicoïde de l'arbre ; or, la moindre imperfection dans l'exécution de la roue, ou bien une variation subite dans la vitesse des ailettes, peuvent faire que l'une des dents engrenées ne touche pas l'arbre, et si c'est précisément la dent métallique qui ne touche pas, le courant demeure interrompu.

M. Ritter a évité cet inconvénient en adoptant trois dents métalliques consécutives au lieu d'une seule, et, dans ces conditions, le courant a toujours passé régulièrement. Le bruit de la sonnerie s'en trouve un peu prolongé, il est vrai, mais il n'en résulte aucune erreur, si l'on a soin de pointer le chronomètre à l'instant même où commence la sonnerie, ou, mieux encore, dès que l'on aperçoit le premier mouvement du marteau du timbre.

La roue de comptage et la partie filetée de l'arbre du moulinet sont enfermées dans une boîte métallique. Elles se trouvent ainsi préservées à la fois des chocs et des impuretés que charrient les eaux.

Manchon. — Le moulinet et son arbre sont fixés à l'intérieur d'un manchon cylindrique en cuivre de $0^m,20$ de longueur, ouvert aux deux bouts et dont le diamètre intérieur ($0^m,086$) ne dépasse le diamètre extérieur du moulinet ($0^m.080$) que du petit jeu nécessaire pour qu'il n'y ait pas frottement. Afin d'empêcher l'eau de s'écouler par cet espace annulaire du manchon, une bague (*fig.* 89) (de $0^m,079$ de diamètre) couvre cet espace et est taillée en biseau de façon à diriger les eaux sur les ailettes.

Le manchon tient naturellement tout l'instrument à l'abri des chocs, mais son principal avantage est de *soustraire le moulinet à l'action latérale et directe des*

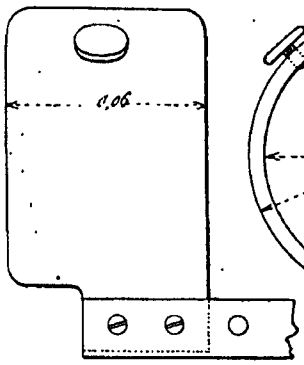


Fig. 93.

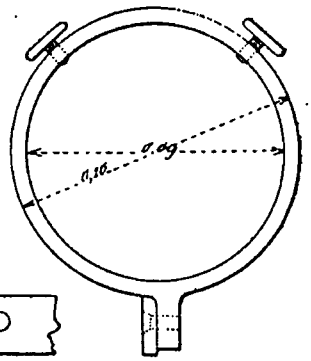


Fig. 94.

courants obliqués, et de *contribuer*, de la sorte, *à la régularité de sa marche, comme à la constance de sa tare.*

Avec le manchon et le mode de suspension auquel il se prête, on évite aussi la présence, à l'aval des ailettes, de la tige de support qui, dans les instruments ordinaires, est une entrave à l'écoulement des eaux.

Le manchon permet encore, si on y introduit un diaphragme plus ou moins ouvert, de modérer le mouvement des ailettes dans les courants rapides, ou, sans cela, les sonneries se succéderaient trop rapidement pour être d'une observation facile.

Enfin, le manchon rend des services spéciaux dans les opérations de tarage, soit comme tube d'écoulement, soit

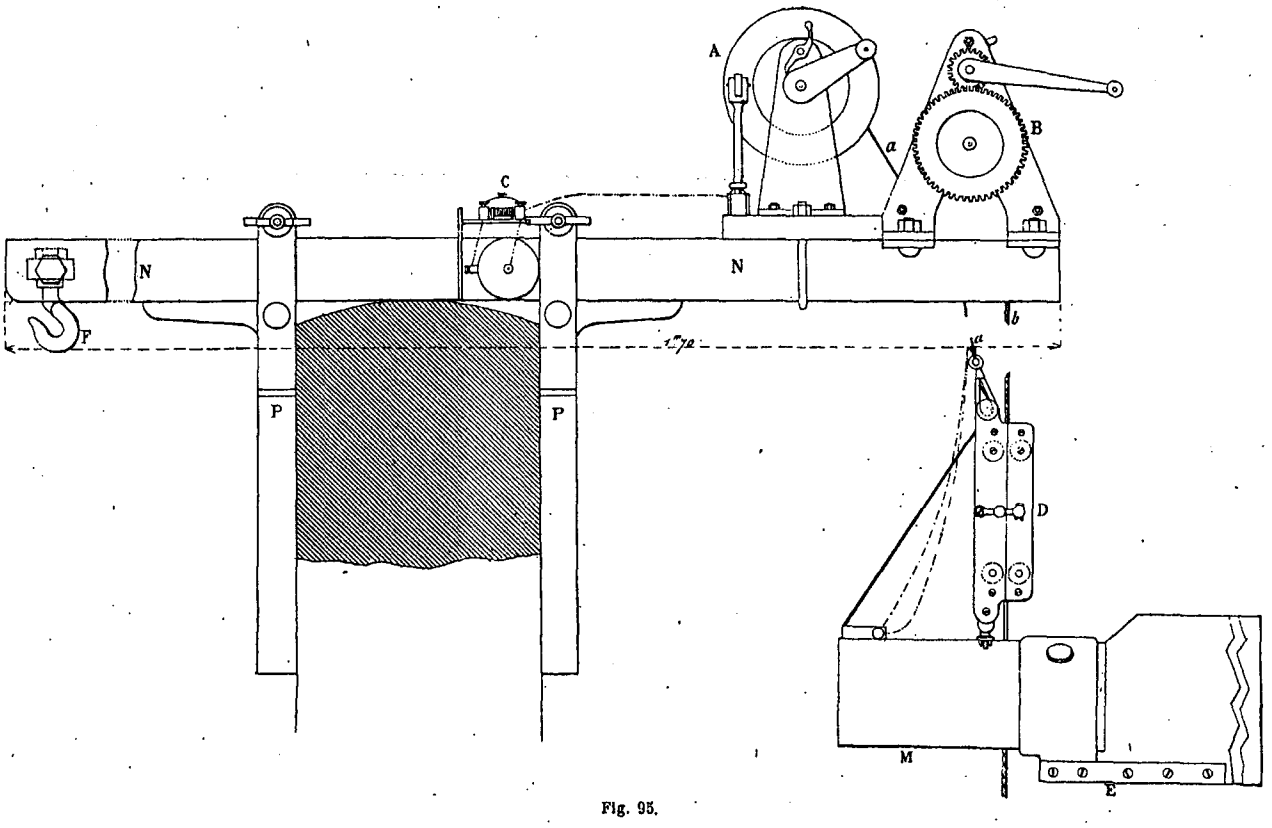


Fig. 95.

comme point d'appui d'organes accessoires.

Étrier et gouvernail. — Le manchon a pour support un étrier ou bague cylindrique dans laquelle il s'engage et est maintenu par des vis de pression (*fig.* 93 et 94).

Cet étrier porte un gouvernail, et c'est par l'étrier que l'instrument se trouve, selon les cas, fixé au bas d'une tige rigide, ou bien suspendu à un câble.

En faisant varier la longueur de la tige du gouvernail, en avançant plus ou moins le manchon sur l'étrier, on amène facilement sur la verticale du point de suspension le centre de gravité ou plutôt le centre de pression de l'instrument, de manière que, dans l'eau, il se tienne horizontal.

Un simple bout de ficelle, tendu entre l'anneau de suspension et la tête du manchon, est, du reste, le préservatif le meilleur contre les écarts de l'instrument dans le sens vertical.

Pile. — On emploie une pile de (0m,08 de hauteur et 0m,05 de diamètre) au peroxyde de manganèse, et qui, ne s'épuisant nullement tant que le circuit n'est pas fermé, reste en charge et toujours prête à fonctionner, sans qu'il y ait à manipuler aucun liquide.

Sonnerie. — La sonnerie est réunie avec la pile dans une seule et même boîte de 0m,10 sur 0m,08 et 0m,08.

Compteur à pointage. — M. Ritter se sert du compteur ordinaire à aiguille de pointage. Par le plus ou moins de régularité dans l'écartement des points, on reconnaît de suite si les vitesses sont régulières, si leurs irrégularités se reproduisent avec une certaine périodicité, ou si le changement survient brusquement et persiste, et c'est d'après ces indices que l'opérateur doit prolonger plus ou moins l'observation.

Un ralentissement brusque et persistant de la vitesse est un signe de l'arrêt d'un corps étranger dans les ailettes ; il faut, en ce cas, retirer le moulinet pour le débarrasser.

Mais il n'est pas nécessaire pour cela de recommencer l'opération, car on peut utiliser tous les pointages opérés avant le

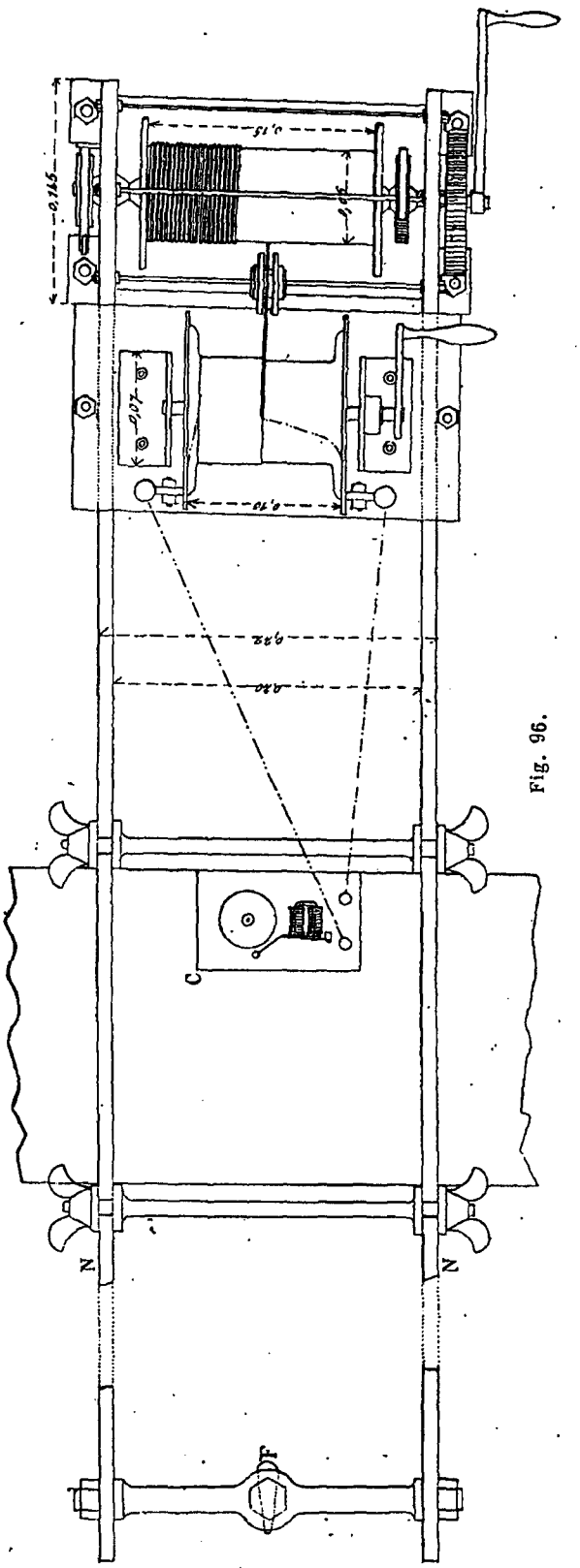


Fig. 96.

ralentissement brusque des ailettes, et c'est là précisément ce qui permet d'employer le moulinet électrique dans des eaux charriant des feuilles ou autres débris, et où le moulinet ordinaire ne fournirait que des indications très incertaines.

M. Ritter donne ensuite, dans le même mémoire, des détails très intéressants sur les appareils de suspension, de direction et de support de son moulinet électrique. Voici la description qu'il fait de ces divers appareils :

132. Appareil de suspension. — *Suspension rigide.* — Pour de faibles profondeurs, et si l'on est rapproché de la surface de l'eau, le support de l'instrument est une tige creuse en cuivre de $0^m,024$ de diamètre, formée de deux parties de $1^m,50$ se vissant l'une au bout de l'autre.

La tige porte, à son extrémité inférieure, une virole à laquelle on fixe le moulinet, et qui, étant à volonté fixe ou mobile, permet à l'instrument de s'orienter dans le sens du courant ou de rester dans une direction fixe.

Le long de la tige glissent des pédales d'appui et des crochets auxquels on suspend la pile et la sonnerie. Si entre deux pédales on serre comme dans un étau un des madriers du pont de service et que, avec une corde tendue en haubans, on maintienne la tige verticalement, il n'est plus besoin de tenir l'instrument et l'opérateur, libre des deux mains, peut faire et noter ses observations seul et tout à l'aise.

Suspension mobile. — Câble conducteur. — Lorsque, en raison de la grande longueur qu'il faudrait lui donner, la tige n'est plus d'un emploi facile, le moulinet est suspendu à un câble (*fig.* 95). Ce câble, qui sert en même temps de conducteur du courant, est formé de deux fils de cuivre enduits de gutta-percha et enveloppés d'une gaine de soie.

Très flexible, il supporte sans danger le poids du moulinet qui est d'environ 3 kilogrammes.

Treuil conducteur. — Le câble est enroulé sur un treuil A de $0^m,06$ de diamètre et $0^m,10$ de largeur, et combiné de façon qu'il tourne sans qu'il en résulte d'interruption dans le courant électrique: c'est pour cette raison qu'il a été nommé *treuil conducteur*.

Profondeur d'immersion. — Une graduation du câble de 50 en 50 centimètres comptée à partir de l'axe du moulinet, suffit pour donner assez exactement la profondeur de l'instrument au-dessous de la surface de l'eau.

133. Appareil de direction. — *Câble directeur.* — Le moulinet, s'il était suspendu simplement au câble conducteur, serait entraîné à la dérive dès qu'on le

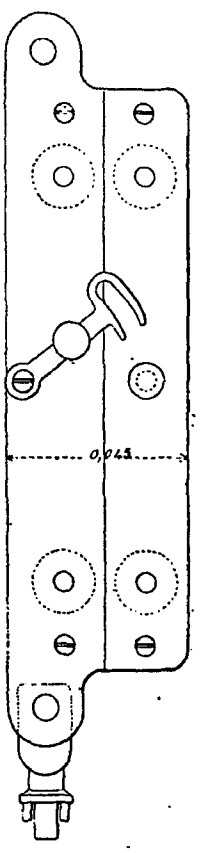


Fig. 97.

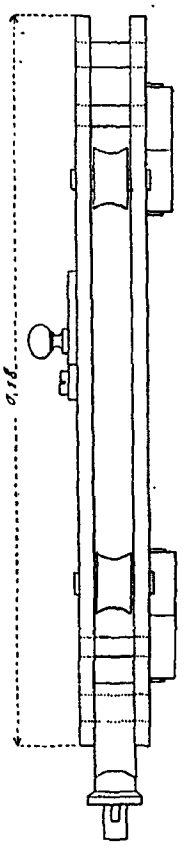


Fig. 98.

plongerait dans un courant un peu fort ; pour l'en empêcher, M. Ritter s'est arrêté, comme solution générale, à l'emploi d'un *câble directeur b* (*fig.* 95), tendu verticalement d'un côté par un poids reposant sur le fond de la rivière, et hors de l'eau par un treuil B sur lequel le câble s'enroule et qui est le *treuil tenseur* (*fig.* 95 et 96).

Le moulinet, entraîné par son propre poids, descend de lui-même le long du câble directeur, près duquel il est retenu par un petit chariot à galets (*fig.* 97 et 98), et D (*fig.* 95).

Les cordes ordinaires ayant l'inconvénient de se détordre, surtout dans l'eau, lorsqu'elles ont à supporter un poids, on a adopté un câble en fils de fer galvanisés qui, avec un diamètre de 0m,005, résiste parfaitement aux efforts auxquels il est exposé.

Treuil tenseur. — Le treuil, de 0m,06 de diamètre et 0m,15 de largeur, est à cliquet et muni d'un frein. Il permet de soulever sans fatigue, à la vitesse de 12 mètres par minute, un poids de 40 kilogrammes, le maximum à employer.

Poids tenseur. Le poids tenseur avait primitivement la forme allongée d'un poisson; mais cette forme, très rationnelle dans un courant à filets parallèles, convient moins dans les courants naturels dont la direction change à chaque instant, car c'est elle qui présente les résistances les plus variables et expose le poids, tant qu'il est suspendu entre la surface et le fond de l'eau, aux oscillations les plus extrêmes et les plus dangereuses pour la conservation du treuil et du câble. Aussi a-t-on été amené à préférer pour les poids tenseurs la forme sphérique.

Le boulet en fonte, employé par M. Ritter, d'un diamètre de 0m,22, pèse 40 kilogrammes. Il est formé de quatre segments superposés que l'on détache lorsque l'on a besoin de 10, 20 ou 30 kilogrammes.

Au-dessous du boulet, on fixe quelquefois une broche en fer qui s'enfonce dans le sol et donne un ancrage plus solide.

L'importance du poids dépend naturellement de la vitesse. Un poids de 10 kilogrammes a suffi dans des vitesses de 0m,60; on a employé 20 kilogrammes pour des vitesses de 1 mètre. Au delà, il faut un poids plus considérable, à moins que pour les fortes vitesses on ne recoure, comme M. Ritter le croit préférable, à des moulinets de moindre diamètre et offrant par conséquent moins de résistance au courant.

134. Appareil de support. — *Solution générale.* — Un même bâti supporte les deux treuils; il est composé de deux barres de fer N (*fig.* 95 et 96) de 0m,050 sur 0m,008 et 1m,70 de longueur posées de champ sur le parapet ou la balustrade du pont et reliées entre elles, à l'écartement de 0m,20 par quatre tirants.

Sur chacune de ces barres glissent deux équerres P en fer de 0m,40 de longueur que l'on place et maintient par des vis de serrage, l'une contre la face amont, l'autre contre la face aval du parapet.

Ces barres sont, du côté de l'eau, en saillie sur le parapet de toute la longueur nécessaire pour que le treuil tenseur, fixé à leur extrémité, soit à l'aplomb de l'arête de la corniche et qu'ainsi puisse s'effectuer, sans gêne, la descente verticale du poids tenseur et du moulinet.

A l'autre extrémité des barres d'appui, un crochet F supporte le contrepoids consistant habituellement en un seau plein d'eau, posé sur le trottoir.

Ce bâti porte à la fois le treuil tenseur et le treuil conducteur, aussi rapprochés que possible l'un de l'autre afin de diminuer l'obliquité relative des deux câbles.

Quand la saillie de la corniche est considérable, l'opérateur ne pourrait plus, en se tenant sur le trottoir du pont, ni manœuvrer les treuils, ni suivre du regard l'instrument dans sa descente. On attache alors, en dehors du parapet et en l'appuyant sur la corniche, un grand panier de 1m,15 et 0m,60 sur 0m,80 dans lequel l'opérateur se tient à l'abri de tout danger. Ce panier est assez solide pour servir, au besoin, comme une nacelle d'aéronaute et permettre à l'opérateur de descendre jusqu'auprès du niveau de la rivière, si cela était nécessaire pour certaines vérifications.

Pour opérer en barque, on débarrasse le bâti de ses équerres, et on le couche à l'avant en l'y maintenant par des cordages et un contrepoids.

Solutions particulières. — L'appareil complet de support, tel que nous venons de le décrire, comporte selon les cas de grandes simplifications. Si les balustrades sont étroites et les corniches peu saillantes, on remplace les grandes barres d'appui horizontales par des barres verticales de 0m,50 de longueur, recourbées

en crochets et que l'on suspend simplement à la balustrade; — on trouve même commode alors d'avoir deux supports séparés, un pour chaque treuil et placés l'un à côté de l'autre.

Enfin, si le poids tenseur n'excède pas 10 kilogrammes, on peut se passer tout à fait du treuil tenseur, et opérer à la main la tension du câble directeur pour lequel on prend une corde ordinaire, en s'aidant d'une ou deux poulies fixées à la balustrade.

134. MANŒUVRE DES APPAREILS. — Rien n'est plus simple que la manœuvre des appareils que nous venons de décrire et la meilleure preuve que nous puissions en donner, dit M. Ritter, c'est que, à part les cas où le poids tenseur excède 20 kilogrammes, nous avons toujours opéré tout seul, en procédant dans l'ordre suivant:

a. — Installation sans aucune difficulté sur le parapet, du bâti supportant les deux treuils et pourvu de son contrepoids.

b. — Immersion du poids tenseur. — De toutes les manœuvres c'est la plus délicate. On commence par dérouler du câble directeur ce qu'il en faut de longueur pour amener près de l'opérateur jusque sur le parapet l'extrémité du câble qui se termine par un porte-mousqueton; puis on serre le frein du treuil tenseur.

On pose alors sur le parapet le boulet auquel est attachée une chaînette en fer. On fixe le boulet au porte-mousqueton et on le descend lentement, en dehors du parapet, en le soutenant par la chaînette, jusqu'à ce qu'il arrive à tendre verticalement la portion libre et déroulée du câble directeur. A ce moment, on lâche sans crainte la chaînette et le boulet; c'est le câble qui les supporte. Il ne reste plus, après avoir mis la main à la manivelle du treuil, qu'à desserrer le frein et à descendre lentement le boulet jusqu'au fond de l'eau.

c. — Suspension du moulinet. — La seconde manœuvre qui exige aussi quelque attention a pour but, après avoir accroché au câble conducteur le chariot à galets avec le moulinet, d'introduire dans ce chariot le câble directeur le long duquel il devra se mouvoir.

A cet effet, on laisse mollir le câble directeur assez pour que, en le tirant, on puisse sans peine l'engager entre les galets du chariot lequel, en vue précisément de cette opération, s'ouvre et se ferme à charnière. En même temps, on introduit le câble directeur dans la fente ménagée pour lui à l'arrière du manchon. Enfin, on met en place l'étrier du manchon, qui vient, en fermant la fente, empêcher désormais le câble de s'échapper. On tend alors le câble directeur pour le rendre vertical et tout est prêt pour commencer les observations.

d. — Déplacement des appareils. — Après avoir opéré sur une verticale, pour transporter l'instrument sur une autre verticale, on laisse mollir le câble directeur et celui du contrepoids. Le bâti soulagé de la sorte est soulevé et déplacé sans peine. Le déplacement effectué, on rétablit par le moyen du treuil la tension du câble directeur qui ramène le câble et le poids sur la verticale nouvelle.

Tout cela se fait très rapidement, excepté si, pour passer d'une arche à une autre, on rencontre des saillies d'arrière-becs de piles qui obligent à retirer complètement hors de l'eau l'instrument et le poids tenseur.

e. — Retrait du moulinet et du poids tenseur. — A la fin de l'opération, on répète, dans l'ordre inverse, les manœuvres du commencement. On retire d'abord le moulinet, puis, par le moyen du treuil, on remonte le boulet jusqu'à la hauteur où on l'avait accroché primitivement, et, à partir de cette hauteur, on le soulève à l'aide de sa chaînette pour le déposer sur le parapet où on n'a plus qu'à le décrocher du câble.

e. — Tube de Pitot.

135. Le tube dont nous allons nous occuper fut présenté par Pitot à l'Académie des sciences, en 1732, comme un instrument destiné à mesurer en un point donné la vitesse des filets liquides dont se compose un courant. — Cet instrument a sur ceux que nous avons décrits précédemment le grand avantage de ne pas exiger l'emploi d'un compteur à secondes. Il repose sur les principes suivants.

Tube droit. Soit SS (*fig.* 99) le niveau de la surface d'un courant liquide. — Si on place dans le courant un tube droit AB, ouvert aux deux bouts, on voit le liquide s'élever dans le tube à un niveau n placé un peu au-dessous du niveau m de la surface SS. Il semble que l'eau doive s'élever dans le tube au même niveau que la surface SS, mais il se produit dans ce tube une légère perte de charge due au dérangement que le tube fait subir au courant. Cette perte de charge a un rapport constant avec la hauteur $\frac{v^2}{2g}$ due à la vitesse des filets liquides en B.

Tube recourbé du côté amont. Si au lieu de prendre un tube simplement droit,

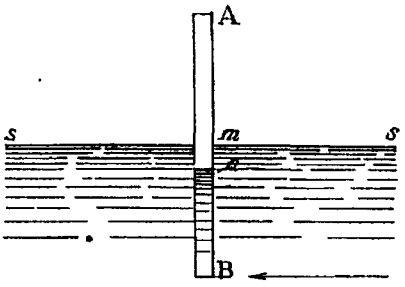


Fig. 99.

on plonge dans le courant un tube recourbé horizontalement à son extrémité inférieure B (*fig.* 100) et tournant son orifice contre le courant, l'eau s'élève dans le tube à un niveau q supérieur au niveau p de la surface SS.

S'il ne se produisait aucune perte de charge dans le tube, on pourrait dire que la différence de niveau pq représente la hauteur $\frac{v^2}{2g}$ due à la vitesse des filets liquides en B. — C'est ce que Pitot admettait. Mais, comme M. Darcy l'a montré, le tube recourbé, par le fait même de son immersion, dérange le mouvement des filets liquides et produit une perte de charge sensible. On peut supposer que cette perte de charge est approximativement égale à celle mn (*fig.* 99) que produirait un tube droit dont l'extrémité inférieure B serait placée en regard du même filet que l'extrémité recourbée B (*fig.* 100). — Il en résulte que la hauteur due à la vitesse v des filets, est égale à peu près à la hauteur observée pq (*fig.* 100) augmentée de la perte de charge mn (*fig.* 99). On peut écrire :

$$h = \frac{v^2}{2g} = pq + mn,$$

et comme la perte de charge mn est proportionnelle au terme $\frac{v^2}{2g}$, l'expression précédente pourra se mettre sous la forme :

$$h = \frac{v^2}{2g} = \mu \times pq$$

en désignant par μ un coefficient de proportionnalité à déterminer.

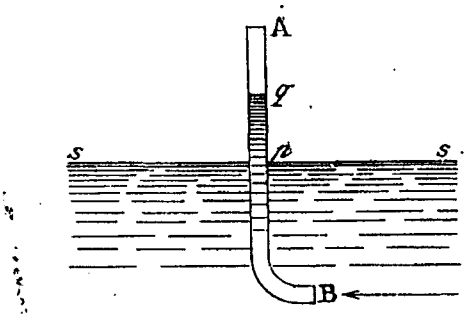


Fig. 100.

Tube recourbé du côté aval. Lorsqu'on dirige la partie recourbée du tube vers l'aval, on remarque une dépression rt (*fig.* 101) dans le tube. Comme précédemment, la dépression rt est proportionnelle à la quantité $\frac{v^2}{2g}$. On peut donc écrire en désignant par μ' un nouveau coefficient constant de proportionnalité :

$$\frac{v^2}{2g} = \mu' \times rt.$$

136. Le premier tube de Pitot se composait tout simplement d'un tube recourbé à l'amont.

Dans ce tube, plongé dans le courant, l'eau s'établissait à une certaine hauteur, de laquelle Pitot déduisait la vitesse des filets liquides, au moyen de la relation :

$$h = \frac{v^2}{2g} \qquad \text{d'où} \qquad v = \sqrt{2gh}.$$

Mais, on commettait ainsi une erreur provenant de ce qu'on négligeait l'effet de la perte de charge. — C'est pourquoi Pitot composait son appareil de deux tubes en verre, dont l'un était recourbé à l'amont et dont l'autre, droit, avait son extrémité inférieure au même niveau que la partie horizontalement recourbée du premier. Les deux tubes étaient logés dans l'une des faces d'une longue tringle en bois à section triangulaire.

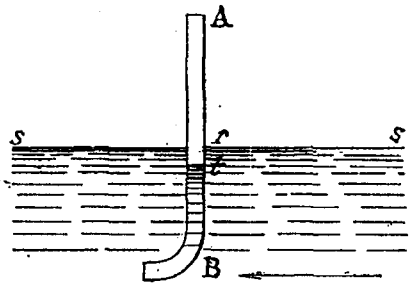


Fig. 101.

Lorsque cet appareil est plongé dans un courant, l'eau s'élève dans le tube recourbé vers l'amont AB (*fig.* 102), au-dessus de la surface, d'une hauteur *mq*, tandis qu'il se produit une petite dépression *mn* dans le tube droit CD. Si on admet que la perte de charge dans le tube

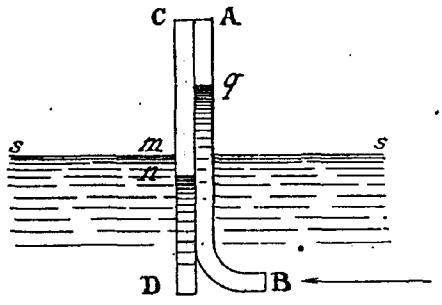


Fig. 102.

recourbé AB est sensiblement égale à celle qui se produit dans le tube CD, la première sera mesurée précisément par la dépression *mn*, de sorte que la différence de niveau $mn + mq = nq$ représentera la hauteur h due à la vitesse v des filets en B. De la mesure de cette hauteur on pourra donc déduire la vitesse v au moyen de la relation :

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Le tube de Pitot, ainsi composé, aurait pu rendre quelques services pour la mesure approximative de la vitesse d'un filet liquide. — Malheureusement, on croyait nécessaire de disposer les orifices des tubes en forme d'entonnoir, afin d'embrasser un grand nombre de filets. Il en résultait dans les tubes des oscillations très gênantes pour la lecture des hauteurs *nm* et *mq*, surtout quand il s'agissait de mesurer de faibles vitesses qu'on ne pouvait alors apprécier assez exactement.

Modifications de M. Darcy.

137. Le tube de Pitot, quoique susceptible de rendre quelques services est resté longtemps sans application, à cause de ses imperfections et du peu d'exactitude que présentait la lecture des hauteurs. M. l'Inspecteur général des Ponts et Chaussées, Darcy, a rendu l'instrument pratique en le modifiant de la manière suivante :

« Voici, dit M. Darcy dans une note insérée aux *Annales des Ponts et Chaussées* de 1858, en quoi consistent les modifications que j'ai cru devoir introduire dans cet appareil, modifications qui en rendent l'application très facile.

Des expériences multipliées et précises m'ont fait reconnaître que si dans une eau courante, en un point quelconque du fluide animé d'nne vitesse V, on place un tube vertical recourbé horizontalement, et dont l'orifice soit disposé d'abord contre le courant, ensuite dans le sens de ce dernier, enfin rectangulairement à sa direction, il existait un rapport constant entre la hauteur théorique $\frac{V^2}{2g}$ due à la vitesse du filet que l'on considère et les quantités h', h'', h'''; h' représentant, dans le premier cas, la hauteur dont le niveau s'élève dans la branche verticale au-dessus de la surface du courant; h'' et h''' les quantités dont le niveau s'abaisse au-des-

sous de la surface du même courant dans les deux autres hypothèses.

On pourra donc poser :

$$\frac{V^2}{2g} = mh'$$
$$\frac{V^2}{2g} = m'h'',$$
$$\frac{V^2}{2g} = m''h'''.$$

Combinant, soit la première et la deuxième, soit la première et la troisième de ces équations, il viendra donc :

$$V=\sqrt{\frac{mm'}{m+m'}}\sqrt{2g(h'+h'')}=\mu\sqrt{2g(h'+h'')}$$

$$V=\sqrt{\frac{mm''}{m+m''}}\sqrt{2g(h'+h''')}=\mu'\sqrt{2g(h'+h''')}.$$

Cherchant maintenant dans les tables les vitesses correspondant aux hauteurs $h'+h''$, $h'+h'''$, on trouvera des vitesses V' et V'', les équations ci-dessus deviendront donc :

$$V = \mu V'$$
$$V = \mu' V''$$

et les coefficients de tarage se détermineront pour chaque nature d'orifices à l'aide de quelques expériences.

On voit d'abord que, par ce moyen, l'on n'a pas besoin de passer, pour déterminer la vitesse cherchée, par la connaissance du niveau de la surface du liquide dans lequel l'appareil est plongé. Ensuite j'ai fait disparaître presque entièrement les oscillations dans les tubes, en ne donnant aux orifices qu'un diamètre d'un millimètre et demi, tandis que celui des tubes est d'un centimètre.

Enfin, comme ces oscillations, quelques réduites qu'elles soient, pourraient encore contrarier l'observateur, j'ai fait placer un robinet au moyen duquel on peut fermer simultanément les orifices inférieurs des tubes; ces orifices étant fermés, toute communication est interceptée avec le courant, et l'on peut lire sur les tubes la différence d'où l'on déduit la vitesse avec autant de facilité et de précision que des hauteurs cotées sur une mire.

Le tube jaugeur, tel que je l'ai fait exécuter, offre encore une modification importante. On sait que la plupart des instruments hydrométriques présentent le grave inconvénient d'altérer, par la perturbation qu'ils causent à la masse fluide, la vitesse qu'ils ont pour objet de mesurer. Il fallait donc diminuer la masse du tube jaugeur, puis éloigner autant que possible de la règle qui porte les tubes les orifices par lesquels s'introduit le filet fluide dont on veut déterminer la vitesse.

Pour arriver à ce double résultat, j'ai fait couper en biseau la règle de bois de faible épaisseur dans laquelle sont encastrés les tubes; ensuite j'ai fait ajouter sous les tubes en verre, des tubes en cuivre, de très faibles diamètres, à l'extrémité desquels sont placés les ajutages. Ces tubes peuvent avoir jusqu'à $0^m,80$ de longueur. On voit qu'ainsi l'eau n'est que très insensiblement troublée au point où l'on prend la mesure de sa vitesse.

Mais on se demandera comment pourront être mesurées les vitesses de superficie ou même de toute la couche liquide d'épaisseur égale à celle des tubes de cuivre à travers les parois desquels on ne saurait apercevoir le liquide. Voici le procédé que j'ai employé pour parvenir au résultat : les deux tubes en verre, communiquent entre eux, à leur partie supérieure, par un tube en cuivre qui leur est hermétiquement ajusté; sur ce tube en cuivre est placé un robinet qui, suivant qu'il est ouvert ou fermé, met les tubes en communication avec l'atmosphère, ou fait cesser cette communication.

Au-dessus du robinet précité, est placée une petite embouchure, au moyen de laquelle on pratique un vide imparfait au moyen de l'aspiration : l'eau monte dans les tubes en verre à la hauteur que l'observateur désire et s'y maintient par la fermeture du robinet qui interrompt la communication avec l'atmosphère.

Le robinet supérieur présente encore l'avantage de permettre de déterminer, avec un instrument d'une hauteur bien moindre que la profondeur du courant, la vitesse de ce dernier à *une profondeur quelconque :* il suffit pour cela de fermer ce robinet; on descend alors l'instrument à 1, 2, 3 mètres sous l'eau, au moyen d'une tringle en fer, à laquelle il est ajusté de

manière à conserver sa mobilité autour d'un axe vertical, de telle façon, qu'à

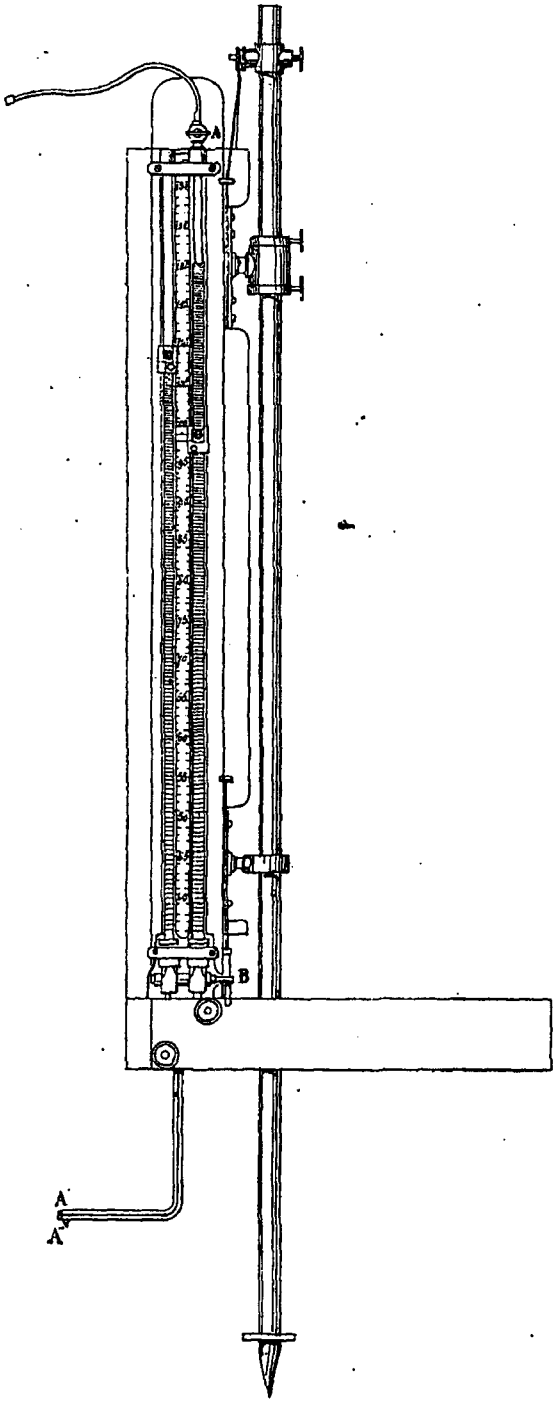


Fig. 103.

l'aide d'un gouvernail, l'orifice de la partie horizontale du tube de Pitot est toujours dirigé contre le courant.

L'instrument agit dans le premier cas, sous un air dilaté; il fonctionne sous un air plus ou moins comprimé dans la deuxième hypothèse; mais il est évident que dans les deux cas les différences de niveau entre les tubes sont les mêmes que si l'on opérait sous l'influence de la pression atmosphérique.

Je terminerai ces considérations générales par une instruction sommaire relative à l'usage du tube jaugeur.

L'instrument réduit à ses parties essentielles se compose, ainsi qu'il résulte des détails précédents, de deux tubes en verre accolés, communiquant chacun avec un ajutage placé à la partie inférieure (*fig.* 103). L'un de ces ajutages A est horizontal, et son orifice est tourné dans le sens du courant; l'autre A′ est fixé dans une direction perpendiculaire. Un robinet B, commun aux deux tubes, permet de supprimer et de rétablir au besoin la communication avec les ajutages ; un second robinet A, placé à la partie supérieure, permet de supprimer et de rétablir la communication avec l'air extérieur.

Lorsque l'on plonge l'instrument dans un courant, les deux robinets étant ouverts et l'ajutage horizontal dirigé contre le courant, l'eau s'élève dans le tube correspondant à cet ajutage au-dessus de la surface générale du courant et s'abaisse au contraire au-dessous dans l'autre tube.

Si l'on désigne par h la différence de niveau dans les deux tubes, par $2g$ la constante 19,62, et par μ un coefficient variable avec la forme des ajutages, la vitesse du courant est égale à $\mu\sqrt{2gh}$: le coefficient μ est égal à 0,84, lorsque les deux ajutages sont dirigés à angle droit. — (Dans les premiers instruments exécutés par M. Salleron, ce constructeur, au lieu de placer rectangulairement aux tubes en verre les portions de tubes en cuivre qui portent les ajutages, avait fait faire à ces derniers un angle un peu aigu ; je les ai fait replacer rectangulairement par une légère pression de la main. C'est à cette disposition que correspond le coefficient $\mu = 0{,}84$. Du reste, le coefficient μ varie

avec la forme des ajutages et leur disposition. — J'ai obtenu $\mu = 1$ dans l'instrument qui me sert aux expériences sur les canaux rectangulaires ; dans ce cas, l'ajutage du tube d'aval ne faisait point saillie sur le tube en cuivre dont la paroi était simplement percée d'un trou d'environ $0^m,0015$ de diamètre).

L'observation se ferait difficilement près de la surface du courant ; le robinet A permet de remédier à cet inconvénient en déplaçant à volonté les deux colonnes liquides à observer ; à l'aide du tuyau d'aspiration placé à la partie supérieure de l'instrument, on raréfie l'air contenu dans les tubes de manière à faire monter les deux colonnes liquides à une hauteur commode pour la lecture, puis on referme le robinet supérieur. On peut alors faire l'observation sans aucune difficulté ; on peut même, si cela est nécessaire, fermer le robinet inférieur, de manière à conserver l'eau immobile dans les tubes, et retirer l'instrument pour faire la lecture à loisir.

Les précautions à prendre pour faire une bonne observation sont les suivantes :

1° S'assurer que les ajutages ne sont ni bouchés ni faussés ; une circonstance, en apparence peu importante, peut faire varier notablement le coefficient μ ; il faut avoir soin que les branches qui portent les ajutages soient parfaitement horizontales et perpendiculaires à l'axe de l'instrument ;

2° Fixer l'instrument sur une tringle à l'aide de la douille et de la vis de pression, et y adapter, quand il y a lieu, le gouvernail à la partie inférieure ;

3° Maintenir l'instrument, lorsqu'il est plongé, dans une position parfaitement verticale ; il est bon d'y ajouter un petit fil à plomb ;

4° Attendre, avant de faire la lecture, que le niveau des deux colonnes liquides soit devenu sensiblement constant, ou du moins ne fasse plus que des oscillations régulières ; fermer alors le robinet inférieur, afin de rendre le niveau immobile, et faire la lecture sur l'échelle placée entre les deux tubes ;

5° Répéter trois ou quatre fois la même observation et prendre la moyenne des résultats obtenus.

EXEMPLE :

HAUTEURS DANS LE TUBE		DIFFÉRENCES
AMONT	AVAL	
mètres	mètres	mètres
0·952	0.840	0.112
0 945	0.831	0.115
0.939	0.825	0.114
0.931	0.817	0.114
	Moyenne.....	0.114

D'où l'on conclut pour la vitesse V du courant, le coefficient μ étant égal à 0,84 pour les ajutages dirigés à angle droit.

$$V = 0{,}84\sqrt{19{,}62 \times 0.114} = 1^m25.$$

Les explications précédentes supposent que la partie inférieure de l'instrument est seule plongée ; mais l'observation se ferait de la même manière si la profondeur du courant était assez grande pour que l'instrument fût tout entier sous l'eau ; dans ce cas, il faut, avant de le plonger, fermer le robinet supérieur ; lorsqu'il est à une certaine profondeur, l'eau s'élève dans les deux tubes en comprimant l'air qu'ils renferment.

Dès qu'on juge que le niveau de l'eau des tubes est devenu invariable, on ferme le robinet inférieur, et l'on retire l'instrument pour faire la lecture comme dans le premier cas.

Le coefficient μ des formules précédentes doit être déterminé pour chaque instrument par un tarage spécial. On verra plus loin comment MM. Darcy et Bazin ont fait le tarage du tube de Pitot modifié par eux.

Tube jaugeur de M. Ritter.

138. M. Ritter a aussi modifié le tube de Pitot, dans le but de rendre son emploi plus facile et plus pratique. Le tube jaugeur transformé de M. Darcy se compose, comme nous venons de le voir, de deux ajutages et d'un manomètre. Celui que M. Ritter a fait construire se distingue du type habituel de Darcy, d'abord par l'indépendance du manomètre et des ajutages entre lesquels la communication est établie par des tubes de caoutchouc.

Débarrassée du manomètre, la tige qui

porte les ajutages devient beaucoup plus maniable et l'opérateur peut suspendre le manomètre de façon à avoir toujours

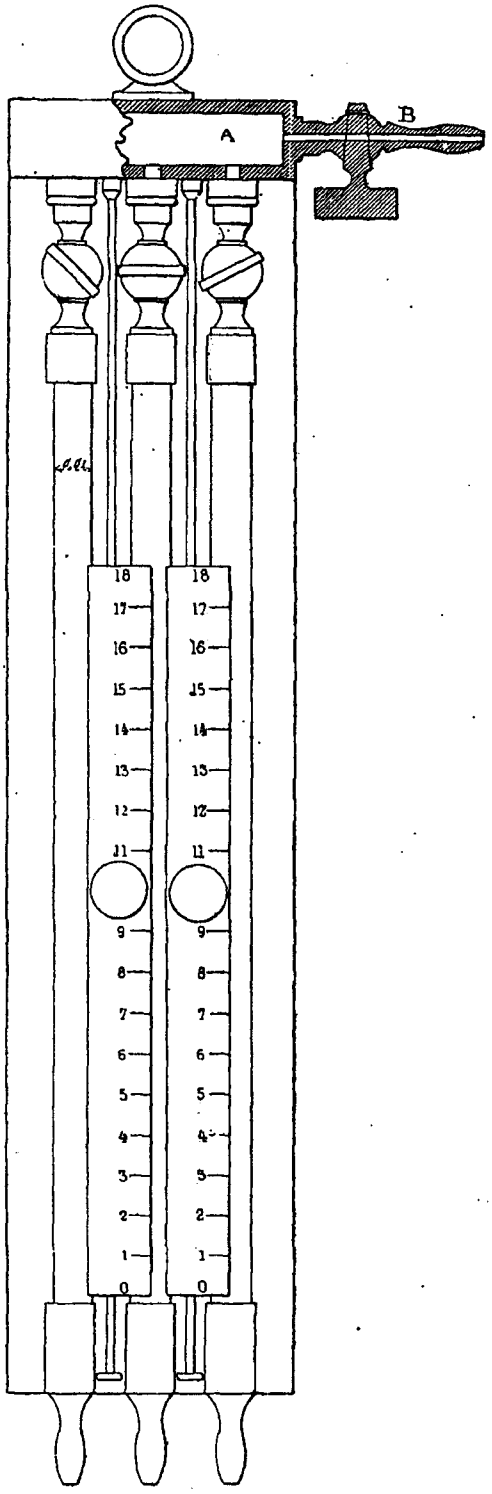


Fig. 104.

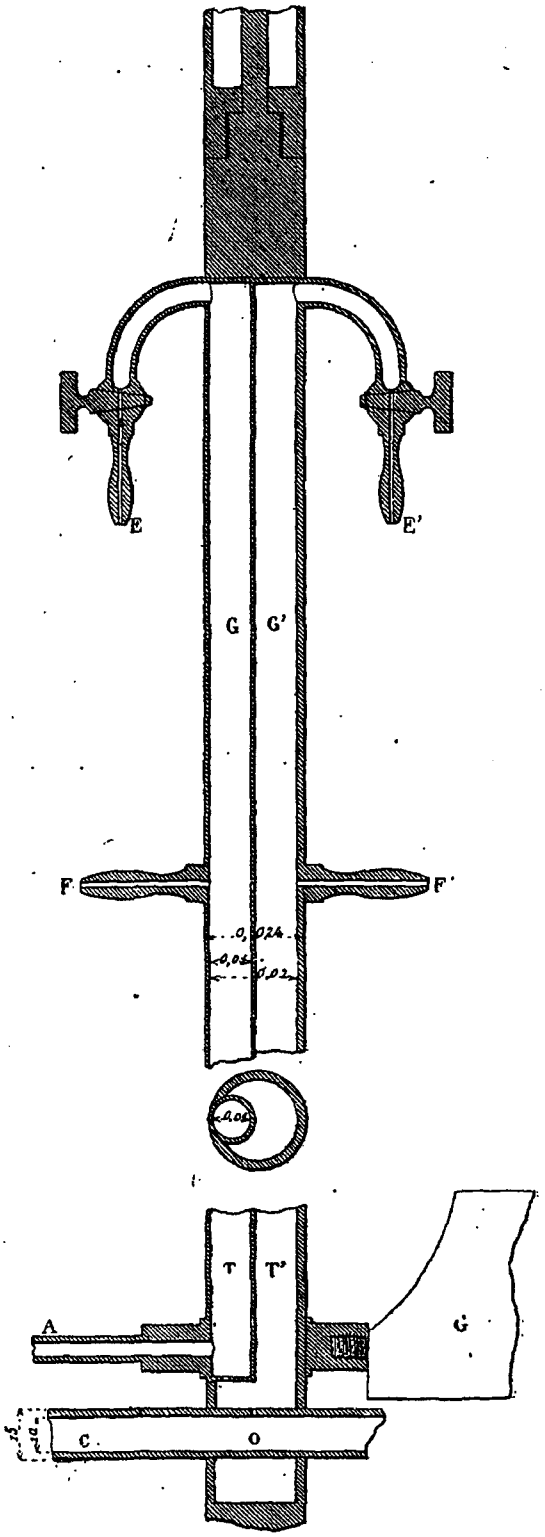


Fig. 105.

sous les yeux les sommets des deux colonnes dont un régulateur permet en outre de réduire notablement les oscillations.

Une seconde modification essentielle porte sur les ajutages : M. Ritter n'a pas changé l'ajutage antérieur, celui qui est opposé directement au courant, mais pour second ajutage il a adopté un *ajutage statique* qui offre l'avantage d'indiquer, sans nécessiter aucune correction, la pression correspondant au niveau de la surface du courant.

M. Ritter donne la description suivante de son tube jaugeur dans les *Annales des Ponts et Chaussées* de 1885.

139. ORGANES ESSENTIELS. — *Manomètre.* — Notre manomètre qui, à la rigueur, pourrait n'avoir que deux tubes, en a trois, dont un pour chacun des deux ajutages ; le troisième sert de tube de rechange, et nous l'utilisons surtout pour certaines opérations de tarage.

Ces tubes s'ouvrent tous trois dans une chambre supérieure A (*fig.* 104), munie d'un robinet d'aspiration B : la communication de l'un quelconque des tubes avec la chambre peut être interrompue à volonté.

La longueur des tubes est de $0^m,25$ à $0^m,30$, avec $0^m,01$ au moins de diamètre ; avec des tubes plus étroits, on s'exposerait à voir à chaque instant des gouttes se transformer en diaphragmes laminaires qui modifieraient complètement la marche du manomètre et pourraient occasionner des erreurs grossières. Sur les tubulures inférieures du manomètre s'adaptent des tubes de caoutchouc communiquant avec les ajutages.

Ajutages. L'ajutage *antérieur* est un tube droit A (*fig.* 105), aminci du bout, de 4 à 8 millimètres de diamètre et $0^m,10$ à $0^m,15$ de longueur, présentant son ouverture normalement au courant et, mis en relation, par son extrémité postérieure avec le manomètre par un tube de transmission. Voici le croquis d'un ajutage de bonnes dimensions (*fig.* 106). Sa pointe à bords tranchants facilite la déviation du courant : la petitesse de son orifice contribue à réduire les oscillations du manomètre ; enfin, il résiste suffisamment à la déformation.

Quant à l'ajutage *latéral* ou *ajutage statique*, il peut être de divers types ; nous avons choisi de préférence un tube de $0^m,10$ de long, avec $0^m,01$ de diamètre intérieur, ouvert par les deux bouts de façon que le courant y passe. En son milieu, ce tube C (*fig.* 105), est percé d'un petit orifice latéral *o* de 1 à 2 millimètres, autour duquel est soudé extérieurement le second tube de transmission allant au manomètre,

Tubes de transmission. Les tubes de transmission des pressions entre les ajutages et le manomètre sont formés de deux parties, une partie rigide en cuivre et une partie flexible en caoutchouc.

Les tubes en cuivre, T, T' (*fig.* 105) se terminent, chacun à sa partie supérieure, par une chambre à air G,G', munie d'un robinet d'amorçage E,E', et pourvue d'un raccord latéral F,F' pour le tube de caoutchouc allant au manomètre.

Il importe pour le bon fonctionnement de l'instrument que le diamètre des tubes de transmission ne descende pas au-dessous de certaines limites.

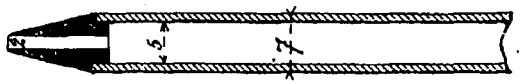


Fig. 105.

Les petits diamètres présentent, en effet, deux inconvénients sérieux : ils retardent beaucoup l'établissement de l'équilibre dans les colonnes manométriques, puis ils sont facilement obstrués par des bulles d'air. Nous avons adopté 6 millmètres pour limite inférieure du diamètre de nos tubes en cuivre; car nous avons observé que ce n'est qu'à partir de ce diamètre que les bulles d'air cessent de s'arrêter dans les tubes comme des pistons immobiles et qu'elles commencent à y cheminer en s'allongeant, de façon à monter assez rapidement dans les chambres à air.

Pour les tubes de caoutchouc, qui dans notre instrument sont peu exposés à recevoir des bulles d'air, nous nous contentons du diamètre intérieur de 4 millimètres, mais nous leur donnons un diamètre extérieur de $0^m,01$; cette forte épaisseur leur permet de se courber sans

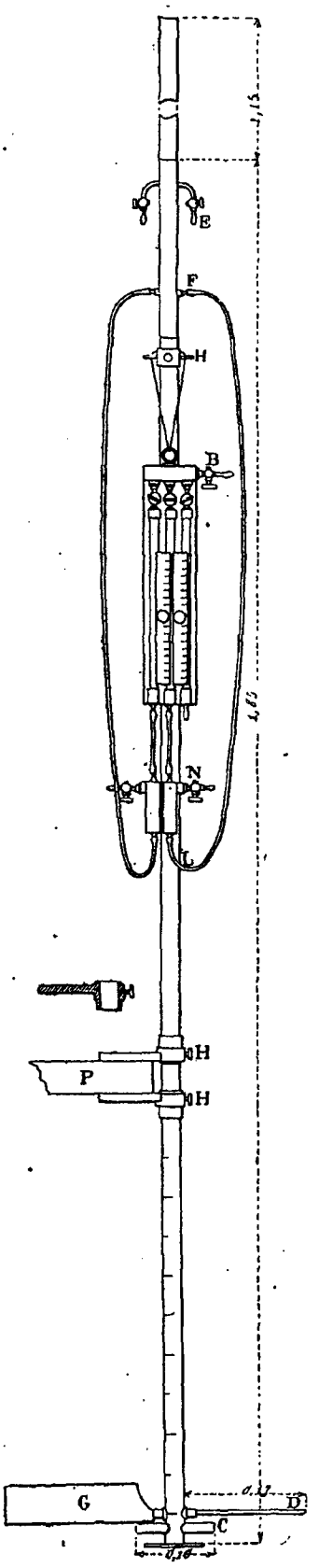


Fig. 107.

s'écraser, ce qui interromprait à chaque instant les transmissions.

Évacuation de l'air et amorçage. Les bulles d'air dans les tubes de transmission ne résultent pas seulement d'accidents de manœuvre. Elles proviennent aussi de ce que dans nos tubes, la pression étant moindre que la pression atmosphérique, l'air en dissolution dans l'eau tend à s'en dégager et s'en dégage, en effet, en bullettes extrêmement fines.

Ces bulles viennent se loger dans les chambres à air où leur présence est sans inconvénient, tant que, par une trop grande accumulation, elles n'arrivent pas à s'interposer sur le trajet direct de l'ajutage au manomètre ; aussi faut-il, de temps à autre, extraire cet air par succion.

C'est aussi par succions successives sur les robinets des deux chambres à air que l'on arrive à remplir ou amorcer l'instrument, après que l'on a plongé dans l'eau ses deux ajutages et le robinet B du manomètre (*fig.* 104). Une fois l'instrument amorcé et tous les robinets fermés, on retire de l'eau le manomètre, on le suspend en place et il ne reste plus qu'à y laisser pénétrer par son robinet B entr'ouvert, ce qu'il faut d'air pour que l'eau descende dans ses deux branches à un niveau commode pour l'observation.

Support. Les deux tubes de transmission sont renfermés dans une tige creuse de $0^m,024$ de diamètre, qui sert de support à l'instrument et permet de le manier avec la même aisance qu'une mire (*fig.* 107).

Un gouvernail G, fixé au bas de cette tige, facilite l'orientation des ajutages dans le sens du courant. La tige est graduée de cinq en cinq centimètres ; trois curseurs H, l'un à crochet et deux à pédales servent, le premier à supporter le manomètre, les deux autres à appuyer et consolider la tige sur les madriers P du plancher sur lequel se tient l'opérateur.

140. ORGANES COMPLÉMENTAIRES. — *Régulateur des oscillations.* — Les colonnes du manomètre éprouvent généralement des oscillations qui gênent beaucoup l'opérateur et qui sont la conséquence des variations continuelles de la vitesse dans les courants naturels.

On a recommandé, pour faciliter la lecture des colonnes oscillantes, d'immobiliser ces colonnes en fermant simultanément par des robinets, la communication entre les deux ajutages et le manomètre ; mais il ne faut pas trop compter sur ce moyen, car il est possible qu'à l'instant où l'on ferme, la dénivellation des colonnes du manomètre ne représente pas du tout la différence des pressions effectives s'exerçant à ce même instant sur les ajutages, et dès lors on commet des erreurs que l'on n'aurait quelque chance de corriger que par une répétition prolongée des observations.

M. Ritter a essayé, au lieu de fermer complètement les robinets, de les laisser entr'ouverts, de façon à en faire des diaphragmes à très petit orifice. Mais alors on s'expose à voir, dans ce passage rétréci, s'arrêter des bulles d'air qui viennent encore fausser les observations, et on a finalement renoncé à l'emploi d'aucun robinet entre les ajutages et le manomètre.

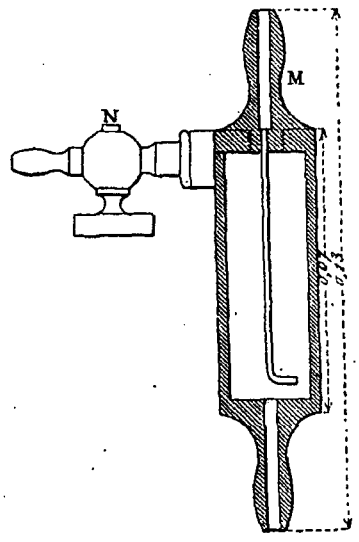


Fig. 108.

Pour réduire les oscillations, M. Ritter interpose sur le trajet du tube de caoutchouc venu de chacun des ajutages, un *régulateur*, consistant en un petit réservoir cylindrique en cuivre (*fig.* 108), long de $0^m,07$ et d'un diamètre de $0^m,02$, à l'intérieur duquel sa tubulure supérieure M se prolonge en un tube capillaire. Par la petitesse de son orifice, ce tube oppose au rapide écoulement de l'eau un obstacle suffisant pour diminuer notablement l'amplitude et le nombre des oscillations manométriques, sans que l'on puisse ni même doive jamais chercher à les faire disparaître complètement, car elles sont un signe du bon fonctionnement de l'instrument.

Comme en outre, ce tube est recourbé et s'ouvre de côté, son orifice ne peut être obstrué par des bulles d'air qui viendraient d'en bas et ces bulles vont se loger au sommet du réservoir d'où l'on a soin de les extraire de temps à autre par un robinet de succion N (*fig.* 108) ; on trouve d'ailleurs une cause régulatrice des oscillations dans la longueur même des colonnes d'eau que l'instrument renferme ainsi que dans l'élasticité des tubes de caoutchouc. (Pour amorcer un instrument pourvu des régulateurs, il faut avoir soin, après avoir rempli d'eau à la manière ordinaire, d'extraire, par succion directe sur le robinet de chaque régulateur, l'air qui reste emprisonné à sa partie supérieure.)

Évacuation des bulles d'air et ajutages. Tant que les ajutages restent plongés dans l'eau, il n'y a guère de probabilités pour qu'il s'y introduise de l'air, mais cela peut arriver accidentellement si les ajutages viennent à sortir de l'eau, ne fût-ce qu'un instant.

Pour chasser, en pareil cas, la bulle en général fort petite, restée dans l'un ou l'autre des ajutages, il suffit de provoquer un écoulement par les ajutages en ouvrant un instant le robinet B du manomètre. La bulle est entraînée, vient éclater à la surface du courant, et alors, par une aspiration nouvelle, on remplace dans le manomètre l'eau évacuée.

Si, au contraire, il a pénétré beaucoup d'air, ce que l'on remarque de suite au manomètre, il faut vider complètement l'instrument et le réamorcer.

141. TYPES DIVERS. *Faibles profondeurs.* — L'instrument, du type le plus facile à manier, a une longueur totale de 2 mètres ; mais il ne convient que pour des profondeurs ne dépassant pas un mètre. En vissant à la partie supérieure de la tige

une rallonge, on peut opérer jusqu'aux profondeurs de 1m,50 à 1m,80 (*fig.* 107).

Grandes profondeurs. Plusieurs raisons s'opposent à ce que l'on emploie dans de grandes profondeurs, des instruments disposés comme celui que nous avons décrit. D'abord, il ne serait pas facile de manier ni de maintenir verticalement dans l'air, des tubes rigides de beaucoup plus de 3 mètres, comme il le faudrait cependant au moment où les ajutages sont près de la surface.

Puis, la forte diminution de la pression dans la partie émergée des tubes, occasionnerait des dégagements d'air exigeant, à chaque instant, des réamorçages partiels; ce qu'il faut donc chercher pour les grandes profondeurs, c'est une combinaison dans laquelle on n'aurait jamais à élever aucune partie de l'instrument, à plus de 2 ou 3 mètres au-dessus de l'eau.

« Nous avons songé, dit M. Ritter, à bien des solutions, dont l'une, que nous n'avons pas expérimentée encore, réussirait sans doute. Elle consisterait à avoir plusieurs tubes, l'un pour les points situés entre la surface et une profondeur de 1m,50, un second affecté spécialement aux points situés de 1m,50 à 3 mètres de profondeur, et ainsi de suite. Nous profiterions, bien entendu, de l'emploi de l'ajutage statique, pour n'immerger à grande profondeur, que le seul ajutage antérieur. Quant aux autres moyens que jusqu'à présent nous avons essayé pour éviter l'émersion du tube à une trop grande hauteur au-dessus de l'eau, nous n'osons en recommander aucun. Nous ne trouvons pas pratique non plus, l'emploi du tube de Darcy sous pression; car c'est bien alors surtout que l'opérateur, n'ayant plus sous les yeux le manomètre et fermant les robinets absolument au hasard, est exposé à recueillir des indications complètement erronnées, pour peu que les courants ne soient pas réguliers. »

142. PLONGEUR AÉROCAPILLAIRE. — M. Ritter, espère avoir trouvé une solution pratique par l'emploi du *plongeur aérocapillaire*, qu'il a imaginé en 1885, et qui a pour objet de transmettre à un manomètre placé à distance, par l'intermédiaire d'un tube flexible rempli d'air, les variations de la pression exercée sur un orifice plongé sous l'eau.

« Voici, dit M. Ritter, quel phénomène nous a conduit à la conception du plongeur. Lorsqu'un tube horizontal P (*fig.* 109) fermé par un bout et rempli d'air est plongé sous l'eau, si le diamètre du tube excède une certaine limite que nous avons trouvée comprise entre 5,5 et 6 millimètres, tout l'air se dégage du tube, et celui-ci se remplit complètement d'eau: mais si le tube n'a pas plus de 5,5 millimètres de diamètre, s'il est capillaire, l'eau, en y pénétrant, se dispose immédiatement en piston qui, occupant la section transversale tout entière du tube, empêche l'air de s'échapper.

L'air, refoulé et emprisonné dans la partie postérieure P′ du tube, est alors

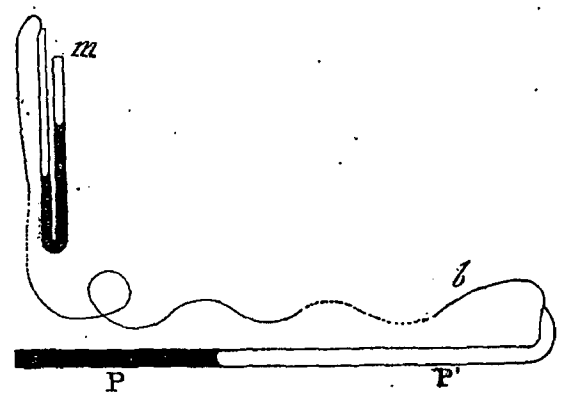


Fig. 109.

soumis à une pression égale précisément à la pression de l'eau sur l'orifice, et ce qui est plus particulièrement important, c'est que la pression de l'air dans le tube est absolument indépendante des variations survenues dans sa température, dans sa tension hygrométrique, et même des changements qui se produiraient dans son poids, par suite de dissolution ou de dégagements accidentels de gaz: toutes ces modifications ne se traduisant que par de simples déplacements horizontaux de l'extrémité du piston liquide.

La pression exigerait à la rigueur, une correction en raison de la courbure du ménisque terminal du piston; mais, dans la pratique des observations hydrométriques, cette correction est tout à fait

négligeable, si l'on emploie surtout le tube limite de 5,5 millimètres pour lequel elle serait moindre que 6 millimètres.

Que l'on mette actuellement l'extrémité postérieure du plongeur en communication, par un tube *b* également rempli d'air, avec la chambre d un manomètre *m*, et ce manomètre, quelle que soit sa situation, indiquera exactement la pression sur l'orifice du plongeur, sous la seule condition toutefois, que jamais le plongeur ne soit envahi par l'eau sur la totalité de sa longueur horizontale et que jamais non plus, sur le trajet du plongeur au

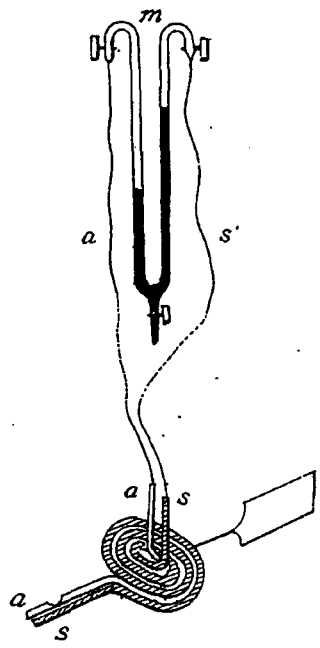


Fig. 110.

manomètre, le tube transmetteur ne soit obstrué par de l'eau venue de condensation ou autrement.

Dans chaque cas particulier, il est facile de calculer d'après les variations extrêmes de pression à constater et selon les volumes intérieurs des tubes de transmission et du manomètre, la limite inférieure de la longueur à donner au tube horizontal du plongeur. Une fois cette longueur déterminée, on réduit l'espace occupé par le plongeur en enroulant sur lui-même en spirale, le tube qui est de cuivre, de plomb ou d'étain (*fig.* 110).

Si on adapte, comme nous l'avons fait, un plongeur à chacun des deux ajutages *a*, *s* du tube jaugeur (*fig.* 110), on se trouvera en possession d'un instrument qu'il suffit, sans aucun amorçage préalable, de plonger dans un courant pour que son manomètre *m* à deux colonnes fournisse immédiatement la vitesse.

Et comme l'on peut, avec des dimensions modérées du plongeur, transmettre les pressions à 20 mètres de distance, nous comptons arriver ainsi, comme pour le moulinet, à opérer avec le tube jaugeur du haut des ponts et dans les grandes profondeurs. »

f. — Tachymètre de surface de M. Ritter (1).

143. M. Ritter est arrivé, en effet, à composer un instrument qu'il appelle *tachymètre de surface*, servant à mesurer la vitesse des courants à la surface, et pouvant être employé du haut des ponts. Ce nouvel instrument est surtout utilisable pour le *jaugeage rapide et approximatif des crues*. — M. Ritter a donné une description complète du tachymètre de surface dans une note intitulée *Méthode et procédé de jaugeage rapide et approximatif des crues* (annales des Ponts et Chaussées 1886). Nous empruntons à cette note ce qui suit, relatif au tachymètre.

Pour obtenir, en des points nombreux et déterminés de la surface, les vitesses effectives telles qu'on a besoin de les connaître si on veut se rapprocher des conditions des expériences de MM. Baumgarten et Harlacher, l'observation des flotteurs serait un moyen trop imparfait et auquel on doit songer d'autant moins que ce procédé ne peut se pratiquer que sur des portions choisies de rivière. Il fallait renoncer également au moulinet, surtout pour mesurer les vitesses à la surface, puisque c'est à la surface précisément qu'en temps de crue se trouvent tous les débris flottants. C'est alors au

(1) Tous les instruments imaginés par M. Ritter, dont nous avons donné la description, ont été exécutés par M. Démichel, successeur de M. Salleron, à Paris.

tube de Pitot, modifié par M. Darcy, que M. Ritter a voulu recourir; seulement pour que la solution fût vraiment générale, il fallait absolument que le tube pût être employé du haut des ponts : car, sur bien des rivières où l'on ne trouve pas de barques, les ponts sont les seuls endroits où un opérateur puisse s'installer immédiatement en toute sécurité. On va voir que l'instrument appelé *tachymètre de surface* remplit précisément cette importante condition.

Ajutages aérocapillaires. Dans l'instrument de M. Ritter, on retrouve, comme dans le tube de Darcy, les deux ajutages, l'ajutage antérieur opposé au courant et l'ajutage statique; mais ce qui le distingue, c'est que, *entre chacun des ajutages et le tube de transmission au manomètre, est interposé un tube capillaire horizontal* d'une longueur d'environ 1m,20, et qui, pour occuper moins d'espace, est enroulé en spirale (*fig.* 111 et 112). En outre, *le tube de transmission ne contient pas d'eau : il reste toujours rempli d'air ;* et c'est précisément grâce à cette substitution de l'air comprimé à l'eau pour la transmission des pressions que l'on peut augmenter à volonté la distance entre les ajutages et le manomètre, et par conséquent opérer du haut des ponts.

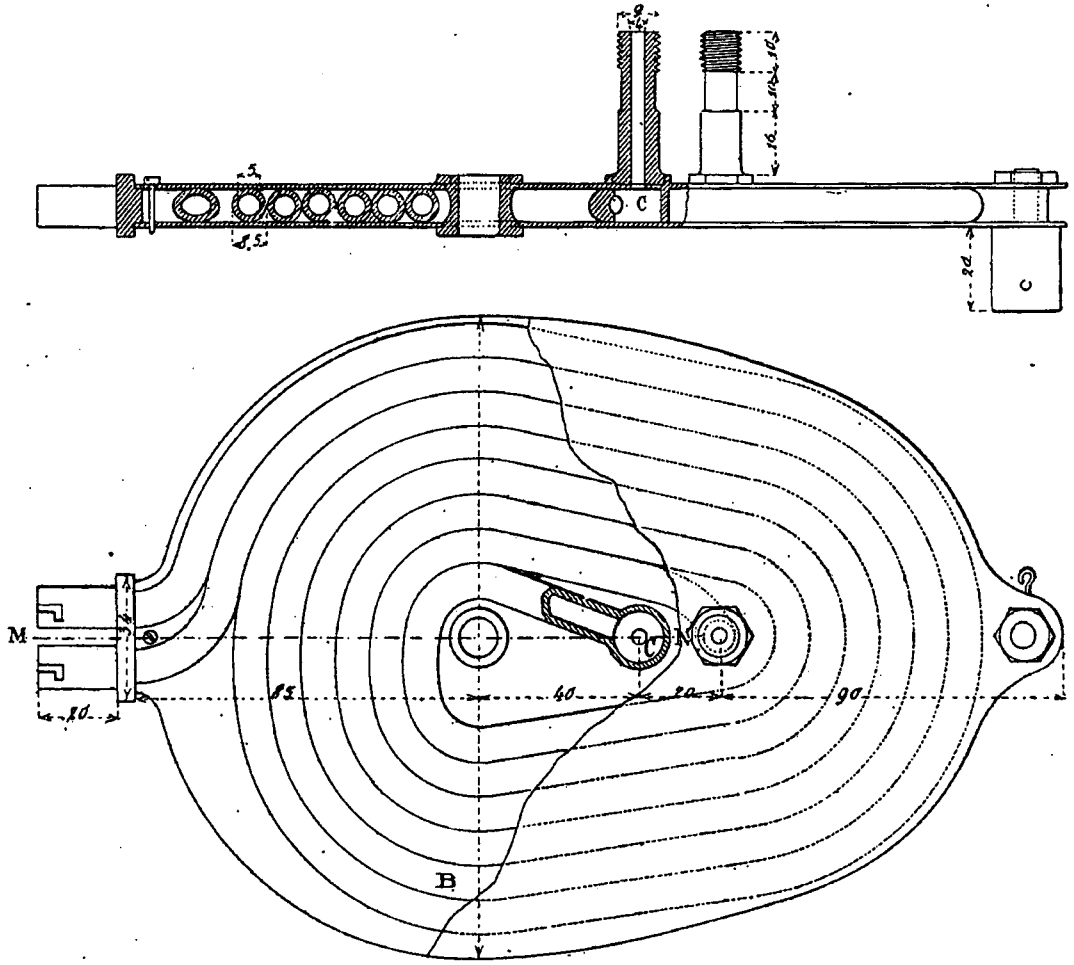


Fig. 111 et 112.

Le fonctionnement de l'appareil repose sur ce fait de capillarité (n° 142) que, dans les tubes cylindriques dont le diamètre

intérieur n'excède pas 3,5 millimètres, l'eau se dispose toujours en piston occupant la section entière du tube.

Manomètre. Le manomètre est un tube en U (*fig.* 114) dont l'emploi présente divers avantages. Le premier, c'est que les deux colonnes liquides ayant une longueur totale constante, l'opérateur n'a besoin d'en observer qu'une seule; comme l'échelle du manomètre est mobile et porte une double graduation en millimètres et en vitesses, il suffit de placer le zéro de l'échelle sur l'horizontale du niveau des deux colonnes au repos pour que l'on puisse lire directement, sur l'échelle, la vitesse quand l'instrument est plongé dans un courant.

Un autre avantage du tube en U est de permettre l'emploi, dans le manomètre, de vin dans les temps de gelée et à la rigueur de mercure, si l'on avait à mesurer des vitesses très considérables.

Plusieurs robinets sont adaptés au manomètre :

Un *robinet régulateur* R (*fig.* 114), placé dans la courbe inférieure de l'U, sert à la fois, comme on le verra plus loin, au remplissage des deux branches verticales et à la fermeture plus ou moins complète de leur communication lorsque l'on veut

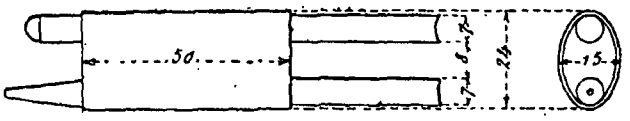


Fig. 113.

modérer les oscillations des deux colonnes.

Un *robinet de purge* P, dans lequel on souffle de temps à autre, permet de chasser l'eau qui se serait introduite accidentellement dans les tubes de transmission, ou de dégager les orifices des ajutages s'ils étaient obstrués.

Enfin, un *robinet commutateur*, disposé en X, intervertit, quand on le tourne, la communication entre le manomètre et les ajutages, de sorte que la même colonne indique, à volonté, la pression sur l'un ou sur l'autre des ajutages.

L'opérateur peut ainsi, en chaque point, faire la lecture successivement sur chacune des deux colonnes. Mais il est plus simple d'observer toujours la même colonne et d'y faire deux lectures séparées par une oscillation que l'on provoque en intervertissant durant un court instant le jeu du robinet X.

Cette brusque oscillation de la colonne a l'avantage de vaincre la paresse du liquide qui est quelquefois retenu par son adhérence au tube, surtout si le tube n'est pas très propre.

Tube de transmission. La communication du manomètre avec les ajutages ou avec leurs spirales capillaires se fait par des tubes de caoutchouc (de 4 millimètres de diamètre intérieur). Ces tubes de caoutchouc *a* (*fig.* 113) se raccordent avec les spirales *b* par l'intermédiaire du bout *cc* de tube vertical et *non capillaire*, de 12 à 15 millimètres de diamètre intérieur, qui constitue le *puisard de purge* dont le rôle est essentiel. C'est, en effet, dans ce puisard que viennent éclater et s'arrêter les diaphragmes d'eau *d* qui, poussés accidentellement jusqu'à l'extrémité de la spirale capillaire, s'élèveraient sans cela dans les tubes de caoutchouc *a* et fausseraient, dès ce moment, les indications du manomètre.

Les tubes *a* sont d'ailleurs, en morceaux de 2 mètres au plus afin qu'il soit facile, en y soufflant, de les assécher à l'intérieur.

144. Appareil de support. — La partie de l'instrument qui plonge dans l'eau ou le *plongeur*, et qui comprend les ajutages et leurs spirales, est supportée par une petite tige EE (*fig.* 114) autour de laquelle il peut tourner. Cette tige s'accroche à une corde retenue à la main ou attachée au parapet du pont et dont la

longueur est réglée de façon que les ajutages soient de 0m,10 à 0m,15 au-dessous de la surface de l'eau. Cette même corde soutient également, par le moyen d'agrafes placées de distance en distance, les tubes de transmission de façon à les empêcher de se plier.

La tige est lestée par des poids L qui la maintiennent verticale malgré le choc de l'eau; un gouvernail assure l'orientation des ajutages dans la direction du courant.

145. Opérations. — Comme l'instrument fonctionne rempli d'air il n'exige aucun amorçage; il suffit de le plonger dans l'eau, pour que immédiatement le manomètre indique la denivellation et la vitesse elle-même, si l'on emploie l'échelle mobile à double graduation.

L'observation terminée en un point, l'opérateur retire l'instrument de l'eau

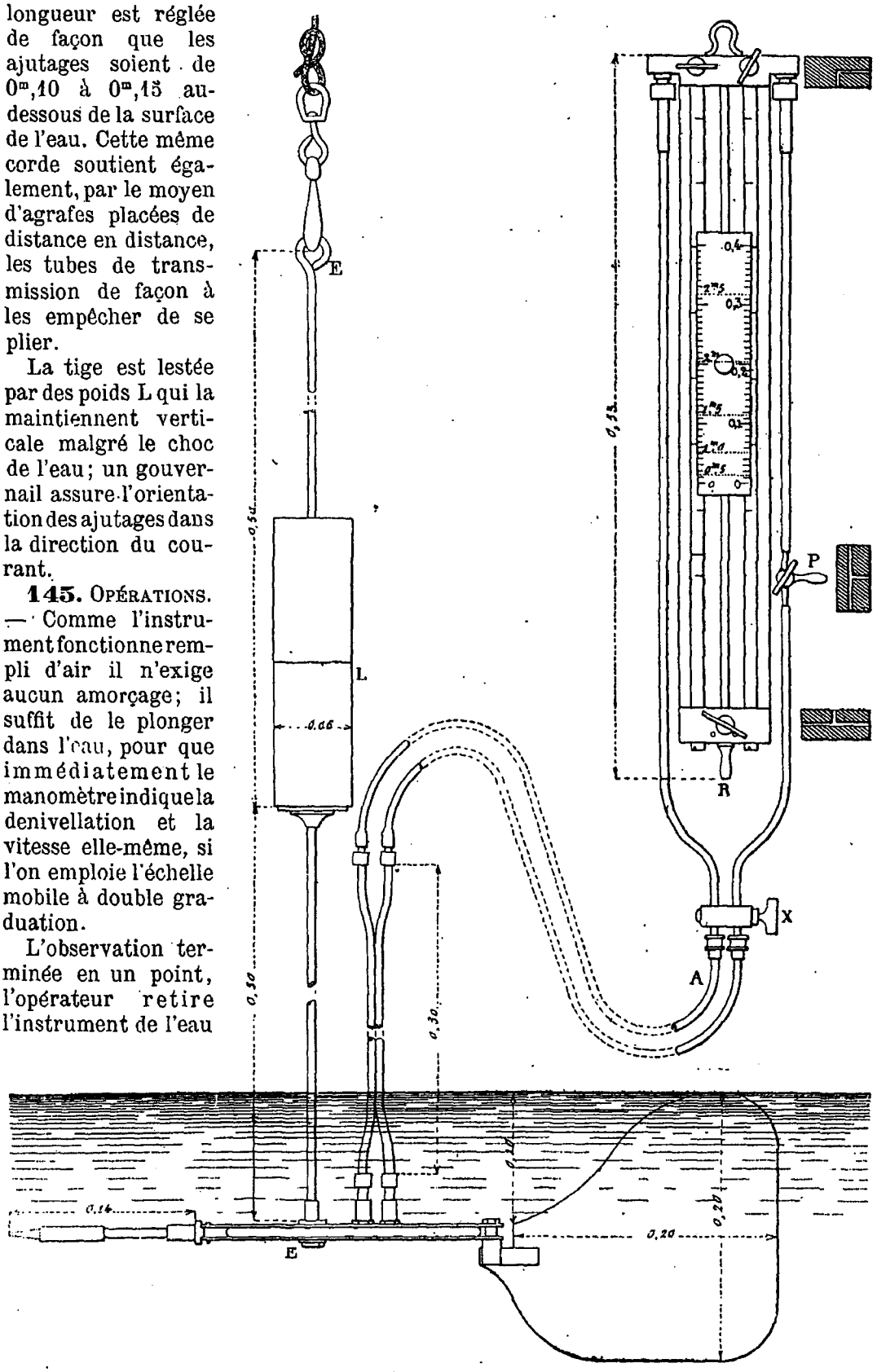


Fig. 114.

et le porte en un autre point où il fait également une observation, et, ainsi de suite, en parcourant le profil sur toute sa largeur et multipliant plus ou moins les points selon la régularité du courant.

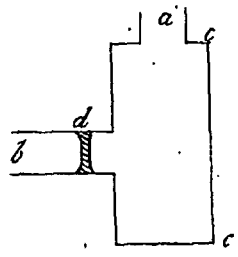


Fig. 115.

L'installation de l'appareil est si simple, d'ailleurs, que l'opérateur peut, à la rigueur, se passer d'aucun aide.

On peut, en opérant simultanément avec plusieurs instruments sous les diverses arches d'un pont, lever très rapidement, on le comprend, le profil transversal des vitesses de surface et il ne reste plus, pour avoir tous les éléments du calcul du débit limite, qu'à connaître les profondeurs et la section que l'on a pu mesurer d'avance.

La méthode est donc, à la fois expéditive, applicable partout et suffisamment précise pour donner des résultats comparables et que l'on peut considérer comme proportionnels aux débits des crues.

Voici d'ailleurs la marche à suivre pour préparer l'instrument et s'en servir.

a. — *Remplissage du manomètre.* Adapter à l'embouchure inférieure r (*fig.* 116),

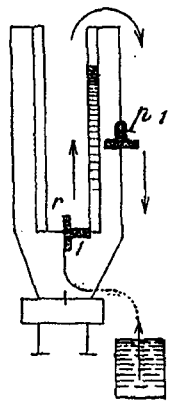


Fig. 116.

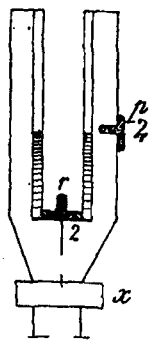


Fig. 117.

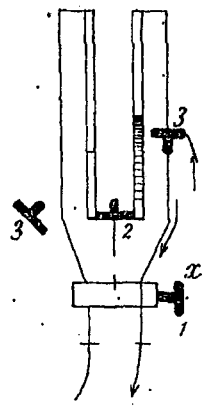


Fig. 118.

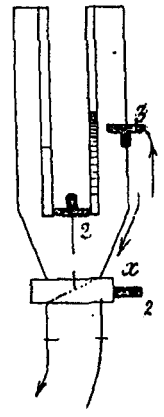


Fig. 119.

un bout de tube de caoutchouc que l'on fait plonger dans un verre v.

Donner aux robinets r et p la position 1. Aspirer par l'embouchure latérale p de façon à faire monter l'eau dans le tube manométrique le plus voisin ; mais cesser d'aspirer avant que l'eau arrive au haut du tube, afin qu'elle ne pénètre pas dans le coude supérieur du manomètre, et au même moment, retourner les robinets r et p dans la position 2 (*fig.* 117), en commençant par le robinet r.

L'eau, alors, se mettra de niveau dans les deux colonnes, et c'est à ce niveau que l'on fixera le zéro de l'échelle mobile.

b. — *Pose des tubes de transmission.* Relier le manomètre avec les ajutages par le moyen des tubes de transmission ; mais, auparavant, vérifier les joints et raccords des tubes : pour cela, immerger sous l'eau chaque joint à examiner ou simplement le recouvrir d'une grosse goutte d'eau, puis, après avoir bouché l'une des extrémités du tube, souffler par l'autre extrémité : le joint est bon, s'il ne laisse dégager aucune bulle d'air ; sinon il faudra le serrer davantage et, au besoin, l'enduire d'un peu de suif.

c. — *Suspension de l'instrument.* Fixer l'instrument à sa tige et le descendre à $0^m,10$ environ au-dessous de la surface de l'eau.

d. — *Lecture de la cote.* Faire la lecture sur l'échelle, en ayant soin, si la colonne éprouve beaucoup d'oscillations, de les réduire en donnant au robinet r la position 3 (*fig.* 118), dont l'inclinaison est limitée par une goupille.

Si l'on veut une seconde lecture, tourner un instant le robinet x, ce qui a pour effet d'imprimer une oscillation à la colonne, et lorsque l'eau est remontée dans le tube, lire de nouveau la cote.

e. — *Chasse dans les ajutages.* Lorsque l'on change de place, profiter de ce que l'instrument est soulevé dans l'air, pour purger les ajutages de l'eau qu'ils contiennent et dont l'accumulation, à la longue, ne serait pas sans inconvénient.

A cet effet, donner au robinet p la position 3 (*fig.* 118 et 119), et pendant quelques instants y souffler avec force, en tenant le robinet x successivement dans les deux positions 1 (*fig.* 118) et 2 (*fig.* 119) qui font passer le courant d'air par l'un puis par l'autre des deux ajutages. Remettre ensuite le robinet p dans la position 2 pour recommencer l'opération en un autre point.

g. — Hydro-dynamomètre de M. De Perrodil.

146. M. De Perrodil, ingénieur en chef des Ponts et chaussées, a imaginé, pour mesurer la vitesse existant en un point déterminé d'une masse liquide en mouvement, un appareil auquel il a donné le nom d'hydro-dynamomètre. — Avec cet appareil on peut évaluer la pression exercée par le liquide au point considéré. Cette pression est équilibrée par l'élasticité de torsion d'une tige métallique. Un cercle gradué permet d'observer l'amplitude de cette torsion. — On a ainsi la mesure du moment de la pression exercée par le mouvement de l'eau contre la palette de l'appareil, laquelle est normale à la direction de la vitesse. — Comme à un moment donné correspond nécessairement une vitesse déterminée, le problème de la vitesse de l'eau est résolue, soit à l'aide de la formule :

$$v = m\sqrt{\alpha},$$

soit avec une table empirique si le coefficient m n'est pas constant. — Voici du reste, la description que M. De Perrodil donne de son instrument, dans les annales des Ponts et chaussées de 1877.

Description de l'instrument. L'hydro-dynamomètre consiste en un châssis ABCD (*fig.* 120) placé verticalement dans le cours d'eau et ayant une hauteur au moins égale à la profondeur de celui-ci. — Les deux montants de ce châssis, reliés par les traverses AB, ST, UV, XY et CD, se réunissent hors de l'eau en formant une circonférence située comme eux dans un

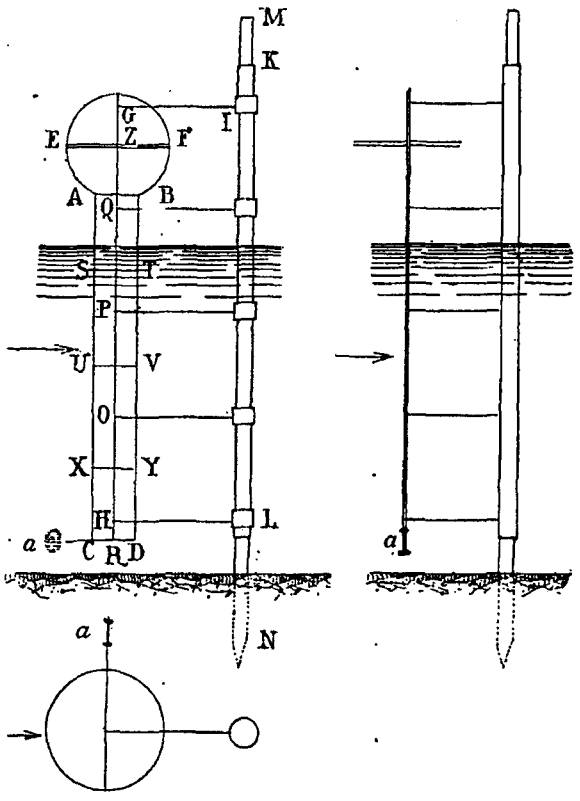


Fig. 120.

plan vertical et supportant un cercle gradué horizontal EF. — Ce système est mobile autour de son axe. A cet effet, il est suspendu par un pivot placé en G sur un plan d'appui relié par un bras GI à un tube KL, fixé par des vis de pression à un jalon MN.

D'autres bras horizontaux, parallèles à GI, sont fixés au même tube et servent de guides à l'axe vertical du système qui

traverse leurs extrémités aux points H, O, P, Q.

Cet axe est constitué par le ressort de torsion lui-même. C'est une tige cylindrique RZ de petit diamètre, fixée en R sur le milieu de la traverse inférieure du châssis, qui traverse librement les barreaux XY, UV, etc., de l'échelle ou châssis ainsi que le cercle gradué EF, et se termine en Z au-dessus de ce cercle par une aiguille horizontale dont les extrémités parcourent les divisions du limbe lorsqu'on exerce un effort de torsion sur le ressort RZ. Le plan d'appui G, qui reçoit sur sa face supérieure la pointe du pivot sur lequel tourne le châssis, est muni sur sa face inférieure d'un petit cylindre creux dans lequel vient pénétrer le prolongement du ressort. Une vis de pression permet d'arrêter le mouvement de rotation de ce prolongement dans le cylindre et de fixer ainsi l'extrémité supérieure du ressort sur le bras GI.

La force qu'il s'agit de mesurer est reçue par une palette circulaire *a* fixée au châssis dans le plan vertical qui contient les axes du ressort et des montants de l'échelle.

Pour observer les vitesses qui existent sur tous les points d'une même verticale, depuis le fond jusqu'à la surface, il faut pouvoir amener la palette à l'un quelconque de ces points. Pour cela le jalon MN devra avoir une longueur suffisante pour que le tube KL puisse parcourir une hauteur égale à la profondeur de l'eau. — Si dans la position la plus élevée de l'instrument, dans celle qui convient pour l'observation de la vitesse à la surface, le cercle gradué était hors de la portée de l'observateur, l'instrument devrait être disposé de manière que la palette *a* pût être fixée au châssis en un autre point de la hauteur que son extrémité inférieure, ce qui ne changerait pas l'intensité du moment de la force à mesurer.

147. *Mode d'opérer avec hydro-dynamomètre.* Le jalon étant en place, le tube est amené à la hauteur qui convient pour le point où l'on veut mesurer la vitesse de l'eau. — On place les axes des supports ou guides parallèlement à la direction du courant, de manière que l'instrument soit placé en amont du tube MN (*fig.* 120). — Tant que l'on n'exerce aucun effort sur l'aiguille, la palette *a* agissant comme gouvernail vient se placer à l'arrière de l'axe, et celui des deux montants du châssis qui est situé du côté de la palette vient s'appuyer sur les bras des guides. Dans cette position, la palette ne reçoit aucune pression, le ressort est sans torsion et l'aiguille est dans le plan du châssis dans lequel a été placé le diamètre du zéro de la graduation du limbe. Il faut alors agir sur l'aiguille avec la main pour amener le plan vertical contenant le châssis, la palette et le zéro à être perpendiculaire au courant. Cela ne peut se faire qu'en tordant le ressort. — L'amplitude de cette torsion sera donnée d'ailleurs par le nombre de degrés dont l'aiguille aura été écartée du zéro.

L'observation nous a montré, dit M. de Perrodil, que la vitesse de l'eau en un même point n'est pas constante. Elle varie entre des limites plus ou moins rapprochées. Ces variations suivent probablement la loi d'une fonction périodique du temps.

Ainsi qu'on doit s'y attendre, ces limites sont d'autant plus éloignées l'une de l'autre que la vitesse moyenne est plus considérable. Il résulte de cette variabilité que l'aiguille oscille continuellement. Il est assez difficile pour l'œil d'observer bien exactement les limites de ces oscillations. Pour y parvenir il faut, à l'aide de la vis de pression G, fixer l'extrémité supérieure du ressort dans une position telle que le plan du châssis soit aussi exactement que possible perpendiculaire à la direction du courant.

L'aiguille est ainsi retenue dans une position invariable, et c'est le châssis qui oscille autour de son axe. — Les deux mains de l'observateur se trouvant libres, il peut suivre alors assez aisément, avec une loupe, les mouvements relatifs de l'aiguille sur le limbe, de manière à noter bien exactement les limites extrêmes de ces mouvements. La moyenne des deux angles correspondants à ces limites est l'angle qui doit être inscrit par l'observateur comme répondant à la moyenne des

vitesses qui se produisent au point proposé.

C'est évidemment cette vitesse moyenne qui devrait entrer dans le calcul du débit du cours d'eau (1).

h. — Tachomètre de Brünings.

148. Le tachomètre de Brünings a été peu employé en France; nous n'indiquerons ici que son principe. — La partie essentielle de l'instrument est une plaque *a* (*fig.* 121) qu'on expose perpendiculairement à l'action du courant au point où l'on se propose de mesurer la vitesse. — Cette plaque est fixée à l'extrémité d'une tige horizontale, traversant à frottement doux le support *ef* de l'appareil. Sous l'action du courant, la plaque est repoussée; la tige horizontale

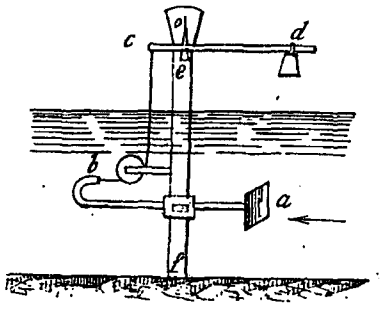


Fig. 121.

glissant alors dans son support, son extrémité arrière *b* tire un fil passant sur une petite poulie et venant se fixer au bout du petit bras de levier *c* d'une balance romaine. — On règle la position du poids *d* sur le grand bras de la romaine, de manière que ce poids fasse équilibre à la pression du courant transmise au point *c* par l'intermédiaire du fil.

La relation servant à calculer la vitesse du courant s'établit facilement ainsi qu'il suit. Soient F la pression exercée sur la plaque *a*, et P, le poids du curseur *d*. Puisque l'équilibre existe quand on donne au curseur *d* une position convenable, on peut écrire :

$$F \times oc = P \times od,$$

d'où,

$$F = P \times \frac{od}{oc}.$$

D'autre part, si nous représentons par S, l'aire de la plaque, par V la vitesse du courant et par K un coëfficient numérique de tarage, une autre valeur de la pression F nous sera donnée par l'expression suivante relative à la résistance des fluides (voir le Traité d'hydraulique) :

$$F + KSV^2.$$

En égalant les deuxièmes membres des deux équations précédentes, on arrive à :

$$KSV^2 = P \times \frac{od}{oc} \text{ d'où on tire :}$$

$$V = \sqrt{\frac{P \times \frac{od}{oc}}{KS}}.$$

Dans cette formule on connaît le poids P du curseur *d*, le rapport $\frac{od}{oc}$ des bras de levier de la romaine, la surface S de la plaque *a*. On pourra donc calculer la vitesse V quand on connaîtra le coefficient K de tarage. Ce coefficient se détermine du reste très simplement, en faisant fonctionner l'appareil dans un courant de vitesse connue. La relation précédente permet alors de calculer K et l'appareil est prêt à la mesure des vitesses en un point quelconque du courant à jauger.

i. — Pendule hydrométrique.

149. Le pendule hydrométrique se compose essentiellement d'une boule d'ivoire ou de laiton creux *p* (*fig.* 122) suspendue par un fil en un point O. Si la boule est plongée dans un courant, le fil s'écarte de la verticale d'un angle que nous désignerons par α. Dans cette position, la boule est en équilibre sous l'action de son poids, de la force horizontale *f* que le courant exerce sur elle, et de la tension du fil ; il faut donc que la résultante des forces *p* et *f* soit dirigée suivant le prolongement du fil, ce qui exige qu'on ait :

(1) On trouvera la théorie de l'hydro-dynamomètre de M. de Perrodil, dans les *Annales des Ponts-et-Chaussées*, de 1877 (page 471). — Dunod, éditeur.

$$f = p \text{ tang } \alpha ;$$

mais, d'après ce qu'on sait de la résistance des fluides, la force f est proportionnelle au carré de la vitesse du courant au point p, et peut être représentée par kV^2, k étant un coefficient numérique indépendant de l'angle α. On aurait donc :

$$kV^2 = p \text{ tang } \alpha$$

d'où on tire :

$$V = \sqrt{\frac{1}{k} p \text{ tang } \alpha}.$$

On peut déterminer le coefficient k en mesurant à l'aide d'un flotteur la vitesse V à la surface du courant, et en déterminant la valeur que prend l'angle α lorsque la boule est elle-même tout près de la surface. — Dans l'équation précédente il n'y

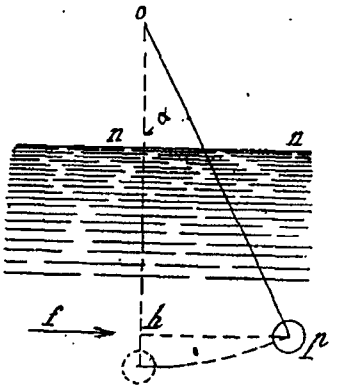


Fig. 122.

a plus alors que k d'inconnu. Une fois k déterminé, on se servira de la dernière formule pour déterminer la vitesse du courant à une profondeur quelconque.

Si l désigne la longueur du fil, augmentée du rayon de la boule, la distance de l'horizontale hp au-dessous du point o sera $l \cos \alpha$; il suffira d'en retrancher la distance on pour avoir la profondeur de cette horizontale, où le courant a la vitesse V.

Le point o est ordinairement le centre d'un cadran divisé, dont un coté est vertical, et sur le limbe duquel on lit immédiatement l'angle α. Bien employé, cet instrument pourrait fournir des indications assez exactes.

j. — Appareils de Boileau, Grandi et Castelli.

150. Pour mémoire, nous ajouterons aux appareils déjà décrits, les suivants qui ont été mis en œuvre par divers expérimentateurs. L'usage de ces appareils ne s'est pas répandu.

Le capitaine Boileau se servait d'un tube en verre, immergé parallèlement au courant et renfermant une bulle d'air dont on mesurait la vitesse de déplacement ; cette vitesse de déplacement était liée par une relation fixe avec la vitesse du courant, et on tarait l'appareil en faisant mouvoir le tube à des vitesses connues dans une eau stagnante. La vitesse de la bulle d'air était d'autant plus forte que le tube s'éloignait davantage d'être capillaire.

Grandi opérait avec une boîte dont la face qui devait être exposée au courant avait un orifice étroit. Il descendait cette boîte à la profondeur voulue, et la quantité d'eau qui pénétrait dans la boîte dans un temps donné servait à déterminer la vitesse. On comprend que les résultats ainsi obtenus ne pouvaient être très exacts car la boîte présentait au courant une surface assez grande pour modifier la vitesse justement à l'endroit où on voulait la mesurer.

Enfin, Castelli faisait usage d'un pendule hydrométrique à cadran. La boule du pendule était en plomb, et elle était reliée à l'axe de rotation au moyen d'une tige rigide.

III. — Tarage des instruments de jaugeage.

151. Les flotteurs simples, les doubles flotteurs et les tiges lestées, sont des appareils qui prennent la vitesse même du courant qu'on veut mesurer. Il suffit d'observer la vitesse de ces appareils qui est la vitesse du courant lui-même. Il n'y a donc aucun tarage à faire pour ces divers instruments. Nous avons du reste, indiqué rapidement comment on ferait le tarage du tachomètre de Brünings, et du pendule hydrométrique ; nous n'y reviendrons pas, ces instruments n'étant

pas employés. Nous n'aurons seulement à nous occuper que du tarage du moulinet, du tube jaugeur, et de l'hydro-dynamomètre.

a. — TARAGE DU MOULINET

152. On a vu (n° 123) qu'entre le nombre de tour n que le moulinet fait à la seconde quand on le place dans un courant et la vitesse v par seconde des filets liquides de ce courant, on a la relation :

$$v = \alpha + \beta n$$

ou, d'après M. Baumgarten :

$$v = 0{,}3595n + \sqrt{\beta n^2 + \gamma}$$

ou encore, plus simplement, d'après d'Aubuisson :

$$v = \alpha n.$$

Dans ces formules, α, β, γ sont des *coefficients de tarage* qu'il est nécessaire de connaître pour chaque instrument car ils sont variables d'un instrument à l'autre. Ils sont même variables pour le même instrument à cause de l'usure et de l'oxydation qui altèrent la mobilité de ses organes. Par conséquent, il est bon de tarer de nouveau l'instrument avant chaque série d'opérations. Ayant déterminé ces coefficients *par expérience directe*, il sera facile de déduire la vitesse du courant du nombre n de tours observé.

En somme, *le tarage d'un moulinet consiste à trouver la relation existant entre le nombre de tours n des ailettes par seconde et la vitesse correspondante v du courant par seconde.*

Le tarage peut se faire, soit *en eau tranquille* en donnant au moulinet dans cette eau une vitesse déterminée, soit *en eau courante* de vitesse connue et en laissant le moulinet immobile.

153. *Tarage en eau courante.* — Le tarage en eau courante exige la connaissance de la vitesse du courant au point où le moulinet sera placé. On ne peut savoir quelle est cette vitesse qu'en la mesurant au moyen d'un autre instrument de jaugeage.

On peut, par exemple, déterminer d'abord la vitesse du courant un peu au-dessous de la surface, au moyen de flotteurs lestés. Puis, placer le moulinet sur la même verticale et à la même profondeur. En comptant le nombre de tours du moulinet dans un temps donné, on a le nombre n de tours par seconde qui correspond à la vitesse mesurée v. Le point choisi sur la verticale, pour l'expérience, doit être à une profondeur telle que les ailettes du moulinet soient complètement immergées.

On répète l'opération pour des vitesses différentes. On a ainsi un certain nombre de valeurs de n correspondant à un même nombre de vitesses v connues. Avec ces nombres de tour n et ces vitesses v, portées en abcisses et en ordonnées sur deux axes rectangulaires, on peut construire une courbe qui est la traduction graphique de la relation existant entre ces valeurs. On cherche à exprimer cette relation algébriquement, et on a alors la formule qui servira à calculer la vitesse v après lecture du nombre n de tours.

Au lieu d'employer des flotteurs pour déterminer préalablement la vitesse du courant à l'endroit où le moulinet doit être plongé, M. Ritter fait usage de son tube jaugeur, dont les perfectionnements réalisés sur le tube de Darcy, en rendent l'usage beaucoup plus simple. Il en résulte que le nouveau tube jaugeur peut être appliqué au tarage expéditif du moulinet.

Sur le manchon de son moulinet, M. Ritter adapte les deux ajutages du tube, l'ajutage antérieur s'avançant sur le prolongement même de l'axe du moulinet, et ces ajutages sont mis en communication avec le manomètre. — On plonge le tout, moulinet et ajutages, dans un courant. On obtient, par les ajutages, la vitesse de ce courant, et, par la sonnerie, la vitesse des ailettes, c'est-à-dire les deux éléments qui, observés en divers points, permettent de calculer la tare du moulinet. — « Ce procédé a le grand avantage d'être praticable sur place, au moment même du jaugeage et de permettre à l'opérateur de constater quels changements ont pu, par suite d'usure ou d'accident, survenir dans les frottements et dans la tare antérieurement déterminée. »

Le résultat du tarage du moulinet en eau courante ne peut présenter une grande précision, à cause de la variation de la vitesse du courant en un même

point, et des perturbations produites par les tourbillons. Pour une même vitesse moyenne, la tare ne sera donc pas constante; elle variera avec le mode de distribution des vitesses effectives sur la surface des ailettes. — M. Ritter a fait le tarage de son moulinet *en courant régulier*, en opérant de la manière suivante : « Pour des vitesses inférieures à $0^m,40$ par seconde, dit M. Ritter, nous avons renoncé à l'emploi de la barque à cause de la difficulté d'obtenir une traction régulière par le moyen de cordes de halage auxquelles il eût fallu substituer des tiges rigides que nous n'avions pas sous la main; nous avons recouru à un autre moyen et opéré dans la rigole d'expériences de l'avenue d'Iéna. — (Voir plus loin le tarage du tube jaugeur.)

Nous y avions remplacé le tuyau de $0^m,04$, qui nous avait servi pour le tarage des ajutages, par un tuyau d'un diamètre de $0^m,09$, tel que la partie antérieure du manchon du moulinet s'y engageait à frottement.

Nous faisions arriver dans le réservoir successivement divers courants d'un débit uniforme et dont la vitesse s'y amortissait complètement avant d'arriver au manchon; le niveau de l'eau s'élevait dans le réservoir jusqu'à ce que le débit par le manchon et le moulinet devint égal au débit du courant alimentaire. A partir de ce moment le mouvement du moulinet devenait uniforme et nous l'observions au compteur.

Nous mesurions directement le débit par la durée du remplissage d'un bassin de capacité connue ($^1/_2$ hectolitre). »

De seize expériences, faites dans ces conditions, M. Ritter a déduit la formule suivante applicable à son moulinet, pour les faibles vitesses :

$$V = 0{,}02 + 0{,}064\ n.$$

Pour le tarage *en rivière*, M. Ritter a cherché une solution surtout expéditive et pouvant être employée sur les lieux mêmes du jaugeage. Le procédé consiste à observer le moulinet en un point quelconque d'un courant et à déterminer la vitesse en ce point à l'aide du tube jaugeur. On détermine ainsi, dans chaque cas particulier, et avec une approximation suffisante dans la pratique, les coefficients de la formule :

$$V = \alpha + \beta\ n.$$

154. *Tarage en eau tranquille.* — A cause des variations que présente la vitesse d'un courant en un même point, le tarage du moulinet en eau courante est assez difficile; aussi, préfère-t-on généralement opérer en eau tranquille, pour effectuer la graduation de l'appareil.

Sur le bord d'un bassin, d'un étang, ou d'un canal, on plante un certain nombre de jalons en ligne droite, espacés de 100 mètres, par exemple. Une barque porte l'opérateur et l'instrument. On lui donne un mouvement de translation aussi uniforme que possible parallèlement à la ligne des jalons. Avec une montre à seconde on compte le nombre de secondes que la barque met à parcourir les divers espaces : On note à chaque fois le nombre de tours effectués par le moulinet. L'opération plusieurs fois répétée pour des vitesses différentes permet de déterminer les coefficients de la formule.

M. L. Prud'homme rapporte ainsi qu'il suit les opérations qu'il a faites sur le canal de Combleux, près Orléans (1).

« Nous avons commencé par mesurer sur l'une des rives du canal une longueur de 100 mètres, et nous avons placé un jalon à chaque extrémité de cette base; sur la rive opposée et en face de ces deux jalons, nous en avons fait placer deux autres dans une direction perpendiculaire à la base d'opérations. Nous nous sommes ensuite placé dans une petite barque et nons avons fixé la tige du moulinet à $0^m,80$ du bord de cette barque. Le moulinet était plongé de $0^m,50$ sous la surface de l'eau. Des mariniers imprimèrent ensuite au bateau, à l'aide de rames, une certaine vitesse et lui firent parcourir à plusieurs reprises une distance de 100 mètres en suivant une direction parallèle à la base tracée sur l'une des rives. On avait d'ailleurs soin de faire parcourir au bateau une trentaine de mètres avant d'arriver aux jalons des extrémités de la base, pour que le mouvement fût bien

(1) Cours de construction, par L. Prud'homme. Baudry, éditeur.

établi ; au moment du passage de la barque dans la ligne des jalons de la première extrémité de la base, on faisait partir l'aiguille d'un chronomètre à secondes, et l'on tirait en même temps la ficelle du ressort du moulinet pour faire engrener l'axe du moulinet avec les roues qui indiquent le nombre de tours ; arrivé à la ligne des jalons de l'autre extrémité de la base, on arrêtait le chronomètre et on désembrayait le moulinet ; nous connaissions ainsi le nombre de tours du moulinet, le temps et l'espace parcouru ; nous avions ainsi tous les éléments pour calculer le coefficient de tarage.

Le tableau suivant donne le résumé des expériences qui ont été faites alternativement en remontant et en descendant le canal pour compenser les légères différences que le vent ou un courant insensible aurait pu occasionner.

NUMÉRO des expériences	ESPACES parcourus e	TEMPS employé par expérience t	VITESSE du parcours par seconde $v = \frac{e}{t}$	NOMBRE DE TOURS total N	NOMBRE DE TOURS par seconde $n = \frac{N}{t}$	COEFFICIENT de tarage $\alpha = \frac{v}{n} = \frac{e}{N}$
	mètres	secondes	mètres			
1....D	100	125	0,800	852	6,82	0,117
2....M	100	138	0,725	845	6,12	0,118
3....D	100	157	0,637	812	5,17	0,123
4....M	100	149	0,671	820	5,50	0,122
5....D	100	139	0,719	842	6,06	0.119
6....M	100	146	0,685	834	5,71	0,120
7....D	100	142	0,704	835	5,88	0,120
8....M	100	130	0,769	846	6,51	0,118
TOTAUX	800		5,710	6 886	47,77	0,957
					COEFFICIENT MOYEN $\frac{0,957}{8}$	$= 0,1196$

Les lettres M, D de la première colonne veulent dire montée et descente.

Pour avoir la valeur moyenne du coefficient α, il suffit, d'après la formule :

$$\alpha = \frac{\Sigma v}{\Sigma n},$$

de diviser 5,710 par 47,77 et l'on a :

$$\alpha = 0,1196.$$

On peut aussi obtenir α en se servant de la formule :

$$\alpha = \frac{\Sigma e}{\Sigma N}$$

et l'on obtient :

$$\alpha \times \frac{800}{6\,886} = 0,1196.$$

Enfin, on peut obtenir α en divisant la somme totale 0,957 par le nombre 8 des expériences et l'on trouve encore $\alpha = 0,1196$.

On voit donc que, pour déterminer ce coefficient moyen α de la manière la plus simple, il suffirait de deux colonnes, celle des espaces parcourus e et celle des nombres de tours N. C'est d'ailleurs ce que la formule $\alpha = \frac{\Sigma e}{\Sigma N}$ avait indiqué.

Mais le tableau nous fait voir que, pour la vitesse du parcours $v = 0,637$, le coefficient $\alpha = 0,123$, tandis que pour $v = 0,800$, le coefficient $\alpha = 0,117$, ce qui semble indiquer que le coefficient de tarage diminue au fur et à mesure que le nombre de tours par seconde augmente. C'est en effet ce qui arrive et ce que d'autres expériences ont démontré. Ainsi, nous avons trouvé, pour le moulinet dont nous nous sommes servi, que le coefficient de tarage était 0,125 pour une vitesse de 0,50 correspondant à trois tours du moulinet par seconde ; ce coefficient était de 0,117 pour une vitesse de $1^m,40$, correspondant à douze tours par seconde.

Il est donc nécessaire de déterminer le coefficient de tarage correspondant à différentes vitesses de parcours, c'est-à-dire à différents tours du moulinet par seconde.

Si donc on a à jauger un cours d'eau dont on connaît à peu près la vitesse v par seconde, il faut faire l'opération du tarage dans une eau stagnante, en imprimant, autant que possible, au bateau la vitesse v par seconde.

On peut d'ailleurs, à la rigueur, déterminer un coefficient de tarage applicable au moulinet pour $n = 1$, puis un autre coefficient pour $n = 2$, puis un autre pour $n = 3$, et ainsi de suite. »

M. Harlacher, dont l'ingénieux moulinet a été décrit précédemment (n° 127) considère aussi que la méthode de tarage en eau courante est moins exacte que la méthode en eau tranquille, à cause des perturbations produites par les tourbillons et par les variations continuelles de la vitesse de l'eau en chaque point. Aussi s'est-il servi de la deuxième pour tarer son moulinet, et il a pris les dispositions convenables pour réaliser les conditions à remplir suivantes :

1° Avoir à sa disposition un plan d'eau tranquille suffisamment étendu pour que le chemin parcouru par le moulinet puisse atteindre 80 ou 100 mètres ;

2° Le moulinet plongé à environ $0^m,50$ ou 1 mètre de profondeur doit recevoir un mouvement rectiligne ;

3° Le tube de support du moulinet doit conserver pendant tout le mouvement une position rigoureusement verticale ;

4° L'axe du moulinet doit conserver une direction horizontale parallèle au chemin parcouru ,

5° Le mouvement doit être uniforme ;

6° On doit recommencer un grand nombre de fois le même trajet avec des vitesses différentes variant depuis la plus faible jusqu'à la plus forte, et c'est sur la moyenne des résultats obtenus qu'on établit le tarage ;

7° Les appareils compteurs mécaniques ou électriques qui indiquent le nombre de tours du moulinet doivent être disposés de manière à s'arrêter ou à être mis en mouvement au moment où le moulinet traverse les profils en travers qui limitent le trajet. Il faut enfin avoir une mesure exacte du temps du trajet.

Pour réaliser ces conditions, on a installé une passerelle en bois, roulant sur des rails fixés sur les bords d'un canal rectiligne d'environ 7 mètres de largeur et $1^m,50$ de profondeur. — Le moulinet est suspendu à la passerelle, laquelle porte également une caisse située un peu au-dessus du plan d'eau. Un manœuvre placé dans cette caisse peut surveiller l'instrument de près et faire les lectures quand l'appareil n'est pas muni d'un compteur ou d'un enregistreur électrique. — Des hommes en nombre égal sur chaque rive, poussent la passerelle de manière à lui donner une vitesse uniforme. Les profils en travers, limitant le trajet, sont indiqués par des jalons.

Enfin, le tarage en eau tranquille du moulinet de M. Ritter a été fait de la manière suivante : « Nos opérations de tarage en eau tranquille, dit M. Ritter, ont été faites dans un bief d'usine qui, sur une longueur de 400 mètres, présente un canal rectiligne et régulier de 16 mètres de largeur avec une profondeur de 2 mètres. — Nous avons profité d'un jour de chômage, durant lequel les eaux, affluant de l'amont, étaient détournées par un vannage placé à l'origine du bief, de sorte que dans celui-ci il n'y avait plus aucun courant.

A l'avant d'un canot, une moise saillante soutenait, par le moyen de deux vis de serrage, la tige verticale portant le moulinet en le maintenant à une profondeur de $0^m,50$. Dans le canot et sous nos yeux nous avions la sonnerie et deux compteurs à seconde.

Le canot était traîné par deux hommes placés chacun sur l'une des berges et qui parcouraient d'un pas cadencé plusieurs intervalles successifs de 100 mètres indiqués par des jalons.

Dans chaque expérience, après un trajet préalable d'une cinquantaine de mètres pendant lequel le canot arrivait à prendre une allure uniforme, nous notions sur l'un des compteurs la durée du parcours des divers intervalles de 100 mètres et sur le second compteur la durée de chaque cinquantaine ou centaine de tours des ailettes. »

Les résultats de 30 expériences faites dans ces conditions, et dans lesquelles la vitesse a varié de $0^m,42$ à $2^m,32$ par se-

conde, ont donné, avec des écarts de 5 0/0 au plus, la formule :

$$V = 0{,}13 + 0{,}10\,n.$$

b. — TARAGE DU TUBE JAUGEUR

155. Le tarage du tube jaugeur, comme celui du moulinet, peut se faire de trois manières différentes, en opérant soit en eau courante, soit en eau tranquille, soit encore en courant régulier. — Ce tarage doit se faire pour chaque instrument.

MM. Darcy et Bazin ont employé les trois procédés que nous venons d'énumérer pour le tarage de leur appareil.

En *eau courante*, ils comparaient les vitesses superficielles du courant, obtenues par l'emploi de flotteurs de surface, avec les vitesses déduites des indications des tubes. En prenant la moyenne de 92 expériences ils ont trouvé pour valeur du coefficient k à faire entrer dans la formule :

$$v = k\sqrt{2gh}; \quad k = 1{,}007$$

En *eau tranquille*, on opère comme pour le moulinet, à l'aide d'une barque à laquelle on imprime une vitesse connue. Le coefficient obtenu par MM. Darcy et Bazin, en opérant ainsi, a été $k = 1{,}034$, moyenne des résultats de 32 expériences. Ce coefficient est supérieur au précédent; M. Bazin attribue la différence à la forme même de la barque employée.

En *courant régulier*, on mesure, avec le tube en expérience, la vitesse d'un courant dont la vitesse est connue, en un très grand nombre de points, de manière à pouvoir calculer le débit résultant des vitesses mesurées, et à pouvoir comparer ce débit calculé au débit connu du courant. La valeur de k ainsi déduite de trente et une expériences, par MM. Darcy et Bazin, a été $k = 0{,}993$.

Si on écarte la valeur $k = 1{,}034$, résultant de la deuxième série d'expériences, comme étant exagéré, il reste à prendre la moyenne des chiffres résultant des deux autres séries, ce qui donne $k = 1$ pour le coefficient applicable à l'instrument de M. Bazin.

M. Ritter, dans la note déjà citée, expose la méthode qu'il emploie pour le tarage des tubes jaugeurs, de la manière suivante :

« *Formule et détermination des coefficients.* Si dans un courant on plonge les deux ajutages ordinaires du tube de Darcy, il se produit, par rapport à la pression statique correspondante au niveau de la surface du courant, sur l'orifice antérieur, une surpression A, et sur l'orifice latéral ou postérieur, une dépression L, plus ou moins prononcée.

La différence de niveau des sommets des deux colonnes du manomètre, mises en communication respectivement avec les deux ajutages, est :

$$A + L = H.$$

En admettant que les hauteurs A, L, sont liées à la vitesse V du courant par les relations :

$$\frac{V^2}{2g} = \mu A; \qquad \frac{V^2}{2g} = \mu' L,$$

on en conclut :

$$\frac{V^2}{2g}\left(\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu'}\right) = H$$

et

$$V = K\sqrt{2gH}$$

si l'on pose :

$$K = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\mu} + \frac{1}{\mu'}}}$$

Le tarage revient dès lors à déterminer expérimentalement, pour chaque instrument, soit directement et comme on le fait d'ordinaire, les valeurs de K correspondant aux diverses vitesses, soit, d'après la méthode que nous allons exposer, les valeurs de μ et de μ'.

Valeur du coefficient μ. On suppose généralement et à priori, que A est plus petit que $\frac{V^2}{2g}$ ou que le coefficient μ est plus grand que 1, à cause d'une perte de charge qui serait occasionnée par la déviation des filets liquides à l'amont de l'ajutage antérieur.

«Nous ne connaissons aucune expérience directe qui justifie cette appréciation, tandis qu'il en est une qui nous paraît décisive dans un sens contraire. Cette expérience faite par Dubuat, puis par Savart et que nous avons répétée, consiste à opposer à une veine liquide, s'échap-

pant verticalement par un orifice circulaire, ouvert en mince paroi au fond d'un réservoir, un ajutage cylindrique à bords tranchants. Si cet ajutage communique avec l'une des branches d'un manomètre différentiel, dont la seconde branche plonge dans le réservoir, on constate que, quelles que soient les variations de la hauteur de l'eau dans le réservoir, les colonnes du manomètre demeurent toutes deux exactement au même niveau.

Il en est de même si l'ajutage est placé dans la partie centrale de la section contractée d'une veine qui s'échappe d'un orifice circulaire en mince paroi ouvert latéralement au réservoir.

L'observation montre donc que, s'il y a perte de charge due à la déviation ou à la contraction du liquide, ce n'est point à l'amont de l'ajutage qu'elle se manifeste; et comme, pour l'orifice en mince paroi, le jaugeage direct indique que $V = \sqrt{2gA}$, on en conclut que $\mu = 1$.

La formule du tarage devient dès lors :

$$V = \sqrt{\frac{2gH}{\mu' + 1}}.$$

Détermination du coefficient μ'. Pour déterminer la valeur du coefficient μ', dit M. Ritter, nous avons fait de nombreux essais au dépôt de l'École des ponts et chaussées de l'avenue d'Iéna.

Sur le milieu du parcours de la rigole d'expériences qui s'y trouve est interposé un réservoir de $3^m,90$ de longueur (*fig.* 123), $1^m,10$ de largeur et d'une profondeur de 1 mètre en contre-bas du fond de la rigole.

A la sortie de ce réservoir, nous avons établi un barrage en bois B percé d'un tuyau en zing de $0^m,37$ de longueur et d'un diamètre de $0^m,04$; enfin dans la rigole et à 3 mètres de l'aval de ce barrage, un petit déversoir D arasé à $0^m,03$ en contre-haut de l'arête supérieure du tuyau avait pour effet de maintenir ce tuyau complètement submergé.

Nous alimentions le réservoir de façon à obtenir à la sortie du tuyau une série de vitesses différentes, toutes régulières, et c'est dans ces petits courants, et à quelques centimètres de distance du tuyau, que nous exposions les deux ajutages de l'instrument à tarer.

Chacun des ajutages était lié avec une branche du manomètre; en même temps nous adaptions à la troisième branche un tube de caoutchouc qui allait plonger dans un vase immergé dans la rigole, sur les côtés de l'ajutage, en un point où l'eau demeurait sensiblement calme pendant l'expérience. Cette troisième branche du manomètre nous indiquait donc, pour la surface de l'eau, un niveau qui était précisément le même qu'au point, très voisin, où nous tenions les ajutages.

Nous observions les trois hauteurs ma-

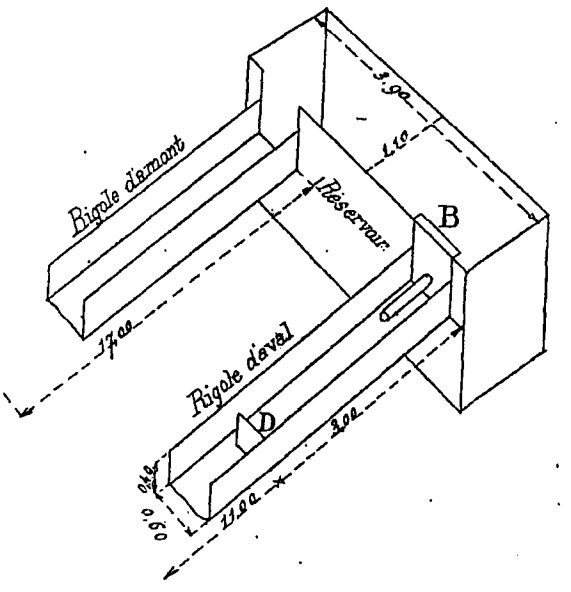


Fig. 123.

nométriques a, l, s, et, en vertu des relations

$$A = a - s = \frac{V^2}{2g},$$

$$L = s - l = \frac{V^2}{2g} \times \frac{1}{\mu'},$$

et $$H = a - l = A + L$$

nous pouvions calculer les valeurs de

$$\mu' = \frac{a - s}{s - l} \text{ et } K = \sqrt{\frac{a - s}{a - l}}$$

Des essais faits d'après cette méthode nous ont permis de constater que le coefficient K est, pour un même instrument,

sensiblement constant et indépendant de la vitesse.

Mais, le coefficient K, s'il est indépendant de la valeur de la vitesse, ne l'est pas de sa direction. Il suffit, pour s'en convaincre, de songer à deux ajutages disposés à angle droit et rencontrés par un courant arrivant suivant la bissectrice de l'angle; en pareil cas, et si grande que soit la vitesse, les deux orifices seront soumis à une même pression, on ne constatera aucune différence sensible entre les deux colonnes manométriques et, par conséquent, les conclusions qu'on tirerait de l'examen du manomètre relativement à la vitesse seraient inexactes.

Il est donc nécessaire, si l'on veut de bonnes observations, d'assurer, par un gouvernail, l'orientation spontanée de l'ajutage antérieur dans la direction du courant. »

Lorsque les tubes jaugeurs sont munis d'ajutages statiques, ces ajutages indiquant au manomètre le niveau exact de la surface du courant, on a $\mu' = 0$ et par suite $K = 1$, ce qui montre que ces instruments n'exigent pas de tarage.

Pour les *ajutages latéraux non statiques*, la valeur de K est en moyenne de $K = 0{,}88$.

Un appareil muni d'un ajutage statique et d'un manomètre à trois branches peut être très rapidement taré *en rivière*. Il suffit d'observer les trois hauteurs a, l, s, données par les trois ajutages; on peut alors calculer immédiatement la valeur du coefficient K.

c. — TARAGE DE L'HYDRO-DYNAMOMÈTRE

156. M. De Perrodil, l'inventeur du dynamomètre hydraulique, a taré son instrument en le faisant mouvoir en *eau tranquille*, à l'atelier expérimental du Trocadéro dépendant de l'École des ponts et chaussées (1878). — « Un petit pont tournant ou passerelle en bois avait été établi dans ce but. L'axe de rotation de cette espèce de manège le partage en deux moitiés bien symétriques. La circonférence décrite par les extrémités se projette sur le bord extérieur d'une rigole annulaire de $0^m,60$ de largeur. — L'instrument est fixé au manège dans l'axe de la rigole. Pour observer le temps d'une révolution, on a fixé au manège une petite languette de bois, formant ressort, qui vient rencontrer un obstacle fixe produisant un bruit sec qui prévient l'observateur muni d'un compteur à pointage. Cet observateur étant placé sur une extrémité du pont et l'observateur du dynamomètre sur l'autre extrémité, un homme pousse le manège à la main, et l'observateur du dynamomètre règle sa marche de manière que l'angle observé sur le cercle soit invariable. » — On a dû tenir compte de la vitesse imprimée par entraînement à l'eau pendant chaque observation, afin d'obtenir exactement la vitesse relative de l'instrument.

Les expériences ont été faites avec une petite palette pour les vitesses de 1 à 3 mètres; avec une palette moyenne pour les vitesses de $0^m,40$ à 1 mètre, et avec une grande palette pour les vitesses inférieures à $0^m,40$.

Les résultats de ces expériences ont conduit M. De Perrodil à proposer les formules suivantes pour calculer la vitesse cherchée du courant, connaissant par lecture sur le cercle de l'appareil, le nombre α de degrés dont le bras de la palette est dévié.

1° Avec la petite palette employée pour des vitesses de 1 à 3 mètres :

$$v = 0{,}3126\sqrt{\alpha}$$

2° Avec la palette moyenne employée pour des vitesses de $0^m,40$ à 1 mètre :

$$v = 0{,}1177\sqrt{\alpha}$$

3° Avec la grande palette employée pour des vitesses ne dépassant pas $0^m,40$:

$$v = 0{,}0349\sqrt{\alpha}.$$

IV. — Méthode de calcul des débits.

157. Les instruments perfectionnés de jaugeage dont nous venons de parler sont d'invention relativement récente. — On ne possédait autrefois que des instruments peu précis et en tous cas fort incommodes à manœuvrer. — Encore aujourd'hui, malgré les perfectionnements ingénieux dus à MM. Ritter, Harlacher, De Per-

rodil, etc., beaucoup d'ingénieurs continuent à jauger avec des appareils imparfaits. — Il est vrai qu'on n'a pas toujours sous la main, au moment de s'en servir, les instruments perfectionnés qui seraient nécessaires pour exécuter de bons jaugeages, et il faut bien tirer parti de ceux que l'on possède. — Nous allons expliquer les méthodes à employer pour calculer les débits suivant l'instrument dont on dispose pour la mesure de la vitesse.

Certains instruments, comme les flotteurs de surface et le tachymètre de surface de M. Ritter, permettent de mesurer la vitesse à la surface du courant, d'autres, comme les tiges lestées ou flotteurs plongeants et l'intégrateur mécanique de M. Harlacher, servent à évaluer la vitesse moyenne des filets liquides sur une verticale du courant, d'autres enfin, comme les doubles flotteurs, le moulinet, le tube jaugeur, l'hydro-dynamomètre, peuvent donner la vitesse en un point quelconque de la section transversale du courant.

a. — FLOTTEURS DE SURFACE

158. Les flotteurs de surface ne doivent être employés pour la mesure de la vitesse en vue du calcul du débit, que dans le cas où on n'a pas besoin d'une grande exactitude.

On sait que la vitesse maximum du courant, d'après l'hypothèse admise, se produit à peu près au milieu de la largeur du profil transversal du lit (quand ce profil a une forme régulière), et un peu au-dessous de la surface de l'eau. — Les flotteurs de surface permettent de mesurer cette vitesse maximum en opérant comme nous l'avons indiqué (n° 118).

Un flotteur parcourant un espace e dans un temps t, la vitesse moyenne de ce flotteur est :

$$v = \frac{e}{t}$$

En répétant l'expérience un certain nombre de fois, pour le même espace parcouru e, on constate généralement des temps différents t', t'', t''', d'où résultent des vitesses différentes :

$$v' = \frac{e}{t'};\quad v'' = \frac{e}{t''};\quad v''' = \frac{e}{t'''};\ \ldots\ldots$$

La vitesse maximum à faire entrer dans les calculs, sera la moyenne des vitesses $v', v'', v''', \ldots$ Cette *vitesse maximum* aura donc pour expression, si on a fait n expériences :

$$V = \frac{v' + v'' + v''' + \ldots + v^n}{n}.$$

La *vitesse moyenne du courant* se déduit ensuite de cette vitesse maximum, au moyen de la relation existant entre ces deux vitesses. Souvent, on se contente de prendre $U = 0{,}8\ V$. Mais il est préférable de faire usage des formules de M. Bazin ou mieux de ses tables (n° 103), qui donnent le rapport de la vitesse moyenne U à la vitesse maximum V pour des valeurs de $\frac{RI}{U^2}$ comprises entre 0,00015 et 0,003, ou pour des valeurs du rayon moyen R, comprises entre $0^m,01$ et 6 mètres.

Enfin, le débit s'obtiendra en multipliant la vitesse moyenne U par la section transversale Ω du courant.

Deux cas peuvent ici se présenter : ou bien le lit du cours d'eau est très régulier, sur toute la longueur qui sépare les sections entre lesquelles on a fait le mesurage de la vitesse avec les flotteurs, ou bien ce lit n'est pas régulier.

Dans le premier cas, c'est-à-dire lorsque le lit est régulier, la section transversale du lit est à peu près constante; il suffit alors de relever un seul profil en travers du courant, et de multiplier la surface de la section par la vitesse moyenne dans cette section.

Lorsque, au contraire, le lit est irrégulier, la section transversale du lit varie de forme et de dimensions; il est alors nécessaire de prendre un certain nombre de profils en travers, également espacés sur la longueur considérée et de calculer *une section moyenne*, en divisant la somme des surfaces des profils par leur nombre. C'est cette *section moyenne* qu'on multiplie ensuite par la *vitesse moyenne*, pour avoir le débit. Dans ce dernier cas, si on calcule la vitesse moyenne en employant les formules de Bazin, il faut se procurer *pour chaque section*, le périmètre mouillé correspondant, afin d'avoir une série de

rayons moyens dont on prend la moyenne; c'est cette moyenne des rayons moyens qui doit entrer en ligne de compte pour l'évaluation du rapport $\frac{U}{V}$.

Exemples numériques.

159. 1° *Le lit est régulier.* — Supposons qu'on ait choisi, pour faire les obsevations du jaugeage, une partie du cours d'eau dont le lit présente une assez grande régularité, sur une longueur de 200 mètres. Dix flotteurs, successivement jetés au milieu du courant, parcourent cette distance e de 200 mètres, en 310, 300, 320, 290, 278, 300, 292, 287, 292, 290 secondes. D'après ce que nous avons dit précédemment, la vitesse de chaque flotteur sera :

$$v_1 = \frac{200}{310};\ v_2 = \frac{200}{300};\ v_3 = \frac{200}{320};\ v_4 = \frac{200}{290}\cdots$$

et la vitesse maximum du courant :

$$V = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + \cdots}{10}.$$

Les résultats des observations et des calculs précédents, pourront être inscrits dans un tableau disposé comme ci-dessous :

NUMÉROS des expériences	TEMPS OBSERVÉ en secondes pour un parcours de 200 mètres (t)	VITESSE de chaque flotteur ($v = \frac{e}{t}$)	OBSERVATIONS
1	310	0.645	$v_1 + v_2 + v_3 \ldots = 6{,}766$
2	300	0.667	VITESSE MAXIMUM :
3	320	0.625	$V = \frac{v_1+v_2+v_3}{10} = 0^m{,}6766$
4	290	0.689	
5	278	0.719	VITESSE MOYENNE :
6	300	0.667	$U = 0{,}8V = 0{,}8 \times 0{,}6766 = 0^m{,}541$
7	292	0.684	
8	287	0.697	SECTION TRANSVERSALE :
9	292	0.684	$\Omega = 20^{mq}$.
10	290	0.689	
	2 959	6.766	DÉBIT PAR SECONDE : $Q = \Omega U = 20 \times 0{,}541 = 10^{mc}{,}82$.

Dans la première colonne, on inscrira les numéros des expériences; dans la deuxième, les nombres de secondes que les flotteurs ont mis à parcourir l'espace de 200 mètres sur lequel porte les expériences; dans la troisième, les valeurs de la vitesse de chaque flotteur, calculées au moyen de la relation $v = \frac{e}{t}$; et enfin, dans la dernière colonne, on pourra inscrire les calculs et les résultats qui conduisent à la valeur cherchée du débit Q : d'abord la somme des vitesses :

$$v_1 + v_2 + v_3 + \ldots = 6{,}766,$$

laquelle est la somme des chiffres de la troisième colonne; puis le calcul de la vitesse maximum :

$$V = \frac{v_1 + v_2 + v_3 \cdots}{10};$$

ensuite le calcul de la vitesse moyenne $U = 0{,}8\ V$, et enfin celui du débit $Q = \Omega\ V$. Si la section transversale est égale à 20 mètres carrés, par exemple, ou aura :

$\Omega = 20$ et $Q = \Omega U = 20 \times 0{,}541 = 10{,}^{mc}82$.

160. On pourrait opérer plus simplement, en additionnant les distances parcourues par les flotteurs, et les temps employés correspondants, puis, divisant la première somme par la deuxième pour avoir la vitesse maximum V. — L'espace total parcouru par tous les flotteurs est de $200 \times 10 = 2\,000$ mètres. Le nombre total des secondes employées à parcourir l'espace total est donné par la somme des chiffres de la deuxième colonne du tableau précédent; il est égal à 2 959 secondes. La vitesse maximum cherchée aurait donc pour valeur :

$$V = \frac{2\,000}{2\,959} = 0^m{,}6759.$$

Les autres opérations se feraient comme nous venons de l'expliquer.

161. Si, au lieu de calculer la vitesse

moyenne U au moyen de la relation $U = 0{,}8\ V$, on voulait faire usage de la formule plus exacte de M. Bazin, ou mieux de ses tables, on opèrerait de la manière suivante :

. Ayant relevé le profil, on calculerait sa section Ω, puis son périmètre mouillé χ. Soient $\Omega = 20$ mètres carrés et $\chi = 14$ mètres. On obtiendrait alors la valeur du rayon moyen R :

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = \frac{20}{14} = 1{,}4286.$$

La table de M. Bazin (n° 104) donne, pour des parois en terre, en regard des valeurs de R égales à 1,40 et 1,45, les valeurs correspondantes 0,756 et 0,758 du rapport $\frac{U}{V}$. Pour $R = 1{,}4286$, le rapport $\frac{U}{V}$ aurait pour valeur 0,757 environ.

On aurait donc :

$U = 0{,}757\ V = 0{,}757 \times 0{,}676 = 0^m{,}512$, vitesse un peu inférieure à celle précédemment obtenue avec la relation $U = 0{,}8\ V$. On voit que, comme nous l'avons déjà dit (n° 102), cette dernière relation donne des valeurs de U trop grandes, surtout quand il s'agit de cours d'eau un peu importants ; aussi est-il préférable de faire usage des formules ou des tables de M. Bazin, qui donnent des résultats plus exacts.

Dans le cas où l'on ferait usage de la formule de M. Bazin :

$$U = V - 14\sqrt{RI}$$

au lieu de se servir de ses tables, il faudrait avoir, en outre, le rayon moyen R, la pente longitudinale par mètre I ; et si le profil en long n'était pas régulier, on devrait calculer une valeur *moyenne de I*, en divisant la pente totale entre les deux sections extrêmes par la distance de ces deux sections. C'est cette valeur moyenne de I qu'on ferait entrer dans la formule précédente. Mais l'usage des tables étant beaucoup plus simple, il est rare qu'on ait recours à la formule.

162. 2° *Le lit est irrégulier.* — Lorsque le lit du cours d'eau est irrégulier, c'est-à-dire lorsque les sections transversales de ce lit varient d'un point à un autre, ce qui arrive le plus souvent, un seul profil transversal ne peut plus suffire à la détermination de la section d'écoulement. Il serait suffisant cependant si toutes les vitesses étaient exactement mesurées dans son plan, mais la mesure de la vitesse par flotteurs porte sur une certaine longueur du cours d'eau et non sur une même section transversale.

On relève alors sur la longueur considérée du cours d'eau, un certain nombre de profils en travers également espacés. Ces profils donnent, d'une part, la *section moyenne* Ω en divisant la somme de toutes les sections par leur nombre, et d'autre part, le rayon moyen R *moyen*, soit en calculant séparément la valeur $R = \frac{\Omega}{\chi}$ pour chaque section et prenant la moyenne des valeurs ainsi calculées, soit en divisant la somme des périmètres mouillés par le nombre des sections pour avoir un *périmètre mouillé* χ *moyen*, lequel devra diviser la *section moyenne* Ω pour fournir le rayon moyen R *moyen*.

Quant à la vitesse moyenne, elle s'obtient comme il a été dit pour le cas d'un lit régulier.

163. Supposons qu'on ait choisi une longueur de 200 mètres sur le cours d'eau, et que dix expériences, faites avec les flotteurs de surface, aient donné les résultats inscrits dans la deuxième colonne du tableau précédent (n° 159).

L'espace parcouru total étant de 2 000 mètres, et le nombre total de secondes 2 959, on aura pour vitesse maximum V (n° 160) :

$$V = \frac{2\,000}{2\,959} = 0^m{,}6759$$

et, pour vitesse moyenne, si on emploie la relation $U = 0{,}8\ V$:

$$U = 0{,}8 \times 0{,}6759 = 0^m{,}541.$$

Sur la longueur considérée de 200 mètres, on a par exemple relevé 10 profils en travers, qui ont donné, comme sections d'écoulement Ω, les valeurs : 20, 18, 17, 18, 19, 20, 22, 22, 20, 19 mètres carrés ; les valeurs des périmètres mouillés χ correspondants sont : 14, 14, 15, 14, 15, 16, 15, 14, 13, 14 mètres.

Ces données peuvent être inscrites dans le tableau ci-dessous, lequel peut se combiner avec le précédent (n° 159) pour former un seul et même tableau contenant toutes les données du problème.

DÉSIGNATION des profils	SECTIONS Ω	PÉRIMÈTRES mouillés χ	RAYON MOYEN $R = \frac{\Omega}{\chi}$	OBSERVATIONS
	m.q.	mètres		SECTION MOYENNE :
a	20	14	1.429	$\Omega = \frac{195}{10} = 19{,}5$
b	18	14	1.286	MOYENNE DES RAYONS MOYENS :
c	17	15	1.133	$R = \frac{13{,}584}{10} = 1{,}3584$
d	18	14	1.286	Valeur de $\frac{U}{V}$ correspondant à $R = 1{,}3584$:
e	19	15	1.267	$\frac{U}{V} = 0{,}7552$
f	20	16	1.250	VITESSE MOYENNE U.
g	22	15	1 467	$U = 0{,}7552 \times V = 0{,}510$
h	22	14	1.571	DÉBIT Q :
i	20	13	1.538	$Q = \Omega U = 19{,}5 \times 0{,}510 = 9^{mc},945$
j	19	14	1.357	
10	195	144	13.584	

Pour avoir le débit cherché Q, on multiplie la vitesse moyenne U par une section moyenne obtenue en faisant la somme des sections précédentes et en divisant cette somme par le nombre des sections.

La somme des dix sections est de 195 mètres carrés (deuxième colonne). La moyenne Ω sera $\frac{195}{10} = 19{,}5$ mètres carrés.

On aura enfin le débit en faisant le produit de la *section moyenne* par la *vitesse moyenne :*

$Q = \Omega U = 19{,}5 \times 0{,}541 = 10^{mc},55.$

164. Si on veut faire usage des tables de Bazin pour le calcul de la vitesse moyenne, il faut calculer le rayon moyen R. Pour cela, on inscrit dans le tableau ci-dessus, la valeur du périmètre mouillé χ en regard de la section correspondante Ω pour chaque profil transversal. On calcule, pour chacun de ces profils la valeur du rayon moyen $R = \frac{\Omega}{\chi}$, qu'on inscrit dans la quatrième colonne. Puis on prend la moyenne de ces valeurs. Ici cette moyenne est égale à :

$$\frac{13{,}584}{10} = 1{,}3584.$$

Or, on trouve dans la table (n° 104), pour $R = 1{,}35$, $\frac{U}{V} = 0{,}755$, et pour $R = 1{,}40$, $\frac{U}{V} = 0{,}756$; de sorte que $\frac{U}{V} = 0{,}7552$ sera une valeur très approchée du rapport de la vitesse moyenne à la vitesse maximum, pour la valeur moyenne 1,3584 du rayon moyen.

On aura donc :

$U = 0{,}7552 \times V = 0{,}7552 \times 0{,}6759$
$= 0^{m},510$

Le débit Q cherché sera finalement, le produit de la section moyenne $\Omega = 19{,}5$ par la vitesse moyenne $U = 0{,}510$:

$Q = \Omega \times U = 19{,}5 \times 0{,}51 = 9^{mc},945.$

Pour obtenir la moyenne des rayons moyens, on pourrait, au lieu de calculer séparément le rayon moyen de chaque profil et de prendre la moyenne, opérer plus simplement, en faisant la somme des sections Ω, puis celle des périmètres χ et en divisant les deux sommes. D'après le tableau précédent, on aurait : $\Sigma\,\Omega = 195$ et $\Sigma\,\chi = 144$. Donc :

$$R = \frac{\Sigma\Omega}{\Sigma\chi} = \frac{195}{144} = 1{,}354.$$

b. — TACHYMÈTRE DE SURFACE DE M. RITTER

165. M. Ritter a fait construire son tachymètre de surface (n° 143), en vue du *jaugeage rapide et approximatif des crues*, et il emploie pour calculer le débit ce qu'il appelle la *méthode du débit limite*. — Pour établir cette méthode, M. Ritter se base sur les résultats des nombreuses expériences faites au moulinet par MM. Baumgarten et Harlacher, dans des profils de grande section, très variés de forme, de profondeur et de vitesse, résultats qui montrent que *la*

vitesse moyenne U *calculée pour toute la hauteur d'une verticale est, sauf écarts en plus ou en moins ne dépassant guère* 0,05, *égale à* 0,85 *de la vitesse* V *mesurée près de la surface à une profondeur de* 0m,10 *à* 0m,15.

Si, pour une crue, on évalue la vitesse moyenne U d'une verticale, à 0,90 de la vitesse V, au lieu de 0,85, on sera à peu près assuré qu'en calculant ensuite le débit avec cette vitesse moyenne un peu forte, on aura un débit un peu au-dessus de celui qu'on eût obtenu par l'application, supposée possible, des procédés ordinaires de jaugeage. Cette limite supérieure du débit est ce que M. Ritter appelle le *débit limite*.

Il est facile maintenant de comprendre que, si on juge suffisante l'approximation qui résulte de cette manière d'opérer, la méthode du débit limite consiste simplement à mesurer; avec le tachymètre de surface, la vitesse V du courant à 0m,10 ou 0m,15 au-dessous de la surface, et à prendre les 90 centièmes de cette vitesse pour avoir la vitesse moyenne U *de la verticale correspondante*.

Lorsqu'on jauge ainsi une crue, on ne sait pas si le niveau de l'eau a atteint sa limite supérieure. Il faut donc faire la mesure des vitesses aux divers points du profil transversal de la rivière, *pour diverses hauteurs d'eau*. Ces hauteurs successives de l'eau pendant la durée de la crue sont enregistrées par un appareil que M. Ritter a fait construire en même temps que le tachymètre et auquel il a donné le nom de *fluviographe*. Tout fluviographe résulte de l'association de deux appareils distincts : le *fluviomètre* ou *hydromètre* qui indique à distance les variations du niveau de l'eau, et *l'enregistreur* qui trace la courbe de ces variations. Le fluviomètre peut être à *flotteur* ou bien à *plongeur* avec air comprimé et manomètre. (Consulter la note de M. Ritter dans les *Annales des Ponts et Chaussées*, 1886, p. 697).

Dans cette note, M. Ritter justifie ainsi sa méthode du débit limite : « La mesure directe des vitesses aux divers points de la section d'une rivière présentera toujours, dans le moment des crues et quels que soient les perfectionnements apportés aux instruments de jaugeage, des difficultés spéciales.

Ces difficultés proviennent de l'impétuosité plus grande des courants, de l'abondance des débris charriés par les hautes eaux, et, bien souvent aussi, elles tiennent à la rapidité avec laquelle, dans les cours d'eau à régime tant soit peu torrentiel, se succèdent les variations de niveau et de débit.

Heureusement, la nature des questions pour lesquelles il importe de connaître le volume des crues permet de se contenter pour ce volume, d'une approximation plus grossière que lorsqu'il s'agit du débit des basses eaux dont, au contraire, les moindres changements intéressent la navigation, l'industrie et l'agriculture.

Aussi, les ingénieurs ont-ils toujours, pour le jaugeage des hautes eaux, recouru à des méthodes imparfaites, ils le savaient, sous le rapport de l'exactitude, mais qui avaient du moins le grand avantage d'être expéditives et, sans opérations compliquées, de fournir sur le débit jusqu'alors inconnu d'un cours d'eau, un premier renseignement souvent suffisant et que l'on eût attendu bien longtemps de l'emploi de méthodes plus rigoureuses.

Ces méthodes approximatives ont toutefois un côté fâcheux, c'est de ne pas comporter de règles assez précises pour que l'on soit assuré que deux opérateurs différents arrivent, en les appliquant, à un même résultat. En un mot, les débits obtenus ainsi ont, en général, le grand défaut de ne pas être comparables, de sorte que, en dehors de leur utilité immédiate et toute locale, ils perdent beaucoup de leur valeur dès que, pour des recherches d'ensemble, on veut les rapprocher de débits obtenus à d'autres époques ou dans d'autres localités.

Nous avons cherché un moyen de jaugeage des crues qui, tout en étant expéditif, eût le double avantage d'être applicable sur tous les cours d'eau et de donner pour tous, des résultats suffisamment comparables. »

Connaissant la vitesse moyenne déduite de la mesure de la vitesse à la surface d'une série de verticales, régulièrement

distribuées dans la largeur du profil en travers, on calcule le débit cherché comme nous allons l'expliquer à propos des tiges lestées.

C. — TIGES LESTÉES OU FLOTTEURS PLONGEANTS

166. On a vu (n° 121) qu'avec une tige lestée ayant une longueur égale à $0^m,94$ de la profondeur de la verticale sur laquelle on mesure la vitesse, on obtient la *vitesse moyenne* sur cette verticale. — Les tiges lestées présentent des avantages sérieux sur les flotteurs de surface, mais leur emploi est forcément limité au jaugeage des canaux ou des cours d'eau ayant un lit très régulier en profondeur.

Quoiqu'il en soit, voici comment on calcule le débit du cours d'eau, lorsqu'on peut avoir la vitesse moyenne d'un certain nombre de verticales, soit en mesurant directement cette vitesse moyenne avec les tiges lestées, soit en la déduisant d'une mesure de vitesse faite à la surface avec le tachymètre de M. Ritter ou simplement avec des flotteurs de surface.

Les verticales sur lesquelles on mesure la vitesse moyenne doivent, autant que possible, être également espacées; on connaît leurs profondeurs. On divise la section transversale par des verticales situées à égale distance des verticales mesurées. Cette section se trouve alors divisée en trapèzes dont on évalue facilement la surface. Le produit de la vitesse moyenne de chaque verticale par la surface du trapèze correspondant, donne le débit moyen qui est effectué sur le trapèze considéré. — La somme de ces débits élémentaires est le débit total cherché.

167. *Exemple.* — Soit *abcd... m* (*fig.* 124) le profil transversal d'un cours

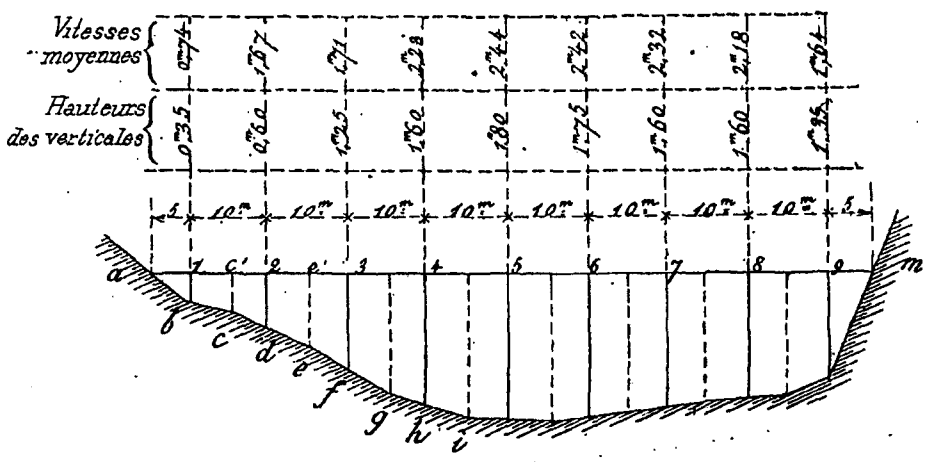


Fig. 124.

d'eau. La largeur *am* du courant à la surface est divisée en un certain nombre de parties égales de 10 mètres, excepté pour les deux divisions extrêmes qui sont de 5 mètres seulement. Les hauteurs de ces verticales 1, 2, 3, 4.... sont respectivement de $0^m,35$; $0^m,60$; $1^m.25$; $1^m,60$..., et les vitesses moyennes des mêmes verticales sont de $0^m,74$; $1^m,67$; $1^m,71$; $2^m,23$...

En substituant au contour curviligne du fond, un contour polygonal *abcegi*... dont les sommets sont placés aux points bas des verticales intermédiaires *c*, *e*, *g*, *i*..., on décompose la surface de la section transversale du courant en trapèzes dont on calcule les surfaces partielles. — Ainsi, le trapèze, ayant pour côté inférieur la droite *ce*, a une surface égale au produit de la hauteur moyenne *d*2, égale à $0^m,60$, par la distance des deux verticales *c* et *e*, égale à 10 mètres. Cette surface est donc de 6 mètres carrés. Les surfaces des autres trapèzes s'obtiennent de la même manière.

La surface dont la largeur est partagée en deux parties égales par la première verticale $b1$ se décompose un peu autrement. On peut admettre qu'on a, d'un côté, un triangle $ab1$, et de l'autre côté, un rectangle $bcc'1$. La hauteur de la verticale $b1$ étant égale à $0^m,35$, le triangle $ab1$ a une surface égale à :

$$\frac{0,35 \times 5,00}{2} = 0,88,$$

et la surface du rectangle $bcc'1$ est égale à $0,35 \times 5,00 = 1^m,75$. La surface totale $abcc'$, à laquelle on appliquera la vitesse moyenne de la verticale $b1$, est donc de $0,88 + 1,75 = 2,63$ mètres carrés.

A l'autre extrémité du profil on a une surface qui se décompose comme la précédente et qui se calcule de la même façon.

Ayant calculé les surfaces partielles du courant, on multiplie chacune de ces surfaces par la vitesse moyenne de la verticale correspondante. Le produit de la surface $abcc' = 2,63$, par la vitesse moyenne de la verticale $b1 = 0^m,74$, donne un débit égal à $2,63 \times 0,74 = 1,946$ soit 2 mètres cubes. — Le produit de la surface suivante $c'cee' = 6,00$ mètres carrés, par la vitesse moyenne de la verticale $d2 = 1^m,67$, donne un débit égal à $6,00 \times 1,67 = 10,02$ mètres cubes, et ainsi de suite. On obtient de cette manière autant de débits partiels qu'on a mesuré de verticales. Il suffit de faire la somme de ces débits partiels pour avoir le débit total cherché. Les données et les résultats du calcul peuvent être inscrits dans un tableau disposé comme nous l'indiquons ci-dessous :

DÉSIGNATION des verticales	PROFONDEURS (h)	LARGEURS (l)	SURFACES (ω)	VITESSES moyennes (u)	DÉBITS ($q = \omega u$)
	m.	m.	m.q.	m.	m.c.
1	0.35	10.00	2.63	0.74	2.00
2	0.60	10.00	6.00	1.67	10.02
3	1.25	10.00	12.50	1.71	21.38
4	1.60	10.00	16.00	2.23	35.52
5	1.80	10.00	18.00	2.44	43.20
6	1.75	10.00	17.50	2.42	41.65
7	1.60	10.00	16.00	2.32	36.64
8	1.60	10.00	16.00	2.18	34.40
9	1.35	10.00	10.13	1.64	16.31
			DÉBIT TOTAL Q.....		241.12

On remarquera que, pour les deux verticales extrêmes 1 et 9, la surface ω n'est pas le produit des profondeurs h et largeurs l des deux colonnes précédentes, car cette surface doit être calculée comme nous venons de l'indiquer.

La somme des débits partiels contenus dans la dernière colonne donne le débit total egal à 241,12 mètres cubes.

d. — INTÉGRATEUR MÉCANIQUE DE M. HARLACHER

168. Nous avons donné la description de l'enregistreur graphique appliqué au moulinet de M. Harlacher et on a vu comment on transformait cet enregistreur en intégrateur mécanique en imprimant au moulinet une *vitesse uniforme* descendante ou ascendante (n° 129).

L'intégrateur permet d'obtenir la vitesse moyenne sur une verticale quelconque du courant. Il suffit de noter le nombre n de tours que le moulinet fait pendant une descente ou une montée, et la durée correspondante de l'opération, t secondes. Le quotient $\frac{n}{t}$ est le nombre de tours qui correspond à la vitesse moyenne, et cette vitesse moyenne s'obtient en multipliant $\frac{n}{t}$ par le coefficient de tarage de l'appareil.

Comme précédemment, on divisera la section transversale en sections partielles trapézoïdales, et les produits de ces sections partielles par les vitesses moyennes des verticales intermédiaires correspondantes, seront les débits partiel dont la somme sera le débit total.

Nous rappelons qu'il est recommandé de faire, sur la même verticale, au moins deux observations : une en descendant uniformément le moulinet, et l'autre en le remontant uniformément, ou inversement. Si les deux résultats ne sont pas identiques on prend la moyenne, et c'est cette moyenne qui doit entrer dans le calcul des débits partiels.

Les données et les résultats d'un jaugeage exécuté dans ces conditions pourront être disposés dans un tableau de la manière suivante :

DÉSIGNATION des verticales	PROFONDEURS (h)	LARGEURS (l)	SURFACES (ω)	NOMBRE DE TOURS (n)		NOMBRE DE SECONDES (t)		QUOTIENT $\frac{n}{t}$			COEFFICIENT de tarage (β)	VITESSE MOYENNE ($u = \beta \frac{n}{t}$)	DÉBITS partiels ($q = \omega u$)
				descente	montée	descente	montée	descente	montée	moyenne			

La méthode de calcul que nous venons d'indiquer est très simple, elle est analogue à celle du numéro précédent. Mais ce n'est pas celle qui est employée par M. Harlacher quand il fait usage de l'intégrateur mécanique pour déterminer la vitesse moyenne d'un certain nombre de verticales. Nous reparlerons de cette dernière méthode un peu plus loin.

Nous nous bornerons pour le moment à faire observer que ce n'est pas seulement avec le moulinet de M. Harlacher que le procédé intégrant peut être employé, car ce procédé est encore applicable au moulinet ordinaire ainsi que l'explique M. Ritter : « Avec son appareil d'enregistrement simultané des vitesses et des profondeurs et grâce à son procédé d'intégration pour la détermination rapide de la moyenne des vitesses suivant chaque verticale, qui lui a permis de réduire des $^9/_{10}$ la durée des opérations, M. Harlacher a fourni une solution complète, simple et élégante du jaugeage des fleuves sur lesquels on dispose de barques, d'appontements et d'un personnel exercé aux manœuvres sur l'eau.

Le procédé intégrant ne pourrait pas être employé avec la sonnerie à longs intervalles de notre instrument, mais il serait d'une application facile avec l'ancien moulinet à déclanchement ; il ne s'agit pour cela, que de faire glisser le moulinet le long d'une tige, d'un mouvement sinon uniforme, du moins à intermittences régulières.

On réalisera suffisamment cette condition si le câble qui soutient le moulinet est enroulé sur un treuil d'un mètre de circonférence, par exemple, portant une roue à rochet de vingt dents. En tournant à la main le treuil de façon que le cliquet laisse échapper une dent à chaque seconde, le moulinet descendra régulièrement de $0^m,05$ à chaque seconde.

Pour opérer par intégration, on plonge le moulinet à la surface du courant, et on l'y maintient quelques moments pour qu'il acquiere une vitesse uniforme. Puis, et au même instant on embraye le compteur du moulinet et on commence à le faire descendre dans l'eau de $0^m,05$ à chaque seconde, jusqu'à ce que l'on sente à la main que l'instrument a touché le fond. A ce même moment, on note le temps et l'on désembraye le compteur. On refait l'opération en sens inverse en remontant jusqu'à la surface du courant. Le nombre total des tours effectués dans les deux périodes réunies de la descente et de la montée de l'instrument étant connu ainsi que la durée totale de ces deux périodes, on en conclut immédiatement, comme M. Harlacher, le nombre moyen des tours de l'instrument correspondant à la verticale explorée.

Le procédé intégrant n'est pas, théoriquement, d'une exactitude rigoureuse.

Ainsi, ce n'est qu'en raison de la lenteur relative du déplacement de l'instrument sur la verticale que l'on peut négliger l'influence de ce déplacement sur la marche des ailettes.

On peut objecter aussi que, en passant à chaque point de la verticale, le moulinet ne prend pas *instantanément* la vitesse de rotation correspondant à la vitesse du courant en ce point; car, le moulinet constitue un *volant*, et dès lors, il donne des nombres trop forts ou trop faibles, selon le sens et l'importance des variations du courant suivant la verticale.

Le procédé suppose donc une compensation entre les écarts de signes contraires à la descente et à la montée de l'instrument, et il ne tient aucun compte de la puissance vive possédée encore par le moulinet au moment du déclanchement de l'enregistreur.

Mais il résulterait des nombreuses comparaisons faites par M. Harlacher, entre

les vitesses obtenues par le procédé *intégrant* et par le procédé *successif*, qu'il n'y a pas de différence qui ne puisse être négligée dans les calculs toujours simplement approximatifs des jaugeages. »

e. — DOUBLES FLOTTEURS, MOULINET, TUBE JAUGEUR, HYDRO-DYNAMOMÈTRE

169. Les doubles flotteurs, le moulinet, le tube jaugeur et l'hydro-dynamomètre sont des instruments de jaugeage qui permettent de mesurer la vitesse en un point à peu près quelconque de la section transversale d'un courant.

Cette possibilité de mesurer la vitesse d'un filet liquide de position quelconque a donné lieu à plusieurs méthodes de calcul.

170. 1° *Méthodes des verticales.* — Ces méthodes consistent à considérer dans la section transversale du courant un certain nombre de verticales également espacées, à déterminer la vitesse moyenne sur chaque verticale au moyen d'un nombre plus ou moins grand d'observations, et à multiplier ces vitesses moyennes par les surfaces partielles correspondantes pour avoir les débits partiels dont la somme est égale au débit total.

Ce sont, en réalité, des méthodes analogues à la précédente, seulement, au lieu de déduire la vitesse moyenne, d'une vitesse observée à la surface, on la déduit de la mesure d'un certain nombre de vitesses en des points situés sur la verticale considérée.

Le nombre des verticales à observer dans un profil en travers dépend surtout de la configuration du fond; si le fond est régulier, un petit nombre suffit.

Le moyen le plus simple et le plus expéditif d'appliquer la méthode consiste à mesurer, sur chaque verticale, trois vitesses seulement : à la surface, au milieu et au fond, et à prendre la moyenne. On arrive ainsi à une approximation qui est généralement suffisante dans les cas ordinaires de la pratique.

La moyenne des trois vitesses, considérée comme vitesse moyenne de la verticale, est appliquée à la surface du trapèze correspondant.

M. Prud'homme, dans son cours de construction, reproduit le tableau suivant relatif au profil transversal de rivière représenté par la figure 124, et le donne comme pouvant servir de spécimen de jaugeage.

NUMÉROS des stations	NUMÉROS des expériences	POSITION du moulinet à chaque expérience	NOMBRE DE TOURS par expérience	NOMBRE DE TOURS par station N	DURÉE des expériences		NOMBRE de tours par seconde $n = \frac{N}{t}$	VITESSE $v = an$ $a = 0{,}113$	PROFONDEUR h	LONGUEUR l	SURFACE $\omega = lh$	DÉBIT $Q = \omega v$
								m.	m.	m.	m.	m.
	1	Surface.....	750		100							
1	2	Milieu.....	713	1 987	100	300	6.62	0.74	0.35	10	2.63	2.00
	3	Fond.....	524		100							
	1	Surface.....	1 854		100							
2	2	Milieu.....	1 517	4 442	100	300	14.81	1.67	0.60	10	6.00	10.02
	3	Fond.....	1 071		100							
	1	Surface.....	1 809		100							
3	2	Milieu.....	1 626	4 541	100	300	15.14	1.71	1.25	10	12.50	21.38
	3	Fond.....	1 116		100							
	1	Surface.....	2 257		100							
4	2	Milieu.....	2 049	5 910	100	300	19.70	2.23	1.60	10	16.00	35.52
	3	Fond.....	1 613		100							
	1	Surface.....	2 526		100							
5	2	Milieu.....	2 115	6 465	100	300	21.55	2.44	1.80	10	18.00	43.20
	3	Fond.....	1 824		100							
	1	Surface.....	2 550		100							
6	2	Milieu.....	2 092	6 417	100	300	21.39	2.42	1.75	10	17.50	41.65
	3	Fond.....	1 775		100							
	1	Surface.....	2 473		100							
7	2	Milieu.....	2 004	6 167	100	300	20.56	2.32	1.60	10	16.00	36.64
	3	Fond.....	1 690		100							
	1	Surface.....	2 212		100							
8	2	Milieu.....	1 964	5 800	100	300	19.83	2.18	1.60	10	16.00	34.40
	3	Fond.....	1 624		100							
	1	Surface.....	1 663		100							
9	2	Milieu.....	1 483	4 343	100	300	14.48	1.64	1.35	10	10.13	16.31
	3	Fond.....	1 197		100							
										TOTAUX.....	114.76	241.12

171. *Méthode des courbes des vitesses.* — C'est encore une méthode des verticales, mais la vitesse moyenne de chaque verticale ne se calcule plus comme précédemment, en prenant la moyenne arithmétique de trois vitesses mesurées.

On construit, pour chaque verticale, ce qu'on appelle la *courbe des vitesses* en portant les profondeurs h en abscisses sur une droite et les vitesses mesurées correspondantes en ordonnées. Supposons que sur une verticale A B (*fig.* 125), on mesure la vitesse du courant à des profondeurs de $0^m,30$; $0^m,60$; $0^m,90$ .... jusqu'à $2^m,70$, de 30 centimètres en 30 centimètres. Les vitesses observées en ces différents points sont, par exemple, de $1^m,24$ à la surface; $1^m,25$ à $0^m,30$; $1^m,26$ à $0^m,60$; $1^m,26$ à $0,^m90$; $1^m,25$ à $1^m,20$; $1^m,23$ à $1^m,50$ $1^m,21$ à 1^m80; $1^m,18$ à $2^m,10$; $1^m,14$ à $2^m,40$; et enfin $1^m,10$ à $2^m,70$. Ces diverses vitesses, portées en ordonnées sur des perpendiculaires à AB, déterminent une courbe $a\ b\ c$ ... m représentative des variations de la vitesse, depuis le sommet A jusqu'au pied B de la verticale considérée. — C'est la *courbe des vitesses* relative à la verticale AB.

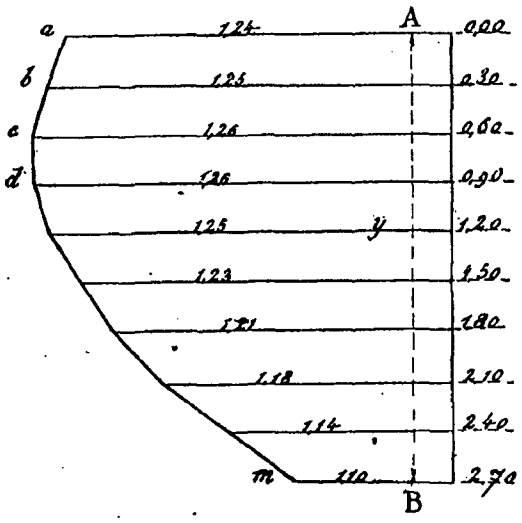


Fig. 125.

On a cherché des courbes théoriques se rapprochant le plus possible des courbes résultant, comme la précédente, de mesures directes. Plusieurs formes ont été proposées, mais c'est la parabole qui est généralement admise.

La surface comprise entre la droite AB et la courbe des vitesses $a\ b\ c\ d$.... m, représente le *débit sur la verticale* considérée. C'est un débit pour ainsi dire *superficiel*, mesurable en mètres carrés, puisqu'il s'effectue suivant une ligne AB. Ce débit est égal à la longueur de la droite AB, multipliée par la vitesse moyenne u des filets le long de cette verticale.

Désignons par y la longueur AB et par q le débit correspondant. On a $q = u\,y$ d'où $u = \frac{q}{y}$. On obtiendra donc la vitesse moyenne u en divisant le débit q, représenté par la surface a AB m, par la hauteur y de la verticale.

Pour avoir la vitesse moyenne le long de la verticale AB, on évaluera donc, par les précédés connus, la surface A $a\ b\ c$... B, et on divisera cette surface par la longueur y de la verticale. Le produit de cette vitesse moyenne u par l'élément de surface correspondant ω, donnera le débit partiel relatif à la verticale considérée. La somme des débits partiels ainsi calculés pour toutes les verticales, sera le débit total cherché.

172. *Méthode de la parabole.* — Désignons par q le débit sur la verticale, par h la profondeur de cette verticale, par V la vitesse maximum placée à une profondeur Y, par v_0, la vitesse à la surface, par v_1 la vitesse à la profondeur h, et par v la vitesse à une profondeur quelconque y. Si nous admettons que la courbe des vitesses est une parabole, son équation sera :

$$(y - \mathrm{Y})^2 = p\,(\mathrm{V} - v).$$

D'autre part, la formule connue de l'aire de la parabole donnera :

$$q = \mathrm{V}h - \frac{1}{3}\left(\mathrm{V} - v_0\right)\mathrm{Y} - \frac{1}{3}\left(\mathrm{V} - v_1\right)\left(h - \mathrm{Y}\right)$$

En remplaçant, dans l'équation de la parabole, $\frac{1}{p}$ par m, il vient, pour cette équation :

$$\mathrm{V} - v = m\,(y - \mathrm{Y})^2$$

d'où on tire, en faisant successivement $y = o$ et $y = h$:

$$V - v_0 = mY^2$$

$$V - v_1 = m(h - Y)^2$$

En portant ces valeurs de $V - v_0$ et $V - v_1$ dans l'expression de q et en divisant par h, on obtient :

$$u = v_0 + mhY - \frac{1}{3}mh^2,$$

u étant la vitesse moyenne de la verticale résultant du quotient $\frac{q}{h}$.

Cette expression permet de calculer la vitesse moyenne u au moyen des valeurs de trois vitesses seulement, mesurées en trois points de la hauteur h de la verticale. Si en effet, d'une part, on égale u à une somme de ces trois vitesses, multipliée chacune par un coefficient indéterminé et, si, d'autre part, au moyen de l'équation de la parabole, on exprime chacune de ces vitesses en fonctions de v_0 m, h, Y et de la fraction de h qui définit sa profondeur, puis, si l'on multiplie ces trois valeurs diverses par les coefficients indéterminés, on trouve, en ajoutant les produits, une expression de u de même forme que la précédente, de sorte qu'en égalant les coefficients des termes correspondants, on a trois équations entre six quantités qui sont les trois coefficients indéterminés par lesquels il faut multiplier les vitesses observées, et les trois fractions définissant les profondeurs auxquelles elles sont mesurées. On peut donc se donner arbitrairement ces profondeurs, et en déduire les coefficients correspondants. On peut même faire l'un de ces coefficients égal à zéro, ce qui permet d'exprimer u en fonction de deux vitesses seulement. — Voici quelques-unes des valeurs que l'on obtient ainsi :

$$u = \frac{1}{6}\left(v_0 + 4v_{\frac{1}{2}} + v_1\right)$$

$$u = \frac{1}{3}\left(2v_{\frac{1}{4}} - v_{\frac{1}{2}} + 2v_{\frac{3}{4}}\right) \text{... etc.}$$

$$u = \frac{1}{4}\left(v_0 + 3v_{\frac{2}{3}}\right)$$

$$u = \frac{1}{7}\left(3v_{\frac{1}{6}} + 4v_{\frac{3}{4}}\right) \text{... etc.}$$

L'avant dernière formule est la meilleure. On voit qu'elle donne la vitesse moyenne u d'une verticale au moyen de la mesure de la vitesse à la surface v_0 et de la vitesse $v_{\frac{2}{3}}$ aux deux tiers de la profondeur.

Les résultats des expériences faites par le capitaine A. Cunningham sur les canaux de l'Inde, comparés à ceux obtenus par l'emploi des formules ci-dessus, montrent une concordance très satisfaisante.

173. 4° *Méthode de la mesure d'une seule vitesse.* — Les formules précédentes permettent de calculer la vitesse moyenne u d'une verticale, au moyen de la mesure de trois ou de deux vitesses situées à des profondeurs déterminées. — On peut aller plus loin et chercher à obtenir la vitesse moyenne sur une verticale au moyen de la mesure de la vitesse en un seul point de cette verticale. En examinant et discutant l'équation de la parabole des vitesses, dans les divers cas, on trouve qu'en général, comme nous l'avons déjà dit (n° 106) la vitesse moyenne est la même que celle d'un point dont la profondeur varie de 0,577 h à 0,667 h, c'est-à-dire est en moyenne de $^3/_8$ h. Près des bords, cependant, le point dont la vitesse est égale à la moyenne s'abaisse jusqu'à 0,728 h en moyenne, mais il y a un autre point situé à une profondeur moyenne 0,10 h dont la vitesse est la même. On peut donc, en mesurant la vitesse en un seul point, c'est-à dire, en général au $^5/_8$ (ou près des bords à $^1/_{10}$) de la profondeur, obtenir une valeur approximative de la vitesse moyenne sur une verticale.

La vitesse au milieu de la profondeur $v_{\frac{1}{2}}$ diffère, d'après l'équation de la parabole, de la vitesse moyenne u d'une quantité $^1/_{12}$ m h^2 toujours positive, mais généralement petite quoique non négligeable.

174. 5° *Méthode des surfaces égales.* — Cette méthode de calcul consiste à partager d'abord la section transversale du cours d'eau, comme précédemment, en trapèzes mixtilignes dont les verticales d'observation sont les milieux. On divise ensuite chaque trapèze en rectangles par des lignes horizontales également espa-

cées. On mesure enfin la vitesse au centre de tous ces rectangles égaux. Toutes les surfaces partielles étant égales, il n'est plus nécessaire de calculer séparément les débits partiels, en multipliant chaque vitesse mesurée par l'élément de surface correspondant, pour avoir ensuite le débit total par l'addition des débits partiels.

Il suffit de prendre la *moyenne arithmétique* de toutes les vitesses pour avoir la vitesse moyenne de la section totale du cours d'eau. — Le débit total est alors le produit de cette vitesse moyenne par la surface totale de la section du courant.

175. 6° *Méthode des courbes des débits élémentaires.* — C'est la méthode qui est indiquée par M. Harlacher, lorsqu'on fait usage de son intégrateur mécanique. Elle s'applique également à tous les cas qui reposent sur la détermination de la vitesse moyenne des verticales, et notamment quand cette détermination se fait :

1° Soit en mesurant directement la vitesse en divers points de la verticale, en construisant ensuite la courbe des vitesses sur cette verticale, puis en mesurant la superficie de cette courbe;

2° Soit en mesurant la vitesse en un point de la verticale placé à environ 0,58 de la profondeur totale, puisque c'est en ce point que la vitesse moyenne est sensiblement réalisée;

3° Soit encore, en se bornant à mesurer la vitesse à la surface au sommet de la verticale et à multiplier ensuite cette vitesse par un coefficient expérimental donnant la vitesse moyenne suivant la verticale. — Mais c'est la mesure au moyen de l'intégrateur mécanique qui est la plus exacte et la plus expéditive.

Considérons, dans la section transversale du courant, un point ayant x et y, comme coordonnées rectangulaires. Soit v la vitesse du filet liquide passant en ce point. Un élément de surface infiniment petit placé au point considéré aura comme dimensions dx et dy, et comme surface, le produit $dx.\,dy$. — Le volume d'eau qui passera en une seconde par l'élément $dx.\,dy$ sera $v.\,dx.\,dy$. — Pour la section entière, le débit Q par seconde aura donc pour expression :

$$Q = \int v\, dx\, dy.$$

Supposons maintenant que le plan de la section transversale du courant soit divisé en un nombre infini d'éléments de surface infiniment petits tels que $dx\ dy$, et que, par chacun de ces éléments, on élève au plan une perpendiculaire de longueur égale à la vitesse v correspondante. Chaque petit prisme élémentaire ayant pour base l'élément de surface et pour hauteur la vitesse du filet correspondant représentera le volume débité en une seconde pour l'élément considéré. L'ensemble des prismes élémentaires formera un volume égal au volume d'eau qui traverse la totalité du profil, égal par conséquent au débit total du courant.

Or, ce débit total Q est aussi égal au produit de la surface du profil transversal par la vitesse moyenne U. Si donc on prend un deuxième profil en travers placé

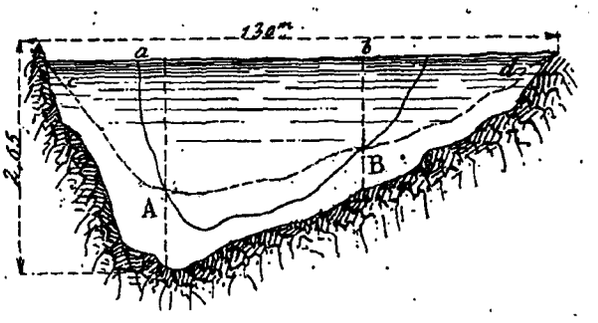


Fig. 126.

à une distance U du premier, le volume compris entre les deux profils est égal au débit total et, par suite, il est aussi égal au volume compris entre le plan du premier profil et la surface idéale engendrée par l'extrémité des horizontales, égales aux vitesses en chaque point, et élevées sur tous les points de ce profil.

Le deuxième profil transversal rencontre la surface idéale en question, suivant une courbe nommée *isotache moyenne du profil*. Cette courbe appartenant toute entière an plan d'abscisse U, il en résulte que si on la projette sur le premier profil transversal considéré, on

aura sur ce profil une courbe des vitesses moyennes U du profil, ou isotache moyenne.

Si, d'autre part, on indique sur chaque verticale du profil le point où est réalisée la vitesse moyenne sur cette verticale, le lieu de ces points représentera une courbe des vitesses moyennes suivant les verticales, qui coupe l'isotache moyenne en deux points. En chacun de ces points la vitesse réelle sera donc égale à la vitesse moyenne suivant la verticale et à la vitesse moyenne suivant tout le profil.

La figure 126 représente un profil en travers pris dans l'Elbe, et sur lequel on a indiqué la courbe *a*AB*b*, isotache moyenne pour une vitesse moyenne égale à $1^m,17$, et la courbe *c*AB*d* des vitesses moyennes suivant les verticales. Les points A et B communs aux deux courbes, sont ceux dont la vitesse réelle est égale à la vitesse moyenne, suivant la verticale et à la vitesse moyenne suivant tout le profil.

Pour obtenir le débit, on opère de la manière suivante. Soit (*fig.* 127), le profil transversal du courant, sur lequel se trouvent réparties un certain nombre de verticales. Pour chacune de ces verticales, on détermine la vitesse moyenne u de l'eau. Désignons par y la longueur de l'une quelconque cd de ces verticales. Le débit élémentaire correspondant pour une largeur élémentaire dx, aura pour expression :

$$q = uydx$$

On construit une courbe $a'c'b'$, ayant pour ordonnées les vitesses moyennes u suivant les diverses verticales; puis, au moyen de cette courbe, on en construit une autre $a''c''b''$, dont les ordonnées telles que $d''c''$, sont les produits yu, ou ces produits divisés par un nombre constant a, si cela est plus commode pour le dessin de la figure. Si on désigne par y' l'ordonnée $d''c''$ de cette courbe, le débit élémentaire pourra se mettre sous la forme :

$$q = yudx = a\frac{yu}{a}dx = ay'dx,$$

et le débit total sera :

$$Q = a\int y'dx.$$

Or l'intégrale $\int y'dx$ représente la surface de la courbe $a''c''b''$ qu'il suffira de mesurer avec le planimètre polaire ou autrement, puis de multiplier par a, pour avoir le débit cherché suivant le profil *acb*.

176. Il arrive que lorsqu'on jauge un cours d'eau pendant une crue, il est difficile d'opérer assez rapidement pour que le niveau de l'eau puisse être considéré comme étant resté à la même hauteur pendant toute la durée des opérations. On a soin dans ce cas, d'observer les altitudes successives du niveau de l'eau : h_1, h_2, h_3,... h_n.

A la hauteur h_1 du niveau, correspond une section transversale S_1 du courant; à la hauteur h_2 correspond la section S_2, et ainsi de suite.

Si v_1, v_2, v_3,... représentent les vitesses

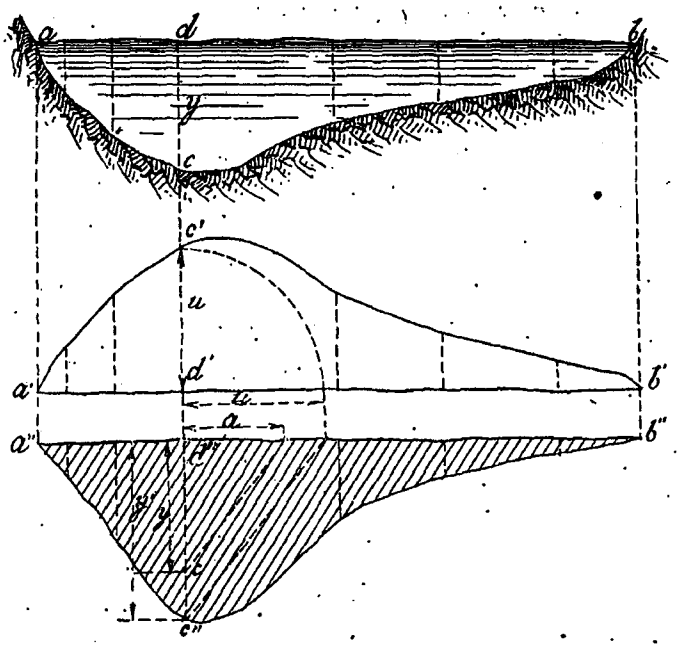


Fig. 127.

moyennes mesurées pendant que les hauteurs étaient h_1, h_2, h_3,... et les surfaces S_1, S_2, S_3,... on peut écrire que le débit total Q est égal à :

$$Q = S_1 V_1 + S_2 V_2 + S_3 V_3 \ldots + Sn\,Vn.$$

Pour avoir la hauteur moyenne H, à laquelle correspond la section transversale moyenne S, qui doit entrer dans le calcul du débit total, on pourrait prendre la moyenne arithmétique de h_1, h_2, h_3... :

$$H = \frac{h_1 + h_2 + h_3 \ldots\ldots + h_n}{n}$$

mais on commettrait ainsi une erreur assez notable, et il vaut mieux admettre l'expression suivante :

$$H = \frac{s_1 v_1 h_1 + s_2 v_2 h_2 + \ldots + s_n v_n h_n}{s_1 v_1 + s_2 v_2 + \ldots + s_n v_n}$$

177. 7° *Méthode de M. Ritter. Lignes isotakes.* — M. Ritter fait d'abord remarquer (voir sa note dans les *Annales des Ponts et Chaussées* (année 1885), que la vitesse en un point présente des oscillations ou pulsations, parfaitement mises en évidence par les diagrammes de l'enregistreur de M. Harlacher. Ces oscillations doivent être attribuées à l'irrégularité des lits des cours d'eau naturels, chaque saillie des rives ou du fond, déterminant des remous et des tourbillons qui modifient la direction et l'intensité de la vitesse en un même point. En raison de cette variation continuelle de la vitesse, le débit doit aussi présenter des fluctuations incessantes.

Le débit instantané d'un cours d'eau n'est donc pas constant. Il faut chercher un *débit moyen*, et pour cela il faut se rendre compte de la manière dont les indications des instruments de jaugeage sont influencées par les oscillations de la vitesse.

Or, le moulinet à manchon de M. Ritter, exposé à un courant oblique, donne des valeurs de la vitesse trop fortes pour le jaugeage, si on lui a appliqué la tare normale. (La tare normale étant celle qui correspond à une vitesse parfaitement parallèle au manchon de l'appareil). M. Ritter a lui-même vérifié le fait, directement par expérience.

Si le courant était incliné de 45° sur la direction de l'axe du moulinet, on commettrait, en appliquant la tare normale, une erreur en plus de 2 dixièmes sur la vitesse à employer pour le calcul du débit.

Avec le moulinet ordinaire, on est dans une incertitude complète sur le sens des erreurs auxquelles on s'expose en appliquant la tare normale, et c'est cet inconvénient qui a été pour M. Ritter la raison de l'adoption du manchon,

Avec les tubes jaugeurs à ajutages latéraux ordinaires, on est exposé, au contraire, à avoir des vitesses trop petites.

Lorsque les tubes jaugeurs sont à ajutage statique normal, M. Ritter a constaté qu'en courant oblique, sa colonne manométrique est trop faible, et que par conséquent le tube jaugeur donne alors, comme le moulinet, des vitesses trop fortes pour le jaugeage.

« Nous venons de montrer, dit M. Ritter, que dans les cours d'eau naturels où ils sont exposés à des actions obliques nos instruments donnent, par l'application de la tare normale, des chiffres supérieurs à la valeur de la composante normale de la vitesse. Il semblerait, d'après cela, que les débits calculés à l'aide de ces chiffres seront toujours trop forts; mais il est deux raisons au moins pour qu'il n'en soit pas nécessairement ainsi.

La première, c'est que les observations ne sont faites qu'en un nombre limité de points et que ces points peuvent se trouver dans des tourbillons. Or, si le hasard a fait tomber plus particulièrement dans les zones à vitesse rétrograde, les diminutions locales de vitesses que l'on y constatera ne trouveront plus leur compensation dans les augmentations locales équivalentes que l'on eût rencontrées si l'on eût promené l'instrument sans discontinuité sur toute la surface de la section, et c'est ainsi que, bien que toutes les vitesses recueillies soient trop fortes, il serait possible cependant, à cause du nombre restreint des points observés, que le débit calculé se trouvât être trop faible.

Une seconde circonstance à prévoir, quoiqu'elle soit tout accidentelle, est l'obstruction plus ou moins complète de l'instrument par un corps étranger; il ne s'agit, bien entendu, que d'une de ces obs-

tructions qui ne durent que quelques instants et dont il est difficile de distinguer les effets de ceux des autres causes d'oscillation de la vitesse.

En pareil cas, la vitesse observée est trop faible et elle constitue pour le calcul du débit une cause d'erreur en moins.

Il se dégage dès lors des explications précédentes, que, si dans le calcul des moyennes, on fait entrer indistinctement toutes les observations recueillies en chaque point, il restera des doutes sur le sens de l'erreur commise sur le chiffre du débit. Si donc, on ne veut conserver aucune incertitude à ce sujet, et avoir toujours, comme cela est le cas général avec nos instruments, des valeurs un peu trop fortes des vitesses, il faut faire subir une correction à celles des vitesses qui seraient trop petites par suite d'obstruction momentanée des instruments ou d'action retardatrice des tourbillons.

Pour atteindre ce but, nous procédons de la manière suivante:

Nous classons les observations par ordre de décroissance en trois tiers; nous faisons, pour chacun de ces tiers, le total des observations : soient A, B, C, les trois totaux.

Nous calculons la moyenne $M = \frac{A+B}{2}$ des deux premiers tiers, la moyenne $m = \frac{B+C}{2}$ des deux derniers, et c'est la demi somme

$$\frac{1}{2}(M+m) = \frac{A+2B+C}{4} = \mu$$

que nous adoptons pour *observation moyenne*, au lieu de la moyenne arithmétique calculée par la méthode ordinaire et qui serait :

$$\frac{A+B+C}{3} = \mu.$$

Le procédé est évidemment empirique. Il consiste, comme on voit, pour effacer l'influence des vitesses accidentellement trop petites et qui se trouvent certainement dans le groupe C, à donner plus d'importance aux vitesses du groupe intermédiaire B, puisque les observations de ce groupe sont comptées comme ayant été faites deux fois.

Voici du reste comment nous avons été conduits à cette formule.

La valeur $M = \frac{A+B}{2}$ serait, à coup sûr, trop grande; mais nous eussions trouvé trop grossière cette manière d'obtenir une limite supérieure.

Quant à la valeur $m = \frac{B+C}{2}$ qui, dans la plupart des cas, sera elle-même trop grande, on ne peut pas l'adopter non plus, car c'est précisément cette vade m qui pourra devenir trop petite, s'il y a tourbillon ou obstruction d'instrument. Donc on ne peut rien affirmer sur le sens de l'erreur de m.

Or, en définitive, les obstructions sont un accident, et les tourbillons, rares eux-mêmes, peuvent exercer tout aussi bien une action accélératrice qu'une action retardatrice, de sorte que, s'il n'y a pas certitude comme pour M, il reste cependant quelque probabilité pour que m aussi soit trop grand, et c'est pourquoi nous considérons que, eu égard à l'excédent assuré de M qui compense le déficit peu probable de m, la moyenne, telle que nous la prenons, $1/2\,(M+m)$ est en elle-même trop grande, et que dès lors, en l'introduisant dans les calculs, nous commettons, sur le chiffre du débit, une erreur que nous saurons être en plus, surtout si, comme nous le recommandons plus loin, on a soin de faire les interpolations dans un sens favorable à des excédents de vitesse. »

178. Ces préliminaires étant établis, voici maintenant la marche suivie par M. Ritter pour le *calcul des débits*, au moyen des observations faites avec ses instruments de jaugeage.

« *Profil et zones de la section.* Les opérations sur le terrain donnent le profil de la section du cours d'eau ainsi que des observations pour un certain nombre de points; c'est au calcul d'indiquer la surface de la section et de déduire des observations recueillies la valeur de l'*observation moyenne qui correspond à l'ensemble de la section*. De cette observation moyenne on passera ensuite, en s'aidant de la formule de tarage, à la

vitesse moyenne; et il ne restera plus alors, pour connaître le débit, qu'à faire le produit de cette vitesse moyenne par la section.

Nous avons dit comment nous calculons pour chaque point l'observation moyenne; cette observation moyenne représente, lorsque nous faisons usage de notre moulinet, la durée de cinquante tours. Elle représenterait des vitesses, si l'on avait opéré avec des tubes jaugeurs.

Quoi qu'il en soit, voici la marche uniforme que nous suivons dans nos calculs:

Après avoir tracé le profil de la section, nous y inscrivons, à l'emplacement de chaque point l'observation moyenne.

Nous avons adopté d'ailleurs pour désigner chaque point la notation

$$G\frac{l}{h} \quad \text{ou} \quad D\frac{l}{h}$$

dans laquelle

h indique la profondeur du point au-dessous de la surface de l'eau que l'on a eu soin de rapporter à un repère fixe,

l, sa distance comptée à partir de la verticale d'opération la plus rapprochée du milieu de la section, ou de la travée étudiée;

G, D, signifient que le point est situé par rapport à cette verticale du côté de la rive gauche ou de la rive droite.

Ce premier tracé conduit immédiatement à distinguer dans la section deux zones:

Une *zone principale*, qui comprend toute l'étendue explorée directement, et une *zone périmétrique* dans l'intérieur de laquelle l'instrument, en raison de ses dimensions ou de la configuration du lit, n'a pas pénétré.

La zone principale est à contour polygonal bien défini et sa surface est calculée exactement: il n'en est pas de même pour la zone périmétrique. Mais ce qu'il importe surtout de remarquer, c'est que partout dans la zone principale les vitesses sont observées directement ou bien calculées par interpolation, tandis que ce n'est que par le procédé toujours plus incertain de l'extrapolation que l'on arrive à évaluer les vitesses de la zone périmétrique.

Épure de jaugeage. Courbes des vitesses. Pour chaque verticale, nous dessinons dans l'intérieur de la zone principale, c'est-à-dire entre les deux points observés le plus près et le plus loin de la surface de l'eau, la courbe ayant pour abscisses les profondeurs h et pour ordonnées les vitesses ou plutôt, quand il s'agit du moulinet, les durées moyennes de 50 tours calculées par notre méthode pour les divers points de la verticale.

Nous dessinons également la courbe des vitesses ou durées pour chaque horizontale, en y prenant pour abscisses les distances l.

Pour ces tracés, et toujours dans le but d'arriver à un résultat trop fort, nous faisons en sorte que, à moins d'inflexions inévitables, nos courbes soient circonscrites aux lignes polygonales passant par les points d'observation.

Lignes isotakes. Ces deux séries de courbes nous fournissent facilement, par voie de projection, mais *seulement à l'intérieur de la zone principale, un certain nombre de points appartenant aux lignes isotakes*, ou lignes d'égale durée de 50 tours ou d'égale vitesse.

Nous traçons ces lignes dans la zone principale, puis nous les *prolongeons au sentiment dans la zone périmétrique, et ce sont ces prolongements, qui par les côtés de leur intersections avec les verticales et les horizontales du profil, nous servent à compléter, jusqu'aux parois du canal et jusqu'à la surface de l'eau, les courbes verticales et horizontales des vitesses* que nous n'avions tout d'abord construites que dans les limites de la zone principale.

Nous insistons sur ce mode de détermination des vitesses périmétriques par le moyen des isotakes, parce que, tout en comportant lui-même une certaine indétermination qui est inévitable, il laisse cependant subsister moins d'arbitraire que la méthode employée quelquefois, qui consiste, en prolongeant plus ou moins, suivant leurs tangentes les courbes verticales et horizontales des vitesses, à les compléter directement et au moment même de leur premier tracé et sans s'inspirer, comme nous le croyons préférable, de la forme des courbes voisines, laquelle n'est mise en pleine évidence que par les isotakes.

Du reste, une fois le tracé des isotakes bien arrêté, il est nécessaire de rectifier, en maintenant toujours les points fournis par l'observation directe, les courbes verticales et horizontales, de façon qu'elles se trouvent en harmonie de forme avec les isotakes.

Durée ou vitesse moyenne. L'aire de la courbe des vitesses, suivant chaque verticale, nous fait connaître ensuite le débit élémentaire correspondant à cette verticale et, si nous construisons une courbe ayant pour ordonnées les aires ou débits élémentaires et pour abscisses les distances, *l'aire de cette courbe nouvelle* que l'on peut appeler *courbe des débits sera proportionnelle au débit du cours d'eau.*

Débit. Connaissant l'aire S de la courbe des débits et l'aire Ω de la section du cours d'eau, on en conclura la valeur de la vitesse moyenne U de la section par l'une des formules suivantes :

$$U = \frac{S}{\Omega}$$

Si, opérant avec les tubes jaugeurs, l'on a pris pour ordonnées des courbes les vitesses elles-mêmes,

$$U = \alpha + \frac{S}{\Omega}$$

Si, avec le moulinet ordinaire, les observations représentent des nombres de tours par seconde.

$$U = \alpha + 50\beta\frac{\Omega}{S}$$

Si, comme avec notre moulinet, l'observation porte sur la durée de 50 tours.

Quant au debit. il est $\Omega \times U$: seulement nous savons que ce débit calculé diffère du débit effectif *en plus* et il reste à en évaluer, s'il est possible, le degré d'approximation. »

179. M. Ritter, après avoir étudié le degré d'approximation des jaugeages, fait remarquer que l'exactitude d'un jaugeage ne dépend pas seulement des soins que l'opérateur apporte dans ses observations, mais surtout de l'état des courants dans lesquels l'instrument doit fonctionner. Aussi le choix de l'emplacement doit-il être l'objet d'une attention toute particulière. — Il est en outre recommandé d'opérer de préférence dans la section aval des ponts, car c'est dans cette section que les courants sont à la fois les plus rapprochés du parallélisme et animés des vitesses les plus fortes.

Nous devons ajouter que si on avait à jauger une rivière débordée (*fig.* 561), il faudrait jauger séparément la partie centrale et les parties latérales, car on a pour ainsi dire trois cours d'eau bien différents.

Le jaugeage, dans ce cas, est fort difficile à cause des remous et de l'irrégularité des courants dans les parties débordées, et on doit éviter un tel profil quand cela est possible.

M. Graëff recommande de ne point choisir non plus, pour jauger les grandes crues, les parties très resserrées des rivières Les vitesses de l'eau y prennent des proportions considérables, et la résistance sur les rives étant alors beaucoup plus grande qu'au milieu du lit, la surface de l'eau prend une forme convexe très pro-

Fig. 128.

noncée, transversalement. — Dans le sens de la longueur du courant, on constate en outre de nombreuses ondulations de la surface.

Dans ce cas, le jaugeage du cours d'eau est encore très difficile, et ne peut offrir aucune exactitude.

Quand on a au contraire, à jauger la rivière pendant les eaux moyennes ou les eaux basses, les parties encaissées du courant conviennent parfaitement.

Les figures 128 et 129 représentent le profil en long et le profil en travers du courant de la haute Loire dans les gorges de Pertuiset, pendant la crue de 1866. — Dans le profil en long les denivellations ou ondulations étaient d'environ $2^m,50$, et dans le profil en travers la forme convexe de la surface mesurait une différence de niveaux de $2^m,40$.

Quant au nombre des verticales et des

points d'observation, il faut, si on recourt aux isotakes pour la détermination des vitesses perimètriques, s'attacher à multiplier le nombre des verticales et celui des points étudiés, afin de faciliter le tracé des isotakes.

Cette nécessité d'avoir un très grand nombre d'observations oblige à réduire la durée de chacune. Il n'en résulte pas un

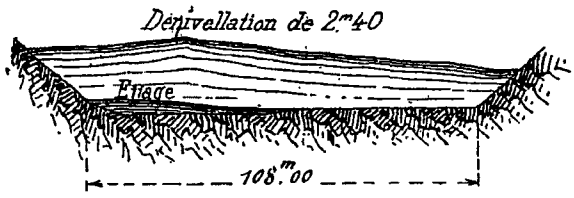


Fig. 129.

bien grave inconvénient, car, comme M. Harlacher en a donné la preuve expérimentale, il y a accord complet entre les deux moyennes d'une même verticale, l'une déduite d'un petit nombre de points observés chacun durant plusieurs minutes, et l'autre fournie par l'appareil intégrateur qui enregistre les vitesses en descendant ou remontant avec une vitesse uniforme de 5 centimètres par seconde.

La durée des observations, avec les appareils de M. Ritter doit être de une à deux minutes. Le nombre des points observés sur une même verticale doit être, autant que possible, un multiple de trois, afin de rendre facile le calcul des moyennes, M, m, et $^1/_2$ (M + m) (n° 177).

180. *Lignes isotakes.* — On vient de voir l'utilité des lignes isotakes pour déterminer, par extrapolation, la valeur des vitesses dans la zone périmétrique d'un cours d'eau. Voici, pour terminer, quelques réflexions de M. Ritter sur l'emploi de ces courbes.

« Ces lignes présentent un nouvel intérêt dès que, sans se préoccuper exclusivement du jaugeage, on désire étudier, au point de vue de l'hydraulique proprement dite, le mode de distribution des vitesses dans une section et l'influence

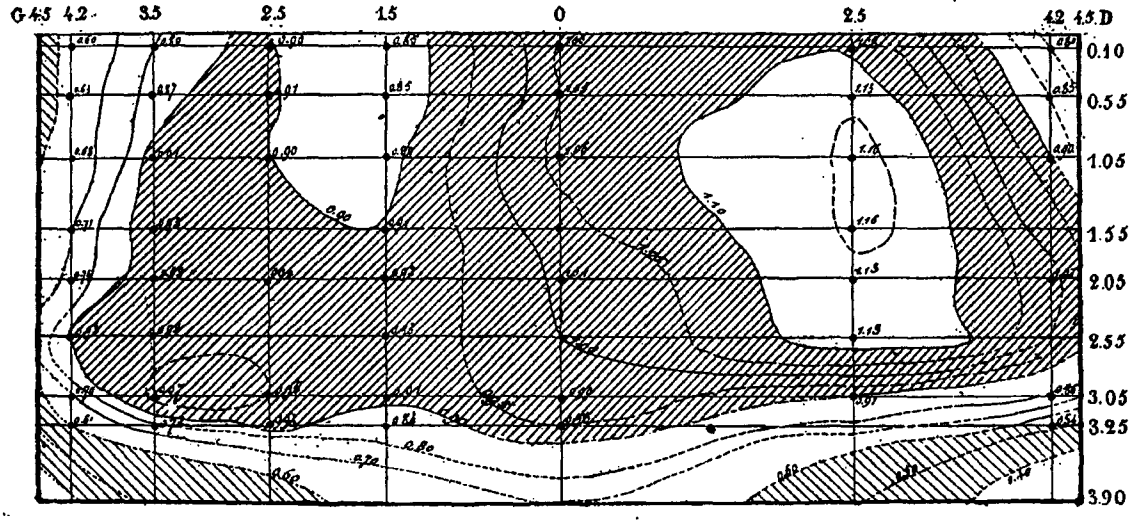


Fig. 130.

exercée sur cette distribution par la forme du lit et le voisinage des obstacles dont ce lit peut être encombré.

Ainsi, dans le profil (*fig.* 130) nous voyons le maximum de la vitesse reporté vers la rive droite à cause de la concavité que cette rive présente à 60 mètres à l'amont.

Sur le profil (*fig.* 131) malgré la présence, sur la rive gauche, de la pile qui tend, en divisant le courant venu de l'amont, à le rejeter à droite, c'est sur la

rive gauche cependant que nous trouvons le maximum ; cela provient de ce que les vitesses, entre les bajoyers du pertuis, conservent encore la trace du maximum qui, à l'amont de la pile, existe au milieu de la rivière.

Dans l'expérience (*fig.* 132) le rejet si bien accusé des grandes vitesses vers la

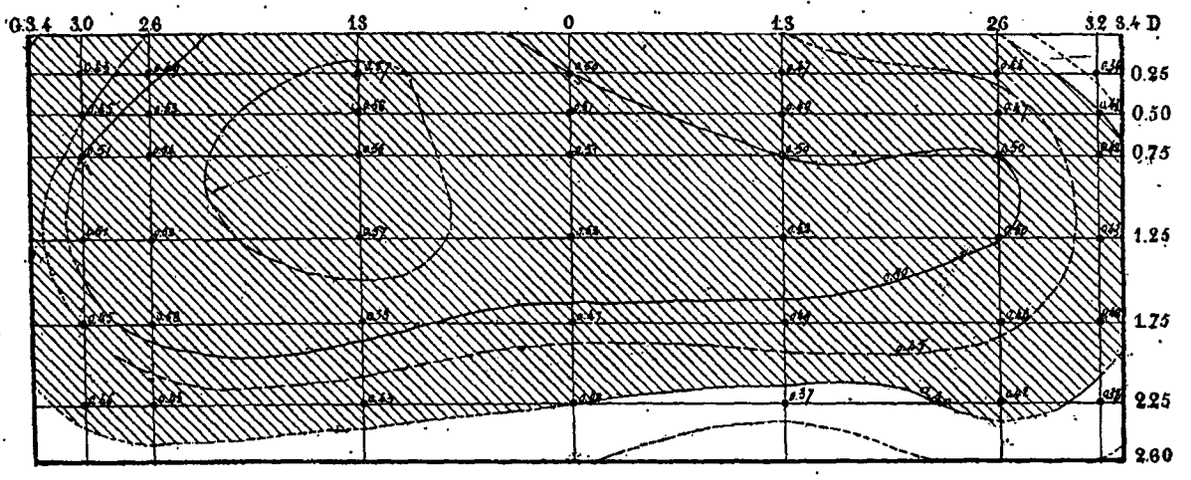


Fig. 131.

rive gauche est dû à la présence, à 0m,40 à l'amont de la section, d'un bajoyer en pierre faisant saillie de 0m,15 et qui, par les déviations et tourbillons qu'il détermine dans le courant de la rive droite, a pour effet de repousser les eaux du côté opposé du canal.

Les profils (*fig.* 133 et 134) donnent les

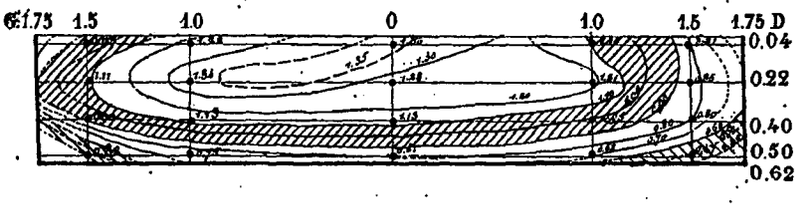


Fig. 132.

lignes isotakes relevées dans un même profil du canal, les 5 et 28 octobre 1882.

Les vitesses les plus grandes s'y reportent vers la rive droite : c'est que le

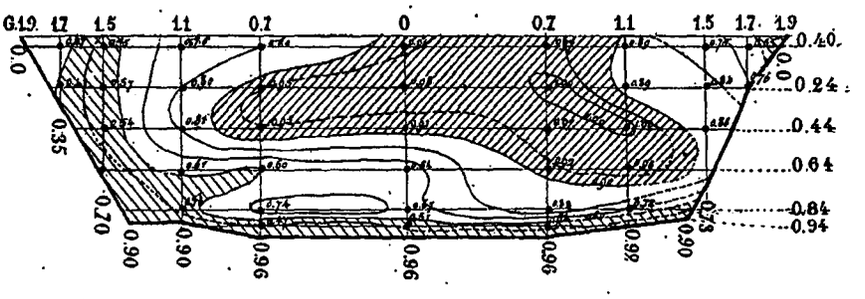


Fig. 133.

canal, rectiligne jusqu'à l'emplacement du profil, s'incurve à partir de là vers la gauche ; il en résulte, comme toujours, une tendance du courant vers la rive

concave de droite, tendance qui, au moment de notre opération, était favorisée encore par l'existence, au pied du talus de la rive convexe de gauche, d'un petit dépôt de graviers. Cette inégale répartition des vitesses à quelques mètres de notre profil réagissait de proche en proche à l'amont et y occasionnait précisément le déplacement des isotakes vers la droite.

Les isotakes du côté gauche présentent aussi une forme singulière que nous aurions été tenté d'attribuer à une erreur d'observation, si nous ne l'avions retrouvée de nouveau à quelques jours d'intervalle. Nous en avons, lors de la mise à sec du canal, trouvé la cause dans la présence, à 5 mètres à l'amont de notre profil, d'un moellon tombé au pied du talus de gauche et qui, par sa saillie sur le fond, occasionnait une déviation locale des courants se traduisant précisément par l'irrégularité, également locale, des isotakes.

Pour le genre de rapprochements que nous venons d'indiquer, il suffit de connaître la *disposition générale des isotakes*, laquelle reste la même, quel que soit l'élément qui a servi de base pour leur tracé, que ce soit la durée de cinquante tours ou le nombre de tours par seconde, ou la valeur même de la vitesse. Mais lorsque l'on voudra comparer entre eux des profils de jaugeages obtenus à l'aide d'instruments différents et chercher notamment quelle est, dans la zone périmétrique, à la surface et contre les parois du lit, la *valeur absolue des vitesses* d'où dépendent la puissance d'affouillement et d'entraînement des eaux, il est nécessaire

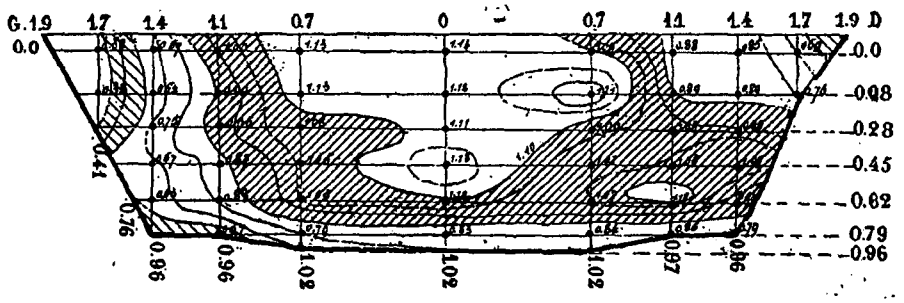


Fig. 134.

que toutes les isotakes soient classées en prenant pour base la *valeur métrique de la vitesse.*

C'est ce que nous avons fait pour les profils de jaugeage de nos expériences. Tandis que les isotakes de nos épures proprement dites représentaient les points pour lesquels la durée de cinquante tours étaient de 7″, 8″, 9″, 10″, nous avons représenté sur les figures annexées à notre travail les isotakes que l'on pourrait appeler *métriques* et qui passent par les points où la vitesse est de 0ᵐ,50; 0ᵐ,60; 0ᵐ,80, etc. par seconde.

La transformation d'un système d'isotakes en un autre se fait graphiquement en s'aidant de la formule de tarage.

Les *isotakes métriques* sont employées depuis longtemps par tous les ingénieurs, mais les services que peuvent rendre ces lignes seraient bien plus complets si leur ordre de classification était indiqué par tous les ingénieurs par des *teintes conventionnelles.*

Nous donnons ci-dessous la gamme des teintes que nous avons adoptées pour nos profils.

LIMITES DE VITESSE	TEINTES	
m. m.		
0.00 à 0.40	.....	Blanc
0.40 0.60	Bleu	
0.60 0.90	.....	Blanc
0.90 1.10	Vert	
1.10 1.40	.....	Blanc
1.40 1.60	Jaune	
1.60 1.90	.....	Blanc
1.90 2.10	Orange	
2.10 2.40	.....	Blanc
2.40 et au-delà	Rouge	

Dans nos profils, nous distinguons aussi

la zone périmétrique en n'y employant pour les isotakes que des traits discontinus.

Outre les isotakes correspondant à nos expériences, nous avons cru intéressant de reproduire, en y appliquant les teintes conventionnelles, un profil de la Garonne (*fig.* 135) relevé à 500 mètres à l'aval du pont de Marmande, le 13 avril 1846, par M. Baumgarten et que nous empruntons au mémoire de cet ingénieur sur le moulinet (*Annales des Ponts et Chaussées*, décembre 1847) ». Sur les figures 130 à 135, les teintes conventionnelles sont remplacées par des hachures.

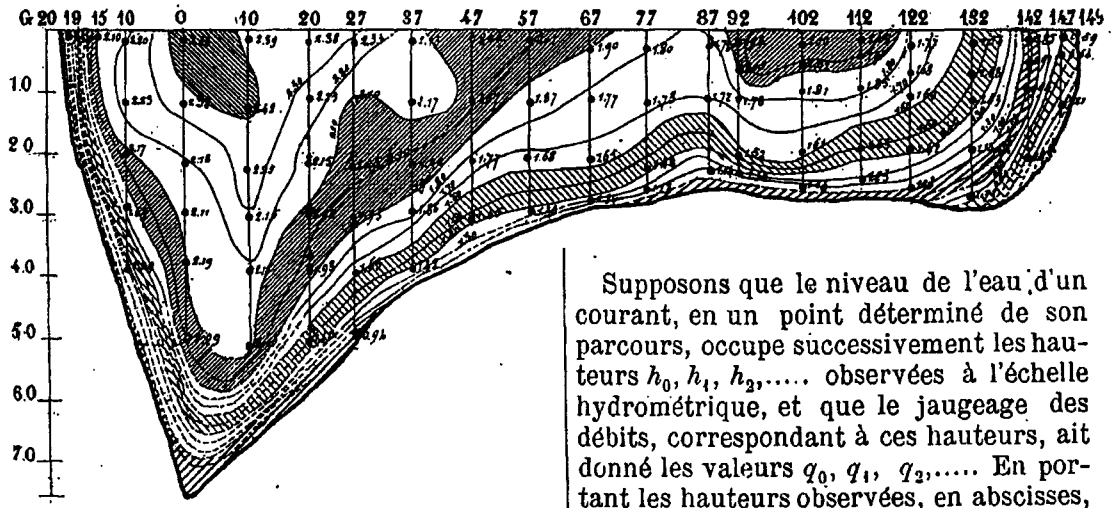


Fig. 135.

V. Courbes des débits.

181. Dans ce qui précède, nous avons eu à nous occuper de courbes de débits ; il s'agissait de débits élémentaires destinés à fournir le débit total par leur somme. Ayant évalué la vitesse moyenne sur une série de verticales, et multiplié chacune de ces vitesses par la surface correspondante de la section transversale, nous obtenions des débits élémentaires, que nous portions en ordonnées sur une droite en des points dont les distances mesuraient les écartements des verticales observées. — La surface limitée par la courbe réunissant tous les sommets des ordonnées, nous donnait la somme des débits élémentaires, c'est-à-dire le débit total du courant par seconde dans la section considérée.

On donne aussi et surtout le nom de *courbe de débit*, à la courbe qui permet d'évaluer le débit total d'un cours d'eau, soit pendant toute la durée d'une crue, soit annuellement.

Supposons que le niveau de l'eau d'un courant, en un point déterminé de son parcours, occupe successivement les hauteurs h_0, h_1, h_2,..... observées à l'échelle hydrométrique, et que le jaugeage des débits, correspondant à ces hauteurs, ait donné les valeurs q_0, q_1, q_2,..... En portant les hauteurs observées, en abscisses, et les débits correspondants, en ordonnées, on obtient une *courbe des débits en fonction des hauteurs*, telle que celle représentée par la figure 136.

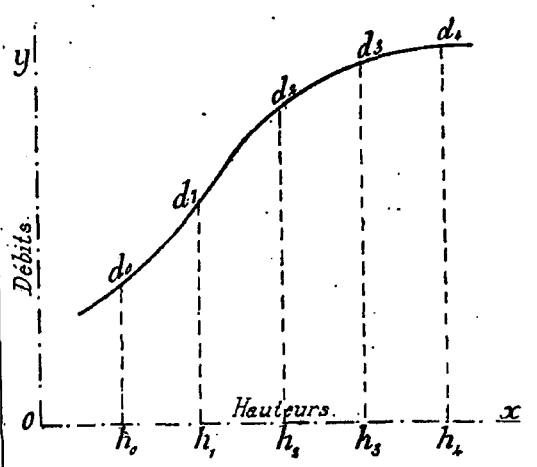


Fig. 136.

On peut aussi construire une *courbe du mouvement des eaux* pendant les crues. Pour cela, on observe et on note les hauteurs de l'eau à l'échelle hydrométrique,

en même temps que les heures auxquelles ces hauteurs se produisent. — En portant les temps en abscisses sur une droite, et les hauteurs correspondantes en ordonnées, on obtient la *courbe des hauteurs en*

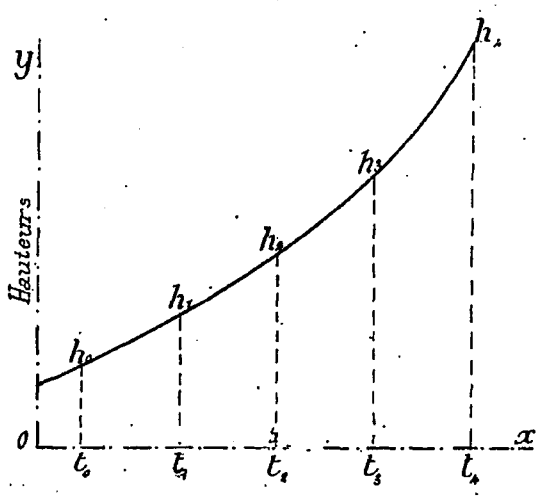


Fig. 137.

fonction des temps, ou courbe du mouvement des eaux. Telle est la courbe $h_0\ h_1\ h_2$..... (*fig.* 137).

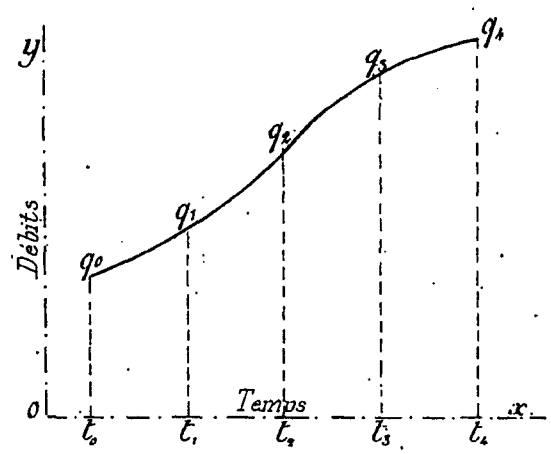


Fig. 138.

Avec les deux courbes précédentes on peut construire la *courbe des débits en fonction des temps*. Elles ont, en effet, des coordonnées communes, les hauteurs qui correspondent aux débits dans la première courbe et aux temps dans la deuxième. En portant les temps en abscisses, et les débits correspondants en ordonnées, on obtient une courbe $q_0\ q_1\ q_2$.... (*fig.* 138) qui est la courbe des débits rapportés aux temps.

L'aire de cette courbe donne le débit total pendant toute la durée pour laquelle elle a été construite.

En pratique, on calcule la surface de la courbe des débits, par la méthode des trapèzes. Ainsi, remplaçant la figure $t_0\ q_0\ q_1\ t_1$ (*fig.* 138) par un trapèze, on pourra écrire que la surface de ce trapèze est égale à la demi-somme des deux ordonnées q_0 et q_1 multipliée par l'abscisse correspondante $t_0\ t_1$. — Cette abscisse représente le nombre de secondes écoulées de t_0 à t_1, ce nombre sera exprimé par la différence $t_1 - t_0$. La surface du premier trapèze sera donc :

$$s_1 = \frac{q_0 + q_1}{2}(t_1 - t_0).$$

On aurait successivement pour les autres trapèzes composant la surface de la courbe des débits :

$$s_2 = \frac{q_1 + q_2}{2}(t_2 - t_1)$$

$$s_3 = \frac{q_2 + q_3}{2}(t_3 - t_2)$$

$$s_4 = \frac{q_3 + q_4}{2}(t_4 - t_3)$$

et ainsi de suite, jusqu'à la surface de rang n qui aurait pour expression :

$$s_n = \frac{q_{n-1} + q_n}{2}(t_n - t_{n-1}).$$

La surface totale cherchée sera donc :

$$\Omega = s_1 + s_2 + s_3 \ldots + s_n$$

$$= \frac{q_0 + q_1}{2}(t_1 - t_0) + \frac{q_1 + q_2}{2}(t_2 - t_1) + \ldots\ldots + \frac{q_{n-1} + q_n}{2}(t_n - t_{n-1}).$$

La relation précédente se simplifie dans le cas où tous les intervalles de temps $t_1 - t_0, t_2 - t_1, t_3 - t_2 \ldots t_n - t_{n-1}$ sont égaux entre eux. Si on représente par t la valeur de ces intervalles, on aura :

$$\Omega = t\left(\frac{q_0 + q_1}{2} + \frac{q_1 + q_2}{2} + \frac{q_2 + q_3}{2} + \ldots\ldots \frac{q_{n-1} + q_n}{2}\right),$$

$$\Omega = t\left(\frac{q_0}{2} + q_1 + q_2 + q_3 + \ldots\ldots + q_{n-1} + \frac{q_n}{2}\right)$$

Cette valeur de la surface Ω, exprime comme nous l'avons dit, le débit total Q du cours d'eau, pendant le temps t_0 à t_n. On a donc :

$$Q = \Omega$$

Si on voulait avoir le débit q par seconde, il faudrait diviser le débit total $Q = \Omega$ par le nombre total de secondes, compris entre t_0 et t_n. Soit T, ce nombre, on aurait :

$$q = \frac{\Omega}{T}.$$

La formule ci-dessus montre que ce débit par seconde q est un débit moyen, puisque, pour avoir la valeur de Q, on a divisé la surface Ω de la courbe des débits (*fig.* 138), par la longueur totale $t_n - t_0$ de l'abscisse, et on voit qu'en agissant ainsi, on obtient une ordonnée moyenne q qui représente justement ce débit moyen auquel on a donné le nom de *module*.

Le débit total Q est égal à ce module q, ou débit moyen par seconde, multiplié par le nombre total T de secondes.

$$Q = qT.$$

Si le temps T était exprimé en heures au lieu de l'être en secondes, il faudrait le ramener à un nombre de secondes, et on écrirait dans ce cas :

$$Q = q \times 3\,600\ T.$$

182. Le module ou débit moyen par seconde de la Seine, à Paris, a été de 249 mètres cubes. D'après M. Defontaine, le module du Rhin est de 941 mètres cubes à Bâle et de 1084 mètres cubes à Kehl. Le module du Pô, calculé pour la période de 1827 à 1840, est de 1720 mètres cubes. Enfin, le module de l'Adda est de 187 mètres cubes.

183. *Formule des débits.* — Quoique les courbes soient le meilleur procédé de représentation des débits d'un cours d'eau, on se sert néanmoins quelquefois de formules pour exprimer les valeurs des débits. Dans certains cas particuliers, en effet, les formules peuvent être très utiles et remplacer avantageusement les courbes.

Il est clair, du reste, qu'on peut toujours transformer les résultats d'une formule empirique par une courbe, et inversement, on peut tirer d'une courbe, une formule empirique donnant les mêmes résultats.

Comme exemple de formule des débits, voici celle de l'Adda, établie par M. Lombardini, et déduite d'un très grand nombre de jaugeages directs effectués à l'échelle de Côme, au moyen de tiges lestées ou flotteurs plongeants :

$$e = 100\,y^{\frac{3}{2}}\,(1 - 0{,}032\,y).$$

Dans cette formule, e représente le débit par seconde en mètres cubes, et y est la hauteur d'eau correspondante, mesurée au-dessus du fond moyen, lequel est à $1^m{,}50$ en contre-bas du zéro de l'échelle.

DÉSIGNATION de la RIVIÈRE	HAUTEUR au-dessus de l'étiage	VITESSE moyenne de la section	SURFACE mouillée	DÉBIT par seconde	DÉSIGNATION de la RIVIÈRE	HAUTEUR au-dessus de l'étiage	VITESSE moyenne de la section	SURFACE mouillée	DÉBIT par seconde
	m.			m.					m.
La Seine à Nogent.	0.12	»	»	11.887	Le Rhône à Lyon...	0.00	»	»	235
»	1.43	0.63	134.80	85.112	»	max.	»	»	5 000
»	2.64	1.11	194.81	217.110	La Loire à Nantes..	0.30	»	»	116
La Seine à Melun..	0.06	0.44	114.54	50.40	»	1.00	»	»	630
»	1.06	0.77	231.32	178.12	»	3.00	»	»	1 910
»	2.36	1.12	397.77	445.00	»	4.50	»	»	3 310
»	3.27	1.28	514.80	659.00	Garonne à Tonneins	0.00	»	»	37.14
La Seine à Paris...	0.66	»	»	48.00	»	3.00	»	»	931.05
»	0.00	»	»	90.00	»	6.00	»	»	2 524
»	1.00	»	»	165.00	»	9.00	»	»	6 850
»	2.00	»	»	352.00	»	10.24	»	»	10.500
»	3.00	»	»	551.00	L'Eure à Louviers..	0.00	»	»	8.00
»	4.00	»	»	885.00	»	0.40	»	»	16.00
»	5.50	»	»	1 264.00	»	2.00	»	»	90.00

DÉSIGNATION des RIVIÈRES	LONGUEUR en kilomètres	PENTE moyenne par kilomètre	DÉSIGNATION des RIVIÈRES	LONGUEUR en kilomètres	PENTE moyenne par kilomètre
RHÔNE			LOIRE		
Du lac de Genève à la mer	527	0.710	De Roanne à Orléans.....	326	0.540
De Lyon à la mer.....	332	0.480	D'Orléans à Paimbœuf....	351	0.260
Du lac de Genève à Lyon.	290	0.780	SEINE		
De Lyon à Arles.....	286	0.555	De Montereau à Paris.....	102	0.194
D'Arles à la mer.....	47	0.039	De Paris à Rouen.....	242	0.100
RHIN			De Paris à la mer.....	370	0.073
Du lac de Constance à Strasbourg.....	230	1.14	OISE		
			D'Aumont à Conflans-sur-Seine.....	102	0.102
De Strasbourg à Rotterdam.....	470	0.45	SAÔNE		
GARONNE			De Gray à Châlons.....	134	0.122
De Toulouse au confluent du Tarn.....	82	0.770	De Châlons à Lyon.....	140	0.086
			MARNE		
Du Tarn à Bordeaux....	203	0.304	De Dizy à Lagny.....	156	0.165
MEUSE			De Lagny à Joinville.....	23	0.200
De Pagney à la Belgique.	353	0.410	De Joinville à Charenton..	18	0.300

Nous terminons ce qu'il y avait à dire sur le débit des cours d'eau par les deux tableaux ci-dessus contenant quelques renseignements intéressants concernant nos principaux fleuves.

§ *VI. — CALCUL DES REMOUS*

I. — Considérations générales.

184. Lorsqu'on établit un pont sur un cours d'eau, il est bien rare qu'on puisse le faire sans diminuer sensiblement la largeur du courant à l'endroit de l'ouvrage,

Et même, dans le cas où le courant n'est nullement modifié lorsque l'eau a son niveau moyen, il arrive qu'en cas de crue, les culées et les piles produisent forcément un rétrécissement de la section d'écoulement. Par conséquent, sauf le cas où le pont est établi d'une seule arche, au-dessus d'un torrent, dans une partie du lit ayant ses rives élevées et très resserrées, de manière que la naissance de la voûte ne puisse être atteinte par les plus hautes eaux, on peut dire que l'établissement d'un pont produit presque toujours, surtout pendant les crues, un rétrécissement du courant naturel.

Il résulte de ce rétrécissement ce qu'on appelle un *remous*. C'est l'accroissement de la hauteur du plan d'eau en amont du pont, par rapport a ce que cette hauteur serait à l'état naturel, si le pont n'existait pas. On comprend, en effet, que, le débit restant le même, il faut que la vitesse dans la section rétrécie soit plus grande que dans la section primitive en amont de l'ouvrage, et cette augmentation de vitesse est produite par la chute qui provient de l'exhaussement du plan d'eau en amont. Plus cette surélévation devient considérable, plus la vitesse du courant augmente, et cette vitesse peut même devenir dangereuse pour les fondations des piles et culées si elle prend une valeur assez grande pour que le fond de la rivière soit attaqué.

D'un autre côté, s'il y a augmentation de vitesse à l'endroit du rétrécissement occasionné par le pont, cette augmentation ne persiste pas à l'aval, puisque le courant reprend ses dimensions naturelles dans le lit de la rivière. Il se produira donc encore un remous en aval du pont, provenant d'un élargissement de la section du courant.

On conçoit l'importance qu'il y a à calculer la hauteur des remous en amont et en aval de l'ouvrage qu'on se propose de construire, car il faut, qu'en aucun

cas, l'exhaussement de l'eau ne soit dommageable aux riverains.

Dans son traité des ponts, M. Croizette-Desnoyers indique que, d'une manière générale, il convient, en dehors des régions montagneuses, d'admettre seulement pour la valeur des remous :

$0^m,20$ lorsque les terrains submersibles sont peu étendus et de nature médiocre ;

$0^m,10$ dans les vallées larges et fertiles ;

$0^m,05$ lorsque les terrains submersibles sont très étendus et d'une valeur exceptionnelle.

Quand il s'agit d'une vallée large, fertile et présentant peu de pente, un remous, même faible, s'étendant à des surfaces très grandes, pourrait occasionner des dommages extrêmement importants.

Ainsi, par exemple, lorsqu'il s'est agi de construire le pont de Chalonnes sur la Loire, on a considéré qu'un remous de $0^m,10$ suffirait, non seulement pour occasionner aux propriétés rurales des dommages très étendus, mais de plus pour entraîner la submersion des puits de mines situés à une faible distance en amont du pont, et on s'est astreint à réduire le remous à $0^m,06$.

Enfin, dans les villes, un remous, quoique très faible, pourrait être nuisible en déterminant l'inondation des caves et même du rez-de-chaussée des maisons dans certains quartiers, et, dans de semblables circonstances, on ne doit pas hésiter à donner aux ponts des débouchés assez grands pour que le niveau des eaux en amont ne soit pas modifié d'une manière appréciable.

En résumé, on doit réduire le plus possible le remous, d'une part pour ne pas aggraver la situation des propriétés riveraines placées en amont de l'ouvrage, et d'autre part, pour que l'accroissement de vitesse sous le pont, provenant de l'exhaussement du plan d'eau en amont, ne puisse atteindre des valeurs pour lesquelles des affouillements dangereux se produiraient.

La question du calcul du remous est extrêmement difficile à résoudre d'une manière satisfaisante, car on ne peut analyser complètement le phénomène à cause de sa complication.

« Une question fort importante, dit M. Dupuit dans son Traité des ponts, consisterait à calculer le remous qui se produit généralement au passage d'un pont..... ; mais là encore, les ressources actuelles de l'hydro-dynamique sont complètement impuissantes. Nous avons donné dans l'ouvrage déjà cité sur le mouvement des eaux, les formules relatives à un *étranglement graduel* du lit d'une rivière. Ces formules démontrent que si cet étranglement n'a pas une grande étendue, il produit un abaissement de la surface naturelle dans l'endroit où il est au maximum mais qu'en tête de l'étranglement, il y a toujours un exhaussement de la surface naturelle ou remous, qui n'est autre que l'excès de hauteur nécessaire pour

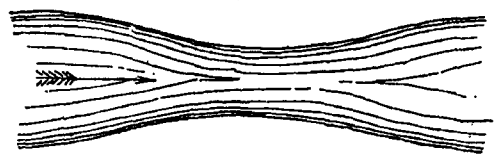


Fig. 139.

vaincre l'excès des forces retardatrices qui a lieu dans la longueur de l'étranglement. Nous ne pouvons que renvoyer à cet ouvrage pour les détails des formules et le degré de confiance que l'on y peut accorder.

« Les *étranglements brusques* ont pour effet de modifier tout à coup la vitesse de certains filets ; la section du fluide se partage en deux parties, dont l'une est stagnante ou tourbillonne sur elle-même, et dont l'autre prend seule part au mouvement de translation, ce qui produit des forces retardatrices complètement différentes.

La question de savoir quel sera le remous occasionné par un étranglement de cette nature a fait l'objet des recherches de plusieurs ingénieurs ; mais la formule qu'ils ont donnée et suivant laquelle on détermine le remous par la différence des forces vives dans l'étranglement et en amont de l'étranglement, est radicalement fausse. Nous avons fait voir, en effet, que s'il doit y avoir une chute pour que

la vitesse augmente dans l'étranglement, il faut un relèvement de la surface pour que cette vitesse reprenne sa valeur normale. Ainsi, dans l'hypothèse admise et qui consiste à négliger les forces retardatrices qui se développent dans l'étranglement, cette formule exprime, non pas la quantité dont l'eau se relève en amont de l'étranglement, mais la quantité dont elle s'abaisse dans l'étranglement, ce qui est bien différent.

« La théorie exacte de l'étranglement brusque ne diffère pas de celle de l'étranglement graduel et les mêmes formules y sont applicables. Seulement, on manque de données précises pour calculer la force retardatrice dans chaque point de l'étranglement. L'examen de ces formules prouve d'ailleurs qu'il n'y a aucune espèce de relation entre le remous réel à l'amont d'un

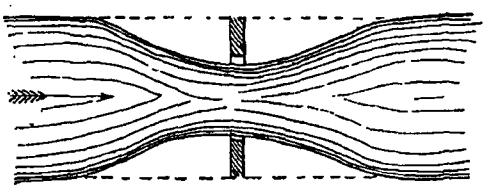


Fig. 140.

pont et la cataracte qui se forme de l'amont à l'aval. Dans l'état actuel de l'hydro-dynamique, on ne peut que se rendre compte des effets généraux d'un étranglement brusque, mais il est impossible de les mesurer par le calcul et le problème est même, pour ainsi dire, insoluble au point de vue théorique. Nous avons indiqué le programme des observations auxquelles devraient être soumis un grand nombre de ponts, pour arriver à étendre d'une manière approximative les formules de l'étranglement graduel au cas de l'étranglement brusque et nous ne pouvons qu'y renvoyer le lecteur. »

La figure 139 montre un étranglement graduel dont les courbures sont très adoucies et régulières; on vient de voir que, d'après M. Dupuit, la théorie de l'étranglement graduel est applicable à un étranglement brusque (*fig.* 140).

M. Morandière fait observer, en outre, que les piles d'un pont forment divers étranglements, et que souvent, lors des grandes crues, il en résulte dans les eaux une véritable lutte, qui produit des contre-courants et des tourbillons, dont la forme et l'étendue varient sans cesse avec les lieux, avec la hauteur des eaux et avec la forme des arches.

« Lors des crues *moyennes*, il serait encore bien difficile de déterminer à l'avance l'amplitude des remous, à cause des irrégularités que présentent les lits des rivières; mais heureusement il n'est pas très nécessaire de connaître alors la hauteur du soulèvement général que les eaux peuvent éprouver, et on possède des formules très simples, qui permettent de calculer exactement la hauteur de la *chute* des eaux, au passage des ponts, tant que le cours n'est pas troublé par des contre-courants, des mouvements tumultueux et des tournoiements extraordinaires. »

Plusieurs méthodes sont employées pour le calcul des remous, mais avant de les exposer, nous devons dire quelques mots des différentes formes que peuvent affecter les remous, suivant la nature de la cause qui les produit.

En outre, les piles et culées d'un pont ne sont pas les seuls obstacles qui occasionnent un exhaussement du niveau de l'eau d'une rivière. Ainsi, au moment des crues, les levées d'accès du pont, produisent l'effet d'un barrage si elles sont insubmersibles, et l'effet d'un déversoir si elles sont submersibles. L'encaissement du lit, au moyen de levées longitudinales ou digues, est aussi la cause d'un relèvement important du plan d'eau.

Or, comme les abords d'un pont comprennent généralement des levées d'accès (transversales au courant) et quelquefois des digues (longitudinales au courant), il est utile, pour se rendre compte de l'effet final produit, de voir quelle influence chacun de ces obstacles à l'écoulement de l'eau peut avoir sur l'exhaussement du niveau.

EXPÉRIENCES DE M. VAUTHIER

185. Pour montrer combien le profil longitudinal de la surface du courant

peut varier, selon les circonstances, nous rappelerons d'abord les expériences faites par M. Vauthier en 1847 à Roanne, dans de petits canaux artificiels. Elles mettent en évidence l'influence d'un élargissement et d'un étranglement de la largeur du courant sur le niveau de la surface.

« L'une des idées le plus généralement répandues, le plus universellement admises à titre d'axiome, dit M. Vauthier, c'est que dans un lit, de formes, de dimensions et de pentes données et invariables, il n'y a jamais, pour un débit constant aussi déterminé, *qu'un seul mode d'écoulement*, et par conséquent, pour chaque point de la longueur du lit, qu'une certaine largeur, une certaine profondeur, une certaine pente de superficie, et une certaine vitesse moyenne, suivant lesquelles l'écoulement puisse avoir lieu, tandis que nos expériences ainsi que la formule du mouvement permanent s'accordent pour établir que l'écoulement peut avoir lieu, *généralement*, suivant deux modes très différents l'un de l'autre, par les largeurs, profondeurs, pentes de superficie et vitesse moyenne du courant, en un même point de la longueur du lit, bien que la forme, les dimensions et la pente de celui-ci, ainsi que le débit constant du courant, soient identiquement les mêmes dans les deux cas.

« Comme les principaux faits constatés par nous sont de nature à modifier radi-

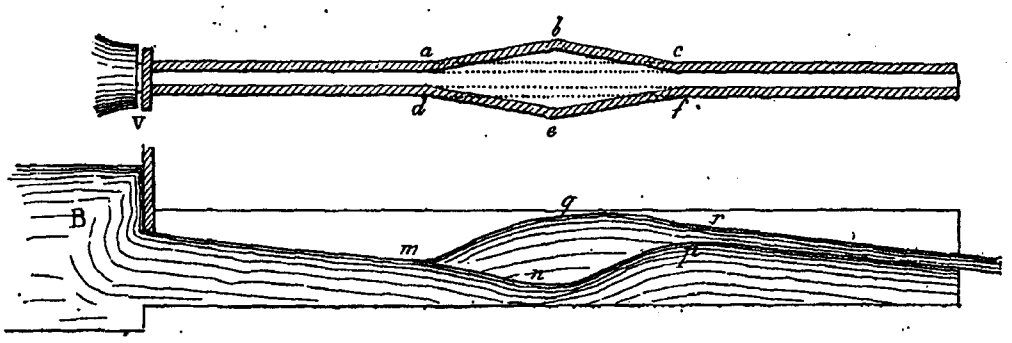


Fig. 141.

calement certaines idées d'hydraulique théorique et pratique, et qu'ils peuvent avoir pour effet de faire hésiter devant certaines conclusions trop légèrement énoncées et admises et de mettre dès à présent sur la voie de déductions pratiques d'un haut intérêt, dans les nombreuses et graves questions de ce genre qui sont actuellement à l'ordre du jour, nous avons jugé utile de présenter un aperçu sommaire des résultats d'une partie de nos expériences que nous ferons suivre de quelques observations. »

M. Vauthier a fait usage pour ses expériences d'un canal en bois de 6 mètres de longueur, de $0^m,20$ de largeur au plafond et dont les parois s'élèvent verticalement (*fig.* 141). A peu près au milieu de sa longueur, ce canal présente un évasement à parois rectilignes *a b c*, *d e f*, symétrique par rapport à l'axe longitudinal du canal et ayant, dans sa partie, la plus large *b e*, $0^m,40$ au lieu de $0^m,20$. Des planches mobiles *a c*, *d f*, représentées en traits ponctués sur la figure, permettent de diriger à volonté l'eau entre les bords parallèles lorsqu'elles sont en place, ou dans l'évasement quand elles sont enlevées. Une vanne V lâche ou retient à volonté l'eau d'un bassin B placé en amont. L'alimentation du canal se fait à l'aide de cette vanne.

Voici maintenant les observations faites par M. Vauthier. *Lorsqu'on ouvre la vanne sans précipitation*, soit que les planches *a c*, *d f* se trouvent en place, soit qu'étant enlevées l'eau puisse s'épandre dans la partie évasée, on obtient l'écoulement sous la forme manifestée par la courbe inférieure *m n p*. Mais si, pendant que l'écoulement a lieu comme il vient d'être dit (les planches *a c*, *d f*, n'étant plus en

place), on introduit momentanément dans la partie étroite du canal, vers l'aval, un corps qui fasse obstacle partiel à l'écoulement, ou *si l'on fait venir l'eau brusquement* dans le canal, on obtient toujours invariablement un effet d'écoulement diamétralement opposé au précédent, effet dont l'axe hydraulique est représenté par la courbe supérieure *m q r*. Le même effet s'observe encore, lorsqu'on fait couler l'eau dans le canal, après avoir remis en place les planches mobiles *ac*,*df* et qu'on retire ensuite ces planches pendant que le canal est plein.

Dans une autre expérience, le canal avait la forme représentée par la figure 142. Une planche *a b* posée de champ dans l'axe de l'évasement à faces parallèles, partage le canal en deux bras. — Une planche mobile *n a*, placée à l'extrémité *a* de la précédente, peut occuper des places différentes et permet de fermer complètement l'un des bras ou simplement de faire varier la largeur totale de l'ouverture à l'entrée de l'eau dans le canal. — Cette planche a, à son extrémité antérieure, un biseau dont l'arête est du côté du bras gauche du canal. On a constaté les faits suivants :

1° Lorsqu'on place la planche mobile dans la position *n a*, l'écoulement se fait dans le bras gauche suivant une surface parallèle au fond. Seulement il se forme un rebroussement partiel lorsque la vitesse est considérable, au passage du pan coupé d'aval. Dans le bras droit, l'eau prend le niveau horizontal correspondant à celui de l'extrémité aval du bras gauche.

2° Quand la planche mobile est amenée dans une position telle que son extrémité *n* occupe le milieu du canal, la courbe de la surface de l'eau prend la forme *nab* (*fig.* 142).

Les phénomènes qui se produisent lorsque la planche occupe des positions intermédiaires sont analogues aux précédents, mais un peu moins accentués.

Dans un grand cours d'eau, ces phénomènes ne se reproduisent pas avec autant de netteté que dans les expériences précédentes et, le plus souvent, ils ne peuvent même être constatés. « Les surélèvements ou abaissements, dit M. Vauthier, ne dépendant en valeur absolue que du rapport des vitesses, produisent dans l'axe hydraulique d'un grand cours d'eau des inflexions d'une bien moindre hauteur, relativement à la profondeur, que dans un petit canal comme celui dont nous nous sommes servis; d'autre part, les intumescences ou dépressions produites dans un grand cours d'eau s'étendant sur une longueur bien plus considérable que celles qu'elles embrassaient dans notre canal, il résulte de ces deux faits que, dans un grand cours d'eau, les phénomènes de ce genre s'expriment par des reliefs ou dépressions qui sont bien loin d'être perceptibles à l'œil comme dans notre canal, et dont seulement peuvent rendre compte avec exactitude des nivellements bien faits, convenablement interprétés. »

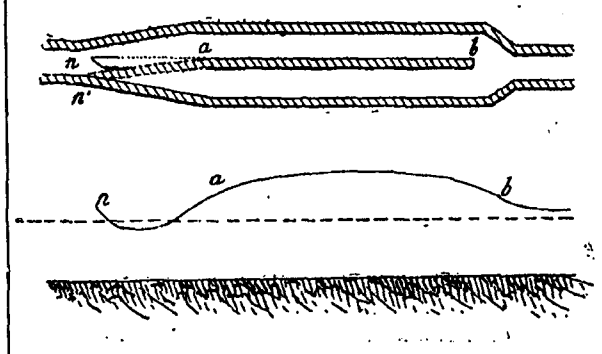


Fig. 142.

Ces expériences montrent qu'un raccordement trop brusque entre les deux bras et le lit unique d'aval produit un gonflement quelquefois consisérable en amont du raccordement. Elles permettent encore de se rendre compte à peu près de ce qui se passe lorsque le lit d'un cours d'eau est trop rétréci entre deux longues digues insubmersibles. Nous reviendrons du reste sur cet important sujet.

OBSERVATIONS DE VICAT

186. Après avoir construit le pont de Souillac sur la Dordogne, Vicat a étudié dans tous ses détails les effets produits par l'établissement de ce pont sur les courants. Les résultats de ses observations montrent parfaitement bien les phénomènes de dénivellation qui se pro-

duisent généralement, dans des circonstances analogues, sur le profil longitudinal de la surface du courant principal, et elles mettent aussi en relief les courants transversaux qui se forment à cause de l'existence de levées d'accès insubmersibles.

En février 1833, dit Vicat, des pluies abondantes combinées avec la fonte des

Fig. 143.

neiges de la haute Auvergne, firent monter la Dordogne au plus haut point où on l'ait vue depuis 1783. La vallée, dans toute sa largeur, offrait l'aspect d'un grand lac. Les avant-becs des piles du pont de Souillac étaient couverts jusqu'aux couronnements, et les eaux, en se précipitant sous les arches, y formaient d'effrayantes cataractes.

En amont du pont, le cours de la rivière (*fig.* 143), est rectiligne et arrive à angle droit sur l'axe longitudinal de cet ouvrage; en aval, il dévie à gauche en formant une courbe d'un immense rayon. La plaine qui s'étend sur la gauche offre une dépression parallèle au cours de la rivière, à environ 300 mètres de la rive; c'est la trace d'un ancien lit. Cette plaine est traversée par la levée insubmersible qui accède au pont (*fig.* 144). Quand les eaux débordent, elles arrivent des régions supérieures par la dépression susdite, et remontent la chaussée contre laquelle elles s'élèvent en formant une nappe qui, stagnante d'abord, prend de la pente à mesure que l'on s'approche de la rive, et finit par produire un courant rapide qui

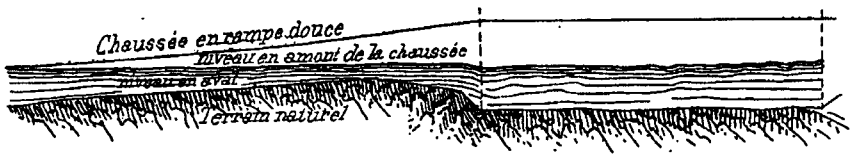


Fig. 144.

longe la chaussée et se précipite enfin sous la première arche. A l'issue de cette arche, ce même courant, augmenté d'une partie du trop-plein de la rivière, tourne subitement à gauche, et se jette avec force dans la plaine d'aval, où l'appelle puissamment la dépression dont on a parlé.

De l'amont à l'aval de la levée, il s'établit une dénivellation d'un mètre.

Sur la première pile, rive droite, où se portait le plus fort du courant, on remarque (*fig.* 146), une dénivellation de

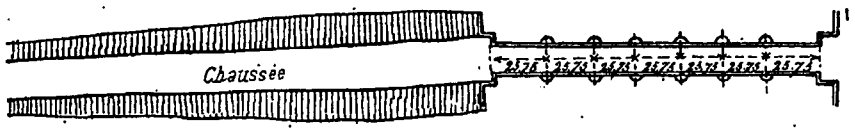


Fig. 145.

$1^m,125$ de l'avant-bec à l'arrière-bec, et il se formait le long de cette pile, une cataracte dont le maximum de dépression était de $2^m,62$, comme la figure l'indique.

Il fallait des fondations bien solides pour résister à de pareils effets. Il est évident qu'il eût fallu ménager, dans la levée rive gauche, à 150 mètres au moins

du pont, une large voûte de décharge, afin d'offrir une issue directe aux eaux dirigées suivant la dépression de terrain signalée plus haut.

Il eût été préférable, en outre, de substituer des arcs de cercle aux voûtes en

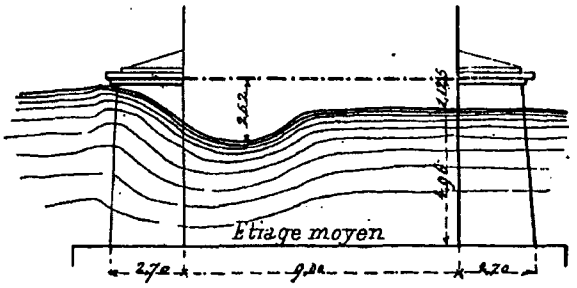


Fig. 146.

plein-cintre, dont la naissance commençait près de l'étiage; car à 6 mètres au-dessus de l'étiage, des voûtes en plein cintre ou en anse de panier, ne laissent point que d'intercepter une notable partie du débouché linéaire.

OBSERVATIONS FAITES SUR L'ARIÈGE

187. Pour donner une idée des dénivellations considérables qui peuvent se produire au passage des ponts, pendant les crues, nous reproduisons d'après le traité des ponts de M. Croizette-Desnoyers, les deux croquis ci-contre (*fig.* 147 et 148). Ces croquis ont été relevés, le premier à Foix et le deuxième à Tarascon, sur l'Ariège, au moment de la crue de 1875, par le service de M. l'Ingénieur en chef Decomble.

Les cotes entre parenthèses, rapportées au niveau de la mer, montrent qu'à Foix (*fig.* 147), la dénivellation a atteint $2^m,80$ (375,40 — 372,60 = 2,80). Le pont est

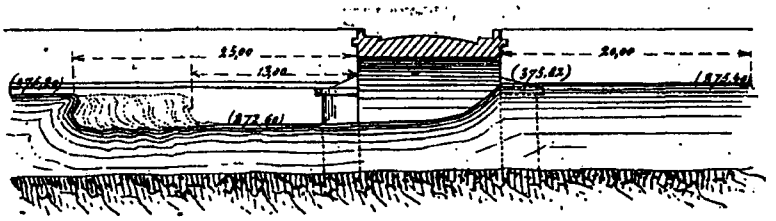


Fig. 147.

formé d'une grande arche de $24^m,75$ et d'une petite arche de 6 mètres. En aval de la grande arche, l'eau reprenait son niveau normal à 25 mètres de la tête aval du pont, et, en aval de la petite arche, à 13 mètres seulement de cette même tête.

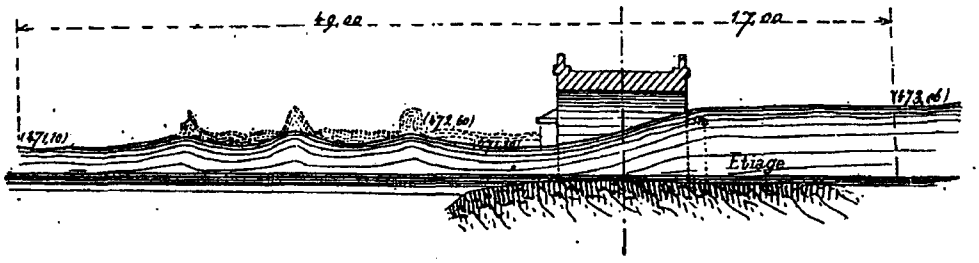


Fig. 148.

On voit que le relèvement qui se produisait après la dépression, était de $0^m,20$ seulement en contre-bas du niveau amont (375,40 — 375,20 = 0,20). Cette différence

est celle qui se fût produite en raison de la pente de la vallée, si le pont n'eût pas existé.

La figure 148 montre que la dénivellation à Tarascon-sur-Ariège, a été de $1^m,96$. ($473,06 - 471,10 = 1^m,96$). A Foix, une onde unique, s'était formée en aval du pont, onde seulement plus grande pour la grande arche que pour la petite, tandis qu'à Tarascon, une importante dénivellation se produisait d'abord à partir de la tête amont, suivie de deux ou trois autres dénivellations partielles « La différence dans les effets observés à ces deux ponts, dit M. Croizette-Desnoyer, s'explique en partie, parce qu'à Foix, la vitesse due à la dénivellation même, était plus grande qu'à Tarascon; la différence doit tenir aussi à ce qu'à Foix, la pente superficielle, en dehors de l'action du pont, était faible, pendant qu'à Tarascon, cette pente atteignant $0^m,03$ par mètre, se trouvait très considérable. »

En somme, les effets constatés à ce dernier pont se rapprochent beaucoup plus de ce qu'on observe ordinairement sur les cours d'eau à pente très rapide.

ÉTUDE DES REMOUS DANS UN CANAL PRISMATIQUE

188. Pour bien faire comprendre comment se forment les remous, nous allons rapidement rappeler les divers phénomènes qui se produisent dans le mouvement varié dont nous avons donné la formule. (N° 109). On verra que des remous de diverses natures peuvent prendre naissance dans des canaux prismatiques, simplement sous l'effet de la pente.

Dans la pratique, on applique la formule du mouvement varié, en supposant qu'il s'agit d'un canal à pente et à profils transversaux constants. En réalité, le lit d'une rivière quelconque s'éloigne sensiblement de ces conditions de régularité,

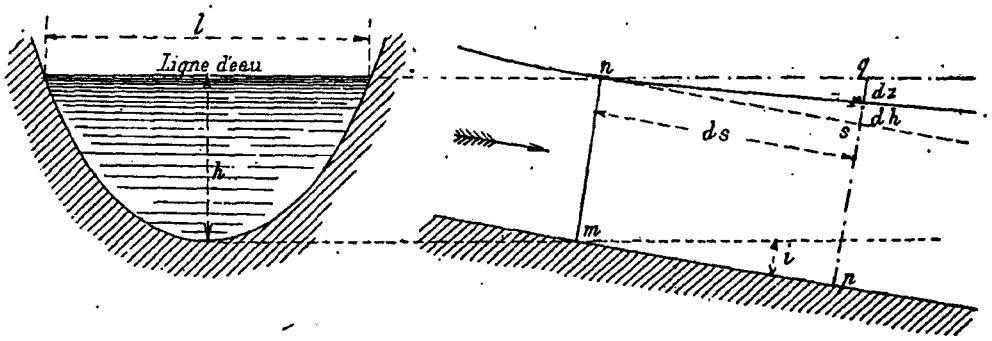


Fig. 149.

mais on ne considère ordinairement de la rivière qu'une partie assez restreinte pour pouvoir admettre que la pente et le profil en travers sont sensiblement constants.

Par suite, nous supposerons dans ce qui va suivre, que la pente par mètre i et la section Ω du lit de la rivière sont constants, ce qui revient à supposer que le lit est prismatique. — C'est du reste, sauf les quelques irrégularités de pente du fond, ce qui arrive lorsque le lit de la rivière est encaissé sur une assez grande longueur entre deux digues longitudinales parallèles.

189. *Equation différentielle du mouvement permanent varié.* — Considérons deux sections très rapprochées mn, pq (*fig.* 149), faites transversalement au courant, et la section faite suivant l'axe longitudinal du lit. — Cette dernière section rencontrera, entre les deux sections transversales, le fond suivant la droite $mp = ds$ et la surface du courant suivant une courbe nr qu'on pourra regarder comme étant une ligne droite entre les deux sections voisines considérées.

Traçons l'horizontale nq, et la droite ns parallèle à mp. On peut admettre que les éléments qr et rs sont verticaux. Le pre-

mier qr mesure alors la différence de niveau dz des deux points n et r, ($qr = dz$), et le deuxième rs n'est autre chose que la différence des hauteurs des points n et r de la surface de l'eau au-dessus des points correspondants m et p, ($rs = dh$).

Si nous représentons par U la vitesse moyenne dans la première section mn, et par U + dU la vitesse moyenne dans la section voisine pq, et si nous appliquons à ces deux sections la formule 25 du mouvement permanent varié (N° 109), nous avons l'équation différentielle de ce mouvement :

$$dz = \frac{U dU}{g} + \frac{\chi}{\Omega} b_1 U^2 ds. \qquad (29)$$

190. *Cas d'un canal prismatique.* — L'équation précédente contient trois différentielles : dz, dU, ds ; mais lorsque le canal est prismatique, ce qu'on suppose en pratique dans la plupart des cas, cette équation se modifie, et sa discussion devient plus facile, car elle ne renferme plus alors que deux différentielles.

En effet, la pente par mètre étant i, cette pente sera ids pour la longueur ds. C'est la tangente de l'angle snq (*fig.* 149) ou sq. Donc on aura d'abord :

$$ids = dz + dh, \quad \text{d'où}$$
$$dz = ids - dh.$$

D'autre part, de $Q = \Omega U$, on déduit :

$$U d\Omega = -\Omega dU$$

où

$$dU = -\frac{U}{\Omega} d\Omega$$

et comme $d\Omega = ldh$, on a :

$$dU = -\frac{U}{\Omega} ldh.$$

Ces valeurs, portées dans l'équation différentielle (29) ci-dessus, donnent :

$$ds = \frac{1 - \frac{U^2 l}{g\Omega}}{i - \frac{\chi}{\Omega} b_1 U^2} dh \qquad (30)$$

En intégrant, entre deux sections dont les distances de l'origine sont s_0 et s_1, il vient :

$$s_1 - s_0 = \int_{h_0}^{h_1} \frac{1 - \frac{U^2 l}{g\Omega}}{i - \frac{\chi}{\Omega} b_1 U^2} dh \qquad (31)$$

191. *Forme du profil longitudinal de la surface de l'eau.* — On a vu que lorsqu'on a à résoudre le problème consistant à déterminer la forme du profil en long de la surface d'un courant, connaissant le débit, les profils transversaux et le profil en long du lit, on ne peut le faire que par approximations successives, en faisant usage de la formule (28). Mais quand le lit quelconque devient un lit prismatique, la formule générale du mouvement varié se transforme, et on peut alors résoudre le problème sans tâtonnements, au moyen de la formule ci-dessus (31).

Pour cela, on remarque d'abord qu'à une valeur déterminée de h correspondent des valeurs bien définies de la largeur l (*fig.* 149), du périmètre mouillé χ, de la section Ω et de la vitesse moyenne U, puisque cette vitesse est le quotient du débit connu Q par la section Ω. — Il résulte de là qu'à chaque valeur de h correspondra une valeur déterminée du coefficient de dh dans la formule (31).

On se donnera donc des valeurs équidifférentes h_0, h_1, h_2, h_3... de la hauteur h, et on calculera les valeurs correspondantes y_0, y_1, y_2, y_3... du coefficient de dh. Soit maintenant s' la distance, à partir de l'origine, de la section pour laquelle on veut avoir la ligne d'eau. — Si nous désignons par s_1, s_2, s_3,... les distances à l'origine s_0 ($s_0 = 0$) des sections qui correspondent aux hauteurs h_1, h_2, h_3,.. nous aurons, en résolvant l'intégrale par la formule de Simpson :

$$s_2 = \frac{h_1 - h_0}{3} (y_0 + 4y_1 + y_2)$$

$$s_4 - s_2 = \frac{h_1 - h_0}{3} (y_2 + 4y_3 + y_4)$$

$$s_6 - s_4 = \frac{h_1 - h_0}{3} (y_4 + 4y_5 + y_6)$$

et ainsi de suite, jusqu'à ce que nous soyons arrivés à deux valeurs s_n et s_{n-2} dont la première soit inférieure et la seconde supérieure à la distance s' de la section où on cherche la ligne d'eau. — Puis, connaissant les hauteurs h pour les sections s_n et s_{n-2} qui comprennent s', on en déduit h' correspondant à s' par une

interpolation très simple par partie proportionnelle.

192. *Discussion de la formule.* — La formule (30) peut s'écrire:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - \frac{\chi}{\Omega} b_1 U^2}{1 - \frac{U^2 l}{g\Omega}} \qquad (32)$$

Nous ne nous occuperons pas, pour le moment, des valeurs infinies de $\frac{dh}{ds}$, provenant du cas où le dénominateur de la formule (32) s'annule. — Ces valeurs infinies nous conduiraient à admettre un redressement subit des filets superficiels, ce qui serait en contradiction avec les hypothèses que nous avons faites, puisque nous avons supposé que le mouvement a lieu par filets sensiblement parallèles. — On verra plus loin comment ces valeurs peuvent être interprétées par la formation d'un ressaut.

Nous avons à examiner trois cas, selon que le numérateur de la formule (32) sera égal à zéro ou que le dénominateur sera plus grand ou plus petit que zéro.

193. PREMIER CAS. — **Le numérateur est égal à zéro.** — Dans ce cas on a :

$$i - \frac{\chi}{\Omega} b_1 U^2 = o,$$

c'est-à-dire, en remplaçant $\frac{\chi}{\Omega}$ par $\frac{1}{R}$,

$$i - \frac{b_1 U^2}{R} = o, \qquad \text{d'où,}$$

$$Ri = b_1 U^2.$$

On voit que cette relation est celle du mouvement uniforme. — Lorsque le numérateur devient nul, la valeur de $\frac{dh}{ds}$ s'annule aussi, ce qui indique que l'angle rns de la ligne nr (*fig.* 149) avec ns est nul. Donc, la ligne d'eau nr devient parallèle à la ligne de fond mp et le régime uniforme s'établit. Par suite, si dans une section transversale on a la hauteur H du régime uniforme, correspondant au débit et à la forme du lit, on aura, dans toutes les sections transversales, la même hauteur H de la ligne d'eau.

194. DEUXIÈME CAS —. **Le dénominateur est plus grand que zéro.** — Ce cas est celui qui se présente ordinairement dans les cours d'eau naturels. — Mais le phénomène affectera des formes différentes, selon que le niveau superficiel sera surélevé par rapport à celui qui correspond au régime uniforme, comme par exemple lorsqu'on établit un barrage dans le lit de la rivière, ou selon que le niveau superficiel sera, au contraire, abaissé au-dessous du niveau de régime uniforme, ce qui se produit, par exemple, quand le courant rencontre une pente plus rapide et s'épanche en cataracte en cet endroit. — Dans le premier cas, on a un remous de gonflement pour lequel h est plus grand que H, et dans le deuxième cas, un remous d'abaissement, pour lequel h est au contraire plus petit que H.

195. *Remous de gonflement. — Profondeur h plus grande que H.* — Reprenons la formule (32) (n° 192) qui donne le valeur de $\frac{dh}{ds}$. — Nous admettons pour le moment que le dénominateur n'est pas égal à zéro, ce qui conduirait au ressaut qui sera étudié plus loin, mais qu'il est plus grand que zéro. — Examinons le numérateur ; — supposons, pour fixer les idées, que *la section du courant est rectangulaire*, de largeur l constante et de hauteur h variable. — Le terme $\frac{\chi}{\Omega} U^2$ peut se mettre sous la forme :

$$\frac{\chi}{\Omega} \times \frac{Q^2}{\Omega^2}.$$

Or, $\chi = 2h + l$ et $\Omega = hl$. Si on donne à h des valeurs supérieures à H, de plus en plus grandes, en aval de la section S n (*fig.* 150), le rapport :

$$\frac{\chi}{\Omega} = \frac{2h + l}{hl}$$

prend, à la limite, une valeur égale à $\frac{2}{l}$ car nous admettons que l au numérateur devient très petit par rapport à $2h$ et peut être négligé. Il reste alors :

$$\frac{\chi}{\Omega} = \frac{2h}{hl} = \frac{2}{l}.$$

La valeur de $\frac{\chi}{\Omega}$ est donc toujours une quantité finie.

D'autre part, le débit Q est constant. On voit, par suite, que h augmentant toujours, la valeur de Ω^2 croit infiniment,

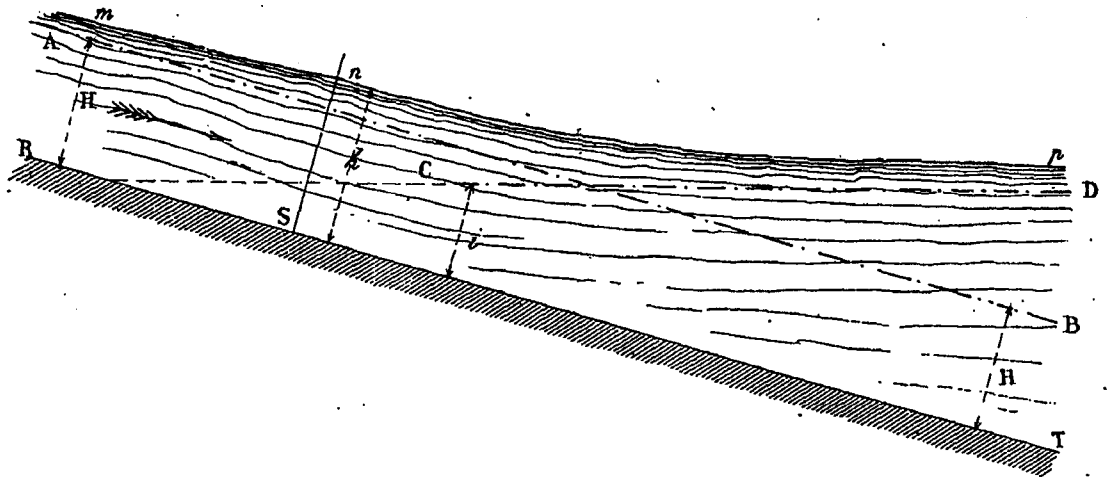


Fig. 150.

ce qui fait tendre vers zéro le terme $\frac{\chi}{\Omega} \times \frac{Q^2}{\Omega^2}$

Par conséquent, le numérateur $i - \frac{\chi}{\Omega} b_1 U^2$ de l'expression (32) tend vers i. — Or, i est la pente de fond, c'est-à-dire la tangente trigonométrique de l'angle formé par cette pente et l'horizontale.

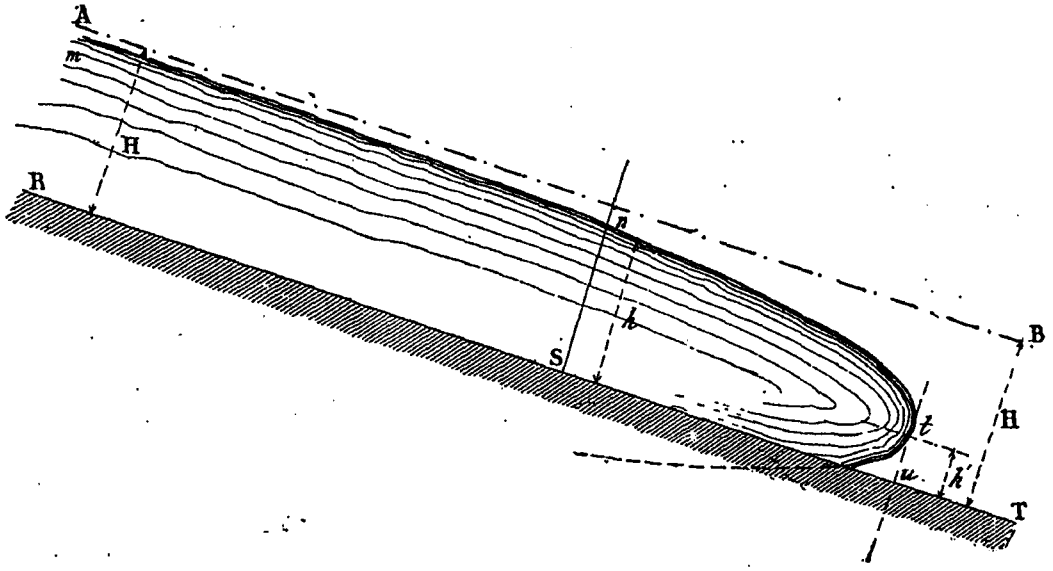


Fig. 151.

D'un autre côté, on voit que Ω augmentant indéfiniment, le dénominateur de l'expression (32) tend vers l'unité. Il en résulte donc qu'à la limite, on aura :

$$\frac{dh}{ds} = i.$$

Ce qui montre que la ligne d'eau, en aval de la section considérée Sn (*fig*, 150)

tend et se rapproche de plus en plus d'une asymptote CD horizontale.

En amont, la hauteur h se rapproche de plus en plus de H et comme le numérateur de l'expression (32) deviendrait égal à zéro pour $h = H$, on voit que $\frac{dh}{ds}$ tend vers zéro, ce qui fait que la ligne d'eau, de ce côté, se rapproche de plus en plus d'une asymptote AB, parallèle au fond RT placée à une distance H de ce fond.

La courbe complète *mnp* de la ligne d'eau est donc analogue à une courbe hyperbolique, tournant sa concavité vers le haut, et ayant deux asymptotes, AB et CD.

196. *Remous d'abaissement. — Profondeur h plus petite que H.* — Considérons une section S *n* (*fig.* 151) à partir de laquelle la hauteur h décroît à l'aval et croît à l'amont jusqu'à H. Cette hauteur h décroît donc constamment à partir de l'amont. On a vu que pour h supérieur à H, le numérateur de l'expression (32) est positif et tend vers i, et que, pour h égal à H, ce numérateur est égal à zéro. Ici, pour h plus petit que H, ce numérateur devient négatif.

Quand on fait décroître la hauteur h à partir de H, le numérateur est égal à zéro pour le point de départ $h = H$. Or, h se rapproche infiniment de H en lui restant toujours inférieur. Par conséquent la ligne d'eau *mn* (*fig.* 151), est, à l'amont, une courbe asymptotique à la droite AB ayant la hauteur H du régime uniforme. La courbe tourne sa convexité vers la partie supérieure et cette convexité s'accentue à mesure qu'on descend vers l'aval.

Examinons maintenant le dénominateur de la formule (32). Il peut s'écrire :

$$1 - \frac{Q^2 l}{g\Omega^3}$$

ou

$$1 - \frac{Q^2}{gh^3 l^2}$$

Cette expression ne contient que des quantités constantes Q, g, l, sauf la hauteur h que nous supposons continuellement décroissante.

La hauteur h peut alors prendre une valeur h' telle qu'on ait :

$$1 - \frac{Q^2}{gh'^3 l^2} = o.$$

Le dénominateur de la relation (32) devenant égal à zéro, la valeur de $\frac{dh}{ds}$ devient infinie, et comme $\frac{dh}{ds}$ est la tangente trigonométrique de la courbe, on voit que l'angle que fait la tangente à la courbe avec le fond, au point t où la valeur de h' considérée est réalisée, est égal à 90 degrés.

En faisant décroître h au delà de h', on remarque que $\frac{dh}{ds}$ devient positif, et alors la courbe reviendrait en arrière. Ce rebroussement indiqué par la théorie ne se produit pas en pratique. Il est du reste facile de comprendre que cette partie de la solution est inadmissible, puisqu'on sortirait de l'hypothèse, faite au début, du parallélisme des filets entre deux sections voisines. La branche *mnt* de la courbe est donc seule réalisable. Le résultat auquel nous arrivons montre seulement, qu'au delà du point où la profondeur h' est atteinte, le mouvement régulier du courant ne se continue pas ; l'écoulement se continue, mais d'une façon irrégulière qui n'entre pas dans l'hypothèse admise.

197. TROISIÈME CAS. — **Le dénominateur est plus petit que zéro.** — Dans ce cas on a :

$$1 - \frac{U^2 l}{g\Omega} < o.$$

Ce n'est qu'accidentellement que cette relation a lieu, car elle ne se rencontre généralement pas dans les cours d'eau naturels.

Selon que la hauteur h de la ligne d'eau est supérieure ou inférieure à la hauteur H du régime uniforme, on a un remous de gonflement ou un remous d'abaissement.

198. *Remous de gonflement. — Profondeur h plus grande que H.* — Comme précédemment, nous pouvons mettre le dénominateur sous la forme :

$$1 - \frac{Q^2}{gh'^3 l^2}.$$

Considérons la valeur h' plus grande que H qui annulerait ce dénominateur et pour laquelle, comme nous venons de le voir, la courbe a, au point t, (*fig.* 152) où cette hauteur est realisée, une tangente normale au fond. Faisons croître h à partir de cette valeur de h'. Le second membre de la relation (32) tendra vers i et, par conséquent, la courbe $t\,m$ tend vers une asymptote CD horizontale, en tournant sa convexité vers le haut.

En considérant, au contraire, les valeurs de h inférieures à h', on obtiendrait une autre branche $t\,n$ asymptote du côté aval à la droite AB du régime uniforme. Cette branche ne peut être acceptée comme solution. Il en résulte que la courbe du remous de gonflement s'arrêtant brusquement au point t, dans les environs duquel elle cesse d'être possible, cela indique qu'elle se raccorde brusquement avec la droite AB du régime uniforme.

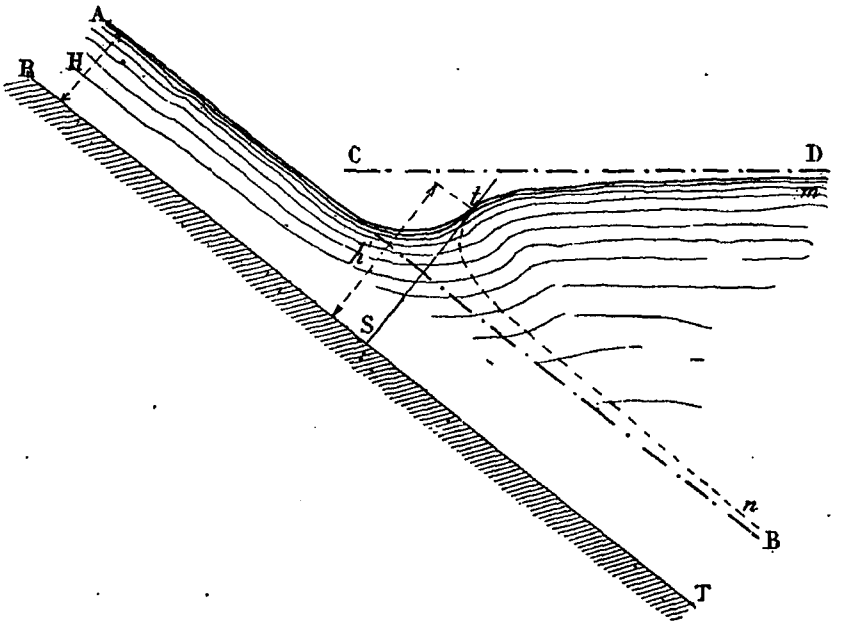


Fig. 152.

199. *Remous d'abaissement. — Profondeur h plus petite que H.* — Dans ce cas, la formule (32) indiquerait que la hauteur h va en augmentant pour des sections de plus en plus éloignées de l'origine, ce qui est en contradiction avec l'hypothèse d'un remous d'abaissement. La modification de la hauteur h ne se fait plus alors graduellement, conformément à l'hypothèse du parallélisme des filets dans deux sections voisines, mais elle se produit brusquement par ressaut.

200. *Expériences de M. Bazin.* — M. Bazin a fait sur le mouvement varié quelques expériences qui ont donné d'intéressants résultats. Nous citerons notamment celle qui a consisté à observer le profil en long du courant dans l'aqueduc de ceinture de Paris dont le fond est presque horizontal sur quatre kilomètres de longueur. — La section de cet aqueduc est sensiblement rectangulaire; elle a $1^m,35$ de largeur.

La profondeur d'eau était de $1^m,49$ à l'origine, et on voit, par les chiffres du tableau suivant, qu'à la distance de 3 900 mètres de l'origine cette profondeur n'était plus que de $0^m,70$,

Les ondulations sont parfaitement déterminées par les chiffres du tableau et on pourrait sans peine représenter gra-

phiquement ces ondulations de la surface.

Distance à l'origine	Profondeur d'eau	Distance à l'origine	Profondeur d'eau	Distance à l'origine	Profondeur d'eau
m.	m.	m.	m.	m.	m.
0	1.49	1 400	1.32	2 700	1.11
100	1.34	1 500	1.28.	2 800	1.11
200	1.26	1 600	1.23	2 900	1.04
300	1.46	1 700	1.22	3 000	0.95
400	1.30	1 800	1.21	3 100	0.94
500	1.34	1 900	1.19	3 200	1.06
600	1.56	2 000	1.16	3 300	0.99
700	1.62	2 100	1.18	3 400	0.97
800	1.45	2 200	1.14	3 500	0.95
900	1.33	2 300	1.15	3 600	0.91
1 000	1.35	2 400	1.11	3 700	0.85
1 100	1.39	2 500	1.12	3 800	0.74
1 200	1.39	2 600	1.12	3 900	0.70
1 300	1.41				

Ressaut.

201. Nous avons dit qu'il y avait ressaut à la surface du courant lorsque la valeur de $\frac{dh}{ds}$ devenait infinie, car alors les filets paraissent devoir se redresser brusquement. Les filets n'étant plus parallèles, on ne peut plus comparer les travaux de forces mutuelles qui se produisent à ceux qui sont relatifs au mouvement permanent. Pour expliquer le phénomène, on applique dans ce cas le théorème de l'accroissemant de la quantité de mouvement projetée (Voir le *Traité d'Hydraulique*).

Lorsqu'il s'agit d'un canal à section rectangulaire, on arrive à la formule suivante :

$$h'' = -\frac{1}{2}h' + \sqrt{\frac{h'^2}{4} + 2\frac{U'^2}{g}h'} \quad (33)$$

qui donne la profondeur h'' dans la section A″B″ (*fig.* 153) immédiatement après le ressaut superficiel, en fonction de la hauteur h' mesurée dans la section amont A′B′ et de la vitesse moyenne U′ dans la même section.

Il est facile de voir que la condition pour qu'il y ait ressaut est bien que le dénominateur de l'expression (32) soit nul, comme nous l'avons déjà dit.

En effet, dans le cas de ressaut $h' < h''$ et la relation précédente (33) donne :

$$\frac{3}{2}h' < \sqrt{\frac{h'^2}{4} + 2\frac{U'^2}{g}h'}$$

d'où l'on déduit :

$$2h'^2 < 2\frac{U'^2}{g}h'$$

ou

$$1 - \frac{U^2}{g} \times \frac{1}{h'} < o.$$

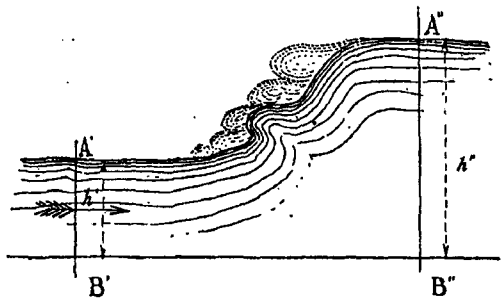


Fig. 153.

Si l est la largeur du canal et Ω' la surface de la section A′B′, on a $\Omega' = h'l$ et

$$1 - \frac{U^2}{g} \times \frac{l}{\Omega'} < o.$$

Si, au contraire, nous résolvons le problème en cherchant h'', et si nous remplaçons h' par la quantité plus petite h'', nous trouvons

$$1 - \frac{U^2}{g} \times \frac{l}{\Omega'} > o.$$

Ce qui prouve que le numérateur de la formule (32) s'annule pour une valeur de h comprise entre h' et h'', de telle sorte que la condition pour qu'il y ait ressaut est bien

$$1 - \frac{U^2}{g}\frac{l}{\Omega} = o.$$

Si nous reprenons l'inégalité :

$$2h'^2 < 2\frac{U'^2}{g}h'$$

et que nous divisions les deux membres de cette inégalité par $4h'$, il vient :

$$\frac{h'}{2} < \frac{U'^2}{2g},$$

ce qui signifie que la condition pour qu'il

y ait ressaut peut se formuler ainsi : il faut que la hauteur due à la vitesse U' soit supérieure à la moitié de la profondeur h' de l'eau en amont.

M. Bazin, en considérant le cas d'un cours d'eau dont la largeur est très grande relativement à la hauteur, arrive aux résultats du tableau ci-dessous :

DÉSIGNATION DES PENTES ET HAUTEURS	NATURE DES PAROIS			
	CIMENT LISSÉ très uni	PIERRE DE TAILLE BRIQUES, PLANCHES	MAÇONNERIE ordinaire	PAROIS en terre
	m.	m.	m.	m.
Pente au-dessous de laquelle le ressaut ne peut se produire	0.00147	0.00186	0.00235	0.00275
Le ressaut se produira sur une pente de 0m002 lorsque la profondeur dépassera	0.08	»	»	»
Le ressaut se produira sur une pente de 0m,003 lorsque la profondeur dépassera	0.03	0.12	»	»
Le ressaut se produira sur une pente de 0m,004 lorsque la profondeur dépassera	0.02	0.06	0.36	»
Le ressaut se produira sur une pente de 0m,006	»	0.03	0.16	1.06
Le ressaut se produira sur une pente de 0m,010	»	»	0.08	0.47
Le ressaut se produira sur une pente de 0m,015	»	»	»	0.28

Les chiffres de ce tableau montrent que tous les remous ne peuvent se terminer par un ressaut. Ils ne peuvent guère se produire que dans des rigoles d'expérience auxquelles on donne des pentes considérables. Mais on ne les verra pas généralement se produire dans des cours d'eau à parois en terre, car il faudrait que la pente eût une valeur trop forte pour que la paroi pût résister.

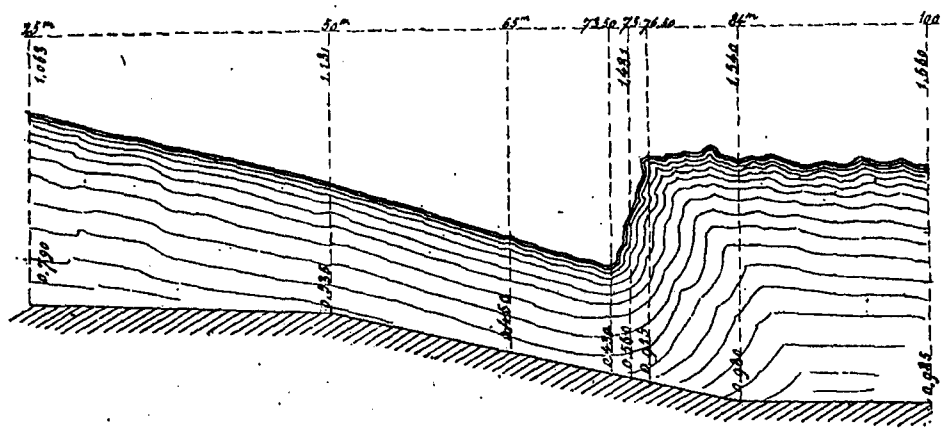


Fig. 154.

En somme, la possibilité du ressaut se présente surtout pour des pentes rapides sur lesquelles s'écoulent de minces lames d'eau. Elle se présente aussi quelquefois par suite d'un changement brusque de pente. Tel est le ressaut constaté par M. Baumgarten sur le pont aqueduc de Crau (canal de Craponne) (*fig.* 154).

Un ressaut est toujours suivi d'ondulations de la surface, qui sont d'autant plus

fortes que le ressaut se relève plus brusquement. Ces ondulations se produisant surtout au milieu du courant, il en résulte pour la forme transversale de celui-ci une surélévation qui rend cette forme convexe ou en dos d'âne. Quant à la forme générale du ressaut en plan, elle présente une courbure tournant sa concavité vers l'amont, c'est-à-dire que, par rapport à une section transversale normale à la direction du courant, le point où le ressaut commence est plus éloigné à l'aval vers le milieu que sur les bords.

Lorsque le terme $\frac{U^2 l}{g\Omega}$ du dénominateur de la formule (32) se rapproche de l'unité, le dénominateur tend vers zéro et l'expression de $\frac{dh}{ds}$ tend vers l'infini. Il se produit alors une contre-pente qui prend de plus en plus la forme bien caractérisée du ressaut à mesure que le terme considéré continue à croître. Quand ce terme a une valeur égale à 2, le ressaut est nettement accusé par un relèvement brusque de la surface du liquide et il se trouve tout entier compris dans un intervalle de quelques mètres seulement.

Remarque sur l'application des formules précédentes. Les formules du mouvement varié contiennent le coefficient b_1, coefficient qui a été désigné par la lettre A dans les formules du mouvement uniforme dues à M. Bazin (n°s 87 à 89). On a bien des expressions permettant d'évaluer A pour le régime uniforme, mais on n'a rien de semblable pour le mouvement varié, et « rien ne prouve, dit M. Bazin, que ce coefficient soit le même que dans le cas du régime uniforme; on doit même penser à priori, que les mouvements obliques auxquels donne lieu le changement progressif de la section modifient le coefficient A, et lui font prendre des valeurs différentes, suivant le point du courant que l'on considère. »

M. Bazin, en interprétant et en appliquant les formules du mouvement varié à diverses séries d'expériences, a reconnu que le coefficient A est constant. On pourra donc, quand on fera usage des formules du mouvement varié, adopter une valeur constante pour le coefficient A; « cette valeur doit, par cela même, ne pas s'éloigner beaucoup de celle qui convient au courant dans son état naturel, c'est-à-dire lorsqu'il n'est ni relevé ni abaissé. » C'est donc le coefficient qui convient au régime uniforme qu'on emploiera dans les applications.

II. — Méthode de M. Navier.

202. Nous venons d'étudier les remous et ressauts qui peuvent prendre naissance dans un canal prismatique de pente plus ou moins prononcée. Ce sont des remous analogues qui se produiront sur une rivière dont le lit serait encaissé sur une grande longuenr entre deux digues insubmersibles parallèles, ou encore dans un aquaduc sous remblai de grande longueur. Nous allons maintenant parler des remous qui se produisent lorsque la section du lit est modifiée en largeur, comme lorsqu'on rétrécit la section d'écoulement par l'établissement des piles et culées d'un pont. Il y a alors rétrécissement brusque suivi d'un élargissement.

La méthode de Navier pour le calcul des remous est une des plus anciennes; elle est néanmoins encore assez fréquemment employée à cause de sa simplicité. On la désigne ordinairement sous le nom de *formule approximative.*

Cette méthode repose sur les hypothèses suivantes : La section entière d'écoulement de la rivière est considérée comme composée de deux parties distinctes : la partie inférieure, placée au-dessous de la ligne *mn* (*fig.* 155), ayant une hauteur égale à celle que le courant posséderait à une certaine distance en aval, et la partie supérieure, placée au-dessus de la ligne *mn* en amont, ayant une hauteur égale à celle du remous. On admet que, dans la partie inférieure, le débit correspondant est celui qui serait produit par la pente naturelle de la rivière et que, dans la partie supérieure, le débit est celui d'un déversoir qui aurait une hauteur égale à celle du remous.

On conçoit qu'avec de telles hypothèses, qui s'éloignent beaucoup de la réalité des faits, le calcul ne peut être qu'approxima-

tif. Cependant la formule de Navier, peut être fort utile pour une première approximation, et son emploi abrège considérablement les calculs. Du reste, après avoir obtenu un premier résultat approché avec cette formule, il suffit de s'assurer ensuite en employant des formules plus exactes, que le remous calculé d'abord ne diffère pas sensiblement des autres.

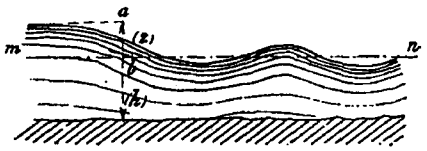


Fig. 155.

Désignons par :

Q, le débit total de la rivière par seconde ;

l, la largeur moyenne du débouché sous le pont ;

h, la profondeur moyenne de l'eau au-dessous de la ligne mn ;

ω, la section libre de l'écoulement sous le pont ;

U, la vitesse moyenne du courant ;

H, la hauteur due à cette vitesse moyenne ;

m, le coefficient moyen de contraction dû à la présence dans le lit de la rivière des piles et des culées ;

z, la hauteur du remous à calculer.

La section ω d'écoulement sous le pont est :

$$\omega = lh.$$

La vitesse moyenne U est celle qui correspond au débit total de la rivière :

$$U = \frac{Q}{\omega}.$$

La hauteur H due à cette vitesse moyenne U, a donc pour expression :

$$H = \frac{U^2}{2g}.$$

Quant au coefficient m de contraction, il a une valeur variable, difficile à évaluer avec quelque précision, car il dépend de nombreuses circonstances. Nous reviendrons du reste sur le coefficient de contraction quand nous nous occuperons de l'effet des piles et culées en rivière, sur le courant. Il nous suffit de savoir pour le moment que ce coefficient varie de 0,70 à 0,90, et qu'on le prend généralement égal à 0,90 lorsque les piles ont des avant-becs à section circulaire.

Navier arrivait à la formule suivante :

$$Q = m\omega\sqrt{2g(H+z)} + 0{,}57mlz\sqrt{2g(H+z)}$$

qui peut s'écrire, en mettant $\sqrt{2g(H+z)}$ en facteur commun :

$$Q = (m\omega + 0{,}57\ mlz)\sqrt{2g(H+z)}$$

ou bien,

$$\frac{Q}{m\omega + 0{,}57mlz} = \sqrt{2g(H+z)}$$

ou encore, en remarquant que $\omega = lh$:

$$\frac{Q}{ml(h+0{,}57z)} = \sqrt{2g(H+z)} \quad (34)$$

Cette formule est de la forme $v = \sqrt{2gh}$ qui exprime la vitesse v due à la hauteur h. Or, des tables calculées par avance, donnent la hauteur h qui correspond à toute valeur connue de v. Il suffit donc de calculer le premier terme de la formule (34) pour avoir, au moyen des tables, la hauteur correspondante $H + z$ du deuxième terme.

Mais, on remarquera que le premier terme contient l'inconnue z. On ne pourra donc opérer que par approximations successives. — On se donnera, à priori, une valeur de z, on calculera le premier terme, et on cherchera dans les tables la valeur correspondante de $H + z$ dont on retranchera H pour avoir z. On prendra alors cette première valeur calculée de z pour la porter dans le premier terme qu'on calculera à nouveau. En opérant ainsi un certain nombre de fois, on arrivera à deux valeurs successives de z qui seront assez peu différentes l'une de l'autre pour que la dernière puisse être considérée comme étant la hauteur cherchée du remous.

La formule précédente est susceptible d'une simplification qui rend inutile le calcul par approximations successives. En effet, le calcul du remous ne présente d'intérêt que pendant les fortes crues de la rivière, et alors, la hauteur z du remous est généralement assez faible par rapport à la hauteur h, de sorte que, sans grande erreur, on peut, dans le dénominateur du premier terme de la formule (34), négliger 0,57 z, devant h. La formule ainsi simplifiée devient :

$$\frac{Q}{mlh} = \sqrt{2g\,(H + z)}$$

ou

$$\frac{Q}{m\omega} = \sqrt{2g\,(H + z)}. \qquad (35)$$

C'est ordinairement avec cette formule qu'on fait le calcul du remous, et c'est à cause de la simplification que nous venons d'indiquer qu'on appelle l'expression qui en résulte, *formule approximative*.

On obtient immédiatement $H + z$ et z, puisque toutes les quantités du premier terme sont connues, car on suppose que la section d'écoulement ω ou débouché superficiel du pont est une quantité connue.

Ou bien, en effet, le débouché nécessaire a été préalablement déterminé et on veut, par l'application de la formule précédente, se rendre compte de l'importance du remous qui se produira une fois l'ouvrage construit; ou bien, on fait entrer la hauteur du remous comme élément de la question du débouché, et alors, on se donne un débouché pour lequel on calcule le remous correspondant et on modifie ensuite le débouché provisoirement admis, si la hauteur du remous est plus grande que celle qu'il est nécessaire de ne pas dépasser, jusqu'à ce que à l'hypothèse faite pour le débouché ω corresponde une valeur convenable de z.

On peut encore simplifier la formule (35) en attribuant une valeur au coefficient de contraction m et en dégageant le facteur z.

En élevant au carré les deux membres de la relation (35), il vient :

$$\frac{Q^2}{m^2 l^2 h^2} = 2g\,(H + z)$$

d'où

$$z = \frac{Q^2}{2gm^2 l^2 h^2} - H. \qquad (36)$$

M. Degrand, dans son traité des ponts, indique qu'on pourrait très bien faire $m = 1$ pour un pont qui aurait de très grandes arches, et il donne alors comme formule à appliquer dans ce cas :

$$z = \frac{Q^2}{2gl^2h^2} - H.$$

Mais on remarquera qu'il est alors inutile de faire un calcul puisque la hauteur z se réduirait à zéro, car, en effet,

$$H = \frac{U^2}{2g} = \frac{Q^2}{2g\omega^2} = \frac{Q^2}{2gl^2h^2}$$

et le deuxième terme de la formule précédente devient égal à zéro quand on y remplace H par cette valeur.

Le plus ordinairement on fait $m = 0{,}90$, et la formule (36) peut s'écrire :

$$z = \frac{Q^2}{17{,}656\ l^2h^2} - H. \qquad (37)$$

203. Quand on fait usage des formules (34 ou 35), ce qui est le cas le plus général, il faut avoir une table donnant les hauteurs dues aux vitesses obtenues par le calcul du premier terme de ces expressions. Nous donnons cette table à la page suivante pour des hauteurs de chute variant de $0^m{,}001$ à 5 mètres et auxquelles correspondent des vitesses variant de $0^m{,}140$ à 10 mètres environ par seconde.

Application.

204. Pour bien montrer comment le calcul du remous se fait par la méthode de Navier, nous allons donner un exemple de calcul, appliqué par M. l'Ingénieur en chef Eon Duval à l'établissement d'un pont en amont de Nantes, sur la Loire, destiné au passage du chemin de fer de Nantes à la Roche-sur-Yon (1).

Le débit de la Loire à Nantes, lors des grandes crues ordinaires est de 5 600

(1) *Traité des ponts*, de M. Morandière.

Table des vitesses théoriques $v = \sqrt{2gh}$ *correspondant à différentes hauteurs de chute*

HAUTEURS de chute	VITESSES correspondantes	HAUTEURS de chute	VITESSES correspondantes	HAUTEURS de chute	VITESSES correspondantes	HAUTEURS de chute	VITESSES correspondantes	HAUTEURS de chute	VITESSES correspondantes	HAUTEURS de chute	VITESSES correspondantes	HAUTEURS de chute	VITESSES correspondantes
m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
0.001	0.140	0.65	3.571	1.38	5.203	2.11	6.434	2.84	7.464	3.57	8.369	4.29	9.174
0.002	0.198	0.66	3.598	1.39	5.222	2.12	6.449	2.85	7.477	3.58	8.380	4.30	9.185
0.003	0.243	0.67	3.625	1.40	5.241	2.13	6.464	2.86	7.490	3.59	8.392	4.31	9.195
0.004	0 280	0.68	3·652	1.41	5.259	2.14	6.479	2.87	7.503	3.60	8.404	4.32	9.206
0.005	0.313	0.69	3.679	1.42	5.278	2.15	6.494	2.88	7.517	3.61	8.415	4.33	9.217
0.006	0.343	0.70	3.706	1.43	5.297	2.16	6.510	2.89	7.530	3.62	8.427	4.34	9.227
0.007	0.370	0.71	3.732	1.44	5.315	2.17	6.525	2.90	7.543	3.63	8.439	4.35	9.238
0.008	0.395	0.72	3.758	1.45	5.333	2.18	6.540	2.91	7.556	3.64	8.450	4.36	9.248
0.009	0.420	0.73	3.784	1.46	5.351	2.19	6.555	2.92	7.569	3.65	8.462	4.37	9.259
0.01	0.443	0.74	3.810	1.47	5.370	2.20	6.570	2.93	7.582	3.66	8.474	4.38	9.270
0.02	0.626	0.75	3.836	1.48	5.388	2.21	6.584	2.94	7.594	3.67	8.485	4.39	9.280
0.03	0.767	0.76	3.861	1.49	5.406	2.22	6.599	2.95	7.607	3.68	8.497	4.40	9.291
0.04	0.886	0.77	3.886	1.50	5.425	2.23	6.614	2.96	7.620	3.69	8.508	4.41	9.301
0.05	0.990	0 78	3.911	1.51	5.443	2.24	6.629	2.97	7.632	3.70	8.520	4.42	9.312
0.06	1.085	5.79	3.936	1.52	5.461	2.25	6.644	2.98	7.646	3.71	8.531	4.43	9.322
0.07	1.172	0.80	3.961	1.53	5.479	2.26	6.658	2.99	7.659	3.72	8.543	4.44	9.333
0.08	1.253	0.81	3.986	1.54	5.496	2.27	6.673	3.00	7.672	3.73	8.554	4.45	9.343
0.09	1.329	0.82	4.011	1.55	5.514	2.28	6.688	3.01	7.684	3.74	8.566	4.46	9.354
0.10	1.401	0.83	4.035	1.56	5.532	2.29	6.703	3.02	7.697	3.75	8.577	4.47	9.364
0.11	1.468	0.84	4.059	1.57	5.550	2.30	6.717	3.03	7.710	3.76	8.588	4.48	9.375
0·12	1.534	0.85	4.083	1.58	5.567	2.31	6.732	3.04	7.722	3.77	8.600	4.49	9.385
0.13	1.597	0.86	4.107	1.59	5.585	2.32	6.746	3.05	7.735	3.78	8.611	4.50	9.396
0.14	1.657	0.87	4.131	1.60	5.603	2.33	6.761	3.06	7.748	3.79	8.623	4.51	9.406
0.15	1.715	0.88	4.155	1.61	5.620	2.34	6.775	3.07	7.760	3.80	8.634	4.52	9.417
0.16	1.772	0.89	4.178	1.62	5.637	2.35	6.790	3.08	7.773	3.81	8.645	4.53	9.427
0.17	1.826	0.90	4.202	1.63	5.655	2.36	6.804	3.09	7.786	3.82	8.657	4.54	9.437
0.18	1.879	0.91	4.225	1.64	5.672	2.37	6.819	3.10	7.798	3.83	8.668	4.55	9.448
0.19	1.931	0.92	4.248	1.65	5.690	2.38	6.833	3.11	7.811	3.84	8.679	4.56	9.458
0.20	1.981	0.93	4.271	1.66	5.707	2.39	6.847	3.12	7.823	3.85	8.691	4.57	9.468
0.21	2.030	0.94	4.294	1.67	5.724	2.40	6.862	3.13	7.836	3.86	8.702	4.58	9.479
0.22	2.078	0.95	4.317	1.68	5.741	2.41	6.876	3.14	7.849	3.87	8.713	4.59	9.489
0.23	2.124	0.96	4.340	1.69	5.758	2.42	6.890	3.15	7 861	3.88	8.725	4.60	9.500
0.24	2.170	0.97	4.362	1.70	5.775	2.43	6.904	3.16	7.873	3.89	8.736	4.61	9 510
0.25	2.215	0.98	4.384	1.71	5.792	2.44	6.919	3.17	7.886	3.90	8.747	4.62	9.520
0.26	2.259	0.99	4.407	1.72	5.809	2.45	6.933	3.18	7.898	3.91	8.758	4.63	9.530
0.27	2.301	1.00	4.429	1.73	5.826	2.46	6.947	3.19	7.911	3.92	8.769	4.64	9.541
0.28	2.344	1.01	4.451	1.74	5.842	2.47	6.961	3.20	7.923	3.93	8.780	4.65	9.551
0.29	2.385	1.02	4.473	1.75	5.859	2.48	6.975	3.21	7.936	3.94	8.792	4.66	9.561
0.30	2.426	1.03	4.495	1.76	5.876	2.49	6.989	3.22	7.948	3.95	8.803	4.67	9.572
0.31	2.466	1.04	4.517	1.77	5.893	2.50	7.003	3 23	7.960	3.96	8.814	4.68	9.582
0.32	2.506	1.05	4.539	1.78	5.909	2.51	7.017	3.24	7.973	3.97	8.825	4.69	9.592
0.33	2.544	1.06	4.560	1.79	5.926	2.52	7.031	3.25	7.985	3.98	8.836	4.70	9.602
0.34	2.582	1.07	4.582	1.80	5.942	2.53	7.045	3 26	7.997	3.99	8.847	4.71	9.612
0.35	2.620	1.08	4.603	1.81	5.959	2.54	7.059	3.27	8.009	4.00	8.858	4.72	9.623
0.36	2.658	1.09	4.624	1.82	5.975	2.55	7.073	3.28	8.022	4.01	8.869	4.73	9.633
0.37	2.694	1.10	4.645	1.83	5.992	2.56	7.087	3.29	8.034	4.02	8.880	4.74	9.643
0.38	2.730	1.11	4.666	1.84	6.008	2.57	7.101	3.30	8.046	4.03	8.892	4.75	9.653
0.39	2.766	1.12	4.687	1.85	6.024	2.58	7.114	3.31	8.058	4.04	8.903	4.76	9.663
0.40	2.801	1.13	4.708	1.86	6.041	2.59	7.128	3.32	8.070	4.05	8.914	4.77	9.673
0.41	2.836	1.14	4.729	1.87	6.057	2.60	7.142	3.33	8.082	4.06	8.925	4.78	9.684
0.42	2.870	1.15	4.750	1.88	6.073	2.61	7.156	3.34	8.095	4.07	8.936	4.79	9.694
0.43	2.904	1.16	4.770	1.89	6.089	2.62	7.169	3.35	8.107	4.08	8.946	4.80	9.704
0.44	2.938	1.17	4.790	1.90	6.105	2.63	7.183	3.36	8.119	4.09	8.957	4.81	9.714
0.45	2.971	1.18	4.811	1.91	6.122	2.64	7.197	3.37	8.131	4.10	8.968	4.82	9.724
0.46	3.004	1.19	4.831	1.92	6.138	2.65	7.210	3.38	8.143	4.11	8.979	4.83	9.734
0.47	3.037	1.20	4.852	1.93	6.154	2.66	7 224	3.39	8.155	4.12	8.990	4.84	9.744
0.48	3.069	1.21	4.872	1.94	6.170	2.67	7.237	3.40	8.167	4.13	9.001	4.85	9.754
0.49	3.100	1.22	4.892	1.95	6.186	2.68	7.251	3.41	8.179	4.14	9.012	4.86	9.764
0.50	3.132	1.23	4.913	1.96	6.202	2.69	7.265	3.42	8.191	4.15	9·023	4.87	9.774
0.51	3.163	1.24	4.933	1.97	6.217	2.70	7.278	3.43	8.203	4.16	9.034	4.88	9.784
0.52	3.194	1.25	4.953	1.98	6.232	2.71	7.291	3.44	8.215	4.17	9.045	4.89	9.794
0.53	3.224	1.26	4.972	1.99	6.248	2.72	7.305	3.45	8.227	4.18	9.055	4.90	9.804
0.54	3.253	1.27	4.991	2.00	6.264	2.73	7.318	3.46	8.239	4.19	9.066	4.91	9.814
0.55	3.285	1.28	5.011	2.01	6.279	2.74	7.332	3.47	8.251	4.20	9.077	4.92	9.824
0.56	3.314	1.29	5.031	2.02	6.295	2.75	7.345	3.48	8.263	4.21	9.088	4.93	9.834
0.57	3.344	1.30	5.050	2.03	6.311	2.76	7.358	3.49	8.274	4.22	9.099	4.94	9.844
0.58	3.373	1.31	5.069	2.04	6.326	2.77	7.372	3.50	8.286	4.23	9.109	4.95	9.854
0.59	3.402	1.32	5.089	2.05	6.341	2.78	7.385	3.51	8.298	4.24	9.120	4.96	9.864
0.60	3.431	1.33	5.108	2.06	6.357	2.79	7.398	3.52	8.310	4.25	9.131	4.97	9.874
0.61	3.459	1.34	5.127	2.07	6.372	2.80	7.411	3.53	8.322	4.26	9.142	4.98	9.884
0.62	3.488	1.35	5.146	2.08	6.388	2.81	7.425	3.54	8.333	4.27	9.152	4.99	9.894
0.63	3.516	1.36	5.165	2.09	6.403	2.82	7.437	3.55	8.345	4.28	9.163	5.00	9.904
0.64	3.543	1.37	5.184	2.10	6.418	2.83	7.451	3.56	8.357				

mètres cubes. La largeur de la rivière est alors de 575 mètres, correspondant à une hauteur totale des eaux de $7^m,50$.

La section d'écoulement est de 4 300 mètres carrés, et la vitesse des eaux qui correspond à cette section, $1^m,30$.

Les ponts établis sur les deux grands bras principaux sont composés de 16 arches de 30 mètres d'ouverture chacune, qui laissent, au passage des eaux, une section libre de $480 \times 7,50 = 3\,600$ mètres carrés, et il conviendrait de prendre $m = 0,90$.

La formule

$$\frac{Q}{m\omega} = \sqrt{2g\,(z + H)}$$

devient alors

$$\frac{5\,600}{0,90 \times 3\,600} = \frac{5\,600}{3\,240} = 1^m,728$$

$$= \sqrt{2g\,(z + H)}.$$

Pour la hauteur due à la vitesse de $1^m,728$, les tables donnent $0^m,152$.

On a donc :

$$z + H = 0^m,152$$

mais H correspond à la vitesse de $1^m,30$; les tables donnent pour cette vitesse $H = 0,086$, de sorte que :

$$z = 0,152 - 0,086 = 0,066$$

Si l'on voulait appliquer la formule entière (34) (n° 202) :

$$\frac{Q}{m\omega + 0,57\,mlz} = \sqrt{2g\,(z + H)},$$

il serait juste d'abord de tenir compte de la diminution de vitesse qui se produit en amont.

Admettant alors, pour la hauteur approximative du remous, la première valeur trouvée :

$$z = 0,066,$$

la section de la rivière devient :

$$4\,300 + 575 \times 0,066 = 4\,340$$

la vitesse

$$W = \frac{5\,600}{4\,348} = 1^m,29.$$

Et pour cette vitesse les tables donnent $H = 0,0848$, tandis que pour la vitesse ordinaire de $1^m,30$ on avait $H = 0,086$.

Maintenant la formule générale devient :

$$\frac{5\,600}{0,90 \times 3\,600 + 0,57 \times 0,90 \times 480 \times 0,066}$$

$$= \frac{5\,600}{3\,240 + 16,25} = 1^m,7198.$$

La hauteur due à la vitesse de $1^m,7198$ correspond dans les tables à $0^m,15$, de sorte que

$$z + H = 0,15$$

et

$$z = 0,15 - 0,0848 = 0,0652,$$

c'est-à-dire, à très peu près la même valeur que celle donnée par le premier membre seul de la formule (formule simplifiée, 35) (n° 202).

Autre application.

205. Voici une autre application également due à M. Eon Duval. Il s'agit d'un pont de 3 arches de 10 mètres d'ouverture chacune à établir sur une rivière ayant une largeur moyenne de 40 mètres. La profondeur des eaux est de 3 mètres et le débit par seconde 150 mètres cubes.

On aura donc :

$Q = 150$ mètres cubes ;
$l = 30$ mètres ;
$h = 3$ mètres ;
$\omega = 30 \times 3 = 90$ mètres carrés.

La rivière présentant une section de $40,00 \times 3,00 = 120$ mètres cubes, la vitesse moyenne U aura pour valeur :

$$U = \frac{150}{120} = 1^m,25.$$

Le coefficient de contraction m est pris égal à 0,80 à cause du peu d'ouverture des arches.

Enfin, les tables donnent pour la vitesse $U = 1^m,25$, une hauteur correspondante $H = 0,08$.

Appliquant la formule (35) (n° 202),

$$\frac{Q}{m\omega} = \sqrt{2g\,(z + H)}$$

on a d'abord, pour valeur du premier terme :

$$\frac{Q}{m\omega} = \frac{150}{0,80 \times 90} = \frac{150}{72} = 2^m,08.$$

Les tables donnent pour hauteur due à la vitesse ci-dessus de $2^m,08$, une hauteur de $0^m,22$.

On a donc : $z + H = 0,22$

et comme on a déjà trouvé pour H une valeur $H = 0,08$, il en résulte que

$$z = 0,22 - 0\ 08 = 0,14.$$

Pour appliquer la formule entière (34) (n° 202) on admettrait pour hauteur approximative du remous cette première valeur de $z = 0,14$.

Par suite, la section du courant en amont du pont serait :

$$120 + 40,00 \times 0,14 = 125^{m2},12.$$

La vitesse correspondante :

$$W = \frac{150}{125,12} = 1^m,20.$$

La hauteur due à cette vitesse est, d'après les tables, $H = 0^m,073$. Et enfin, la formule (34) donne :

$$\frac{150,00}{0,80 \times 90,00 + 0,57 \times 0,80 \times 30,00 \times 0,14} = \frac{150}{72 + 1,92} = \frac{150}{73,92} = 2^m,03.$$

Les tables donnent, pour la hauteur due à la vitesse $2^m,03$:

$$z + H = 0^m,21$$

et par conséquent :

$$z = 0,21 - 0,073 = 0^m,137$$

valeur du reste très peu différente de celle donnée par la formule simplifiée (35) (n° 202).

III. — Méthode de M. Bresse.

206. La méthode de M. Bresse repose sur ce fait d'observation que, lors des crues moyennes, les eaux s'élèvent en amont un peu au-dessus de la surface moyenne du régime uniforme, et s'abaissent au-dessous de cette surface en entrant sous le pont, pour reprendre au sortir du pont la hauteur moyenne.

La figure 156 montre la surface moyenne *mn*, au-dessus de laquelle est placé le niveau *pq* en avant des piles, et au-dessous de laquelle se trouve le niveau *r* immédiatement après l'entrée sous le pont. A la sortie du pont le niveau

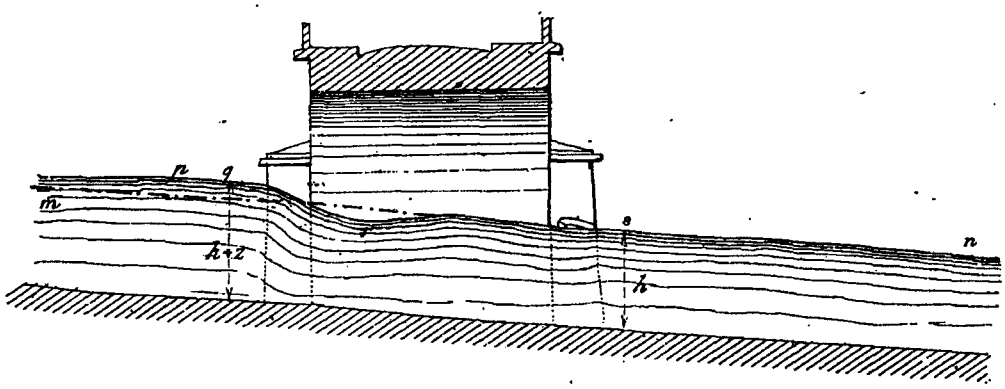


Fig. 156.

se remet à hauteur de la surface moyenne *mn*. La dénivellation *pq* va du reste se raccorder tangentiellement avec la surface *mn* à une certaine distance en amont de l'ouvrage.

M. Bresse fait précéder l'établissement de sa formule des considérations suivantes :

« Nous supposons ici un cours d'eau qu'on oblige à passer dans un étranglement brusque de peu de longueur, comme celui qui est produit par les piles et culées d'un pont. La diminution de section n'a lieu, d'ailleurs, que dans le sens horizontal, et le profil transversal du lit conserve ses lignes primitives dans la

partie non occupée par les obstacles. Étant donnés la dépense par seconde, la définition complète de la forme du lit aux environs du rétrécissement et le niveau de l'eau en aval, il s'agit de déterminer le niveau d'amont :

Cette question est extrêmement difficile à résoudre d'une manière satisfaisante. Il n'est guère possible d'analyser à fond le phénomène, à cause de sa complication : la loi suivant laquelle se contractent et s'épanouissent les filets fluides, l'influence de leur frottement mutuel et des mouvements tumultueux, sont des choses très imparfaitement connues et qui jouent ici le principal rôle. On n'est pas même complètement d'accord sur la manière dont les faits se passent : quelques personnes pensent que la diminution de vitesse au delà du rétrécissement doit correspondre à une élévation du niveau, ce qui aurait lieu, en effet, d'après le théorème de Bernouilli, s'il n'y avait aucune perte de charge : suivant d'autres, au contraire, ces pertes de charge sont telles que la diminution de vitesse n'occasionne pas de relèvement. Au reste, les observations sur ce sujet sont difficiles à faire; car, dans les circonstances où cette contre-pente pourrait être notable, la grande vitesse de l'eau donne lieu à des ondulations de niveau et à une agitation qui rend les mesures presque impossibles.

Nous sommes donc forcés de nous contenter d'aperçus théoriques plus ou moins incomplets. D'abord nous admettrons que la contre-pente, dont on vient de parler, est sensiblement nulle; alors, comme c'est un fait d'expérience que le niveau d'aval n'est pas modifié par l'exécution de l'ouvrage qui produit le rétrécissement, nous connaitrons ainsi le niveau et la profondeur de l'eau dans le passage rétréci. En outre, nous considérons pour plus de simplicité le lit comme étant rectangulaire et à fond horizontal aux environs du passage dont nous nous occupons. »

Désignons par :

L, la largeur moyenne de la rivière avant la construction du pont;

h, la hauteur moyenne des eaux ; c'est la hauteur de la surface moyenne mn, et par conséquent la hauteur de l'eau à la sortie du pont; c'est aussi par hypothèse la hauteur moyenne qu'auraient les eaux si le pont n'existait pas ;

Q, le débit de la rivière par seconde;

V, la vitesse moyenne de l'eau applicable à la section de la rivière avant la construction du pont; c'est la vitesse qui correspond au débit Q et à la section Lh, de sorte que

$$V = \frac{Q}{Lh}.$$

Représentons ensuite par

l, la largeur du débouché une fois le pont construit;

m, le coefficient de contraction de l'eau sous les arches;

W, la vitesse de l'eau immédiatement en amont du pont;

z, la hauteur du remous qu'il s'agit de calculer.

On remarquera d'abord que la vitesse W en pq (*fig.* 156) est plus petite qu'en s, puisque le débit est le même en amont et en aval et que la hauteur en amont est $h + z$, plus grande que h de la hauteur z du remous.

Considérons d'abord la section amont du courant. Dans cette section on a :

$$Q = L\,(h + z)\,W$$

d'où on tire la valeur de la vitesse ralentie W en amont :

$$W = \frac{Q}{L\,(h + z)}$$

D'autre part, en considérant la section aval un peu avant la sortie du pont, on peut écrire :

$$Q = mlhV$$

d'où

$$V = \frac{Q}{mlh}.$$

Appliquons maintenant aux deux sections voisines considérées, le théorème des forces vives, en négligeant les frottements sur les parois, nous aurons pour hauteur due à la différence des vitesses V et W :

$$z = \frac{V^2}{2g} - \frac{W^2}{2g}.$$

En remplaçant, dans cette expression,

V et W par leurs valeurs précédemment écrites, et en mettant $\frac{Q^2}{2g}$ en facteur commun, il vient :

$$z = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{m^2 l^2 h^2} - \frac{1}{L^2 (h+z)^2}\right). \quad (38)$$

Si on ordonnait par rapport à z on aurait une équation du troisième degré. Pour la résoudre le moyen le plus simple est de la laisser sous la forme ci-dessus (38) et d'opérer par approximations successives. — La hauteur z du remous étant ordinairement très petite, on pourra faire d'abord $z = o$, calculer, dans ces conditions, le second membre de l'équation, ce qui fournira une première valeur approchée de z. On continue jusqu'à ce qu'on ait deux valeurs sucessives de z assez peu différentes l'une de l'autre.

Application.

207. Reprenons les exemples cités par M. Morandière, dans son traité des ponts, d'après les indications de M. Eon Duval, et calculons le remous en appliquant la méthode de M. Bresse. — En même temps que nous ferons une application de cette dernière méthode, nous arriverons à des résultats que nous pourrons comparer avec ceux précédemment obtenus par l'emploi de la méthode de Navier.

Soit donc d'abord un pont de seize arches de 30 mètres d'ouverture chacune (n° 204), présentant par conséquent une section libre de 3 600 mètres carrés, établi sur une rivière qui lors des grandes crues débite 5 600 mètres cubes à la seconde, et qui présente, pendant ces crues, une largeur moyenne de 575 mètres avec une hauteur moyenne des eaux égale à $7^m,50$.

On aura :

$Q = 5\,600$ mètres cubes :
$L = 575$ mètres ;
$l = 16 \times 30 = 480$ mètres ;
$h = 7^m,50$;
$m = 0,90$.

On prend $m = 0,90$ pour valeur du coefficient de contraction parce qu'ici, les arches sont grandes.

On porte ces valeurs dans le deuxième membre de la formule (38) en attribuant d'abord à z une première valeur approximative $z = 0^m,10$; on a :

$$z = \frac{\overline{5\,600}^2}{19,62}\left(\frac{1}{(0,90)^2\,(480)^2\,(7,50)^2} - \frac{1}{(575)^2\,(7,50+0,10)^2}\right)$$

$$z = 1\,598\,000\left(\frac{1}{10\,497\,600} - \frac{1}{19\,096\,900}\right)$$

ou $z = 1\,598\,000\,(0,000\,000\,095 - 0,000\,000\,052)$

et enfin, $z = 0^m,069$.

En portant cette nouvelle valeur approchée de z dans la formule (38) et refaisant les calculs, on obtiendrait une autre valeur encore plus approchée.

On remarquera que, pour le même exemple, la méthode de Navier avait donné $z = 0^m,0652$, valeur peu différente de la précédente.

Autre application.

208. La méthode de Bresse appliquée au deuxième exemple traité précédemment par la méthode de Navier (n° 205) donne, en remplaçant les lettres de la formule (38) par les valeurs suivantes :

$Q = 150$ mètres cubes ;
$L = 40$ mètres ;
$l = 3 \times 10,00 = 30$ mètres ;
$h = 3$ mètres ;
$m = 0,80$;

et en attribuant à z une première valeur approchée $z = 0^m,10$:

$$z = \frac{\overline{150,00}^2}{19,62}\left(\frac{1}{(0,80)^2\,(30,00)^2\,(3,00)^2} - \frac{1}{(40,00)^2\,(3,00+0,10)^2}\right)$$

$$z = 1\,146,79\left(\frac{1}{5\,184} - \frac{1}{15\,376}\right)$$

ou $z = 1\,146,79\,(0,000192 - 0,000065)$

et enfin, $z = 0^m146$.

Pour avoir une valeur plus approchée il suffirait d'introduire cette dernière valeur de z dans la formule (38) et de refaire les calculs.

Par la méthode de Navier, on avait trouvé $z = 0^m,137$. La différence entre les deux résultats est donc ici plus sen-

sible que pour le premier exemple. — Néanmoins, M. Morandière conclut que les deux méthodes donnent des résultats absolument comparables et il ajoute que, lors de la crue extraordinaire de 1866, les remous qui se sont produits ont été très exactement ceux donnés par les calculs. — Il n'entend parler que du premier exemple relatif au pont sur la Loire, en amont de Nantes.

On remarquera du reste que, dans cet exemple, la vitesse $1^m,728$ (n° 204) est relativement faible. Mais lorsque cette vitesse augmente comme dans le deuxième exemple et devient égale à $2^m,08$ (n° 205) la différence entre les résultats obtenus par les deux méthodes s'accentue. Il est certain que la différence s'accentuerait encore davantage pour des vitesses plus fortes.

Nous pouvons donc conclure avec M. Morandière que les deux méthodes donnent des résultats sensiblement égaux, mais pour de faibles vitesses seulement. Et nous devons ajouter que pour de grandes vitesses les résultats devenant discordants, on ne doit plus faire usage de la formule approximative de Navier, si ce n'est dans le but d'obtenir une première valeur approchée de la hauteur z à porter dans la formule (38) de M. Bresse pour un premier essai.

IV. — Méthode de Claudel.

209. Nous désignons ainsi cette méthode parce qu'on la trouve dans l'aide-mémoire de Claudel (page 1563), mais elle est déduite du traité d'hydraulique de M. d'Aubuisson. On verra en outre qu'elle est absolument semblable à celle de M. Bresse.

Soient :

L, la largeur du lit mouillé de la rivière en amont du pont ;

h, la profondeur moyenne de la rivière en amont du remous. Cette profondeur est sensiblement la même entre les piles du pont immédiatement après la dépression qui suit le remous ;

v, la vitesse en amont du remous. Cette vitesse est celle qui correspond à la section Lh.

Le débit Q de la rivière par seconde sera donc égal à Lhv.

Désignons ensuite par :

l, la largeur réduite de la section d'écoulement après l'établissement du pont. Cette largeur est égale à la somme des largeurs libres comprises entre les piles et les culées de l'ouvrage ;

v', la vitesse ralentie qui correspond au plus grand exhaussement du niveau de l'eau ;

v'', le niveau de l'eau sous le pont ;

z, la hauteur cherchée du remous.

La section $L(h + z)$ qui correspond à la vitesse v' donne un débit

$$Q = L(h + z) \times v'.$$

Celle $l\,h$ qui correspond à la vitesse v'' donne le même débit, mais l'expression de ce débit doit être affectée du coefficient de contraction m, et on a :

$$Q = m\,l\,h\,v''$$

On peut donc écrire que :

$$Q = Lhv = L(h + z)\,v' = mlhv''$$

d'où

$$v' = \frac{hv}{h + z}$$

et

$$v'' = \frac{Lv}{ml}.$$

D'autre part, si nous observons que la hauteur z du remous, différence des hauteurs $h + z$ et h qui correspondent respectivement aux vitesses v' et v'', est due à la différence de ces vitesses, v' et v'', nous aurons :

$$z = \frac{v''^2}{2g} - \frac{v'^2}{2g} = \frac{v''^2 - v'^2}{2g}.$$

En remplaçant dans cette expression de z, v'' et v' par les valeurs écrites ci-dessus, il vient :

$$z = \frac{v^2}{2g}\left(\frac{L^2}{m^2 l^2} - \frac{h^2}{(h + z)^2}\right). \quad (39)$$

Comme celle de M. Bresse, cette formule est du troisième degré ; elle se calcule par approximations successives.

Il est facile de voir que les deux formules (38) et (39) sont semblables. Les mêmes lettres y représentent, en effet, les mêmes quantités, et il suffit de remplacer dans la formule (38) le facteur Q^2 par sa valeur $L^2\,h^2\,v^2$ pour obtenir la formule (39).

Cette formule(39) est aussi celle qui est donnée par M. Mary dans son cours autographié de routes et ponts à l'École centrale.

Application.

210. Nous allons appliquer cette méthode à un exemple pris sur le Veser et rapporté par d'Aubuisson dans son traité d'hydraulique.

Avant l'établissement du pont on avait :

Largeur $L = 180^m,71$;
Profondeur $h = 5^m,37$;
Vitesse $v = 1^m,494$.

Après l'établissement des piles du pont, la largeur a été réduite à $l = 96^m,13$. Le remous observé a été trouvé égal à $z = 0^m,382$.

Voyons si le résultat du calcul concordera avec cette hauteur mesurée. Prenons un coefficient de contraction $m = 0,90$, et remplaçons dans la formule (39) les lettres par leurs valeurs, en faisant d'abord $z = 0$ dans le deuxième membre. Il vient :

$$z = \frac{(1,494)^2}{19,62}\left(\frac{(180.71)^2}{(0,90)^2\ (96,13)^2} - \frac{(5,37)^2}{5,37}\right)$$

$$z = 0^m,382.$$

Substituant cette première valeur approchée de z dans l'équation, on obtient une deuxième valeur $z = 0^m,397$, différant environ de 1/25 du remous observé. Avec une valeur du coefficient de contraction m, un peu inférieure à celle qui a été admise dans le calcul ci-dessus, on aurait trouvé une valeur du remous z beaucoup plus approchée de celui observé.

211. D'Aubuisson, pour se rendre compte des différences qui peuvent se produire entre les hauteurs observées du remous et les hauteurs calculées, a comparé les résultats observés par Funk, sur le Veser, au pont de Minden, pour 8 hauteurs d'eau différentes, aux résultats donnés par le calcul. Il donne, dans son traité d'hydraulique, un tableau résumant cette comparaison, que nous reproduisons ci-dessous, quoique les chiffres portent sur de très anciennes expériences (1804).

VALEURS DE				REMOUS VALEURS DE z	
Q	l	h	m	calculée	observée
m.c.	m.	m.	m.	m.	m.
58	73.70	1.43	0.90	0.016	0.050.
432	94.60	2.51	0.90	0.220	0.209
779	88.50	»	0.90	0.267	0.261
817	91.30	3.70	0.90	0.302	0.296
735	91.30	»	0.90	0.323	0.314
996	97.60	4.44	0.81	0.342	0.345
1 123	94.80	4.90	0.81	0.383	0.377
1 318	96 00	5.37	0.81	0.426	0.384

212. Il n'est pas sans intérêt de connaître les variations que la pente de la Seine éprouve dans l'intérieur de Paris, suivant la hauteur de ses eaux, par suite des obstacles que les ponts opposent à leur libre écoulement.

Le tableau suivant résultant des observations faites vers 1840 par M. Poirée, inspecteur général des ponts et chaussées, donne ces pentes.

ORDONNÉES du nivellement de Paris correspondantes aux hauteurs d'eau observées au pont de la Tournelle	HAUTEURS de l'eau au-dessus de l'étiage		PENTES correspondantes aux différentes hauteurs	ORDONNÉES du nivellement de Paris correspondantes aux hauteurs d'eau observées au pont Royal
	au pont de la Tournelle	au pont Royal		
	m.	m.	m.	
	7.65	6.59	1.06	
	7.22	6.24	0.98	
	6.69	6.08	0.91.	
	6.57	5.70	0.87	
70.98	5.53	4.70	0.83	71.81
71.76	4.75	4.10	0.85	72.41
72.24	4.27	3.40	0.87	73.11
72.74	3.77	2.82	0.95	73.69
73.24	3.27	2.23	1.04	74.28
73.74	2.77	1.65	1.12	74.86
74.24	2.27	1.08	1.19	75.43
74.34	2.17	0.90	1.27	75.61
74.99	1.52	0.20	1.32	76.31
75.24	1.27	0.00	1.27	76.51

On voit que la pente est la plus grande au moment des basses eaux, et cela tient à l'influence qu'exercent, sur la grandeur de la section les empattements des ponts Notre-Dame et au Change. A mesure que les eaux s'élèvent la section s'accroit à peu près proportionnellement à la hauteur, et la pente diminue jusqu'à ce que le niveau ait atteint $4^m,70$ au pont Royal. A ce point, les eaux s'élèvent jusqu'aux reins des voûtes des ponts, et la largeur dimi-

nue progressivement. Par suite la pente augmente et revient à $1^m,06$ après s'être réduite au minimum à $0^m,83$ et avoir été de $1^m,27$ à l'étiage.

V. — Autre formule.

213. La hauteur du remous se déduit aussi de la formule simple :

$$z = 1,20\,\frac{V'^2}{2g} - \frac{V^2}{2g} \qquad (40)$$

dans laquelle V est la vitesse de l'eau en amont du remous; V', la vitesse de l'eau sous l'ouvrage, et $g = 9,8088$.

Cette relation est de la même forme que les précédentes : elle exprime que la hauteur z du remous est la différence entre la hauteur de chute $H' = \frac{V'^2}{2g}$, affectée d'un coefficient $m = 1,20$ pour tenir compte des frottements au passage de l'obstacle, et la hauteur de chute $H = \frac{V^2}{2g}$.

Il convient d'apliquer la formule ci-dessus seulement aux ouvrages ayant une seule arche. Lorsque l'ouvrage a plusieurs arches et que, par suite, le débouché se trouve rétréci par des piles, il vaut mieux faire usage des formules précédentes.

M. Harant, agent-voyer d'arrondissement, donne dans les *Annales des chemins vicinaux*, l'exemple suivant d'application de cette formule.

On prend la section de la plus haute crue connue, sur l'emplacement de la tête amont du pont à construire, et bien entendu, en retranchant les parties où il n'y a pas courant.

On a par exemple, avec $3^m,33$ de hauteur au dessus du fond, une section de la rivière, S = 43 mètres carrés, 54. On se donne la section du pont, S', que l'on présume nécessaire, soit

$$S' = 10^m \times 3^m,33 = 33^{m2},30.$$

En attribuant à la rivière, pour ne rester jamais au dessous du vrai, la vitesse considérable de 2 mètres par seconde (1), on a, pour la rivière, un débit :

$$Q = V \times S = 2,00 \times 43,54 = 87^{m3},08.$$

Il est clair que, malgré son étranglement, le pont devra débiter, à peu de chose près, la même quantité dans la même unité de temps.

Mais pour celà, il faudra que les eaux prennent sous le pont une vitesse accélérée

$$V' = \frac{V \times S}{S'} = \frac{87,08}{33,30} = 2^m,62.$$

Pour que la vitesse s'accélère, il faut que la pente augmente et que, par conséquent, il se forme un gonflement ou remous à l'amont de l'ouvrage.

C'est l'importance de ce gonflement qu'il faut déterminer, car il fait seul connaître s'il ne doit pas gêner les usines situées en amont, si les débordements ne devront pas s'étendre trop loin, et enfin, si la vitesse accélérée ne devra pas trop fatiguer l'ouvrage.

La hauteur de chute H qui correspond à la vitesse V de la rivière sera :

$$H = \frac{V^2}{2g} = \frac{(2,00)^2}{2 \times 9,8088} = 0^m,20.$$

Quant à la hauteur de chute H' ou $H + z$, qui correspond à la hauteur accélérée V' sous le pont, elle aura pour valeur :

$$H' = H + z = \frac{V'^2}{2g} = \frac{(2,62)^2}{2 \times 9,8088} = 0^m,35.$$

La hauteur z du remous est la différence $(H + z) - H$ des valeurs précédemment calculées. M. Harant, en affectant la hauteur H' du coefficient 1,23, arrive au résultat suivant :

$$z = 1^m,23\,\frac{V'^2}{2g} - \frac{V^2}{2g} = 0,23,$$

et il ajoute que, si ce remous n'est pas de nature à gêner l'usine placée immédiatement en amont, ni à porter trop loin les inondations, on peut le considérer comme praticable et comme n'étant pas susceptible de fatiguer les diverses parties de l'ouvrage à projeter. S'il en est autrement, il faut essayer d'un débouché plus grand, dans lequel, toutefois, la hauteur ne doit pas être augmentée,

Il faut éviter aussi d'un autre côté une

(1) Nous ferons remarquer que cette vitesse peut être calculée, dans le cas où on ne pourrait la mesurer. Le calcul se fait aisément comme nous l'avons indiqué au numéro 92, connaissant les profils transversaux du lit, le profil longitudinal du fond et la hauteur du plan d'eau.

trop grande vitesse qui pourrait entraîner le fond et produire des affouillements.

Dans la pratique, on admet généralement un remous de $0^m,25$ à $0^m,30$. (voir n° 184). Il convient en outre de ménager au-dessus des crues un espace libre de 0^m40 à $0^m,50$ de hauteur pour le passage des corps flottants.

VI. — Longueur du remous.

214. M. Charpentier, dans son traité des ponts, indique les formules suivantes pour le calcul de la longueur du remous, c'est-à-dire de la distance de l'ouvrage au point où le remous devient insensible.

On l'obtient, lorsque la surface du remous est concave, par la formule :

$$D = \frac{3z}{2I}, \qquad (41)$$

dans laquelle :

D, est la distance cherchée ;

z, est la hauteur du remous, immédiatement en amont du pont ;

I, est la pente du courant avant la construction de l'ouvrage.

On démontre par le calcul que le remous se fait sentir à une très grande distance en amont ; mais on peut le négliger à la distance déduite de la formule donnée ci-dessus.

Si la surface du remous était convexe, comme celà a lieu dans les cours d'eau peu profonds et ayant une grande vitesse la distance dont il s'agit serait moindre que $\frac{z}{I}$. Elle serait donnée par la formule :

$$D = \frac{z}{I} - 1{,}31\ V^2 \qquad (42)$$

V, étant la vitesse moyenne de l'eau.

Lorsque la forme du remous est convexe, il se produit en amont un ressaut dont la hauteur h est donnée par la relation :

$$h = 1{,}13\ IV^2. \qquad (43)$$

On constate un phénomène analogue en aval. Afin d'obvier aux inconvénients qui peuvent en résulter, surtout dans les cours d'eau dont la direction est sinueuse, il convient de prévoir un débouché suffisant pour éviter le remous, ou, tout au moins, pour en diminuer la hauteur.

VII. — Influence du vent sur la hauteur du remous.

215. Un vent violent soufflant de l'amont ou de l'aval peut amener des modifications sensibles dans la distributions des vitesses du courant et, par suite, dans la hauteur des crues et des remous. M. Dupuit a signalé ces modifications dans ses études théoriques et pratiques du mouvement des eaux et M. Debeauve en rend compte ainsi qu'il suit :

« Les formules relatives au mouvement des eaux négligent la résistance due au frottement de l'air et de l'eau ; cette résistance est cependant sensible et nous avons vu que la vitesse maxima des filets liquides ne se rencontrait pas à la surface mais au-dessous, à une distance plus ou moins grande, suivant la profondeur du courant. En temps calme, si on porte sur

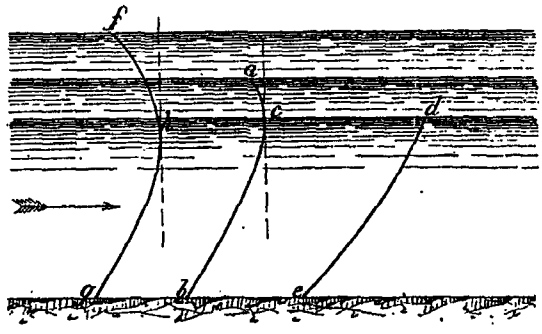


Fig. 157.

la direction des filets liquides, passant dans une même section transversale, des longueurs proportionnelles à la vitesse respective de ces filets, on obtient une courbe telle que *ab* (*fig.* 157) dont la tangente verticale est voisine de la surface du cours d'eau.

Si le vent s'élève et souffle avec violence, il agit non-seulement par le frottement, mais par la pression qu'il exerce sur la surface des eaux, pression qui aide ou qui contrarie la pesanteur, qui favorise ou qui gêne l'écoulement, suivant que le vent souffle de l'amont ou de l'aval.

Souffle-t-il de l'amont ? la vitesse des filets liquides de la surface devient prédominante, la courbe représentative des vitesses devient une ligne telle que *de* qui n'a pas de tangente verticale.

Souffle-t-il de l'aval ? la vitesse des filets centraux garde à peu près sa valeur primitive, celle des filets liquides de la surface est considérablement amoindrie. La courbe représentative des vitesses est une ligne telle que *fg*, possédant une tangente verticale en *h*, vers son milieu.

Admettons que le vent d'aval devienne assez fort pour produire à la surface une résistance équivalente à celle du fond, celà revient à doubler le périmètre mouillé et par conséquent à doubler le rayon moyen R. S'il s'agit d'un lit de grande largeur, le rayon moyen sera donc égal à la profondeur *h* en temps calme et à $\frac{h'}{2}$ par un vent violent d'aval.

L'équation du mouvement dans les canaux s'écrira dans les deux cas :

$$hI = AU^2 \qquad h'I = 2\,AU'^2.$$

ce qui donne :

$$2\,h\,U'^2 = h'\,U^2.$$

Mais la largeur et le débit de la rivière sont les mêmes dans les deux cas, de sorte que :

$$h\,U = U h'$$

de ces équations on déduit :

$$h'^3 = 2\,h^3. \qquad h' = 1{,}26\,h.$$

Ainsi, par un vent d'aval assez violent pour produire à la surface une résistance égale à celle du fond, la hauteur des crues pourrait être augmentée d'un quart, portée par exemple de 4 mètres à 5 mètres. »

Dans les calculs précédents, on a admis que la largeur de la rivière reste la même pour les hauteurs différentes *h* et *h'*. Cela est possible dans une rivière très large à fond à peu près horizontal dont les berges se relèveraient presque verticalement. Mais dans le cas d'une rivière débordée, et surtout à l'endroit d'un remous produit par un obstacle quelconque, il est certain que cette largeur varierait dans d'assez grandes proportions pour de faibles différences dans les hauteurs *h* et *h'*. — Le coefficient 1,26 dont le facteur *h* est affecté ne serait plus applicable, il devait être un peu diminué, mais néanmoins ce que nous venons de dire montre bien l'influence du vent d'aval et la nécessité d'en tenir compte dans la détermination de la hauteur définitive des crues et des remous. — On pourrait faire varier ce coefficient de 1 à 1,26 suivant la configuration du sol à l'endroit considéré.

§ *VII. — EFFETS DES PILES ET CULÉES*

I. — Contraction.

216. Les piles et culées en rivière, produisent, outre le remous de gonflement qui prend naissance en amont du pont et la dénivellation qui a lieu immédiatement en aval du gonflement, d'autres effets qu'il importe d'étudier.

Ces effets sont : une contraction provenant du rétrécissement du lit et des directions obliques des filets liquides autour des piles, et des affouillements résultant de l'augmentation de vitesse qui correspond à la dénivellation dont nous avons déjà parlé. — Ces deux effets sont, du reste, liés entre eux, car plus la contraction sera forte, plus la vitesse au passage de l'obstacle sera grande et, par conséquent, plus les affouillements seront à craindre.

On comprend qu'il soit indispensable de tenir compte de la contraction qui se produit au passage du courant sous les arches quand on veut évaluer le débouché à donner au pont. — Cette contraction dépend surtout de l'ouverture des arches et de la forme de l'avant-bec des piles.

Gauthey, dans son traité de la construction des ponts, présente un certain nombre d'expériences relatives aux formes que les courants prennent, selon la forme donnée à l'avant-bec de la pile.

Grâce à ces expériences, il a pu estimer les valeurs qu'il convient d'attribuer au coefficient m de contraction suivant les cas. — Ces valeurs sont encore généralement admises aujourd'hui. Voici ce que Gauthey dit à ce sujet dans son traité : « La forme des piles, et surtout celle de leurs avant-becs, est un objet important, et qui, lorsque les piles sont très larges, peut influer considérablement sur la solidité et sur la durée d'un pont. Quand cette forme est mal conçue, elle est effectivement une des causes des affouillements qui se manifestent et elle ajoute toujours à l'énergie de celles qui peuvent provenir d'ailleurs ».

Il paraît au premier coup d'œil, que si le débouché d'un pont est réglé de manière à ce que le rapport, marqué par le régime de la rivière, entre la résistance du sol et la vitesse moyenne du courant ne soit pas sensiblement altéré, il est impossible qu'il se produise aucun affouillement; et cela serait vrai, si cette vitesse moyenne se distribuait uniformément dans toute la masse des eaux auxquelles le pont donne passage. Mais les obstacles que les piles et les naissances des arches opposent au courant, nuisent à cette égale répartition de la vitesse, et tandis qu'il se forme des courants particuliers très rapides, on voit, dans d'autres endroits, les eaux tournoyer et revenir sur elles-mêmes. Il est donc important de donner aux piles la forme la plus propre à prévenir ces effets dont les suites sont plus ou moins dangereuses.

Dans les piles des ponts antiques, la base des avant-becs est ordinairement un demi-cercle ou un triangle rectiligne ; mais les constructeurs modernes ont souvent arrondi les angles formés par les faces des avant-becs et du corps de la pile. On trouve quelques ponts, bâtis dans le moyen âge, où les avant-becs ont été entièrement supprimés, et où les piles sont terminées parallèlement aux têtes. Cette dernière disposition est la plus vicieuse de toutes. On remarque, en effet, que, quand le courant vient frapper l'avant-bec d'une pile, l'eau s'élève à sa rencontre; les filets qui tendent à choquer cet avant-bec sont forcés de se détourner de chaque côté, et produisent deux courants obliques qui s'éloignent des faces latérales de la pile contre lesquelles il n'y a plus qu'une eau stagnante ou tournoyante. Ces deux courants vont resserrer le courant principal, en formant avec ceux produits par les piles voisines, des espèces de barrages en entonnoir, où l'eau coule moins vite vers les bords qu'au milieu, parce qu'elle a perdu de sa vitesse contre l'obstacle qu'elle a rencontré; et quoique, par cette raison, la rapidité du courant soit généralement plus grande au milieu de l'arche qu'à l'épaulement de la pile, cet endroit n'en est pas moins exposé à cause des chutes et des tournoiements qui s'y forment, et qui attaquent le terrain et causent les affouillements. Tous ces effets, qui se reproduisent plus ou moins, quelle que soit la forme de la pile, sont d'autant plus marqués que les faces frappées par le courant lui sont opposées plus directement.

On sait que, quand l'eau s'introduit dans un canal plus étroit que celui où elle coulait d'abord, la vitesse doit augmenter par l'effet de la diminution de la section : si l'entrée du canal étroit n'est point évasée, et si la section diminue subitement, il y a nécessairement une contraction qui oblige le courant à prendre une vitesse plus grande que la diminution de la section ne l'exige. Il est donc important de rendre cette contraction la moins forte qu'il est possible, et cet objet est d'autant plus essentiel qu'on évitera alors la chute qu'elle occasionne à l'épaulement de la pile, et qui est la cause des affouillements. C'est dans cette vue que nous avons cherché à comparer les effets de la contraction pour des piles de diverses formes, dans des expériences dont nous allons rendre compte, après avoir parlé de quelques recherches qui ont été faites sur le sujet qui nous occuppe.

On trouve dans les recherches sur la construction la plus avantageuse des digues, de MM. Bossut et Viallet, la solution d'un problème dont l'objet est de déterminer la forme la plus convenable à donner à la tête d'une jetée. La tête d'une jetée et l'avant-bec d'une pile sont des constructions assujetties aux mêmes conditions : il s'agit également de défendre

ces édifices contre l'action du fluide qui les frappe sans cesse, et il parait que la forme qui convient à l'un doit également convenir à l'autre. M. Bossut suppose que chaque face de la tête de la jetée est frappée par des filets de fluide dont les directions sont parallèles, et dont les vitesses sont égales. Il cherche ensuite, d'après la théorie ordinaire du choc des fluides, quelle doit être la forme de la base de chaque face, pour que ce choc soit le moindre possible. Il trouve que la ligne droite résout le problème, et que, si la base est un triangle, ce doit être un triangle isocèle dont les deux angles égaux seraient de 50 degrés.

Cette solution est sujette à beaucoup de difficultés ; on se contentera d'observer ici que l'on croit entrevoir que la question n'est peut-être pas bien posée. Il semble inutile que la tête d'une jetée, ou l'avant-bec d'une pile reçoive le moindre choc possible de la part du courant, parce qu'on n'a point à craindre que le courant en déplace la masse tout entière; cette condition serait, à la vérité, celle qu'il faudrait remplir s'il s'agissait de la proue d'un bateau : mais, quand le parement de la tête d'une jetée est bien construit, elle ne peut jamais être emportée qu'autant que l'eau fouille au pied, et c'est seulement ce dernier effet qu'il est essentiel de prévenir.

M. Garipuy, dans un mémoire manuscrit conservé à l'École des Ponts et Chaussées, a cherché à modifier la forme triangulaire qu'on donne ordinairement aux avant-becs, de manière à obtenir de la part du fluide une égale pression snr toute la longueur de leurs faces. Comme le fluide accélère un peu son mouvement en parcourant la longueur de l'avant-bec, il suit de la théorie ordinaire de la résistance des fluides, que chaque face doit être légèrement convexe. La forme qu'on obtient de cette manière diffère fort peu du triangle, et on voit d'ailleurs que la condition à laquelle on s'est assujetti est très indifférente, et que ce n'est point encore sous ce point de vue qu'il faut considérer la question.

Quelqu'important qu'il soit cependant de donner aux piles la forme la plus propre à prévenir une contraction trop forte, cette condition n'est pas la seule à laquelle on doive avoir égard. Il faut aussi chercher à les garantir des effets du choc des glaces, des trains de bois et des bateaux : on ne peut y parvenir qu'en donnant aux avant-becs beaucoup de solidité ; qu'en prenant garde de faire leur angle saillant trop aigu, ce qui donnerait trop de prise aux dégradations, et d'émousser trop cet angle, ce qui le rendrait moins propre à briser et à écarter les glaçons. Pour éviter la contraction, il est indispensable de faire des avant-becs très longs, et de les terminer en pointe. Il est donc impossible de remplir à la fois les deux convenances ; et comme, suivant le cas où on se trouve, il peut être plus essentiel d'avoir égard à l'une qu'à l'autre, on choisit parmi les formes usitées celle qui est la plus propre à remplir l'objet qu'on a principalement en vue. Nos expériences mettront les constructeurs à même de faire ce choix avec connaissance de cause.

Ces expériences ont été exécutées par le moyen d'un canal rectangulaire, en planche de 50 centimètres de largeur, dans lequel on plaçait des modèles de piles de 15 centimètres d'épaisseur, et où l'eau coulait sur environ 40 millimètres de hauteur. On imprimait au fluide, par le moyen d'une chute, une vitesse d'environ 3, 9 mètres par seconde, ce qui est à peu près celle des grandes rivières dans les crues. On a observé avec soin toutes les circonstances de la contraction dans différentes espèces de piles, et mesuré et modelé les remous et les courants qui se formaient.

La première expérience (*fig.* 158), a été faite sur une pile dont l'avant-bec était rectangulaire. Le remous formé au-devant de la pile a présenté une espèce de bourrelet A, à peu près circulaire, qui s'est élevé de 34 millimètres au-dessus du niveau de l'eau, en formant à l'angle d'épaulement une chute presque verticale. Le long des faces latérales de la pile, on observait deux autres courants B, C, inclinés assez uniformément, et qui n'étaient réels qu'à la surface. Au-dessous, l'eau animée de la vitesse due à la chute du remous, formait une nappe très

rapide et très dangereuse Lorsqu'on substituait deux culées à la pile, il se formait deux bourrelets pareils, qui allaient se rencontrer au milieu de l'arche où ils se croisaient réciproquement. On a tracé au-dessous de la figure, les profils de l'eau pris en différents endroits. On les distinguera facilement au moyen des lettres de renvoi.

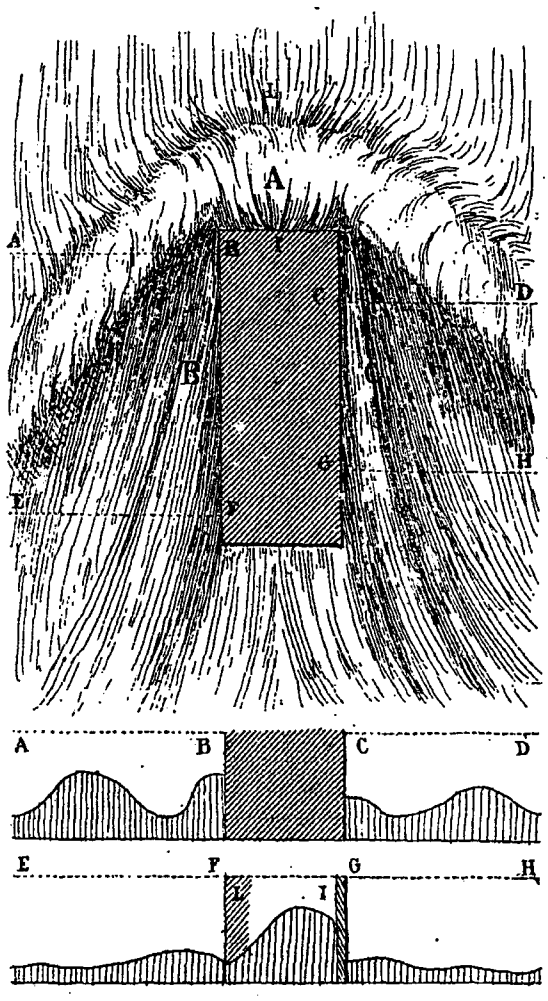


Fig. 158.

Dans la seconde expérience (*fig.* 159), l'avant-bec de la pile offrait un triangle dont l'angle saillant était droit. Il ne forme pas un aussi grand obstacle que le rectangle ; cependant le remous s'élève aussi haut. Les deux courants qui s'établissent contre les flancs de la pile sont bien moins forts, mais la chute qui se forme à côté de l'épaulement est pour le moins aussi profonde et peut-être plus dangereuse. Le courant forme au-devant du remous une espèce de nappe où l'eau retombe en revenant sur elle-même, ainsi qu'on peut le voir par les profils.

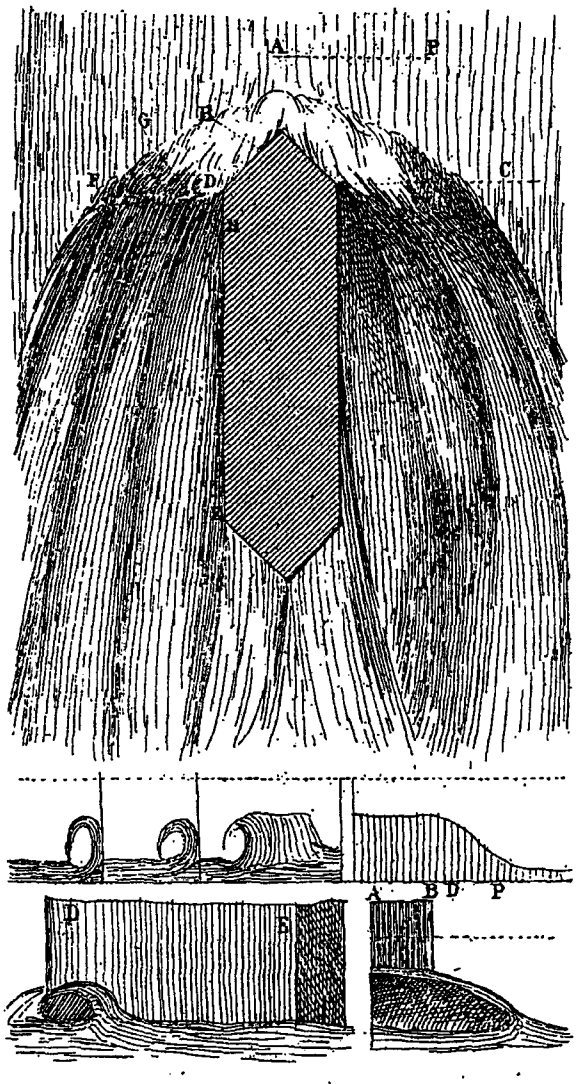


Fig. 159.

La troisième expérience (*fig.* 160), a été faite sur une pile où le plan de l'avant-bec était un demi-cercle. Le remous s'est élevé à peu près à la même hauteur que dans les expériences précédentes, mais il était moins large. Il formait deux courants : le premier A suivait une pente douce le long des faces de la pile ; le

second B semblait être produit par l'opposition du premier ; et aucun des deux ne formait de chute contre la pile. L'eau s'élève au-devant de la pile en amont, mais au milieu de l'arche, elle conserve sensiblement son niveau, et augmente

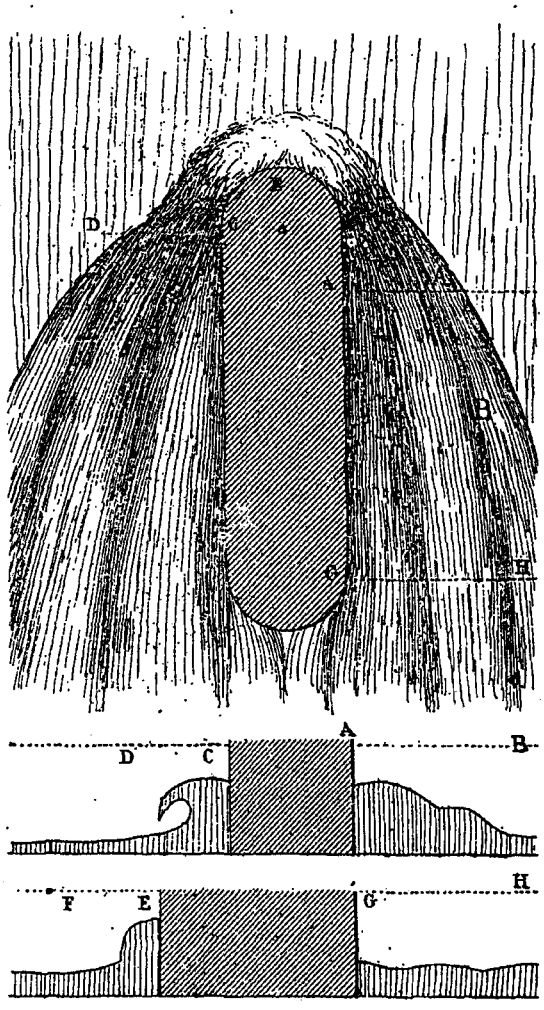


Fig. 160.

seulement de vitesse à mesure que le courant principal est resserré par les deux courants résultant du remous.

La quatrième expérience (*fig.* 161), a été faite sur un avant-bec dont la base était un triangle équilatéral. On y a remarqué les mêmes effets que dans les deux premières ; mais ils y étaient moins sensibles. Le remous a une hauteur moins grande, et les courants latéraux diver-

gent moins ; la chute quoique moins forte subsiste encore à l'épaulement.

Les deux côtés de la base de l'avant-bec étaient formés, dans la cinquième

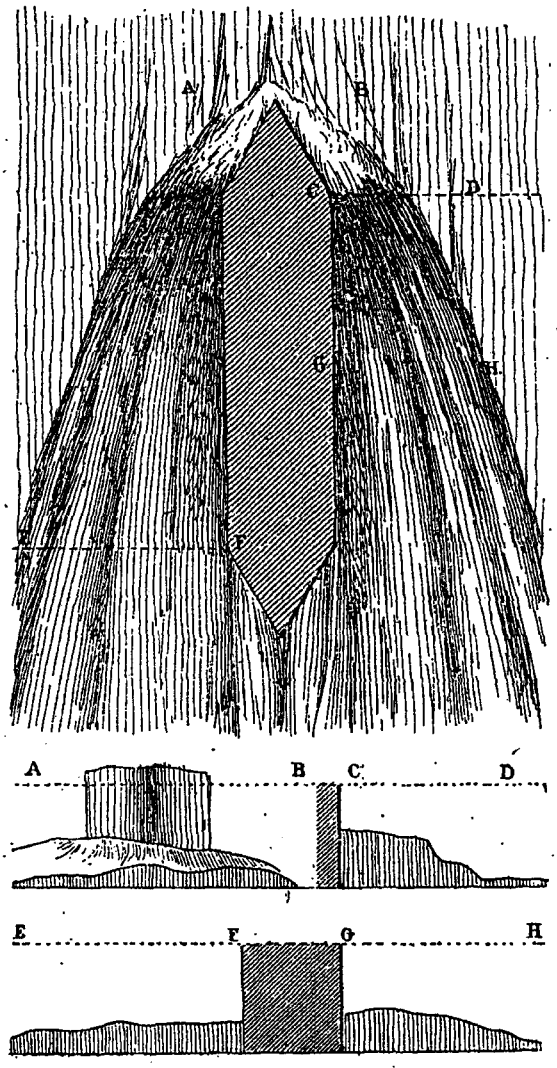


Fig. 161.

expérience (*fig.* 162), par deux arcs de cercle égaux au sixième de la circonférence, décrits sur les côtés d'un triangle équilatéral. Il ne s'est point formé de cataracte à l'épaulement : le courant a pris, le long des faces de la pile, une pente qui s'étendait jusqu'à l'arrière-bec. Il se produit de chaque côté, comme pour l'avant-bec demi-circulaire, un second courant qui ne commence pas aussi tôt,

et qui ne s'élève pas d'abord à une aussi grande hauteur, mais qui est aussi considérable à la sortie de l'arche. Le remous ne s'élève pas tout à fait autant, mais l'eau retombe également en nappe.

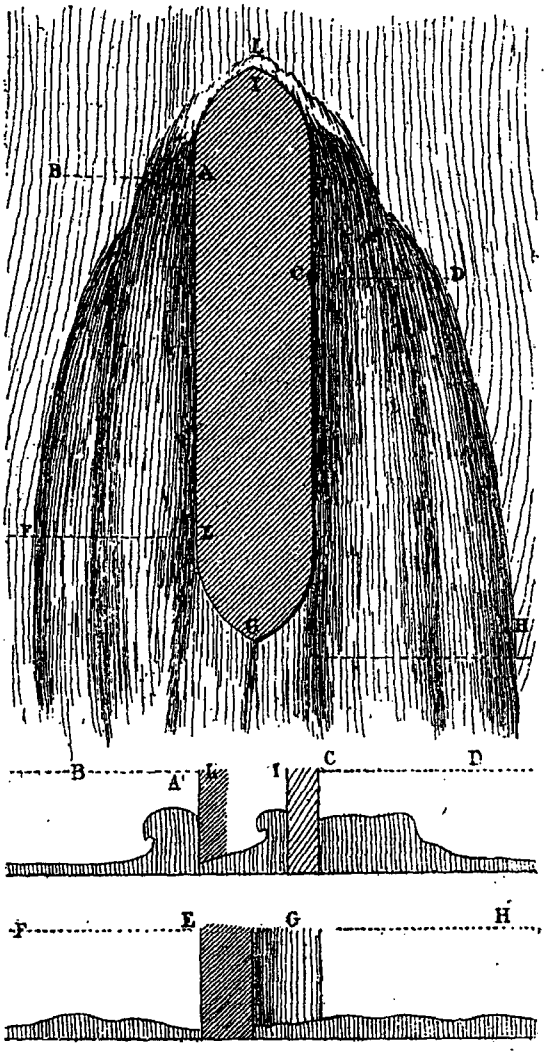


Fig. 162.

Dans la sixième expérience (*fig.* 163), la forme de la pile était celle d'une ellipse dont le petit diamètre est le quart du grand. L'eau s'élève beaucoup moins au devant de la pile que dans les expériences précédentes, et les courants latéraux ont également une pente uniforme le long de ses faces. Le second courant est relativement plus considérable, et devient même plus haut que le premier avec lequel il se confond à la sortie de l'arche. Tous deux s'étendent sur une moins grande largeur.

La septième expérience (*fig.* 164), a été faite sur une pile où la base de l'avant-bec était un triangle mixtiligne concave. On n'emploie point aux piles des avant-becs de cette forme, mais on en a quelquefois fait usage pour le raccordement des culées avec leurs murs d'épaulement. Elle est sans doute la plus dangereuse de toutes. A partir de l'avant-bec, l'eau s'élève considérablement jusqu'à l'angle d'épaulement, où elle forme une chute plus forte que dans toutes les autres expériences et dont le fond est plus bas que le niveau général du courant. Le courant latéral obligé de se détourner,

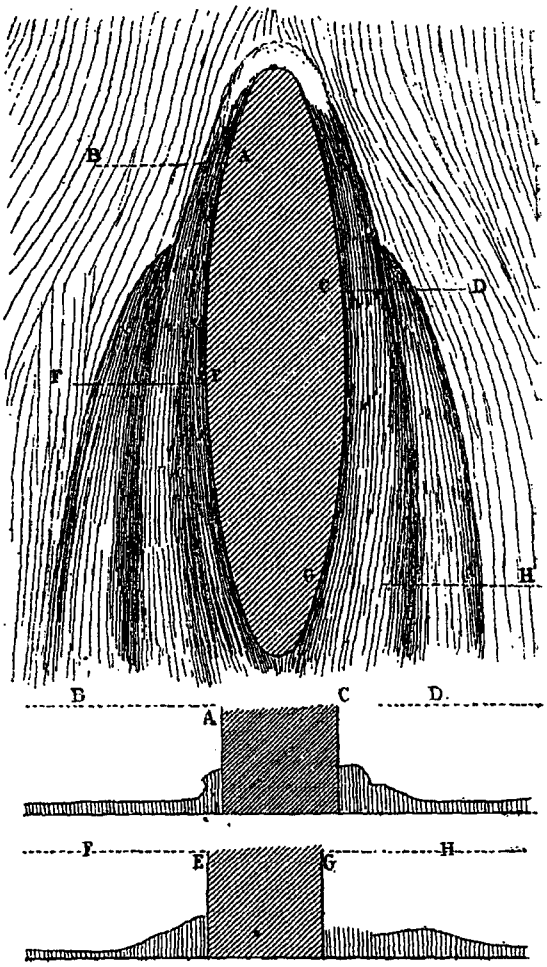


Fig. 163.

est de chaque côté accompagné de deux autres : l'un joignant la pile, est assez faible ; l'autre, peu élevé d'abord, acquiert bientôt plus de volume, parce qu'il est soulevé par l'eau du courant principal, et ne s'abaisse qu'à une distance considérable en aval.

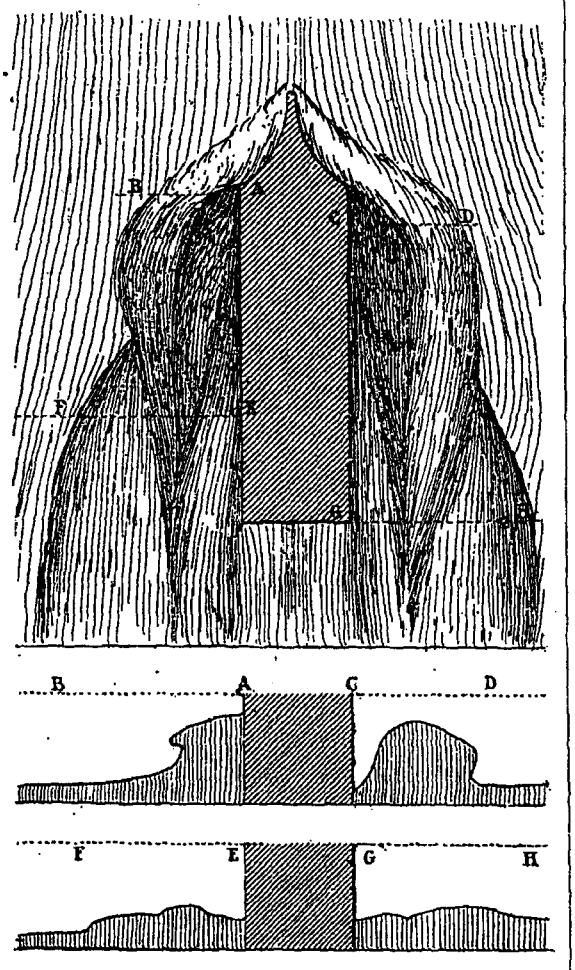


Fig 164.

Dans la huitième expérience (*fig.* 165), l'avant-bec de la pile avait la même forme que dans la cinquième (*fig.* 162), mais on a supposé que les naissances des arches étaient surmontées par le courant. Le remous est devenu alors très considérable, et les courants qui en résultent ont presque autant divergé qu'ils l'ont fait dans la première expérience ; la chute était très forte et très large ; et des trois courants séparés qui se sont formés de chaque côté, ceux qui joignaient la pile ont été constamment les moins élevés. Ils ont tous été se confondre à une distance assez éloignée.

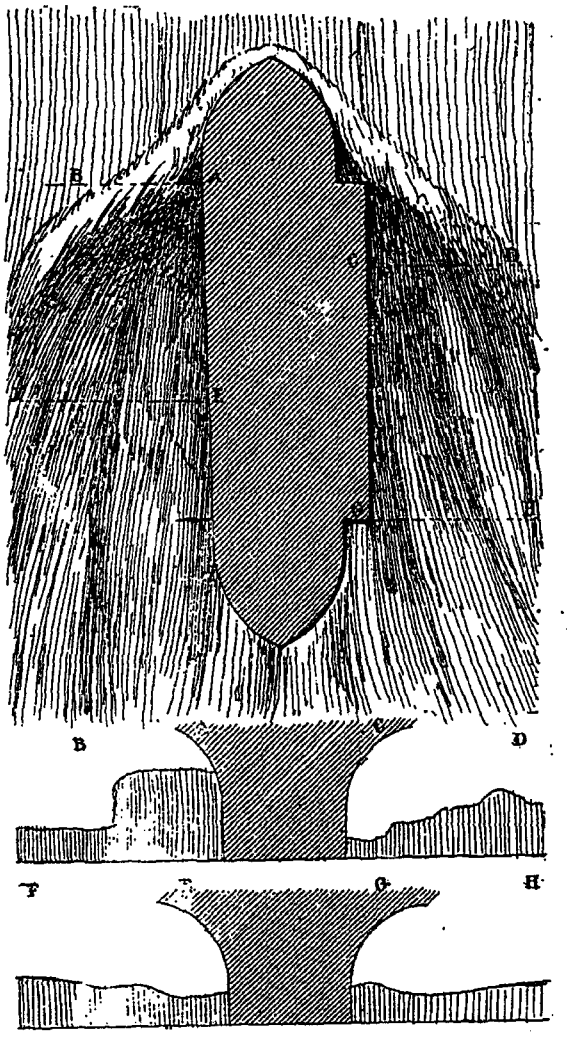


Fig. 165.

On voit par ces expériences que toutes les fois que les faces de l'avant-bec sont réunies à celles de la pile par une courbe qui leur est tangente, et que l'eau ne surmonte point les naissances des arches, il ne se forme pas de chute à l'épaulement, et qu'il se produit alors deux autres courants à côté de ceux qui enveloppent la pile, et qui sont peu rapides. Les affouillements ne sont donc pas fort à craindre

dans ce cas, et d'autant moins que les courants les plus rapides sont ceux qui s'éloignent le plus de la pile. On peut remarquer aussi que la pile elliptique a de grands avantages sur toutes les autres, et occasionne une contraction beaucoup

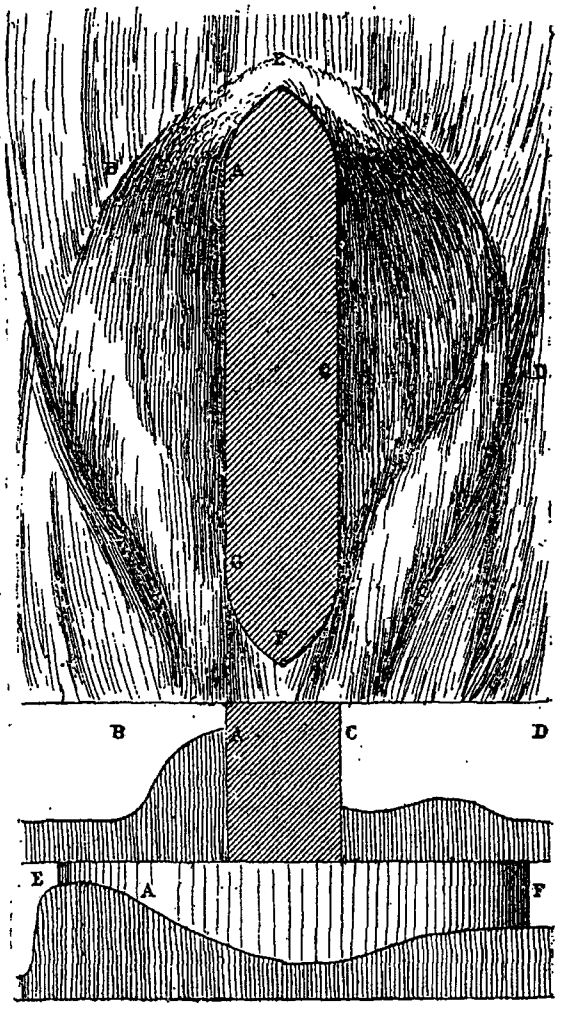


Fig. 166.

moins considérable, parce que les courants latéraux divergent à de moins grandes distances.

A l'égard des avant-becs dont le plan est triangulaire, le triangle équilatéral est de beaucoup préférable au triangle rectangle, qui présente un obstacle presque aussi grand que la pile rectangulaire, et qui est peut-être encore plus dangereux, parce que le lieu de la plus grande chute se trouve précisément à l'angle d'épaulement tandis que, dans la pile rectangulaire, il s'en éloigne un peu. Il faut donc, si on emploie des faces droites, préférer le triangle équilatéral, sauf à arrondir l'angle opposé au courant, si on avait des craintes sur sa solidité.

L'avant-bec dont le plan est un triangle

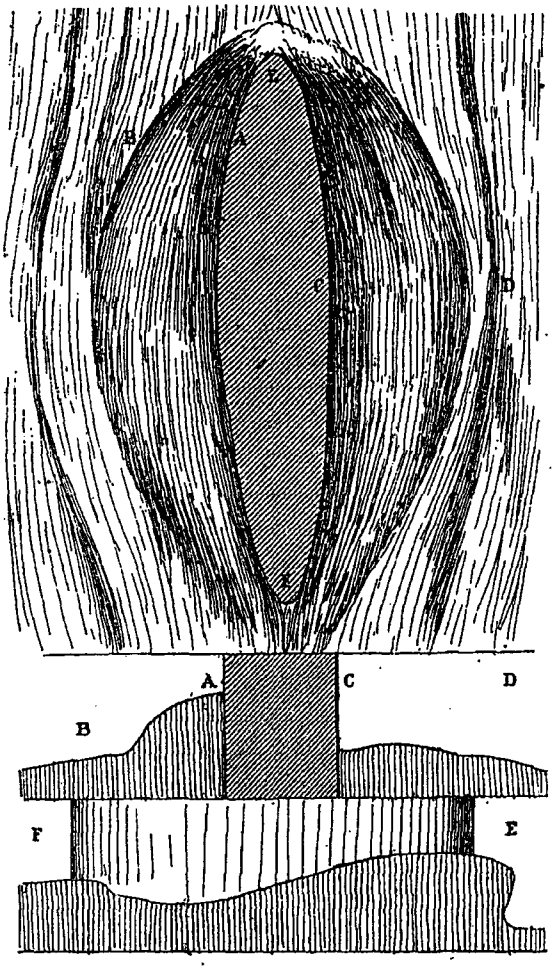


Fig. 167.

équilatéral mixtiligne, est de beaucoup préférable à tous les autres. Il réunit le double avantage de produire le moins de contraction et le moins d'affouillement possible, et de présenter à l'angle saillant une solidité suffisante, puisque cet angle est mesuré par le tiers de la circonférence. La pile ovale est la seule qui occasionne une contraction moins considérable, et qu'on puisse lui préférer sous ce rapport.

Les expériences décrites ci-dessus ont été faites sur un courant où la vitesse était de 3m,9 par seconde. Comme les rivières en prennent quelquefois une plus forte dans les crues, on a fait deux autres expériences en imprimant au courant une vitesse de 4,87 mètres.

Dans la première (*fig.* 166), la base de l'avant-bec était formée par deux arcs égaux au sixième de la circonférence. Le remous produit à la rencontre de la pile s'élevait à une hauteur près de deux fois plus considérable que celle qu'il avait pour la vitesse de 3,9 mètres, et quoiqu'il n'y eut point de chute, la pente formée le long des faces de la pile était beaucoup plus rapide. Elle ne s'étendait cependant pas au delà de l'extrémité du corps carré et le niveau de l'eau se relevait considérablement à l'arrière-bec, ainsi qu'on peut en juger par le profil EAF pris sur la longueur de la pile. Cet effet singulier, et qu'on observe dans toutes les circonstances semblables, provient de ce que l'eau est forcée d'abord de couler avec une pente considérable, en vertu de laquelle elle puisse obtenir la vitesse relative à la diminution de section que le corps de la pile lui fait éprouver ; et lorsqu'en arrivant à l'arrière-bec, la section s'élargit, la vitesse redevient ce qu'elle était et l'eau remonte presque au niveau qu'elle avait d'abord, afin que, pour chaque point, la pente du fluide ait précisément la valeur qui convient à la vitesse correspondante.

Cette expérience s'accorde avec une observation faite au pont de la Drôme par M. Montluisant, ingénieur des ponts-et-chaussées. Il releva la trace laissée par les eaux sur les faces de la pile et de ses avant et arrière-becs après une crue, et trouva que l'eau qui s'était élevée à peu près à la même hauteur, à l'avant et à l'arrière-bec de la pile, s'était abaissée d'environ 1m,50 à l'angle d'épaulement d'amont et le long du corps carré. Cet effet analogue à celui qu'on vient de décrire, parut assez extraordinaire pour être révoqué en doute dans un temps où les connaissances en hydraulique étaient peu avancées. Il a nécessairement lieu dans tous les cas, mais il n'est bien sensible qu'autant que la vitesse est très grande.

La seconde expérience faite avec une vitesse de 4,87 mètres par seconde, sur une pile à base elliptique (*fig.* 167), a présenté les mêmes effets que celle où on avait donné au courant une vitesse de 3,9 mètres, mais ils étaient plus marqués. Elle assure aux piles elliptiques la propriété d'occasionner peu de contraction.

Nous ajoutons ici un tableau qui contient les principales dimensions des courants qui ont été observés dans les expériences précédentes.

NUMÉROS des expériences	FORME de la BASE DE L'AVANT-BEC	HAUTEUR DE L'EAU à l'avant-bec	HAUTEUR DE L'EAU au milieu de la pile	DISTANCE DU COURANT LATÉRAL vis-à-vis l'angle d'épaulement	DISTANCE DU COURANT LATÉRAL vis-à-vis le milieu de la pile
		m.	m.	m.	m.
	La vitesse est de 3m,9 par seconde				
1	Rectangle	0.041	0.018	0.099	0.203
2	Triangle rectangle	0.036	0.014	0.084	0.126
3	Triangle équilatéral	0.034	0.016	0.036	0.072
4	Demi cercle	0.038	0 023	0.023	0.095
5	Triangle mixtiligne	0.046	0.016	0.027	0.077
6	Ellipse	0.032	0.011	0.018	0.061
7	Triangle mixtiligne concave	0.036	0.009	0.036	0.104
8	Triangle mixtiligne et naissances moyennes.	0.045	0.009	0.041	0.189
	La vitesse est de 4m,87 par seconde				
1	Triangle mixtiligne	0.072	0 032	0.090	0.131
2	Ellipse	0 059	0.045	0.045	0.081

Les expériences et les observations précédentes mettront le lecteur à même d'apprécier les avantages et les inconvénients des diverses espèces d'avant-becs sous le

rapport de la contraction plus ou moins grande et plus ou moins dangereuse qu'ils font éprouver au courant. Mais il ne faut point oublier que les avant-becs ont aussi pour objet de briser les glaces, et d'empêcher qu'aucun corps flottant ne puisse s'arrêter contre les piles d'un pont et y diminuer la section, ce qui tendrait nécessairement à produire des affouillements.

Les glaces sont, dans les lieux où la température est la même, d'autant plus dangereuses que le cours des rivières est plus lent. Dans ce cas, en effet, elles gèlent plus promptement, et les glaçons qui ont eu le temps d'acquérir une épaisseur plus considérable, se détachent en plus grandes masses. Il est donc essentiel, surtout dans ce cas, de prendre des précautions relativement à l'effet qu'ils peuvent produire, et de faire l'angle saillant des avant-becs plus aigu. Si on avait des craintes sur sa solidité, on pourrait l'armer de bandes de fer, ou d'un prisme de fonte maintenu dans la maçonnerie.

Un des meilleurs moyens qu'on ait proposé pour remédier aux inconvénients qui résultent des glaces que les rivières entraînent, est celui que Perronet avait adopté pour le pont projeté sur la Neva, à Saint-Pétersbourg. Il consiste à incliner en avant l'arête saillante de l'avant-bec: au moyen de cette disposition les glaçons qui viennent le frapper tendent à remonter un peu le long de cette arête; alors leur poids agit de chaque côté pour les faire rompre, et chaque partie est facilement entraînée par le courant.

La forme des arrière-becs n'est pas aussi importante que celle des avant-becs, et il y a même un grand nombre d'anciens ponts où ils se trouvent entièrement supprimés. Dans ce dernier cas, l'espace qu'ils auraient occupé est remplacé par une eau stagnante ou tournoyante, et c'est ce qu'il est convenable de prévenir. Il est donc plus avantageux de construire des arrière-becs auxquels on pourra donner la même forme qu'aux avant-becs. Lorsqu'une rivière a été resserrée par un obstacle, tel qu'une pile, dont l'effet est de diminuer la largeur de son lit, les deux courants qui se sont formés le long de ses faces se rejoignent en aval, après avoir décrit un espèce de triangle curviligne. Ils se rencontrent donc après avoir prolongé de chaque côté les faces de l'arrière-bec, et il résulte souvent de cette circonstance des affouillements qui ne sont guère moins fréquents à l'aval qu'à l'amont des ponts. Cela doit engager les constructeurs, non seulement à ne jamais supprimer les arrière-becs, mais peut-être même à les allonger davantage qu'on n'est dans l'usage de le faire.

Lorsque les eaux s'élèvent beaucoup au-dessus des naissances des arches, la forme de l'avant-bec influe peu sur la nature de la contraction, qui alors dépend principalement de la forme de l'arche, et de la manière dont l'intrados de la voûte est raccordé avec les faces de l'avant-bec. Une des meilleures manières de diminuer la contraction dans ce cas, est de pratiquer des cornes de vache, comme au pont de Neuilly; on peut aussi, pour remplir le même objet, terminer les deux faces de l'avant-bec par une surface courbe qui se raccorderait avec celle de la voûte. On en trouve des exemples au pont de Gignac et au pont de Navilly sur le Doubs. C'est dans la même vue que nous avions projeté, pour un pont à bâtir à Auxonne, des avant et arrière-becs auxquels on avait donné une forme approchant de celle des extrémités d'un navire.

Les avant-becs, destinés à diviser les eaux et à briser les glaces, doivent s'élever jusqu'au niveau des plus grandes crues, ou au moins à la hauteur où se font les débâcles. On observera cependant que, dans les arches en anse de panier et en plein cintre, les avant-becs diminuent peu la contraction lorsque les eaux montent beaucoup au-dessus des naissances, parce que les tympans de l'arche offrent alors une grande surface qui se trouve directement opposée au courant. Les avant-becs ne servent plus qu'à recevoir le premier choc des glaçons.

217. Des considérations précédentes et de ses expériences, Gauthey concluait que :

Pour des avant-becs ayant la forme demi-circulaire (*fig.* 160), ou la forme d'un triangle équilatéral (*fig.* 161), le coefficient

m de contraction, peut être pris égal à $m = 0{,}80$ pour des arches de 10 mètres d'ouverture, $m = 0{,}90$ pour des arches de 30 mètres et m plus grand encore pour des ouvertures plus grandes;

Pour des avant-becs à sections horizontales rectangulaires (*fig.* 158), les coefficients ci-dessus doivent être réduits dans le rapport de 0,90 à 0,85;

Pour des avant-becs présentant un angle très aigu ou bien terminés par une ogive allongée, les mêmes coefficients doivent, au contraire, être augmentés dans le rapport de 0,90 à 0,95.

On peut enfin admettre que pour des ouvertures supérieures à 100 mètres, le coefficient de contraction devient égal à l'unité, c'est-à-dire qu'alors, il n'y a pour ainsi dire plus de contraction et qu'on peut, par suite, faire disparaître le coefficient m des formules.

Nous résumons ces valeurs diverses du coefffcient de contraction m dans le tableau ci-dessous.

OUVERTURE des ARCHES	FORME DES AVANT-BECS		
	rectangulaires	demi-circulaires ou triangle équilatéral	triangle ou ogive très allongée
m.			
10	0.79	0.85	0.89
20	0.83	0.87	0.91
30	0.86	0.90	0.93
40	0.88	0.91	0.94
50	0.90	0.93	0.95
60	0.92	0.94	0.96
70	0.94	0.96	0.97
80	0.97	0.97	0.98
90	0.98	0.98	0.98
100	0.99	0.99	0.99

Lorsqu'il s'agit d'arches ayant une faible ouverture et dont les naissances plongent dans le courant, il est prudent de prendre seulement $m = 0{,}70$.

II. — Affouillements.

a. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES

218. On comprend que le débouché linéaire d'un pont ne puisse avoir théoriquement de limite inférieure parfaitement déterminée, car il est toujours possible de faire passer un volume d'eau quelconque, dans un temps donné, à travers une section de largeur quelconque, à condition que la hauteur soit toujours suffisante.

Considérons, en effet, une rivière au moment de l'étiage, par exemple. Sur cette rivière, on établit un pont de faible ouverture, qui en retrécit considérablement la largeur. Lorsque le niveau de l'eau s'élèvera dans la rivière, la section d'écoulement de celle-ci et son débit augmenteront. La section rétrécie du pont ne pourra débiter *immédiatement* toute l'eau qui arrivera de l'amont. Cette eau s'accumulera donc en amont du pont et le plan d'eau qui s'était élevé par suite d'un plus grand débit, s'élèvera encore à cause de l'obstacle qui gêne le passage du courant. Il se produira donc à l'amont de l'ouvrage, un emmagasinement d'eau qui aura pour effet une surélévation du plan d'eau; c'est ce que nous avons appelé un *remous*. Mais cette augmentation de la hauteur du courant en amont, aura elle-même pour effet, à cause de la chute qu'elle détermine, d'augmenter la vitesse du courant. Il arrivera un moment où la hauteur du remous sera assez grande pour faire prendre à la vitesse de l'eau sous le pont, une valeur telle que l'eau qui continue à arriver de l'amont, puisse être entièrement débitée. A partir de ce moment, le régime est établi, le remous cesse de s'élever, et le pont débite la quantité d'eau débitée par la rivière.

Si le débit de la rivière augmente encore, un phénomène semblable à celui que nous venons de décrire se reproduira et se superposera au précédent. La hauteur du remous s'élèvera de nouveau et l'accroissement de vitesse dû à cette surélévation permettra encore au pont, après un certain temps nécessaire pour que le régime s'établisse, de laisser passer toute l'eau que la rivière débite

Les seules causes qui empêchent de rétrécir le lit de la rivière au-dessous de certaines limites sont donc :

1° La nécessité de réduire le plus possible la hauteur du remous à l'amont, lorsque ce remous pourrait être dommageable aux riverains;

2° L'obligation dans laquelle on se trouve de faire en sorte qu'il ne se produise pas sous le pont une vitesse assez

grande pour affouiller profondément le sol et déraciner les points d'appui.

Nous avons dit comment on calcule la hauteur du remous, mais on voit que, pour une détermination raisonnée du débouché d'un pont, il faut en outre connaître la vitesse sous laquelle le terrain qui forme le fond du lit commence à être entraîné. — Nous allons donc voir comment le fond peut être attaqué et entraîné.

b. — ENTRAINEMENT DES GRAVIERS

219. Dans une intéressante étude sur les torrents des Alpes françaises, M. Philippe Breton, ingénieur des ponts et chaussées, explique d'abord les phénomènes d'entraînement des graviers qui se produisent dans les courants.

Lorsqu'un courant liquide rencontre un galet, il se trouve dévié et contourne l'obstacle. Les pressions des divers filets n'obéissent plus à la loi hydrostatique, elles exercent sur le galet une impulsion dirigée vers l'aval, impulsion qui peut arriver à vaincre la résistance au déplacement.

Tout accroissement de débit, augmentant la force vive disponible, détermine un accroissement d'impulsion. Il en est de même de la pente.

L'effort d'entraînement croît avec la grosseur des pierres comme les carrés de leurs dimensions opposées au courant : il est moindre pour les pierres plates que pour les rondes.

La résistance à l'entraînement croît comme le poids des pierres dans l'eau, c'est-à-dire comme le cube des dimensions. Cette résistance est plus considérable pour les pierres plates posées sur le fond, car, à volume égal, leur centre de gravité est plus éloigné de leur arête de rotation située à l'aval et le bras de levier de la résistance est plus considérable.

Si l'on assimile les galets à des ellipsoïdes aplatis, on reconnaît qu'ils affectent sur le lit des torrents une disposition constante ; leur grand axe est en travers du courant et leur petit axe est penché vers l'amont contre le mouvement de l'eau. De sorte que si l'on veut fouiller à la pioche un amas de galets, il faut se tourner vers l'aval du courant, parce que le fer s'engage sans peine sous les galets dans le lit de stratification qu'ils présentent : si l'on se tournait vers l'amont, le fer frapperait sur le galet et avec la même fatigue on arriverait à un bien moindre résultat.

Cette position spéciale des galets s'établit naturellement parce que c'est celle suivant laquelle ils obéissent le plus facilement à l'effort d'entraînement des filets liquides.

Le courant fait lui-même le triage des galets et graviers suivant leur grosseur et par conséquent suivant leur résistance; les dimensions des galets vont en diminuant de l'amont à l'aval.

c. — ENTRAINEMENT DES SABLES

220. D'autre part, M. Partiot, ingénieur des Ponts et Chaussées, dans un remarquable mémoire sur les sables de la Loire (*Annales des Ponts-et-Chaussées* 1871) observe « que lorsque la terre d'une rive minée par les courants se détache et tombe dans le fleuve, les diverses matières dont elle se compose se séparent bientôt les unes des autres et sont, pour ainsi dire, triées par l'action des eaux. — La terre et l'argile entrent en suspension ; les pierres les plus petites sont entraînées par le courant et forment du sable ; les graviers se composent des plus grosses. L'argile est rapidement emportée par les eaux ; une partie s'arrête sur les bords convexes du fleuve et forme des alluvions qui compensent les pertes faites par les rives concaves ; une partie se dépose sur les terres riveraines en temps de crue ; le reste est entraîné vers la mer. Il en est de même des sables, mais ceux-ci ne demeurent pas longtemps suspendus dans l'eau comme l'argile. Ils subissent une double action de transport : tantôt ils sont entraînés par le courant et roulent sur le lit du fleuve, tantôt ils sont emportés par les tourbillons et les remous et ils s'avancent avec eux vers la mer. Les graviers enfin ne sont mis en mouvement que par des courants doués d'une grande vitesse, et spécialement par ceux que les tourbillons produisent en temps de crue. »

« Les eaux qui s'écoulent dans un fleuve agissent de deux façons sur les matières que renferme leur lit pour les transporter. Elles les roulent sur le fond, et elles les soulèvent et les emportent suspendues dans les eaux. Si l'on observe attentivement le fond dans une rivière peu profonde quand l'eau est claire, on aperçoit le sable marcher dans le sens du courant. Le gravier et les pierres de fortes dimensions sont entraînés de même lorsque la vitesse est assez considérable. Mais la force de suspension des eaux est aussi très grande. »

M. Dupuit explique cette suspension par la différence de vitesse des filets fluides voisins les uns des autres, différence qui presse inégalement les divers côtés des objets plongés dans l'eau. — Les corps qui se meuvent dans un courant, avec une vitesse plus grande que les filets fluides contigus vers le fond ou les rives et une vitesse inférieure à celle des filets qui les touchent vers le centre du courant, sont soumis à une action qui les pousse vers le milieu du fleuve s'ils flottent à la surface, ou vers le haut s'ils sont immergés. Cette explication même fait voir que les sables et les graviers ne sont guère mis en suspension dans les endroits où les eaux coulent d'une manière uniforme sur toute la largeur du fleuve, mais qu'ils doivent l'être quand les filets fluides ont des vitesses relatives très différentes, c'est-à-dire dans les tourbillons et dans les remous.

Les tourbillons et les remous se forment dans tous les sens en raison de circonstances qui se produisent dans le lit des fleuves, et leur direction étant essentiellement variable, ils jettent les sables sur un point ou sur un autre, d'une façon qui paraît irrégulière et qui explique les dépôts accidentels qu'on rencontre si fréquemment sur les bords des fleuves à fond de sable tels que la Loire par exemple.

Les circonstances qui amènent la formation des tourbillons et des remous sont fréquentes. Les inégalités du fond, les corps qui s'y déposent, suffisent pour leur donner naissance. Lorsqu'un objet de forte dimension se trouve dans un courant, on voit un remous se former en aval et s'élever en soulevant le sable dans l'eau.

Les rives causent par leurs inégalités des tourbillons sur les bords ; le fond, dont la surface est inégale, dévie les courants comme elles et produit sans cesse des tourbillons et des remous. Aussi, quand on observe la surface d'un grand fleuve, voit-on presque toujours des parties lisses ou de petits tourbillons qui se produisent dans la nappe d'eau, pour ainsi dire rugueuse, qui forme sa surface. Ce sont des remous ou des tourbillons provenant en grande partie de l'inégalité du fond et dont on voit le sommet surgir au milieu des eaux. Les filets fluides ne sont pas parallèles à l'axe du fleuve ; ils rencontrent le fond, s'y infléchissent et se relèvent en produisant des remous ou des tourbillons qui soulèvent le sable.

Dans les rives concaves, les filets fluides se pressent les uns les autres, en vertu de la vitesse acquise, et tendent à se pénétrer réciproquement en s'infléchissant le long de la berge. Il en résulte aussi des tourbillons, dont l'effet se joint à celui du choc du courant pour hâter la destruction de la rive et mettre en suspension une partie des matières qui la composent.

S'il est possible d'apprécier par une formule l'effet du courant contre la rive, nous dirons que sa puissance est proportionnelle à la masse d'eau mise en mouvement et à la force centrifuge que développe la résistance de la berge. De telle sorte que si l'on désigne par q le débit du cours d'eau, par R le rayon de courbure et par V la vitesse de l'eau le long de la rive, la *puissance de corrosion* P sera exprimée par l'expression :

$$P = m \frac{qV^2}{Rg},$$

g, étant l'intensité de la pesanteur et m un coefficient à déterminer par l'expérience.

La manière dont les filets fluides se comportent en s'infléchissant contre la berge et la formule que nous venons de donner, montrent que l'érosion sera d'autant moindre que les rayons de courbure de la berge et du thalweg qu'elle dé-

termine seront plus grands, et que la vitesse du courant sera plus faible.

Indépendamment des sinuosités des rives, il y a une autre cause générale qui amène la formation des tourbillons et des remous: ce sont les crues. Lorsque les pluies versent leurs eaux sur les flancs inclinés des montagnes, les petits ruisseaux les recueillent et les portent vers la rivière où ils débouchent. De nouvelles eaux venant à affluer avec une abondance croissante par la continuation des pluies, ces eaux s'écoulent dans le ruisseau avec d'autant plus de vitesse que la profondeur est plus grande. Bientôt elles atteignent celles qui les devancent, et leurs couches s'entassent dans le lit du cours d'eau. Elles forment ainsi un flot d'eau qui parcourt le fleuve, et l'on peut dire que la crue n'est qu'une grande onde qui descend vers la mer (*fig.* 168). Cet effet

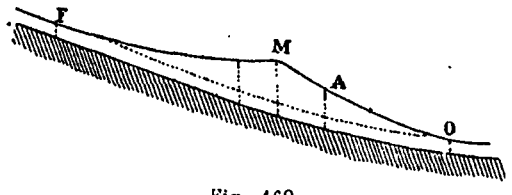


Fig. 168.

est surtout visible dans les torrents et dans les fleuves qui prennent, comme la Loire, leur source dans des terrains très inclinés ou peu perméables, sur les pentes desquels l'eau s'écoule avec rapidité. Sur les rivières, telles que la Seine, où les pluies pénètrent en grande partie dans le sol, l'effet est le même, mais l'eau arrive plus lentement dans les cours d'eau et l'onde est moins haute et plus allongée.

Les lois qui régissent la formation et la marche de cette onde dépendent d'ailleurs des circonstances spéciales où elle se forme. Elle s'élève d'abord lentement, la crue étant en général la suite de plusieurs jours de pluies.

Après avoir couvert tout le lit du fleuve, elle monte assez rapidement, puis elle déborde sur les rives ; les eaux s'étendent alors sur de grands espaces, ce qui retarde la marche du sommet de l'onde et l'abaisse. La hauteur de la partie moyenne et antérieure de l'ondulation se propage ainsi plus vite que celle de son sommet, mais je crois qu'en tenant compte des circonstances locales, la loi de propagation des ondes indiquée par Lagrange (cette loi qui peut s'exprimer par la formule:

$$V = \sqrt{gh},$$

V étant la vitesse de propagation de l'onde, g, l'intensité de la pesanteur et h la profondeur de l'eau où l'ondulation se propage), rend compte d'une grande partie des circonstances qui accompagnent la marche des crues.

Sur le versant de l'onde le plus incliné vers la mer et qui répond à la période ascendante de la crue, l'eau est sollicitée par sa pente ; elle acquiert une vitesse plus grande que celle des eaux d'aval vers lesquelles elle marche et dont la pente est plus faible. L'eau d'amont refoule l'eau d'aval vers la mer et l'exhausse ; il en résulte des tourbillons et des remous; on les observe en très grand nombre dans toutes les rivières en crue, même dans celles dont le cours est le plus régulier. Dans la partie de l'onde qui suit le point le plus haut, la même action ne se remarque plus ; les tourbillons deviennent moins nombreux, et peu à peu les sables en suspension se déposent. C'est ainsi la première partie de l'onde formant la crue qui soulève le plus énergiquement les sables et les graviers ; elle les disperse et les dépose au gré des tourbillons, et leur fait éprouver en définitive un mouvement de translation vers la mer.

Les grandes crues remuent profondément le lit mobile de la Loire et de ses affluents, surtout dans la partie amont de leur cours où les pentes sont considérables. Elles entraînent à la fois des quantités énormes de gravier et de sable et bouleversent le lit de ces cours d'eau; mais lorsque la partie la plus haute et la plus rapide de la crue est passée et que celle-ci tend à descendre, les matières qu'elle emporte se déposent rapidement et s'arrêtent.

Les vitesses que l'eau acquiert dans les remous et les tourbillons sont beaucoup plus grandes que les vitesses normales des

courants réguliers. Les tourbillons peuvent dès lors soulever des pierres que le courant ordinaire du fleuve ne saurait mettre en mouvement, mais ces matières retombent dès qu'ils perdent la vitesse momentanée qu'ils ont acquise. Ainsi s'explique le transport de la plupart des graviers trop gros pour être mus par les eaux dans les temps ordinaires.

Un phénomène qui se passe chaque jour sous nos yeux peut donner une idée de la puissance des remous. Souvent l'air tourbillonne et soulève la poussière sur les routes; pour peu que le tourbillon augmente, des petits grains de sable sont emportés et mis en suspension dans l'air. Si le tourbillon devient plus fort, il renverse d'abord de petits objets, et il peut dans des cas heureusement fort rares, causer les effets désastreux des trombes. La facilité avec laquelle l'air soulève de petits grains de sable, donne une idée de la puissance que doivent avoir les tourbillons dans un fluide beaucoup plus dense, tel que l'eau.

Mais c'est surtout par voie d'entraînement que les sables se meuvent. L'eau en coulant sur son lit le tire vers l'aval avec une force précisément égale à la résistance qu'elle éprouve; les particules peu adhérentes du sable qui composent le fond sont entraînées par cette force et marchent dans le sens du courant. Plus la profondeur d'eau est considérable, plus la pression est grande au fond, plus le mouvement de l'eau produit des efforts différents en amont et en aval des objets qui tapissent le lit du fleuve, plus aussi ces objets sont facilement entraînés par les eaux. On a souvent remarqué sur la Loire que des îles de gravier descendaient le cours du fleuve sur quelques centaines de mètres pendant les grandes crues. Il est probable que sous une hauteur d'eau de 5 à 6 mètres, ces graviers ont été roulés, comme les sables fins le sont pendant les basses eaux. Mais comme les graviers ne subissent cet entraînement que durant les crues, leur mouvement vers la mer doit être beaucoup plus lent que celui des sables.

Dans les courants réguliers, l'eau transporte souvent les sables à la fois par voie d'entraînement et de suspension. Si l'on observe celui qui est mis en mouvement sur la surface d'une grève, on voit que les grains sont d'abord soulevés, tournent le plus souvent sur eux-mêmes et retombent comme si un obstacle plus petit, mais invisible, s'opposait à leur départ. Bientôt cet obstacle, probablement formé de menu sable disparaît, et le grain de sable plus gros s'élance en bondissant d'abord sur la surface de la grève. Il roule bientôt, et il s'arrête devant un autre obstacle pareil à celui qui l'avait retenu; il ne reprend sa marche que quand ce nouvel obstacle disparaît à son tour. Ce mouvement s'aperçoit très bien dans une profondeur de $0^m,30$ à $0^m,40$ d'eau. On le voit aussi dans des profondeurs plus grandes au moyen d'une lunette plongeante; mais quelques précautions que l'on prenne, cet instrument produit toujours des remous dont il faut tenir grand compte.

L'action des eaux sur les sables, produit d'autres phénomènes qui ne sont pas encore expliqués. Ainsi, lorsqu'un courant d'une faible profondeur passe avec une très grande rapidité sur un banc à l'embouchure de la Seine, le sable se durcit parfois au lieu d'être entraîné et présente un sol d'une très grande résistance. Les grains de sable sont-ils alors pressés les uns contre les autres et prennent-ils, pour ainsi dire, un état moléculaire spécial qui explique leur résistance? C'est ce qu'on ne saurait affirmer. La formation des sables mouvants et le peu de consistance qu'ils conservent demandent aussi de nouvelles études. En un mot, les causes qui amènent le mouvement des sables ou qui le mettent en état de résister à l'entraînement des eaux sont encore souvent inconnues, et je ne puis qu'appeler sur elles l'attention et les recherches des ingénieurs. »

En résumé, on voit, par ce qui précède, que l'affouillement du lit d'un fleuve, sous l'action de vitesses trop grandes du courant, se produit de deux manières: par entraînement et par soulèvement et transport. Le premier phénomène n'est, en somme, que le deuxième incomplet et ne peut s'appliquer qu'à des matières trop lourdes et volumineuses pour être soulevées.

Le mouvement est expliqué par Dupuit,

qu'il attribue aux pressions inégales que les matières reçoivent des filets fluides sur leurs divers côtés, la différence des pressions étant due à des remous et tourbillons.

Ces remous et tourbillons peuvent, du reste, prendre naissance de bien des manières différentes, et ils sont produits par des causes très diverses, telles que les inégalités du fond, les inégalités des rives et le non parallélisme des filets résultant de ces inégalités; les crues sont aussi une cause de la formation des tourbillons et remous, d'où peuvent résulter des entraînements et des affouillements considérables, en raison des grandes vitesses qu'acquièrent les filets fluides.

Enfin, des obstacles tels que les piles d'un pont donnent lieu à des remous et tourbillons assez violents pour affouiller profondément le lit et mettre en danger la solidité de l'ouvrage.

Les cours d'eau ont tendance à constituer un fond et des pentes appropriés à leur régime; c'est encore une cause du mouvement des matières qui forment leur lit.

221. « L'action dynamique des eaux sur le lit d un fleuve, dit M. Partiot, augmente, ainsi que nous l'avons vu, avec leur hauteur, et les puissances d'entraînement et de suspension sont plus grandes dans une eau profonde. Les différences de pression et de vitesse qui déterminent le soulèvement des objets placés sur le lit du fleuve s'y produisent avec beaucoup de facilité, et l'on peut dire que les corps se meuvent aisément par suspension quand la profondeur est grande. Grâce à cette facilité ainsi qu'aux autres circonstances qui accompagnent l'écoulement des eaux, leur effet sur le lit du fleuve n'est donc pas la même pendant les crues et pendant les étiages. On a remarqué que les eaux de la Loire creusent dans le thalweg des parties profondes ou des *mouilles*, et élèvent des hauts fonds, qu'elles forment des bancs d'autant plus hauts que la vitesse de l'eau a été plus grande, et que le fond du fleuve s'ondule, pour ainsi dire alors plus fortement. Pendant les étiages, il tend au contraire à se niveler. Durant les hautes eaux, la puissance d'entraînement et celle de suspension sont grandes, sous l'influence de la direction des rives et de la largeur du lit, les eaux modèlent le lit mobile du fleuve et créent un relief propre à leur écoulement. Dès que leur cours s'est régulièrement établi, on distingue aisément à leur surface une zône où la vitesse est la plus grande. C'est là que l'eau est la plus profonde et que le fleuve s'ouvre comme un vaste sillon au milieu des sables. Les côtés du lit s'exhaussent par l'apport des matières enlevées au centre du courant, et un fond approprié au régime momentané du fleuve commence à s'établir. Mais bientôt les eaux s'abaissent, et le régime du cours d'eau se modifie ainsi que son lit. Si la forme des rives et les circonstances locales conservent aux courants les plus rapides leur même direction, le thalweg se maintient jusqu'aux basses eaux: sinon il s'exhausse et se comble, et un nouveau thalweg tend à s'ouvrir à côté du précédent pendant les eaux moyennes. Si le fleuve conserve assez longtemps une hauteur suffisante pour que ces eaux puissent creuser à leur tour un nouveau sillon, un nouveau thalweg, mais ordinairement moins profond, se substitue au premier. Ainsi, on rencontre généralement des mouilles là où la direction du courant a été le plus longtemps fixe, et des hauts fonds sur les points où les filets d'eau les plus rapides ont varié, ainsi que le thalweg, de sens et de position. Les basses-eaux trouvent le lit tel que l'ont formé les eaux plus hautes et elles n'en occupent bientôt plus qu'une partie. Elles ont le plus souvent une action trop faible pour creuser rapidement les hauts-fonds, et elles ne s'ouvrent, qu'à la longue, de nouveaux passages. Un fait qui donne aisément une idée, pour la Loire, de cette différence de puissance, c'est qu'elle débite à Orléans 25 mètres par seconde en étiage et 900 mètres cubes en temps de crue. Sur la Garonne, les débits à Tonneins, varient de 110 mètres en étiage, à 3,700 mètres en temps de crue. Quand l'eau est basse et peu profonde, la puissance de suspension disparaît presque entièrement et celle d'entraînement subsiste à peu près seule. Lorsque, après une crue, le fleuve descend près de l'étiage, son lit offre des ondu-

lations en rapport avec le régime de la masse d'eau qui s'y écoulait naguère. Les eaux trouvent des parties trop profondes et d'autres trop élevées pour leur nouveau débit. Les vitesses sont très faibles dans les mouilles; des rapides se produisent sur les maigres et le sable est entraîné dans les parties profondes qui les suivent. Le lit tend ainsi à se niveler. Les aspérités de chaque haut-fond sont d'abord jetées dans les creux les plus voisins; puis, quand il a ainsi été à peu près égalisé, le haut-fond s'étend peu à peu dans la mouille d'aval. Ce travail de dénivellation s'effectue vite quand une empreinte du sillon creusé par les crues s'est conservé à travers le haut-fond et forme une partie plus basse qui rassemble les eaux; quand toute la trace d'un chenal a disparu, le maigre présente la forme d'un plateau d'où les eaux basses descendent en plusieurs courants qui ne peuvent déraser le seuil qu'avec plus de lenteur; mais les eaux basses ne tendent pas moins à niveler encore le fond du fleuve. On remarque là, comme partout ailleurs, le travail incessant de la nature qui, lorsque le fleuve varie par l'effet des crues ou des sècheresses, commence immédiatement à lui constituer un lit approprié à son nouvel état et au volume des eaux qu'il débite. Il y a là une loi générale dont les phénomènes que nous venons de décrire ne sont qu'un des exemples.

Cette tendance des cours d'eau à constituer un fond et des pentes appropriées à leur régime est une nouvelle cause de mouvement des matières qui forment leur lit. Si des dragages ou un motif accidentel quelconque produit un vide dans le lit du fleuve, les parties voisines s'y précipitent et le comblent, et le mouvement se continue jusqu'à ce que le fond soit reconstitué suivant la forme qui lui convient. C'est ce qui permet d'extraire d'un même point de nouvelles quantités de sable tous les ans, dans des fleuves, comme la Seine, dont le fond est peu mobile. De même quand, au sortir des montagnes, un cours d'eau a créé un remblai sur lequel il coule avec les pentes qui lui sont propres, s'il vient à quitter son lit et à gagner la plaine par une voie plus courte et plus inclinée, il entraîne promptement le fond et forme un nouveau remblai qui s'exhausse jusqu'à ce qu'il ait retrouvé les pentes qui lui conviennent. C'est à cette cause qu'on doit attribuer le niveau de certains cours d'eau qui est parfois, près des montagnes, supérieur à celui des plaines qui les avoisinent.

Quand un remous qui a soulevé le fond d'un fleuve, quand un courant chargé de sable ou d'argile perdent en tout ou partie leur vitesse, ils laissent déposer les matières qu'ils transportent et elles produisent des atterrissements et des hauts-fonds. En passant des parties étroites aux parties larges du lit, les eaux forment des hauts-fonds. Il en est de même lorsque le thalweg passe d'une rive à l'autre, et que la largeur, prise perpendiculairement au cours principal des eaux, s'accroît. Dès qu'une rivière s'infléchit et forme un coude, il se produit des différences considérables dans la vitesse des filets liquides qui composent son cours. Ceux qui se trouvent auprès de la ligne concave acquièrent plus de vitesse, et ceux qui longent la rive opposée perdent une partie de la leur, et déposent les matières qu'ils entraînent. Parfois, quand la courbure du fleuve est brusque, ils s'arrêtent presque complètement et l'eau devient presque stagnante le long de la rive convexe. Elle reste à peu près de niveau, tandis que vers les filets les plus rapides la surface s'abaisse, puis se relève, en raison de la vitesse des courants qui s'y trouvent. Un atterrissement correspond donc presque toujours à un coude. Les alluvions qui se forment ainsi immobilisent l'immense majorité des matières mises en mouvement par l'érosion des rives.

Les sables soulevés par les remous se déposent dès que les eaux reprennent un mouvement régulier et que le remous cesse d'exister. Si donc une cause quelconque, telle qu'un corps déposé sur le sable ou la rencontre de deux courants qui convergent toujours dans la même direction, produit sans cesse un tourbillon ou des remous sur un même point, il se forme le plus souvent un atterrissement en aval dans le lit du fleuve. Si cet atterrissement s'exhausse, il peut former une île.

Les objets posés sur le fond produisent des affouillements vers l'amont; le sable est alors entraîné par les remous et il se dépose en aval de l'obstacle qui l'a soulevé. C'est ainsi qu'on trouve des affouillements en amont des piles des ponts et des dépôts en aval. »

M. A. Durand-Claye a parfaitement mis en évidence ces affouillements en amont des piles et des dépôts qui se forment en aval, par des expériences dont il a rendu compte dans les *Annales des Ponts et Chaussées* de 1873. Ces expériences ont été faites dans un petit canal artificiel dans lequel on a placé de petites piles ayant des formes diverses. Elles montrent quels effets la forme de l'avant-bec des piles peut produire sur la forme de l'affouillement en amont et sur celle du dépôt en aval. Voici un rapide résumé de cette très intéressante étude.

d. — EXPÉRIENCES DE M. A. DURAND CLAYE

222. La destruction d'un ouvrage en rivière, ne se fait que bien rarement par entraînement ou par pression directe, attendu que ces efforts sont, la plupart du temps, négligeables en présence de la masse de la maçonnerie. Elle se produit surtout, en temps de crue, à la suite des entraînements du fond par affouillements, résultant des remous et tourbillons qui prennent naissance à l'endroit de l'obstacle. La théorie permet bien de calculer approximativement la chute moyenne du cours d'eau, lorsqu'il pénètre dans l'espèce d'étranglement qui existe entre deux piles, mais elle reste muette sur la répartition des vitesses dans la section transversale comprise entre ces deux piles, sur les remous produits, soit à l'arrière-bec, soit à l'avant-bec, et ce sont justement ces vitesses et ces remous qui ont un intérêt pratique pour la construction, puisque ce sont eux qui agissent sur le sol ou sur les fondations. De là, la nécessité des expériences entreprises par M. Durand-Claye.

Nous avons parlé des expériences de Gauthey qui s'appliquent à la détermination des formes de la surface de l'eau et de la direction des courants produits par diverses formes de piles placées dans un courant (n° 216), mais ces expériences ne donnent aucun résultat en ce qui concerne les modifications produites sur le fond des cours d'eau par les remous plus ou moins profonds.

Sur le lit des rivières affouillables se trouvent des multitudes de parcelles sableuses en perpétuel mouvement dans le sens du courant, avec des vitesses variables et des arrêts successifs. Dès qu'un obstacle se présente, un affouillement et des remous apparaissent. Ici, les observations précises sont difficiles. Cependant les chutes des ponts pendant les crues pourraient conduire à des conclusions bien nettes sur la question de savoir si les ponts tombent par suite d'affouillements à l'amont, ou par suite d'affouillements à l'aval.

D'un mémoire fort intéressant publié par M. Minard, en 1856, résulte que les ponts tombent toujours par affouillement d'amont; néanmoins cette règle paraît avoir été contestée ou ignorée par un certain nombre de constructeurs. Aujourd'hui encore on entend prescrire des précautions identiques pour les fondations à l'aval comme à l'amont des piles; l'influence de la forme même de ces piles est prise en médiocre considération, et tous nos ponts présentent une forme ronde pour leurs supports, comme tous les ponts antiques et du moyen-âge présentaient des formes triangulaires avec quelques exemples à section rectangulaire.

« On nous permettra, dit M. Durand-Claye, d'apporter quelques faits modestes dans une question où l'inconnu et le vague jouent encore un si grand rôle. Sans doute, il y aura loin de nos canaux et de nos piles de quelques décimètres de large aux conditions courantes de la pratique ; mais si l'expérience sur une échelle restreinte et la théorie ne peuvent souvent qu'indiquer le sens et la marche générale des phénomènes, il convient cependant de les écouter et de ne pas oublier que les grandes lois de la nature sont les mêmes, qu'elles dirigent le cours des fleuves, ou qu'elles fassent couler le filet d'eau qui s'échappe d'un vase d'expérience. »

223. *Marche des expériences.* — Les

expériences ont été faites dans un canal rectiligne construit en briques, à section rectangulaire, ayant une largeur de $0^m,745$, une hauteur de $0^m,40$ et une pente de $0^m,0014$ par mètre. Les piles, construites en débris de meulières et recouvertes d'un enduit de ciment parfaitement lisse, étaient placées suivant l'axe du canal à environ 50 mètres de l'origine ; elles présentaient les dimensions suivantes :

Pile rectangulaire : largeur à la base $0^m,315$; largeur au sommet $0^m,275$; longueur à la base $0^m,810$; longueur au sommet $0^m,770$; hauteur $0^m,120$; talus des parements $^1/_6$;

Pile ronde : largeur à la base $0^m,280$; largeur au sommet $0^m,240$; longueur à la base $0^m,820$; longueur au sommet $0^m,780$; hauteur $0^m,120$; talus des parements $^1/_6$

Pile triangulaire : largeur à la base $0^m,315$; largeur au sommet $0^m,275$; longueur à la base $0^m,880$; longueur au sommet $0^m,840$; hauteur $0^m,120$; talus des parements $^1/_6$; saillie des becs $0^m,20$; angle des deux faces des becs 69 degrés.

Les expériences étaient conduites de la manière suivante :

On étendait sur le fond du canal une couche uniforme de sable tamisé, sur une épaisseur de $0^m,04$ environ, et on alimentait d'eau au moyen d'une pompe Letestu, mise en mouvement par une locomobile de 4 chevaux, à laquelle on maintenait une allure aussi régulière que possible. Une caisse latérale au canal, dans laquelle on faisait passer la totalité du courant, permettait de constater le débit Q. La vitesse moyenne du courant s'obtenait en mesurant la hauteur h de la lame d'eau, lorsque son cours était bien régulièrement établi dans le canal. Connaissant le débit Q et la largeur l du canal, on obtenait immédiatement la vitesse moyenne u :

$$u = \frac{Q}{lh}.$$

Les résultats étaient vérifiés simultanément au moyen de flotteurs, auxquels on appliquait les formules usuelles d'hydraulique.

Une fois le régime d'écoulement établi d'une manière permanente, on pouvait observer les déformations de la couche de sable. Ces déformations se produisaient rapidement aux environs des piles, accusant des affouillements parfaitement nets, présentant des courbes régulières avec des talus diversement inclinés. A cet instant, ou bien on entretenait le phénomène à un état sensiblement constant, en versant dans le canal à l'amont et à une distance suffisante (environ 50 mètres des piles) du sable identique à celui qui avait été mis en expérience ; ou bien on laissait le mouvement général d'entraînement se produire sans renouveler l'alimentation du sable ; alors les affouillements s'étendaient de plus en plus et le sable disparaissait complètement.

Pour constater la forme des affouillements, on arrêtait complètement l'alimentation du sable et celle de l'eau, on laissait le sable s'égoutter pendant douze heures. Puis on venait relever sur place autant de profils que l'on voulait de la couche sableuse et de ses affouillements en introduisant bien verticalement une feuille de carton mince dans cette couche et dessinant les contours avec précaution. Les parties du radier mises à nu étaient également relevées avec soin à l'aide de compas et de doubles décimètres. On avait ainsi tous les éléments nécessaires à la représentation des résultats obtenus.

224. *Résultats obtenus.* — Les expériences ont été faites, pour chaque forme de pile, avec deux épaisseurs différentes de la couche sableuse, d'abord avec des épaisseurs de $0^m,030$; $0^m,045$; $0^m,032$, puis avec des épaisseurs de 0^m 015 ; $0^m,025$; $0^m,020$ seulement. Mais dans les deux séries d'expériences, les conditions d'alimentation étaient les mêmes, savoir :

Débit à la seconde	14^{lit}, 050.
Hauteur de la lame.	0^m, 069.
Vitesse moyenne du courant .	0^m, 272.

Dès que l'alimentation commençait, l'ensemble des grains de sable se mettait en mouvement suivant le sens du courant ; on voyait les parcelles se soulever, s'avancer en roulant sur les parcelles voisines, s'arrêter et repartir. Le plus léger obstacle, la plus légère dénivellation créait un petit tournoiement et un petit

remous et produisait une ride permanente sur la couche sableuse. Au voisinage des piles, ces perturbations s'accusaient avec une extrême netteté; tandis que la surface de l'eau présentait des intumescences et des dénivellations, variables suivant la forme des piles, la couche sableuse s'affouillait et le fond en briques du canal apparaissait. On apercevait les grains de sable arriver au bord des affouillements, descendre les talus qui existaient entre la surface sableuse et le fond résistant du canal, et filer avec une rapidité extrême dès qu'ils pénétraient dans la région où les courants produits par les piles entretenaient une vitesse anormale. Tant que la couche affouillable subsistait, les formes

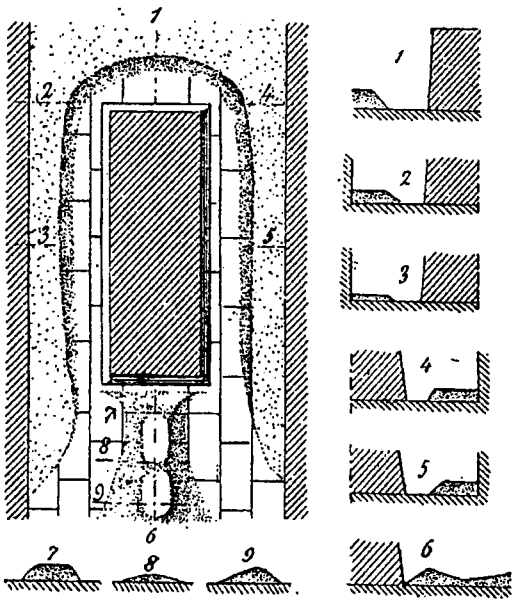


Fig. 169.

accusées par les affouillements conservaient une fixité remarquable; si l'on venait à jeter une pelletée de sable à l'emplacement d'un de ces affouillements, les grains de sable ainsi ajoutés se mettaient aussitôt en mouvement, étaient chassés vers l'aval, et l'affouillement se reproduisait avec sa forme primitive.

Examinons les phénomènes spéciaux produits au droit de chaque pile :

I. — *Pile rectangulaire*. La figure 169 montre la forme des affouillements et atterrissements dans le cas d'une épaisseur de couche sableuse de $0^m,03$. On voit *à l'amont* un affouillement considérable, ayant son maximum suivant l'axe, et décrivant une courbe elliptique.

Latéralement, les affouillements affectent une forme presque parallèle aux faces de la pile; en même temps la couche sableuse qui borde ces affouillements a une épaisseur inférieure à celle de la couche d'amont, et cette épaisseur diminue en partant des épaulements d'amont et en allant vers l'aval.

A l'aval, un atterrissement considérable se produit derrière la pile, tandis que les courants latéraux s'élargissent de chaque côté. L'atterrissement présente dans son ensemble une forme rectangulaire avec des contours un peu concaves; immédiatement derrière la pile on constate un petit affouillement parallèle à la face

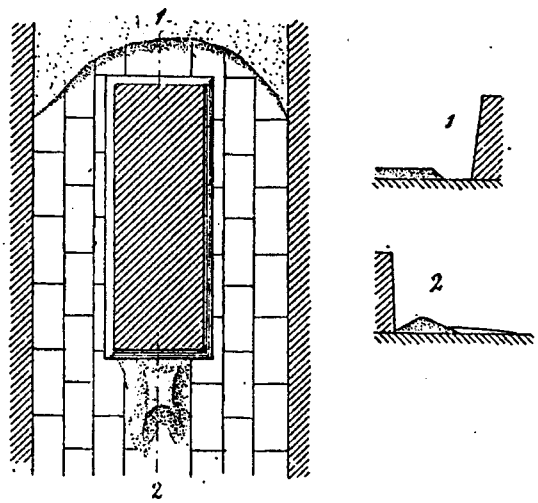


Fig. 170.

d'aval; puis se rencontrent deux mamelons, séparés par une dénivellation.

Si l'on suit l'effet continu des affouillements en passant à la figure 170, qui correspond au cas où la couche sableuse d'amont n'a plus que $0^m,15$ d'épaisseur, les courants latéraux ont fini par dénuder complètement le canal sur toute sa largeur. A l'aval il subsiste un atterrissement, dont la forme générale est la même que précédemment avec des dimensions plus restreintes.

Les diverses remarques qui viennent d'être faites permettent de donner un aperçu du mouvement de l'eau au voisinage de la pile. Les molécules liquides, descendant d'amont, viennent butter contre la face de la pile, sont rejetées en arrière par réflexion, tendant à revenir par oscillation frapper de nouveau la maçonnerie ; en même temps de nouvelles files de molécules viennent se superposer aux premières, et combinent leur mouvement avec le mouvement de celles-ci : de là contre la face d'amont, les perturbations accusées sur le fond par les affouillements et à la surface par un ou plusieurs bourrelets liquides.

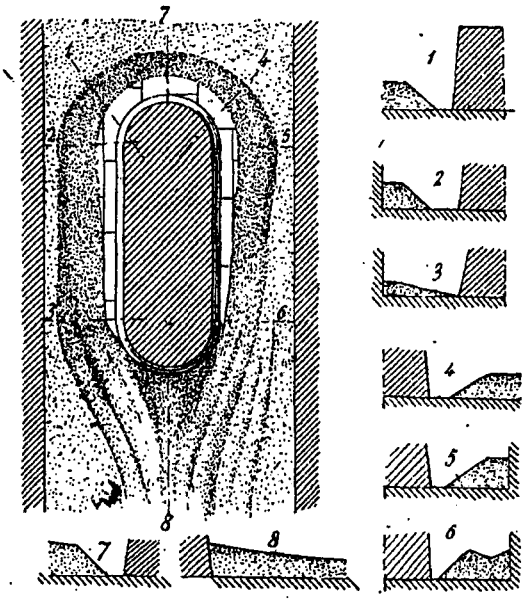


Fig. 171.

L'expérience correspondante de Gauthey (*fig.* 158) met clairement en évidence cette intumescence de la surface, qui correspond à une charge et par suite à une vitesse supplémentaire. Sur les côtés, les molécules liquides, ne rencontrant plus la face solide de la pile, s'échappent en accusant leur vitesse anormale par les affouillements latéraux; les affouillements ainsi produits ont un épanouissement auquel correspond la diminution d'épaisseur de la couche sableuse : ils se continuent à l'aval, la forme rectangulaire de la pile contribuant à les tenir éloignés l'un de l'autre, tandis que l'eau comprise entre eux reste à peu près immobile, ainsi que l'accuse l'atterrissement. Mais les deux mamelons et la dépression qui les sépare montrent l'existence de remous à axe à peu près vertical.

Dans l'expérience de Gauthey, les deux courants latéraux et leur épanouissement sont mis en évidence par les dénivellations de la surface. On remarque seulement, immédiatement contre les piles, une sorte de renflement du courant, à l'endroit où l'expérience nous indique encore l'existence de l'affouillement latéral. Cette sorte de contradiction entre les deux expériences doit être attribuée à la différence des vitesses : Gauthey faisait marcher l'eau avec une vitesse torrentielle de 3m,90.

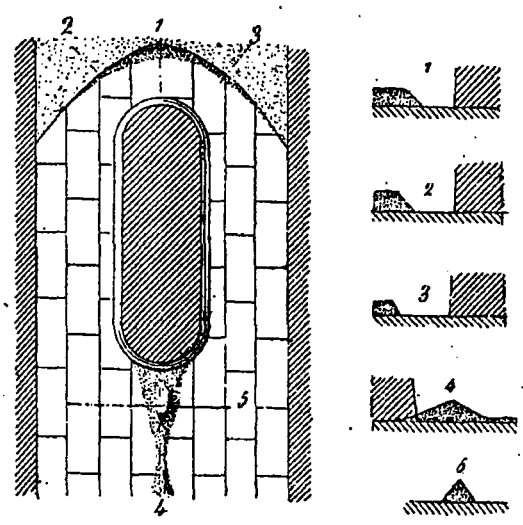


Fig. 172.

plus de dix fois supérieure à celle des expériences qui était de 0m,27. Les effets, produits par l'interposition des obstacles, devaient donc être exagérés par rapport à ceux observés par M. Durand-Claye.

II. — *Pile ronde.* En examinant d'abord le cas normal d'une couche suffisamment épaisse de sable, 0m,045 (*fig.* 171) on voit un affouillement notable produit à *l'amont*. Cet affouillement affecte une forme à peu près circulaire, presque concentrique à celle de la pile.

Latéralement, il existe des affouillements

d'importance décroissante à mesure que l'on descend vers l'aval et qui cessent presque aussitôt quand on arrive aux épaulements d'aval, en formant une petite concavité. — En même temps des affouillements d'intensité moindre s'étalent à côté des premiers; on voit en effet que le talus est d'abord très rapide en amont et devient de moins en moins incliné vers l'aval.

A l'arrière-bec, les deux affouillements latéraux ont cessé; il reste simplement deux petites vallées, continuant les affouillements secondaires et comprenant entre elles un faîte en pente douce qui diminue de quelques millimètres d'épaisseur de-

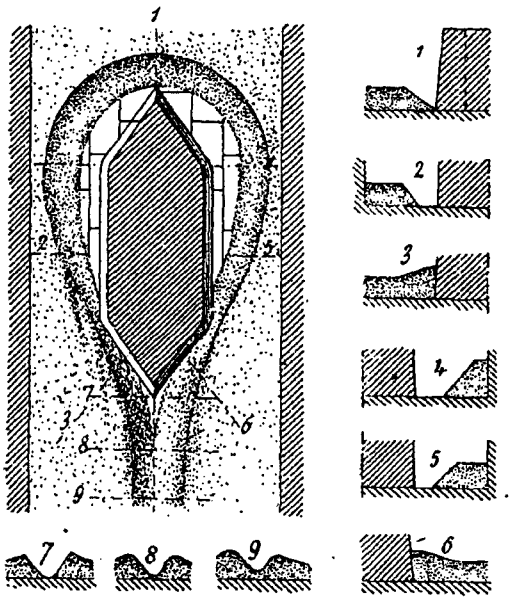


Fig. 173.

puis l'arrière-bec jusqu'à 0m,40 environ en aval.

Si l'on suit l'effet continu des affouillements sur la figure 172, dans laquelle l'épaisseur du sable d'amont est descendue à 0m,025, on voit, comme pour la pile rectangulaire, l'affouillement d'amont subsister avec élargissement dans sa forme et disparition complète du sable sur les faces latérales. A l'aval, l'espèce de dos d'âne signalé dans la figure précédente, a pris la forme d'un mamelon elliptique. Les deux affouillements latéraux se rejoignent derrière ce mamelon, et au delà se manifeste encore le faîte en pente douce qui va rejoindre la surface normale.

Le mouvement général de l'eau dans le cas d'une pile ronde est clairement indiqué par les affouillements et les atterrissements qui viennent d'être examinés. Les molécules liquides viennent toujours butter contre les parois de la pile, sont réfléchies obliquement, combinent ce mouvement de réflexion avec le mouvement d'entraînement général; de là, mouvement composé, oscillations, bourrelets à la surface, charges et vitesses anormales, affouillement du fond allant en s'épanouissant latéralement à la surface et s'amincissant au fond. *A l'aval, la continuité de forme de la pile ramène*

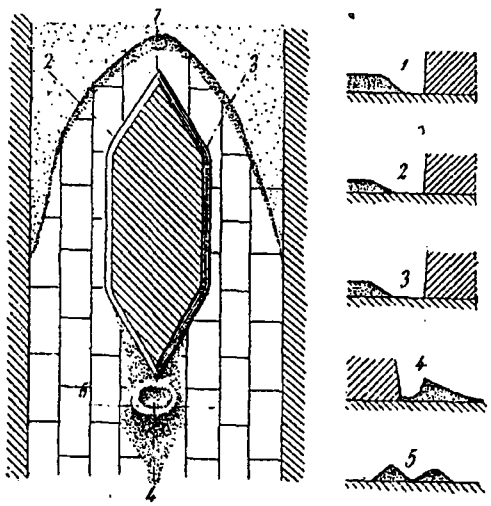


Fig. 174.

sans brusquerie les courants latéraux vers l'axe et produit des remous réguliers, accusés par des atterrissements à forme courbe et à pente douce.

L'expérience correspondante de Gauthey (*fig.* 160) montre bien le bourrelet d'amont avec sa forme presque parallèle aux parois des piles, avec ses courants latéraux, principaux et secondaires.

III. — *Pile triangulaire.* La pile triangulaire expérimentée présentait une forme très voisine de celle qui correspond au triangle équilatéral, 69 degrés au som-

met au lieu de 60. De légers raccords courbes avaient été ménagés aux épaulements.

Dans la figure 173, où l'épaisseur de sable à l'amont est de $0^m,032$, on constate un affouillement qui a son minimum à l'angle de l'arrière-bec, et qui va en s'élargissant suivant une forme elliptique dont la grande dimension serait perpendiculaire au courant. Sur l'axe, la largeur mise à nu est nulle; elle prend une certaine valeur aux épaulements d'amont, et les affouillements se continuent latéralement en diminuant progressivement d'une manière régulière, pour se terminer un peu avant les épaulements d'aval. Les talus de raccord avec la couche sableuse, d'abord très raides en amont, s'affaiblissent vers l'aval et s'éteignent avec les affouillements vers les épaulements d'aval. Le long des arrière-becs les affouillements sont à peine sensibles. En aval de l'arrière-bec un sillon se dessine suivant l'axe, avec deux mamelons latéraux.

En passant au cas de la figure 174, c'est-à-dire à une épaisseur de sable de $0^m,020$ seulement pour la couche d'amont, l'abaissement de cette surface et son intersection avec le sol résistant donnent, sur la pointe de l'avant-bec un affouillement qui augmente un peu aux épaulements d'amont avec une épaisseur de sable légèrement diminuée. — Puis la couche sableuse s'abaisse et disparaît complètement sur les côtés. A l'aval, le sillon central s'est resserré en une sorte de cratère, avec un sillon dont la partie la plus étroite est à $0^m,25$ de la pointe de la pile.

Le mouvement général de l'eau est facile à comprendre. Les parcelles liquides divisées par la pointe d'amont de la pile, sont réfléchies par les parois inclinées de l'avant-bec, combinant leur mouvement avec celui des parcelles qui continuent à affluer, se relèvent, sont déviées en même temps, à gauche et à droite avec une intensité dont le maximum a lieu vers l'épaulement d'amont, *seul point dangereux pour les affouillements*. Les faces inclinées de l'arrière-bec ramènent les molécules vers l'axe où se produisent des remous et un léger affouillement central, tandis que le long même de ces parois, il n'y a pas d'attaque spéciale de la couche affouillable, au moins au commencement du mouvement.

L'expérience correspondante de Gauthey (*fig.* 161), dans laquelle les becs présentent exactement un angle de 60 degrés, montre bien le bourrelet d'amont, correspondant à l'affouillement, avec une intensité presque nulle suivant l'axe et maxima aux épaulements. Sur les côtés et à l'aval, l'excès de vitesse de l'eau expérimentée exagère la déviation des courants. Le relèvement de la surface entre la pile à la même explication que précédemment.

225. *Comparaison des trois formes de piles.* — En comparant les résultats obtenus pour les trois formes de piles on remarque qu'il se produit toujours :

Un affouillement à l'amont;

Des affouillements latéraux;

Un atterrissement, avec remous, à l'aval.

Affouillement d'amont. Cet affouillement d'amont atteint son maximum sur l'axe avec la forme rectangulaire, son minimum avec la forme triangulaire. Dans le premier cas, il affecte une disposition courbe et vient se raccorder aux épaulements avec les affouillements latéraux, en ne conservant plus en ce point que les deux tiers environ de sa largeur primitive.

Dans le cas de la pile triangulaire, la largeur de l'affouillement va au contraire en augmentant du centre vers les épaulements où elle atteint son maximum, lequel reste un peu inférieur au maximum constaté sur l'axe pour la pile rectangulaire.

La pile ronde présente un cas intermédiaire entre la pile rectangulaire et la pile triangulaire; son affouillement d'amont, avec sa forme régulière presque parallèle aux parois, présente une valeur sensiblement égale à celle des affouillements rectangulaires comptés aux épaulements et inférieure à ces mêmes affouillements comptés sur l'axe; il présente aux épaulements d'amont un léger avantage sur la forme triangulaire, mais ne jouit pas de la propriété d'être à peu près nul sur l'axe comme ce dernier.

On peut, par suite, conclure que l'affouillement d'amont présente son caractère le plus dangereux sur l'axe avec la forme rectangulaire; le sol tend dans ce cas à être profondément remué sur toute la largeur de la pile et spécialement vers le centre : le danger est au contraire à peu près nul en ce dernier point avec la forme triangulaire. Aux épaulements les trois formes présentent sensiblement les mêmes effets avec une légère aggravation pour la forme triangulaire qui présente là son vrai point critique. La forme circulaire donne une attaque régulière du fond, du centre aux épaulements, moins dangereuse sur l'axe que la forme rectangulaire, plus dangereuse que la forme triangulaire, identique à la forme rectangulaire aux épaulements, et un peu plus avantageuse en ce point que la forme triangulaire.

Affouillements latéraux. — Les affouillements latéraux conservent leur intensité dans toute la longueur des piles rectangulaires; ils constituent donc un danger constant d'un épaulement à l'autre. Avec la pile triangulaire, au contraire, leur épanouissement et l'influence convergente de l'arrière-bec, les annulent avant même d'arriver aux arrière-becs; le long de ces derniers, le mouvement de l'eau a repris une allure presque normale. La pile circulaire présente un phénomène du même genre un peu moins accusé; les affouillements diminuent le long des piles et s'annulent aux épaulements d'aval.

En somme, les affouillements latéraux existent toujours, mais ne conservent leur caractère dangereux tout le long de la pile que pour la forme rectangulaire, leur intensité allant en diminuant vers l'aval pour les deux autres piles, spécialement pour la pile triangulaire.

Atterrissements d'aval. — Ces atterrissements se montrent dans tous les cas; dans tous les cas également, des mamelons ou entonnoirs sont la résultante des remous à axe vertical dûs à l'influence réciproque de l'eau, immobile derrière la pile, et des courants latéraux. La valeur maxima des atterrissements se présente avec la forme rectangulaire, leur valeur minima avec la forme triangulaire. Dans ce dernier cas, la convergence produite par l'inclinaison des faces de l'arrière-bec. tend même à créer un sillon central; avec la forme rectangulaire, il existe simplement une petite tendance à l'affouillement, immédiatement derrière la pile, avec un long banc de sable situé à la suite; les courants latéraux s'épanouissent à gauche et à droite de ce banc, et ne sont pas sans avoir une tendance encore marquée à entraîner le fond affouillable. La forme ronde produit vers l'axe un atterrissement en dos d'âne et en pente douce, le long duquel s'éteignent doucement les courants latéraux.

La forme rectangulaire avec sa prolongation des courants latéraux, la forme triangulaire avec la convergence de ces mêmes courants, semblent en somme plus sujettes à observations vers l'aval que la forme ronde. Mais, dans aucun des trois cas, il ne se manifeste d'action comparable à celles que nous avons reconnues à l'amont ou même latéralement, et les remous tendent finalement à produire des atterrissements avec de faibles tendances à des affouillements d'importance minime.

226. *Résumé et conclusions.* — « En résumé, les trois piles expérimentées ont donné lieu à des déformations régulières du fond affouillable.

Dans les trois cas, les affouillements se sont accusés à l'amont et sur les côtés, les atterrissements à l'aval. La chute des ponts par l'amont trouve ainsi une justification expérimentale ; il convient donc, ainsi que l'indique M. Minard dans le mémoire précité, de veiller spécialement à la solidité des fondations dans le sens de l'amont.

La forme rectangulaire est la forme la moins convenable pour les piles; elle donne un affouillement considérable à l'amont, des affouillements latéraux continus.

La forme triangulaire fendant le courant, annule à peu près l'affouillement d'amont suivant l'axe, mais le maintient, en l'exagérant, aux épaulements d'amont où se manifeste ainsi l'inconvénient d'un changement brusque de direction dans la paroi solide de la pile.

La pile ronde évite ce maximum par la continuité de sa forme et de son action,

mais n'a pas l'avantage d'annuler l'effet d'affouillement sur l'axe ; elle produit à l'amont un affouillement sur tout son pourtour, mais moins large que ne l'est celui de la pile rectangulaire.

Il semble qu'on réunirait à l'amont les avantages des deux formes triangulaire et ronde en adoptant pour la pile une section à double courbure (*fig.* 175) analogue aux intrados des voûtes de l'architecture persane et présentant la double propriété de faire diverger les molécules sur l'axe et de diriger progressivement le courant sous l'arche sans changement brusque de tracé.

Si, en pratique, cette forme semble trop compliquée comme stéréotomie, il

Fig. 175.

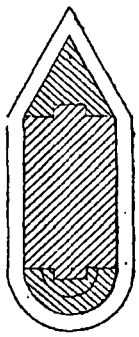


Fig 176.

convient d'étendre suffisamment à l'amont les fondations des piles rondes ou de veiller à la solidité des épaulements des piles triangulaires ; ces dernières, adoptées universellement par les anciens constructeurs, semblent de nature à éviter tout affouillement exagéré à l'amont, et, par suite, un développement excessif des radiers généraux ou des massifs de fondation.

A l'aval, la production constante des atterrissements ôte un intérêt bien majeur au choix d'une forme plutôt que de l'autre. La forme triangulaire présente un certain désavantage à cause de sa tendance à faire converger les courants latéraux vers l'axe avec production d'un sillon, lequel est avantageusement remplacé, pour la pile ronde, par un dos d'âne à pente douce.

La combinaison d'un avant-bec triangulaire et d'un arrière-bec rond, comme au pont Saint-Ange, à Rome (*fig.* 176), paraît une solution à la fois pratique et rationnelle. »

On voit quelles intéressantes et utiles conclusions, M. Durand-Claye a pu tirer des résultats de ses expériences. Nous devons regretter qu'il n'ait pas appliqué sa grande habileté d'expérimentateur à des piles ayant la forme représentée par la figure 175 et à celles dont la figure 176 représente la section horizontale.

Il y aurait aussi certainement d'utiles conclusions à tirer d'expériences qui seraient faites dans un canal plus large, auquel on pourrait donner des pentes de fond variables et des sections transversales variables aussi, telles que rectangulaires et polygonales se rapprochant davantage de la forme ordinaire du lit des rivières. En interposant dans un tel canal au moins deux piles ayant des espacements variables et diverses formes d'avant et d'arrière-becs, on verrait mieux ce qui se produit dans le cas le plus général. Il serait également utile de répéter les expériences pour des vitesses différentes du courant, avec des matières de grosseurs diverses, depuis le sable le plus fin jusqu'au gravier un peu gros, et aussi avec des mélanges de ces matières. On pourrait ainsi se rendre compte des affouillements et des atterrissements qui sont susceptibles de se produire autour des piles, culées et entre elles, dans des conditions se rapprochant de celles qui se rencontrent le plus fréquemment. De petits enrochements placés contre les piles permettraient enfin de se rendre compte de leurs effets sur la formation des remous et tourbillons.

Il y a là toute une série d'utiles expériences à entreprendre qui rendraient, par les conclusions qu'on pourrait en tirer, d'importants services aux constructeurs chargés d'établir des ponts à plusieurs arches sur les cours d'eau. A ces expériences devraient se joindre de judicieuses et patientes observations à faire sur les ponts existants construits sur un fond affouillable. Ces observations consisteraient à relever exactement les dimen-

sions de l'ouvrage : espacement des piles et culées, longueur et épaisseur des piles, forme des avant et arrière-becs; puis la nature du fond affouillable, et les transformations qui se produisent dans ce fond pour des hauteurs d'eau et des vitesses variables, depuis l'étiage jusqu'aux plus hautes eaux des crues.

De l'ensemble de ces nombreuses expériences et observations, on pourrait peut être tirer des conclusions et des chiffres qui modifieraient sensiblement ou qui confirmeraient définitivement ceux qui sont admis aujourd'hui. Nous n'avons, en effet, jusqu'à présent, comme indication des vitesses qui peuvent corroder divers terrains, que les chiffres donnés par Dubuat et Gauthey au commencement de ce siècle, comme on le verra plus loin. On comprend toute l'importance qui s'attacherait à une étude plus complète des affouillements, puisque c'est presque toujours par les affouillements que les ponts périssent. Au point de vue de la solidité et, par conséquent, de la durée d'un pont, ce sont les fondations qui sont la partie capitale de l'ouvrage et par suite, tout ce qui peut attaquer la solidité des fondations et mettre en péril la stabilité de l'ensemble doit être étudié avec le plus grand soin.

Nous allons donner les chiffres de Dubuat et ceux de Gauthey, en y joignant une théorie et des expériences plus récentes de M. l'Ingénieur Sainjoin, en faisant le vœu toutefois que d'habiles expérimentateurs puissent prochainement reprendre la question et la résoudre d'une manière pratique en se plaçant autant que possible dans les conditions qui se rencontrent ordinairement dans les applications.

e. EXPÉRIENCES DE DUBUAT SUR LA VITESSE NÉCESSAIRE A L'EAU POUR ENTRAINER DIFFÉRENTES MATIÈRES.

227. On doit à Dubuat des observations intéressantes sur la manière dont les eaux courantes charrient les matières qui se trouvent au fond des lits, et d'utiles expériences sur la vitesse de régime qui convient à des fonds de différente nature. Les résultats de ces expériences sont consignés dans le tableau suivant.

Vitesse du fond du courant par seconde	ARGILE BRUNE propre à la poterie	GROS SABLE JAUNE	GRAVIER DE LA SEINE gros comme une graine d'anis	GRAVIER DE LA SEINE gros comme un pois au plus	GRAVIER DE LA SEINE gros comme une petite fève de marais	GALETS DE MER ARRONDIS de 0m,27 de diamètre au plus	PIERRES A FUSIL ANGULEUSES du volume d'un œuf de poule
m.							
1.219	emportée	emporté	emporté	emporté	emporté	emportés	emportées
0.975	..».....	..».....	..».....	..».....	..».....	..».....	régime
0.650	..».....	..».....	..».....	..».....	..».....	régime	stable
0.474	..».....	..».....	..».....	..».....	..».....	stable	..».....
0.325	..».....	..».....	..».....	..».....	régime	..».....	..».....
0.217	..».....	régime	..».....	..».....	stable	..».....	..».....
0.189	..».....	stable	..».....	régime	..».....	..».....	..».....
0.162	dépose du sable fin	..».....	..».....	stable	..».....	..».....	..».....
0.108	..».....	..».....	régime	..».....	..».....	..».....	..».....
0.081	régime	..».....	stable	..».....	..».....	..».....	..».....
	PESANTEUR SPÉCIFIQUE DES MATIÈRES						
	2.64	2.36	2.545	2.545	2.545	2.614	2.25

Dans ce tableau, le mot *régime* signifie qu'à la vitesse qui lui répond les matières soumises à l'épreuve avaient de la stabilité, et qu'à un degré de vitesse de plus elles étaient emportées par le courant. Elles étaient posées sur le fond d'un canal factice exécuté avec des madriers.

f. — THÉORIE ET EXPÉRIENCES DE M. SAINJOIN

228. M. Partiot, dans le mémoire que nous avons déjà cité à propos de l'entraînement des sables, fait une rapide analyse d'un travail de M. l'Ingénieur Sain-

join, relatif aux phénomènes d'entraînement. Ce travail présente un grand intérêt et les quelques considérations théoriques qui s'y trouvent, peuvent jeter un certain jour sur le mouvement des matières entraînées par les eaux et sur la vitesse que les courants doivent avoir pour les déplacer.

M. Sainjoin rappelle d'abord qu'un corps plongé dans un liquide est soumis par les courants à une pression qui s'exprime par la formule :

$$K \pi \Omega H.$$

π étant la densité du liquide, H la hauteur due à la vitesse qui l'anime, Ω la section du corps et K un coefficient qui est de 1,46 pour un prisme, et de 0,60 pour une sphère. En moyenne, on peut prendre $K = 1$ pour les pierres qui composent les graviers. L'action de la pesanteur sur le même corps est de :

$$(P - \pi) V \left(\frac{i}{\sqrt{1 + i^2}} - f \right)$$

en désignant par P sa densité, V son volume, i l'inclinaison du fond sur lequel il marche, et par f la tangente de l'angle du frottement de roulement. L'inclinaison i n'atteignant que rarement 0,10, on peut la négliger et prendre pour expression de la force qui pousse la pierre vers l'aval :

$$\pi \Omega H - f (P - \pi) V$$

Quelques expériences de Dubuat (voir n° 227), qui avaient pour objet de déterminer la vitesse limite d'un courant à laquelle les matières plongées cessent d'être entraînées, permettent de faire une hypothèse sur la valeur de f. Dans ce cas, la force d'entraînement était nulle et l'on pouvait poser :

$$\pi \Omega H - f (P - \pi) V = 0.$$

Ces expériences ont donné les résultats suivants.

INDICATION DES MATIÈRES	VITESSES du COURANT	H	P — π	$\frac{V}{\Omega}$	$\frac{V}{\Omega}(P-\pi)$	πH	f
	m.						
Argile brune propre à la poterie	0.081	0.0003	1 64	»	»	»	»
Sable déposé par cette argile	0.162	0.0013	»	»	»	»	»
Gros sable jaune anguleux	0.216	0.0024	1.36	0.002	0.0027	0.0024	0.88
Graviers de la Seine — Gros comme un grain d'anis	0.108	0.0006	1.545	0.001	0.0015	0.0006	0.40
Graviers de la Seine — Gros comme un pois	0.189	0.0018	1.545	0.003	0.0046	0.0019	0.41
Graviers de la Seine — Gros comme une petite fève de marais	0.325	0.0054	1.545	0.045	0.0069	0.0054	0.78
Galets de mer arrondis d'un pouce au plus	0.650	0.0215	1.614	0.018	0.0291	0.0215	0.74
Pierre à fusil anguleuse du volume d'un œuf de poule	0.975	0.0484	1.250	0.045	0.0562	0.0484	0 86

La moyenne générale de f est de 0,68. Si l'on élimine les deux valeurs 0,40 et 0,41 qui s'éloignent si notablement des autres, la valeur moyenne est de 0,80. La quantité 0,68 étant la tangente d'un talus d'un et demi de base pour un de hauteur et à peu près du talus naturel des terres, mais le sable et les terres humides ayant une cohésion plus grande, M. Sainjoin croit pouvoir admettre $f = 0{,}80$. En outre, les vitesses consignées au tableau ci-dessus étant les vitesses au fond, il déduit d'une série d'expériences qu'il a faites sur la Loire au moulinet de Woltmann, que le rapport de la vitesse moyenne à la vitesse du fond peut être considérée comme de 0,70. Il prend aussi

$$P - \pi = 1{,}50$$

et

$$\frac{V}{\Omega}$$

égal aux deux tiers du diamètre quand la forme est arrondie et égal au diamètre quand elle est anguleuse. De ces diverses données, il déduit la série suivante pour les vitesses-limites au delà desquelles les graviers seraient entraînés :

Grosseur des graviers	0.0025	0.10	0.04	0.10	0.17	0.38	0.67
Vitesses au fond	0.25	0.50	1.00	1.50	2.00	3.00	4.00
Vitesses moyennes	0.36	0.70	1.43	2.14	2.86	4.29	5.21
Cotes correspondantes à l'échelle d'Orléans	0.12	0.95	2.95	6.94	12.12	•	•

La limite de grosseur des matériaux peut être un peu reculée dans l'eau de mer dont la densité est de 1,03 ou 1,04 au lieu de 1,00, mais la différence ne saurait être considérable.

g. — VITESSES QUI PEUVENT CORRODER DIVERS TERRAINS, D'APRÈS GAUTHEY

229. M. Morandière donne le tableau suivant des vitesses qui peuvent corroder les divers terrains. Ce tableau est extrait de l'ouvrage de Gauthey. Il est généralement admis aujourd'hui et a été reproduit par tous les auteurs qui se sont occupés de cette question.

NATURE DU SOL	VITESSE au-delà de laquelle le sol est entraîné	OBSERVATIONS
	m.	
Terre, boue détrempée	0.08	
Argile	0.15	Cours lents.
Sable	0.30	
Gravier	0.61	Cours réguliers
Cailloux	0.91	Cours assez rapides.
Pierres cassées, silex anguleux	1.22	
Cailloux agglomérés	1.52	Crues et rapides
Roches lamelleuses	1.83	
Roches dures	3.00	Vitesse torrentielle.

M. Croizette-Desnoyers fait remarquer que cette dernière limite de 3 mètres est beaucoup trop faible ; d'abord, parce que, même en dehors des montagnes, il existe un grand nombre de rivières ou de fleuves pour lesquels la vitesse dans les crues atteint 4 mètres, et par exemple sur le Rhône, à Tarascon, la vitesse a été assez forte pour produire des affouillements de 14 mètres. Ensuite dans les montagnes et surtout lorsque surviennent des crues exceptionnelles, les vitesses atteignent des valeurs beaucoup plus considérables. Ainsi, pendant les crues de juin 1875, on a observé sur l'Ariège :

A Tarascon, une vitesse de. 12m,16
A Foix, une vitesse de. . . . 10 à 11 m.
A divers autres ponts, une vitesse de. . . . . 7 à 11m,60.

On a vu (n° 187) quelles ont été les dénivillations considérables de l'amont à l'aval de ces ouvrages. Or, sur tous ces points, aucun accident n'étant arrivé, M. Croizette-Desnoyers en conclut que, il est inconstable que la vitesse de 3 mètres et même des vitesses beaucoup plus fortes ne corrodent pas les roches réellement dures. Le tuf, qui lui-même constitue le fond de la Garonne supérieure et qui consiste en une marne argileuse très compacte, n'a été attaqué que sur quelques points et a bien résisté dans tous les autres.

§ VIII. — *EFFETS DES DIGUES ET LEVÉES*

I. — Digues.

230. Dans ce qui suit nous désignons sous le nom de *digues* les ouvrages établis parallèlement aux rives des cours d'eau et sous celui de *levées*, ceux qui sont établis transversalement aux rives, dans les plaines submersibles latérales. Les digues pourront du reste être *submersibles* ou *insubmersibles* selon que leur crête se trouvera placée en dessous ou en dessus du niveau des plus hautes eaux des crues.

On désigne encore quelquefois sous le nom de *digues basses* celles qui sont établies dans le lit ordinaire de la rivière dans le but d'améliorer la navigation. Telles sont celles qu'on peut voir sur la Garonne et le Rhône. Nous n'avons pas à nous occuper de ces digues basses dont l'étude fait plus particulièrement partie du *Traité des rivières navigables et canaux* (1).

Les autres digues, submersibles ou insubmersibles, établies en dehors du lit ordinaire de la rivière, sont des *digues hautes*.

Les digues submersibles « ont pour but, dit M. Lechalas, (2) de préserver les récoltes de l'atteinte des crues moyennes, en laissant au sol de la vallée le bénéfice du limonage pendant les crues extra-

(1) *Traité des rivières navigables et canaux* (9e partie du cours de construction).

(2) *Traité des ponts* par Degrand et Résal. — Introduction par M. Lechalas.

ordinaires ; elles préviennent en partie les dommages causés par les courants des eaux débordées, surtout quand vers l'amont leurs rattachements aux terrains insubmersibles s'élèvent graduellement, jusqu'au dessus des grandes inondations. On peut, d'un autre côté, reprocher aux digues submersibles d'augmenter le débit maximum ; cela amène quelquefois, en aval, le débordement de crues qui, sans ces digues, seraient restées dans le lit. La balance du bien et du mal n'est pas toujours facile à faire. »

«Quand on empêche les eaux des grandes crues de s'emmagasiner librement dans toute la largeur des vallées, l'écoulement se fait beaucoup plus vite ; les *digues hautes insubmersibles* (comme par exemple celles qui longent, de plus ou moins près, une grande partie du lit ordinaire de la Loire, en aval du Bec-d'Allier) ont, par suite, une grande influence sur le débit maximum à la seconde, dans la partie inférieure de la vallée. Elles amènent en amont, à la vérité, un remous analogue à ceux qui se produisent dans les gorges naturelles et au-dessus, d'où résulte l'emmagasinement d une tranche supérieure supplémentaire ; mais cette tranche est loin d'égaler le volume qui, autrefois, s'accumulait latéralement.

On a vu (n° 23) qu'en ce qui concerne spécialement la construction des ponts, les digues longitudinales avaient surtout pour but d'empêcher les courants obliques de se produire sur les piles. Mais l'établissement des digues en amont ou en aval des ponts peut aussi avoir une grande influence sur le débouché de ces ouvrages et sur les dispositions à prendre pour assurer leur stabilité. Les digues produisent, en effet, des exhaussements du plan d'eau et des accroisements de vitesse dont il est nécessaire de tenir compte.

REMOUS ENTRE DEUX DIGUES LONGITUDINALES

231. Lorsque des digues longitudinales parallèles et insubmersibles sont établies aux abords des ponts, elles peuvent avoir, comme nous venons de le dire, une influence considérable sur la surélévation du plan d'eau, et si cette influence n'était pas prévue, il pourrait en résulter des effets désastreux.

M. Dupuit a étudié cette importante question dans son livre déjà cité : *Études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux*. Voici ce qui résulte de l'intéressant travail de Dupuit.

Deux digues longitudinales parallèles et insubmersibles produisent un long étranglement de la section d'écoulement. Cet étranglement donne lieu à un remous dont la hauteur z est proportionnelle à la profondeur primitive de la rivière, et qui a pour expression :

$$z = h\left(\sqrt[3]{\frac{l^2}{l'^2}} - 1\right) \qquad (44)$$

en désignant par :

h, la profondeur de la rivière avant l'étranglement ;

l, la largeur de la rivière avant l'étranglement.

l' la largeur de la rivière après l'étranglement.

M. Debeauve arrive simplement à cette formule, en remarquant que le débit Q et la pente I ont les mêmes valeurs avant et après l'étranglement, et que, d'autre part, dans la relation :

$$\frac{RI}{U^2} = A$$

résultant des expériences de M. Bazin, on peut considérer le coefficient A comme constant dans une application analogue à celle qui nous occupe, quoique, en réalité, ce coefficient varie un peu avec le rayon moyen R.

Ce rayon moyen R est le rapport de la section au périmètre mouillé ; il a donc pour expression :

avant l'étranglement :

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = \frac{hl}{l + 2h}$$

et après l'étranglement :

$$R' = \frac{\Omega'}{\chi'} = \frac{h'l'}{l' + 2h'},$$

mais s'il s'agit d'une rivière large, on peut négliger au dénominateur le terme $2h$ ou $2h'$ qui est très petit par rapport à la largeur l ou l'. Il vient alors :

$$R = \frac{hl}{l} = h$$

et $$R' = \frac{h'l'}{l} = h'.$$

D'autre part, on a :

$$U^2 = \frac{Q^2}{\Omega^2} = \frac{Q^2}{h^2 l^2}$$

et $$U'^2 = \frac{Q}{\Omega'^2} = \frac{Q^2}{h'^2 l'^2}.$$

La relation précédente $\frac{RI}{U^2} = A$ devient, en y remplaçant R et U^2 par les valeurs ci-dessus :

avant l'étranglement,

$$\frac{h^3 l^2 I}{Q^2} = A$$

et après l'étranglement,

$$\frac{h'^3 l'^3 I}{Q^2} = A$$

d'où on tire :

$$h' = h\sqrt[3]{\frac{l^2}{l'^2}}$$

et par suite :

$$z = h' - h = h\sqrt[3]{\frac{l^2}{l'^2}} - h$$

$$= h\left(\sqrt[3]{\frac{l^2}{l'^2}} - 1\right),$$

valeur du remous écrite ci-dessus sous le numéro 44, qui montre la proportionalité qui existe entre la hauteur z du remous et la profondeur h de la rivière avant l'étranglement.

« On doit donc, dit Dupuit, procéder avec d'autant plus de circonspection aux travaux d'endiguement, que la rivière sur laquelle on les établit est sujette à des crues plus élevées. En réduisant la section à moitié, le remous, c'est-à-dire le gonflement vertical des eaux à l'amont, atteint les six dixièmes de la profondeur primitive. Une réduction aussi considérable est fort rare sans doute ; cependant, la levée de la Loire, sur une partie du cours de ce fleuve, a certainement enlevé aux grandes eaux plus de la moitié de la largeur de leur lit. Là où l'on a 7 mètres de crue aujourd'hui, on n'avait probablement autrefois que 4m,40, environ.

Il est rare maintenant, surtout sur les grands fleuves, qu'on rétrécisse le lit des grandes eaux dans des proportions aussi considérables; mais il arrive plus fréquemment qu'autrefois que par l'établissement des travaux publics, canaux, chemins de fer, routes, digues, chemins de halage, etc., on empiète plus ou moins sur leur lit. Un empiètement d'un cinquième seulement (et dans combien de travaux cette proportion n'est-elle pas dépassée?) donne :

Dans une rivière qui a 1 mètre de profondeur un remous de. . . . 0m,16
Dans une rivière qui a 3 mètres de profondeur un remous de . . 0m,43
Dans une rivière qui a 7 mètres de profondeur un remous de . . 1m,12

On voit quelle énorme influence peut avoir un étranglement de cette nature et à quels grands désastres il pourrait donner lieu si le résultat n'en était pas prévu.

On voit aussi, au contraire, que les étranglements ne peuvent relever sensiblement le niveau des basses eaux qu'autant qu'ils sont très considérables. Si un étranglement à moitié ne soulève les eaux que $0{,}60h$, il s'ensuit qu'en resserrant une rivière qui n'aurait que 0m,50 de tirant d'eau, par une digue qui prendrait la moitié de la largeur, l'on n'obtiendrait encore que 0m,80 de profondeur. Et encore pour obtenir un pareil résultat, il faudrait que l'endiguement eût lieu sur une grande longueur. »

En parlant des ponts à débouchés très réduits, M. Lechalas fait remarquer qu'un pont convenablement établi à la fin d'un rétrécissement graduel, suivi d'un élargissement bien ménagé jusqu'au retour du débouché normal, ne produira aucun désordre; mais qu'au contraire, un pont constituant brusquement un passage à débouché très réduit amènera une cataracte, suivi d'un relèvement partiel. « C'est une condition dangereuse pour l'ouvrage, et qui le serait encore plus pour la navigation, si elle n'était déjà suspendue pour d'autres causes quand la crue devient forte ; mais il n'en résulte pas en général, d'effets sérieux pour des points de la rivière un peu éloignés, à moins qu'on ne soit descendu à des débouchés d'une petitesse voulue comme à Pinay. Si le petit débouché régnait sur

une grande longueur, comme on le voit dans certaines villes industrielles où, depuis des siècles, on empiète à l'envi sur le cours d'eau, la situation s'aggraverait singulièrement; aussi les désastres sont-ils fréquents, dans ces conditions, surtout vers le haut de ces gorges artificielles. — Il a été dit que l'on pourrait endiguer telle rivière à telle largeur, parce qu'un pont ayant cette ouverture ne donnait lieu à aucun phénomène digne de remarque; c'était une bien grave erreur, car un pont régnant de bord à bord ne provoque aucun remous dans les villes à étranglement continu, et l'on serait complètement dans le faux si l'on en concluait qu'on peut prolonger les gorges avec une largeur égale à son débouché linéaire. »

232. *Remous résultant d'un accroissement du débit.* — Dans la formule précédente (44) donnant la hauteur z du remous produit par un long étranglement de la section, on a supposé que le débit Q restait constant. Mais si ce débit venait à croître, il y aurait un autre remous dû à l'augmentation du volume des eaux à débiter.

Si nous représentons par Q et Q' les débits qui correspondent aux dimensions : h et l d'une part et h' et l' d'autre part, la formule de Bazin :

$$\frac{RI}{U^2} = A$$

donnera :

$$\frac{h^3 l^2 I}{Q^2} = A$$

et

$$\frac{h'^3 l'^3 I}{Q'^2} = A.$$

De ces deux dernières relations, on tire :

$$h' = h \sqrt[3]{\frac{Q'^2}{Q^2}}$$

et, par conséquent :

$$z = h' - h = h \left(\sqrt[3]{\frac{Q'^2}{Q^2}} - 1 \right).$$

On voit donc que si on considère les remous z et z_1 en deux points où les hauteurs primitives étaient h et h_1, on aura :

$$\frac{z}{z_1} = \frac{h}{h_1}.$$

Ainsi, par exemple, une crue qui aurait en deux points des hauteurs $h = 3^m,00$ et $h_1 = 3^m,80$, et qui prendrait ensuite une hauteur de $4^m,00$ au premier point, c'est-à-dire un remous z égal à :

$$4^m,00 - 3^m,00 = 1^m,00,$$

donnerait au deuxième point un remous z_1 égal à :

$$z_1 = z \frac{h_1}{h} = 1,00 \times \frac{3.80}{3,00} = 1^m,27.$$

Avec

$h = 4^m,00$, $h_1 = 6^m,00$ et $z = 1^m,00$,

on aurait :

$$z_1 = \frac{6,00}{4,00} = 1^m,50.$$

« Si donc, dit Dupuit, la rivière que vous endiguez présente dans son parcours des hauteurs de crue différentes, telles que 5, 6, 7, 8 et 9 mètres, et que vous ayez jugé prudent de vous tenir à $0^m,50$ au-dessus des grandes eaux, là ou la rivière a 5 mètres de profondeur, il faut donner $0^m,60$; $0^m,70$; $0^m,80$; $0^m,90$, dans les autres parties proportionnellement aux hauteurs primitives de la crue observée. Ou si cet excès de hauteur n'a pas été donné, et qu'une crue survienne, attendez-vous à ce que les points les plus menacés seront ceux où la crue primitive était la plus forte : c'est là qu'il faut préparer et porter vos moyens de défense.

Si la revanche de la digue par rapport aux plus grandes crues connues est calculée d'après ce principe, il n'y aura pas de point plus faible l'un que l'autre ; la sécurité sera partout la même dans le cas où surviendrait une crue plus forte que toutes celles qui avaient été précédemment observées.

En dehors des cas prévus et déjà observés, le hasard peut amener, et le temps amènera successivement un concours de circonstances qui produira une crue supérieure à celles dont les populations ont gardé le souvenir. Aussi, lorsqu'on a à se défendre contre les grandes eaux, a-t-on soin d'élever des digues à une certaine hauteur au-dessus des limites connues. Cet excès de hauteur a ausssi pour but, nous le savons, de protéger les digues contre l'effet du vent et des vagues qui s'élèvent au-dessus du niveau moyen ; mais

on ne contestera pas que la considération de se mettre à l'abri des crues plus élevées que celles qui sont observées n'entre pour beaucoup dans la détermination de leur hauteur et, sous ce rapport, la formule apprend comment cet excès de hauteur doit être fixé. »

M. Comoy, dans un très important rapport sur l'inondation de la Loire en 1856, a cherché de quelles quantités il aurait fallu exhausser les digues de ce fleuve pour qu'elles continssent jusqu'au bout cette crue, s'il ne s'était pas produit de ruptures. Il a trouvé un relèvement nécessaire de 1m,70 à 3 mètres pour la digue de l'Authion, suivant les endroits, et en admettant seulement 0m,50 de revanche.

« On sait, dit M. Comoy, que les digues actuelles, construites à différentes époques, n'ont pas toute la solidité désirable; de nombreuses filtrations se manifestent à leur pied dans les grandes crues. On pourrait redouter que la pénétration des eaux ne devint la cause de graves accidents si l'on exhaussait de 2 mètres environ la hauteur des crues. »

AVANTAGES ET INCONVÉNIENTS DES DIGUES

233. L'avantage le plus important de la construction de digues longitudinales en amont, et aux abords des ponts, au point de vue de l'établissement de ces derniers ouvrages, consiste à forcer les courants à prendre une direction parallèle à la normale à l'ouvrage, et à empêcher les courants latéraux provenant de la rencontre du courant débordé avec les levées d'accès. Nous avons vu, en effet, que la normalité des courants est une des conditions essentielles à rechercher ou à réaliser pour l'emplacement des ponts (nos 22 à 25).

En outre, les digues longitudinales font gagner aux riverains sur le lit de la rivière, des surfaces cultivables parfois très étendues, lorsque ces digues sont reliées, en amont, au terrain insubmersible.

Les digues longitudinales présentent des inconvénients, parmi lesquels il faut placer au premier rang l'exhaussement du niveau des crues et l'accroissement de la vitesse du courant. Elles ont aussi l'inconvénient de soustraire les terrains garantis contre les inondations à l'influence bienfaisante des limons déposés par les eaux. Il n'est pas douteux, en effet, que les inondations sont parfois de vrais bienfaits pour l'agriculture. « Ces sont les anciennes crues troubles de l'Yonne, de l'Armançon et de la Marne, dit M. Debeauve, qui ont engendré les riches plaines de Seignelay, de Saint-Florentin, de Vitry-le-Français. Dans toutes les régions, du reste, nous trouvons les parties du sol les plus fertiles dans les vallées recouvertes par une succession de dépôts limoneux. Lorsqu'à la suite d'une inondation les commissions d'expertises se rendent dans les pays envahis, elles enregistrent avec soin tous les dégâts, mais elles ne mettent pas dans la balance les bénéfices qu'une grande partie des terres a tirée de la présence et du séjour des eaux troubles: le limon laissé par un grand fleuve, comme le Rhône, est quelquefois assez riche pour donner, sans nul engrais, plusieurs récoltes abondantes. »

« Je pourrais, dit M. Dausse, citer une vallée dans laquelle nos pères se contentaient de fixer les berges, et puis, à une plus ou moins grande distance de part et d'autre, d'élever des bourrelets de terre au-dessus des crues ordinaires. Entre les bourrelets et les rives on plaçait les cultures qui craignaient le moins une immersion passagère ; derrière les bourrelets, les cultures plus délicates. Les grandes crues, qui sont les plus chargées de limons, couvraient tout. Sans doute qu'elles avariaient les récoltes, mais, comme elles laissaient un engrais qui dispensait, les années suivantes, de fumer les terres inondées, les dommages causés aux récoltes, une année sur dix ou sur vingt, se trouvaient plus que compensés. Anciennement, les lits délaissés qu'on trouve dans toutes les vallées se comblaient peu à peu et finissaient par devenir cultivables ; tandis qu'avec les digues insubmersibles, ils demeurent d'éternels marais, en même temps que les terres froides et basses sont dans l'impossibilité de s'élever jamais. »

« Les terrains les plus fertiles de nos vallées, dit M. Hervé-Mangon, sont des couches d'alluvion. On ne saurait assez se préoccuper de favoriser ces alluvions précieuses dont des travaux d'endiguements mal di-

rigés facilitent trop souvent l'entraînement à la mer. »

234. La question des avantages et des inconvénients des digues a été très discutée et l'est encore, le système de l'endiguement des rivières ayant ses partisans et ses détracteurs. Nous allons citer quelques faits et les considérations pour ou contre qui ont été données par divers auteurs, afin de mettre nos lecteurs en garde contre des idées trop absolues à ce sujet, et pour leur permettre de prendre une décision en toute connaissance de cause, lorsque se présente le cas de l'établissement de digues en amont ou en aval des ponts. Il est indispensable, avant d'entreprendre de grosses dépenses pour la construction de digues longitudinales, de bien peser tous les avantages et les inconvénients qui pourront en résulter, et surtout de faire en sorte d'éviter, pour l'avenir, ces ruptures qui entraînent avec elles de terribles désastres, dont on a malheureusement trop d'exemples.

235. *Opinion de M. Lechalas.* — « Pour le territoire séparé du fleuve, dit M. Lechalas, le bénéfice final est souvent douteux, car il faut tenir compte de la perte de fertilisation par les limons des crues et *des désastres amenés par les ruptures des ouvrages*. Même dans la vallée du Pô, « dans un pays où l'endiguement existe depuis vingt siècles, où la propriété en a subi toutes les conséquences, il n'est pas bien démontré que les avantages soient plus grands que les inconvénients. » (*La Seine*, par Belgrand). Dans la vallée de la Loire, où tant de désastres se sont produits, l'histoire enregistre un grand nombre de ruptures de digues par les habitants, « de leur propre autorité » dit un arrêt du conseil du 19 mai 1716; on les ouvrait sur un point quand on craignait l'irruption sur un autre, où des maisons auraient été renversées, etc... »

« Pendant la crue de 1856, les dommages ont été immenses dans le bassin de la Loire. En aval du Bec-d'Allier, les brèches ouvertes dans les digues insubmersibles ont été au nombre de 160, présentant une longueur totale de 23 à 24 kilomètres. En se précipitant par ces brèches, les eaux ont creusé de profondes excavations sur 410 hectares; les sables entraînés, provenant de ces gouffres et des digues, ont couvert 2 750 hectares. Plus de trois cents maisons ont été détruites. Près de 100 kilomètres de chemins de fer ont été surmontés, pendant cinq jours dans les vals de la Cisse et de Tours, et douze jours dans le val de l'Authion; mais l'interruption du service a duré vingt-quatre et trente-quatre jours, à cause du temps nécessaire pour réparer les dégradations. — La même crue a détruit les ponts de Fourchambault, de Sully, etc., a coupé les levées des ponts de Fourchambault, Saint-Thibault, Beaugency, Meung, Muides, Port-Boulet. Sur l'Allier, les ponts de Longues et de Saint-Germain-des-Fossés ont été renversés, les levées des ponts de Lamothe et de Chappe coupées, etc. »

« Citons encore la digue gauche du Rhône, située en face du confluent de l'Ardèche, qui a été rompue par la crue de cette rivière en 1827. — Cet événement reporte la pensée sur l'augmentation de l'écartement des digues du Pô, vers les embouchures des rivières tributaires. »

« Ce ne sont pas seulement les bassins de la Loire, du Pô, du Rhône, qui, à des époques plus ou moins rapprochées, donnent en Europe le spectacle de grandes destructions de richesses. Une correspondance de Vienne, du 25 juin 1884, trace un sombre tableau des inondations qui se sont produites à cette époque dans l'Autriche-Hongrie : « Les dégâts sont immenses, incalculables; mais c'est en Galicie que le désastre est le plus grand; il rappelle celui de 1867. Cracovie a eu beau multiplier ses efforts et prendre toutes les précautions imaginables, la Vistule a quand même rompu ses digues. Sur plusieurs points, le chemin de fer de la Karl-Ludwig-Bahn a dû interrompre son service; les communications postales entre Cracovie et Lemberg sont suspendues. Oderberg est entièrement cerné; impossible d'en sortir ou d'y entrer, les routes sont défoncées et les ponts emportés. A Seyburch, ponts détruits, maisons perdues, chevaux et bêtes de travail noyés. — Quand, il y a dix-sept

ans, en 1867, pareille catastrophe s'est produite, on a demandé à la science les remèdes à employer pour en prévenir le retour. Chaque année, depuis lors, des sommes importantes ont été dépensées en digues, parapets, etc. Or, voici qu'à la première épreuve un peu sérieuse tous ces travaux se trouvent absolument inutiles; ils sont impuissants à protéger les villes et les plaines contre le fléau. Les digues s'écroulent, les parapets sont submergés, les talus s'effondrent, les ponts sont emportés. »

236. *Influence modératrice des digues.* — Les digues, quand elles rétrécissent trop le lit de la rivière, provoquent des inondations dans les plaines situées en amont, à cause de l'emmagasinement énorme qui se produit pendant toute la période de croissance de la crue. Cet emmagasinement produit à son tour un ralentissement des eaux en aval, et il est essentiel de bien comprendre que ce ralentissement n'est pas forcément un avantage. — Il pourrait, en effet, occasionner dans certains cas des superpositions de crues dangereuses qui ne se produiraient pas sans l'existence des digues.

Ainsi, en 1846, la crue de la Loire a eu son maximum à Roanne plus tôt qu'à Balbigny et plus tôt qu'à la digue de Pinay, qui est cependant à 33 kilomètres en amont de Roanne; à la digue de Pinay, la crue a duré quarante-huit heures, à Roanne environ quatre-vingt-dix heures et au Pertuiset vingt-quatre heures seulement.

« Ces faits, dit M. Debeauve, tiennent à la présence des digues de Pinay et de La Roche; ces deux digues, ne laissant aux eaux qu'un passage de 20 mètres de largeur, ont arrêté l'écoulement naturel et ont formé dans la partie basse de la plaine du Forez un vaste réservoir où les eaux se sont emmagasinées, non seulement pendant la période croissante de la crue, mais encore pendant une partie de la période décroissante.

L'accumulation des eaux sur ce point y a abattu un très grand nombre de maisons, mais en même temps elle a déposé sur les terrains inondés une couche de limon assez épaisse pour que, tout compensé, il soit parfaitement admis aujourd'hui qu'entre le pont de Feurs et la digue de Pinay l'inondation a fait plus de bien que de mal.

L'Allier et la Loire n'éprouvent de crues simultanées qu'autant que la chaîne de montagnes qui les sépare reçoit une pluie d'orage sur ses deux versants; mais l'Allier et ses affluents sont moins longs et ont une pente plus forte que la Loire et ses affluents, leurs crues passent au Bec-d'Allier avant celles de la Loire.

Les digues de Pinay et de La Roche, en ralentissant les eaux de la Loire, diminuent donc l'importance des crues en aval du Bec-d'Allier; mais, si ces deux digues existaient sur l'Allier, elles pourraient avoir au contraire une influence funeste, puisqu'en ralentissant les eaux de l'Allier elles pourraient amener la coïncidence de leur passage au Bec-d'Allier avec le passage des eaux de la Loire.

Pendant la crue qui nous occupe, le volume d'eau contenu entre la digue de Pinay et le pont de Feurs, volume calculé par M. l'Ingénieur en chef Boulangé au moyen des profils en long et en travers, était de 131 millions de mètres cubes, et la plaine submersible, déduction faite du lit du fleuve, avait emmagasiné 108 millions de mètres cubes.

Cette retenue s'est opérée en 16 heures 30 minutes, ce qui fait une retenue moyenne de 1 823 mètres cubes d'eau à la seconde ; le maximum de la retenue à la seconde, au moment de la plus grande abondance des eaux, peut donc être évalué au double du chiffre précédent, soit à 3 600 mètres cubes à la seconde.

D'après les calculs de M. Vauthier, le débit de la Loire à Roanne a atteint 7 300 mètres cubes; on juge par là de la réduction que les digues ont produite dans le débit et par conséquent dans la hauteur de la crue à Roanne. »

La même influence modératrice de la digue de Pinay s'est produite lors de la crue de 1866.

237. M. l'Ingénieur Vallès est partisan du ralentissement des eaux mais par emmagasinement dans des réservoirs. « Dans les crues, dit-il, ce n'est pas le

volume des eaux, mais la *vitesse* qui est dangereuse. — Le grand volume des eaux que roulent les fleuves lors des crues frappe l'imagination, mais ce n'est pas à ce volume en lui-même qu'il faut imputer les désastres, car il importe peu que le sol soit recouvert de plusieurs mètres d'eau ou d'un mètre seulement, puisque, dans les deux cas, la récolte est perdue.

Malheureusement, les eaux ne s'épanchent pas tranquillement lors des crues ; elles se précipitent avec d'autant plus de violence qu'elles marchent sur une plus grande hauteur.

Là où passent ces grands courants, non seulement ils recouvrent le sol, mais ils le dépouillent de sa terre arable, arrachent les arbres et renversent les maisons et déposent çà et là des pierres et des sables stériles.

C'est par l'exagération de la vitesse d'écoulement que tous ces maux arrivent; le remède consiste dans ces trois mots : amortir la vitesse. »

Le remède proposé par M. Vallès est l'établissement de réservoirs d'emmagasinement des crues, question qui sera étudiée dans le *Traité des rivières et canaux*.

238. *Opinion de M. Debeauve.* — Nous extrayons, du *Traité de navigation fluviale et maritime* de M. Debeauve, les quelques considérations suivantes qui mettront en relief ce qu'on doit penser des avantages et des inconvénients des digues.

Comme le système des réservoirs d'emmagasinement des crues, le système de l'endiguement des rivières a eu ses détracteurs et ses partisans.

Le système des digues longitudinales se présente tout d'abord comme le plus simple : aussi remonte-t-il à une époque assez reculée. Malheureusement on a été fort longtemps à se rendre compte de l'effet des digues sur la hauteur des eaux; ainsi que nous l'avons montré par les calculs du n° 231, tout rétrécissement se manifeste par une surélévation des crues. Lorsqu'on ne tient pas compte de ce phénomène lors de l'établissement des digues, on risque de rendre le remède pire que le mal.

On a vu des digues anciennes se rompre et livrer passage à de véritables torrents auxquels rien ne résiste, et l'on s'est dit qu'il valait mieux peut-être laisser les fleuves à l'état naturel que de les enfermer dans des barrières qui ne donnent qu'une sécurité trompeuse et passagère.

C'était une exagération ; les digues bien construites et bien comprises sont susceptibles de rendre de grands services et d'éviter bien des désastres.

C'est une opinion qui ressort de l'examen que nous allons faire des principaux travaux publiés au sujet de l'endiguement des rivières.

239. *Observations de Dupuit.* — Dupuit cite le cas de Saumur : autrefois la Loire s'y divisait en six bras, réduits à trois en 1770 par le pont Cessart et à deux en 1820 par le pont Napoléon. Depuis, on a pris sur le fleuve l'emplacement d'un quai fort large et à l'aval, sur 6 kilomètres, le chemin de fer a été établi dans le lit des grandes eaux.

Ce lit est donc complètement modifié par rapport à son état ancien : les remous à l'amont et à l'aval de Saumur prendront donc, pour les mêmes débits qu'autrefois des valeurs toutes différentes.

Il n'y a à celà que demi-mal, si l'on a soin de prévoir l'effet des nouveaux ouvrages et d'organiser les travaux nécessaires à la protection des propriétés, jadis sauvegardées et aujourd'hui menacées.

Cette prévision des résultats est un point capital pour tous les travaux exécutés en lit de rivière, notamment pour les ponts et les levées.

Plus les digues sont avancées en lit de rivière, plus on gagne de terrain, et c'est en général une conquête précieuse ; mais les crues s'élèvent plus haut contre les digues et celles-ci doivent recevoir des dimensions plus considérables ; on s'expose en outre à être forcé de les prolonger en amont pour mettre à l'abri des inondations des terrains qui, dans l'état naturel, n'avaient pas à les redouter.

Ainsi les digues doivent être d'autant plus rapprochées que les terrains ou propriétés à protéger ont plus de valeur. D'après cela, on ne saurait s'imposer un

écartement uniforme et se régler par exemple sur l'écartement d'amont pour fixer l'écartement d'aval ; celui-ci peut être moindre que le premier, à condition que la hauteur et la puissance des digues seront calculées en conséquence.

Entre deux contre-forts successifs d'un versant, une digue telle que *lmn* forme une section particulière *lm*, enracinée à chaque extrémité dans un contre-fort (*fig.* 177).

S'il y a en *c* une ville importante à protéger, il est clair qu'on pourra donner à la section *lm* une hauteur et une puissance exceptionnelles. Mais Dupuit recommande d'éviter les hauteurs variables dans une même section *mn* ; supposons que la hauteur de digue à l'aval soit plus considérable qu'à l'amont, si une rupture se forme en *b*, les eaux se précipiteront dans le val et y monteront à une hauteur égale à celle que prennent les eaux entre les digues ; cette hauteur sera supérieure, à cause du remous, à celle qui se manifestait avant l'établissement des digues ; il est bon que les propriétaires en soient prévenus.

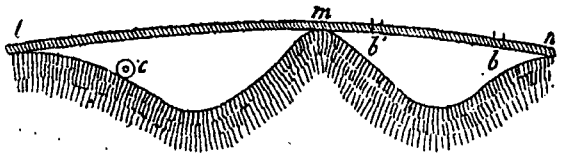


Fig. 177.

Mais, si la brèche s'ouvre en *b'* à l'amont de la section *mn*, les eaux se précipiteront encore dans le val ; alors elles pourront s'élever en *n* à une hauteur plus considérable que dans le premier cas, puisqu'elles tendront à prendre le niveau de la crue à l'amont de la section.

Il importe donc de ne pas avoir une levée plus haute à l'aval qu'à l'amont d'une section, et il serait bon de placer toujours à l'aval un pont éclusé.

Voici enfin ce que Dupuit pensait des levées établies parallèlement au cours d'eau ; on verra qu'il était entièrement partisan de ce genre de digues.

Il faut faire des levées et rien que cela, dit Dupuit, et cependant on ne peut répondre que, si hautes et si épaisses qu'elles soient elles ne seront pas emportées.

Quand un fleuve sort de son lit ordinaire et surmonte ses berges, trois cas peuvent se présenter : ou ces débordements sont annuels ; on y est habitué et le prix des terrains est basé en conséquence ; ou ils se reproduisent à des intervalles de quelques années, on n'a pas le temps de les oublier et on prend des précautions en vue d'y remédier ; ou ils sont tout-à-fait extraordinaires, et, comme ils s'attaquent à des terrains d'alluvion fournissant de belles récoltes, les propriétaires se plaignent avec vivacité, parce qu'ils avaient oublié la menace constante suspendue sur leur tête. Ils ne se disent pas que les terres qu'ils cultivent sont une conquête sur le fleuve, que ces terrains leur donnent pendant dix ans un grand produit et qu'ils perdront une récolte sur dix, ce qui revient à une diminution de revenu de 10 p. 0/0 par an. Cependant, lorsque l'inondation arrive, on plaint ces propriétaires et on ne songe pas aux cultivateurs de ces plateaux arides que les eaux n'envahissent pas, mais qui ne donnent pas de récoltes.

En 1856, un *tolle* général s'est soulevé dans la presse contre les digues qui avaient cédé en plusieurs points, entraînant par leur rupture de grands désordres. Mais il faudrait mettre en regard de ces ruptures tous les cas où les digues ont convenablement résisté et ont préservé des récoltes florissantes ; si l'on pèse le bien et le mal, c'est le bien qui l'emporte, et les populations intéressées le savent bien, car elles ont soin de réclamer le relèvement et l'entretien des digues.

Le système des levées est même l'annexe indispensable de tous les systèmes modérateurs de crues : supposez qu'on réduise en un point de 6 à 5 mètres la hauteur des crues, ne faudra-t-il pas abriter tous les points dont la cote est au-dessous de 5 mètres ? Il faudra donc toujours des digues, peut-être un peu moins fortes ; mais ne vaut-il pas mieux se contenter d'elles et les construire immédiatement en vue des plus hautes crues ?

Les levées ont encore l'avantage d'être établies en face des intérêts qu'elles protègent, et il est facile de faire concourir ces intérêts à la dépense, tandis qu'ils s'y refuseraient, s'il s'agissait de travaux à exécuter loin d'eux, dans les parties hautes des bassins.

Il ne faut pas oublier que les travaux contre les inondations ne profitent qu'à un nombre restreint de propriétaires, et de propriétaires riches ; l'État peut leur venir en aide, mais ce n'est pas à lui de faire la dépense totale.

Enfin, l'inondation peut être désirable pour certaines cultures et pour certains terrains qui reçoivent un limon bienfaisant ; avec le système des digues, on peut laisser à découvert toutes les superficies appelées à bénéficier du passage des eaux.

Sur le bord des grands fleuves, lorsqu'on agit en vue de protéger les terrains contre l'inondation et non en vue de l'amélioration de la navigation seule, on construit des digues dites insubmersibles par opposition aux digues submersibles dont le rôle consiste à maintenir les petites crues et à assurer à la navigation un tirant d'eau convenable. Les digues insubmersibles sont telles qu'elles ne seraient point surmontées par une crue semblable à une crue précédemment étudiée; mais comme nous l'avons vu, il peut se présenter une combinaison des crues des affluents plus défavorable que toutes les autres : la digue insubmersible se transformera en déversoir et, comme elle n'est pas faite pour cela, elle sera fatalement emportée par les eaux.

240. *Objections de M. Vallès contre les endiguements.* — M. Vallès, partisan des réservoirs d'emmagasinement des crues, considérait comme dangereux les endiguements longitudinaux ; il leur préférait les endiguements transversaux qui transforment les vallées en réservoir, tout en supprimant les courants latéraux qui détruisent les constructions, entraînent la terre végétale ou la recouvrent de graviers stériles.

Les digues longitudinales aggravent tous les périls des crues, car elles augmentent la hauteur des eaux et, surtout, elles augmentent la vitesse dans une grande proportion.

Elles détruisent tous les avantages, car elles conduisent à la mer la chair des montagnes, le limon chargé de principes fertilisants.

« Jusqu'à ce jour, dit M. Vallès, la parfaite consolidation des digues n'a pu être obtenue ; on ne peut donc pas compter que, pour prix des avantages qu'il absorbe, l'endiguement longitudinal apporte au moins la sécurité. A chacune des grandes inondations de ce siècle, il s'est produit des ruptures de digues entraînant des désastres considérables, d'autant plus terribles qu'on comptait sur l'efficacité de la dépense ; en tout temps, il en a été ainsi en France et à l'étranger.

L'insubmersibilité des digues, ajoute M. Vallès, n'a pas été mieux obtenue que leur consolidation. L'établissement des digues a pour effet d'augmenter la hauteur des crues, de sorte qu'il faut les élever bien au-dessus du niveau des crues observées alors que le lit naturel était libre; c'est ce qu'on n'a pas fait partout. Du reste, qui dit qu'en un point donné il n'arrivera pas telle combinaison de circonstances météorologiques produisant une crue plus forte que toutes celles précédemment observées ? Qui dit que les digues supposées suffisamment hautes, ne se transformeront pas alors en déversoirs, auquel cas elles périraient, car elles ne sont pas construites pour jouer ce rôle.

Sans doute, il n'est pas impossible de construire des digues suffisamment hautes et fortes pour contenir les crues de nos grands fleuves torrentiels. Mais la longueur à endiguer sur la Loire, le Rhône et la Garonne, est de 1 388 kilomètres : cela fait près de 2 800 kilomètres de digues ; pour le Rhône seulement, le système de l'endiguement longitudinal coûterait plus de 100 millions, et on ne pourrait répondre de son efficacité. »

Les ruptures des digues longitudinales se sont produites à chaque crue de la Loire, et M. Vallès en tire cette conséquence qu'il eût mieux valu laisser la vallée sans défense que de lui en donner

une à l'aide de digues longitudinales.

241. *Etude de M. Comoy sur les endiguements.* — M. Comoy inspecteur général des Ponts et Chaussées, nous paraît avoir, dans ses mémoires, élucidé la question pratique des endiguements ; en comparant les endiguements du Pô et ceux de la Loire, il a montré que le système était efficace lorsqu'il était convenablement appliqué et qu'on réservait au lit majeur des fleuves une capacité suffisante. Il a montré, en outre, qu'en bien des cas on n'avait pas le choix entre les divers systèmes de défense ; qu'en général on ne pouvait pas supprimer les digues existantes et qu'il fallait bien s'en servir ; que dans ce cas, il pouvait y avoir lieu de recourir à des ouvrages auxiliaires.

242. En admettant que la présence des digues ne modifie pas le débit maximum des crues, nous savons qu'elle a pour effet d'augmenter la hauteur des crues. Si h et h', l et l' sont les hauteurs et les largeurs du lit avant et après l'endiguement on a la relation :

$$h' = h\sqrt[3]{\frac{l^2}{l'^2}}.$$

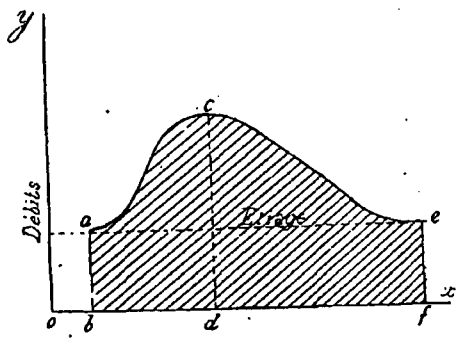


Fig. 178.

Cela suppose que le débit maximum ne change pas ; il n'en est rien, car ce débit dépend :

1° De l'étendue de la zone sur laquelle la pluie est tombée en amont du point considéré ;

2° De l'intensité et de la durée de la pluie ;

3° De la déclivité et de la perméabilité des versants ;

4° De l'étendue des parties submersibles en amont du point considéré.

C'est ce dernier terme qui agit sur le maximum du débit des crues ; considérons un fleuve à l'état naturel et relevons au point A le débit à chaque instant d'une crue ; construisons la courbe des débits en

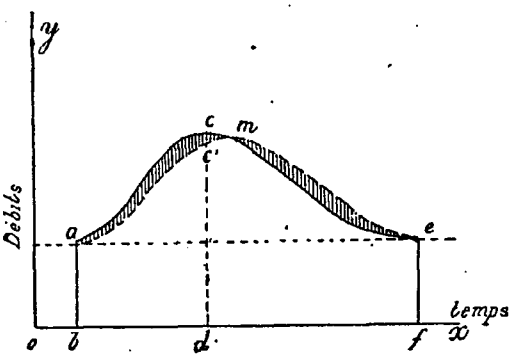


Fig. 179.

prenant les temps pour abcisses et les débits pour ordonnées, nous obtiendrons la courbe *ace* (*fig.* 178), et l'aire de cette courbe au-dessus de l'étiage *ae*, mesure le volume total de la crue, depuis le com-

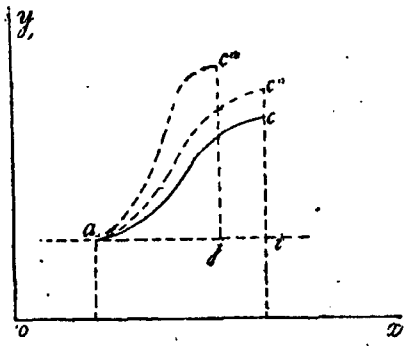


Fig. 180.

mencement de sa croissance *bd* jusqu'à la fin de sa période de décroissance *df* ; cette dernière période est toujours plus longue que la première.

Quelle que soit la forme du lit au point A, le volume total d'une crue qui passe ne change pas ; la courbe *ace* pourra donc se déformer avec le lit, mais l'aire *ace* restera constante.

Si le débit de la période de croissance

diminue, la courbe prendra la forme ponctuée (*fig.* 179), telle que les deux aires à gauche du point *m* comprises entre l'ancienne courbe des débits et la nouvelle, soient égales entre elles; si, au contraire, le débit de la période de croissance augmente, la courbe prendra la forme ponctuée *ac''e* (*fig.* 181), et les deux aires comprises entre les courbes des débits à droite et à gauche du point *n* seront encore égales.

Dans les fleuves à bassins imperméables

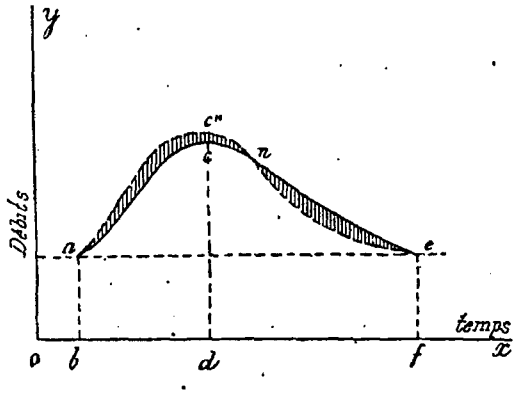


Fig. 181.

et par conséquent à crues rapides, comme la Loire, une crue constitue un flot qui ne s'étend pas à la fois sur toute la longueur du cours d'eau; lorsque le maximum de la crue se manifeste en un point A, toute la partie du flot qui reste en amont représente le débit total de la période de décroissance. Si, par un moyen quelconque, on a augmenté ou diminué le volume maintenu à l'amont, on a donc, par cela même, augmenté ou diminué le débit total de la période de décroissance. D'après ce que nous enseignent les figures 179 et 181, on a par conséquent diminué ou augmenté le débit total de la période de croissance, et on a diminué ou augmenté le débit maximum en A, c'est-à-dire la hauteur maxima de la crue.

Ainsi, plus le volume d'eau emmagasiné à l'amont de A sera considérable, moins le débit maximum et la hauteur maxima de la crue seront élevés.

Il y a donc avantage à ne pas réduire la superficie des plaines submersibles, et, pour calculer la hauteur des eaux après l'endiguement, il faut se baser sur un débit plus grand que le débit maximum constaté à l'époque où le quai était à l'état naturel.

Il est vrai que par suite du relèvement des crues, le fleuve endigué, emmagasine à l'amont du point A, un certain volume d'eau dont il convient de tenir compte.

Il est encore une cause qui concourt à augmenter légèrement la hauteur des crues après l'endiguement, c'est que le maximum des crues se propage plus rapidement dans un lit étroit et endigué que dans un lit large borné de plaines submersibles.

Par suite de ce fait expérimental, la période de croissance est réduite de *ai* à *aj* (*fig.* 180); le débit total de cette période, au lieu d'être mesuré par l'aire *ac''i* l'est en réalité par l'aire *a c''' j*; ces deux aires devant être égales, la hauteur *c'''j* est supérieure à *c''i*. De là une nouvelle cause d'augmentation de crues.

L'augmentation de hauteur des crues, dit M. Comoy, provient donc de deux causes, on ne saurait trop le répéter; d'abord du resserrement produit par l'endiguement; ensuite de l'augmentation du débit maximum, augmentation qui est la conséquence de l'endiguement lui-même et de la diminution qu'il apporte dans la superficie des plaines submergées.

L'augmentation du débit maximum, produite par l'endiguement, n'est pas une chose simple, qui se présente clairement, naturellement à l'esprit, et que l'on comprenne aussi facilement que l'accroissement de hauteur résultant d'un rétrécissement de section. Il n'est pas étonnant que les constructeurs des premières digues ne l'aient pas reconnue. Ce qui serait extraordinaire, c'est qu'ils eussent pu la pressentir. Aussi tous les endiguements ont-ils été d'abord, et malgré plusieurs exhaussements successifs, surmontés par les eaux.

Faudrait-il en conclure que l'on ne peut pas faire de digues réellement insubmersibles, comme quelques personnes l'ont prétendu? Je suis très loin de le croire, l'art n'est pas impuissant à ce point.

Mais, si le problème n'est pas insoluble, il n'est pas toujours susceptible d'une so-

lution acceptable, soit au point de vue technique, soit au point de vue économique.

L'étude des conditions dans lesquelles les digues peuvent ou ne peuvent pas être utilement employées est certainement l'une des plus grandes et des plus intéressantes que présente l'art de l'ingénieur. (Debeauve).

243. M. Comoy, de l'étude et de la comparaison des endiguements du Pô et de la Loire, tire les conclusions suivantes :

La capacité du lit majeur exerce une grande influence sur la valeur du débit maximum des crues : ce débit est d'autant plus fort que la capacité du lit majeur est plus faible.

C'est donc une faute que de trop resserrer un fleuve entre ses digues. Cette faute, commise sur la Loire, a été évitée sur le Pô.

Sur la Loire, il fallait évidemment endiguer les grands vals de Saint-Benoît, d'Orléans, de l'Authion : 1° Parce qu'il s'agissait de conserver à l'agriculture de grandes superficies ; 2° Parce que la grande largeur des plaines submersibles exigeait qu'on y construisît des habitations qu'il fallait nécessairement protéger.

En quelques autres points où de grands intérêts sont en jeu, il pouvait être utile d'exécuter des endiguements, mais il eut fallu éviter de les faire partout où la largeur du val ne dépassait pas un kilomètre. Là, des digues submersiles auraient suffi pour défendre contre les crues moyennes les parties latérales ; ces parties latérales bien que recouvertes par les grandes crues n'en auraient pas moins conservé une grande valeur comme les golènes du Pô et les ségonneaux du Rhône.

Les digues de la Loire existent, on ne peut les détruire ; il est difficile de les surhausser convenablement parce qu'on augmenterait la hauteur des crues dans des proportions effrayantes ; il faut donc chercher des palliatifs : emmagasiner une partie des crues dans des barrages-réservoirs, régulariser l'envahissement des vals au moyen de déversoirs établis dans les digues, déversoirs qui remplaceront les ruptures de digues, et qui laisseront les eaux pénétrer sans violence dans les plaines submersibles.

Enfin, M. Comoy donne les quelques indications suivantes sur l'emploi des digues longitudinales.

244. *Emploi des digues longitudinales.* — Considérons une vallée à l'état naturel, les crues se répandent librement sur les plaines submersibles, elles y font du mal et du bien et il convient d'abord d'établir la balance entre ces deux effets.

S'il s'agit d'une large plaine comme le val d'Orléans, comme celles qui longent le Pô, elle ne peut rester exposée aux inondations ; cette plaine est fertile et susceptible d'une culture perfectionnée ; des centres agricoles s'y établissent donc d'une manière nécessaire. La seule méthode pour les mettre à l'abri est de recourir à des digues insubmersibles, c'est-à-dire à des digues assez élevées pour contenir les eaux de la plus grande des crues connues ; on aura soin de laisser entre ces digues un lit majeur d'une capacité suffisante et, grâce à cette précaution, elles seront efficaces comme le prouve l'exemple du Pô.

Ces digues insubmersibles ne doivent être adoptées que là où elles sont absolument nécessaires, car elles privent le sol qu'elles protègent du riche engrais laissé par les limons des crues.

Pour les plaines de largeur moyenne, la privation de cet engrais est un tort considérable, et l'endiguement leur cause plus de mal que de bien.

Si l'on considère les plaines submersibles de faible largeur, il n'y a rien à y faire si les crues ne les recouvrent que tous les huit ou dix ans ; car la perte de la récolte est compensée par le limon. Souvent on rencontre dans ces plaines des dépressions qui permettent l'accès des petites crues et qui déterminent la formation des courants, lesquels produisent des corrosions et des ensablements ; il va sans dire qu'il convient alors de fermer par des digues discontinues les issues de ces dépressions. Les digues ne seront élevées que jusqu'à la hauteur normale de la plaine.

Dans les cas où, les plaines submersibles seraient basses et exposées à de fré-

quentes crues d'été qui sont redoutables parce qu'elles détruisent les récoltes, il conviendrait de les défendre par des digues continues submersibles qui n'auraient pour mission que de contenir les crues moyennes en se laissant surmonter par les grandes crues.

Mais il faut avoir soin de bien laisser à ces digues leur caractère de submersibilité; « rien, en effet, dit M. Comoy, n'est plus dangereux que d'induire les populations en erreur sur la destination des digues. Tant que l'on considère une digue comme submersible on ne fait dans la plaine aucune entreprise qui puisse souffrir de la submersion et les inondations ne sont qu'un bienfait. »

La confiance dans l'insubmersibilité de certaines digues a produit de graves mécomptes; ainsi, le chemin de fer d'Orléans à Tours traverse sur 40 kilomètres le val de la Cisse, dont les digues se rompent lors des crues, et la circulation sur la voie ferrée est interrompue. Cette voie eût dû être placée au pied du côteau, au-dessus du niveau des plus hautes eaux (Debeauve. — *Navigation fluviale et maritime*).

II. — Levées.

245. Comme nous l'avons dit, nous désignons sous le nom de *levées* les digues transversales qu'on établit dans la plaine submersible, soit pour donner accès à un pont, soit pour toute autre raison.

Les levées d'accès des ponts ne peuvent évidemment être évitées, et quand on les établit, il faut le faire dans les meilleures conditions possibles. — Quant aux autres levées transversales elles ont pour but de ralentir les eaux des crues et de faire profiter les terrains submersibles du bénéfice du limonage, tout en empêchant l'enlèvement du sol arable.

On a vu (n° 240) que M. l'Ingénieur Vallès tire, des ruptures des digues longitudinales qui se sont produites à chaque crue de la Loire, cette conséquence qu'il eût mieux valu laisser la vallée sans défense que de lui en donner une à l'aide de digues longitudinales.

On ne peut cependant préconiser l'abstention comme étant ce qu'il y a de mieux à faire, car le sol arable finirait par être enlevé en grande partie par les courants latéraux. Voici ce qu'il y aurait à faire d'après M. Vallès.

« D'une part, laisser les eaux s'épandre dans la vallée, qui pourra ainsi recevoir leurs dépôts; d'autre part, s'attacher à ce qu'elles y arrivent sans faire irruption, mais avec une vitesse assez grande pour tenir en suspension leur limon et pour augmenter la valeur du dépôt par le renouvellement de la masse liquide, et assez petite toutefois pour qu'elle ne présente rien d'offensif et de destructeur.

Un moyen simple de réaliser ces conditions, c'est de substituer des digues transversales aux digues longitudinales, de barrer partiellement les vallées en travers, au lieu d'encaisser les fleuves sur toute la continuité de leur cours. »

Ces digues, établies de distance en distance, normalement au courant, seraient enracinées dans le versant et leur niveau serait un peu plus élevé que celui des fortes inondations qui se produisaient lorsque la vallée était à l'état naturel.

L'espace à laisser entre les musoirs des digues opposées serait fixé par les considérations relatives à la création d'un lit majeur pour le fleuve.

Les eaux torrentielles s'écouleront dans le lit majeur convenablement limité, et le trop-plein des crues s'épanchera entre les digues transversales, sans vitesse sensible, tout en restant chargé du limon qui se déposera sur le sol.

La submersion et même la rupture d'une ou de plusieurs digues transversales ne sauraient entraîner de grands inconvénients.

« Notre préférence, dit M. Vallès, est donc irrévocablement acquise au système des digues transversales pour toutes les vallées dans lesquelles il n'a été fait jusqu'à ce jour aucun travail d'endiguement et qui, par conséquent, ont adopté le mode de culture le mieux approprié à cet état de choses. Dans ce cas, les digues transversales nous paraissent être la seule nature de travaux à entreprendre dans les plaines des vallées. Elles détrui-

ront la violence des courants, et provoqueront l'exhaussement général du terrain, en même temps qu'elles en augmenteront la fertilité par de riches dépôts. »

Quant à la trop grande accumulation des eaux et à la hauteur excessive des crues, il faudra les combattre, dans ce système comme dans les autres, par de vastes emmagasinements de liquide convenablement distribués, soit sur le fleuve principal, soit sur ses affluents. — (Debeauve).

246. Des observations faites par Vicat au pont de Souillac (n° 186) sur la Dordogne, on peut conclure comme lui, en ce qui concerne l'effet d'une levée transversale, que, « lorsqu'on barre transversalement une portion de vallée ou de plage basse, soit pour aboutir à un pont, soit pour provoquer des atterrissements, il faut avoir égard à ce fait important, que les eaux, dans les débordements, peuvent monter beaucoup plus contre le barrage que dans le lit même de la rivière, et qu'il y a lieu conséquemment, si l'on veut qu'il soit insubmersible, de tenir ce barrage de plus en plus élevé à mesure qu'il s'éloigne du débouché. »

Par suite de l'établissement d'une levée insubmersible, le débit du lit ordinaire de la rivière s'augmente de toute la quantité d'eau qui passait autrefois sur la plaine maintenant barrée. — De plus, il se produit, le long de la levée, des courants latéraux assez violents pour apporter un obstacle à l'écoulement du courant principal, et provoquer des remous et tourbillons dangereux pour la solidité du pont.

247. M. Debeauve dit à ce sujet: « Lorsque la rivière est sujette à des débordements et qu'il se forme des courants latéraux en dehors des rives, certaines précautions sont à prendre si l'on ne veut voir périr les levées ou remblais qui accèdent au pont, ou même les culées ou les piles elles-mêmes. Soit par exemple, un pont *ab* (*fig.* 182) qui embrasse bien le courant de la rivière tant que celle-ci ne déborde pas, c'est-à-dire ne s'épanche pas au-dessus des arêtes *am*, *bn*, de ses rives, il n'y a rien à craindre pour la solidité de l'ouvrage et l'écoulement se fait avec facilité; mais, que les eaux sortent de leur lit et s'élèvent au-dessus des berges, il va se former des courants latéraux en *p* et *q* comme le montrent les flèches. Considérons le courant *p*, il vient battre la levée *ac* et tend à la détruire pour s'ouvrir un passage au travers; admettons qu'elle résiste, les eaux arrêtées dans leur cours ne trouveront moyen de détruire leur force vive qu'en s'élevant le long de la digue qui les arrête; mais le courant central n'est pas arrêté, lui, de sorte qu'il s'établit une dénivellation de l'eau de *c* en *a*, et par suite un courant plus ou moins rapide dans le sens *ca* comme l'indique la flèche. Ce courant vient battre en travers la première pile,

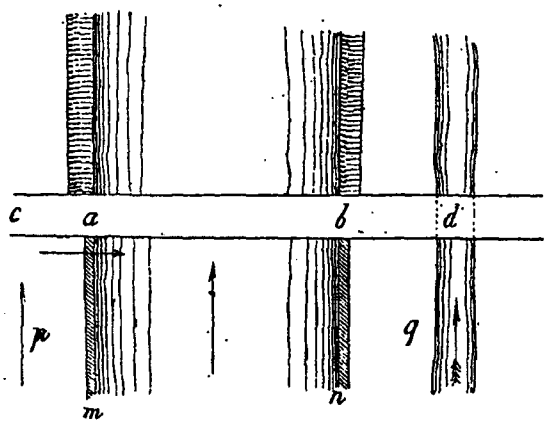


Fig. 182.

il détermine des affouillements qui peuvent être assez considérables pour saper les fondations et entraîner la ruine de l'édifice.

Qu'y a-t-il à faire pour s'opposer à de pareils ravages? Deux moyens se présentent: retenir les eaux dans leur lit ou leur ouvrir un passage supplémentaire.

Il faut donc, soit élever à l'amont du pont des digues insubmersibles *am*, *bn*, bien enracinées dans la rive et non susceptibles d'être tournées par les eaux; ces digues maintiennent les eaux dans le lit central, quelle que soit la hauteur des crues qui passent toujours avec facilité; soit ménager dans les levées des ponts supplémentaires tels que *d* par où les

courants latéraux trouveront une assez large issue; alors, il ne se produira plus de dénivellation des eaux entre *a* et *b* et, par suite plus de courant transversal susceptible d'affouiller les piles.

L'effet que nous venons de décrire a été nettement étudié par Vicat au pont de Souillac (n° 186). M. Morandière en cite plusieurs exemples déjà donnés aux numéros 30 et 31.

On peut parer aux inconvénients de la levée continue en ne la faisant point insubmersible; elle forme alors déversoir et livre encore aux eaux un passage supplémentaire. Mais on comprend sans peine qu'il sera toujours préférable de ménager dans les levées des passages suffisants pour écouler les courants, dont on aura au préalable constaté expérimentalement la largeur et l'importance.

Si l'on veut arriver à une sécurité absolue, il ne faut point modifier l'état naturel des choses; il faut se contenter d'étudier avec soin les divers courants qui se forment en temps de crues et il faut ménager à chacun son passage habituel.

En ce qui touche les courants latéraux, leur plus grande profondeur et par suite leur plus grande vitesse ne se produit point près des culées, mais toujours à une certaine distance. En effet, un nivellement en travers des rives d'un fleuve apprend que les berges sont toujours plus hautes que les terrains qu'elles séparent des eaux; il semble que les matières entraînées par les hautes eaux s'y déposent en plus grande abondance et les exhaussent sans cesse; la plus grande profondeur du courant latéral est donc reportée à une certaine distance au-delà des berges et c'est à l'emplacement de cette plus grande profondeur, facile à trouver par un nivellement, qu'il convient de placer les ponts à construire sous la levée d'accès. »

248. Pour préserver les ponts et leurs abords, et prévenir de grands exhaussements des crues, on se contente assez fréquemment de rendre submersibles les levées qui traversent la vallée; ces levées ont alors des rampes d'accès de chaque côté du pont. On voit qu'en cas de hautes eaux, les chemins formés par les levées submersibles sont interrompus pendant quelques jours, et, par conséquent, ce système ne doit être employé que là où cette interruption ne présente pas d'inconvénient. On voit aussi, que les rampes d'accès aux culées et les culées elles-mêmes forment un obstacle à l'écoulement naturel des crues, ce qui oblige encore à étudier les changements qui pourraient survenir dans la direction et la vitesse des courants. Dans la plupart des cas, des arches de décharge, ménagées dans les rampes d'accès suffisent à assurer l'écoulement des crues, puisque alors les hautes eaux passent par dessus les levées submersibles.

249. *Chemin de fer submersible.* — Dans l'ouvrage déjà cité, M. Lechalas donne le cas suivant de chemin de fer établi submersible avec intention, dans le but de diminuer les inconvénients qui seraient résultés de la construction d'une levée insubmersible. « Au travers des vallées, il est naturellement de règle d'établir la plate-forme des chemins de fer au-dessus des plus grandes crues. Voici cependant un cas, où l'on a construit sciemment un chemin de fer submersible. Avant de se raccorder, à l'aval de la gare de Saumur, avec la ligne de Paris à Nantes, la ligne de la Flèche à Saumur traverse l'ancien lit majeur de la Loire, rendu submersible à des intervalles assez éloignés par la rupture de la digue dite de l'Authion. La crue de 1856 n'a pas plus épargné cette digue que toutes les autres; elle l'a rompue à La Chapelle, à 22 kilomètres en amont de Saumur, et les eaux se sont élevées dans le Val à la cote 27^{m},93. L'éventualité de semblables événements a naturellement été prise en considération, lorsqu'on a arrêté le projet du chemin de fer de la Flèche; on n'a voulu ni d'une levée insubmersible, à la fois très coûteuse et très dangereuse, ni d'une succession d'arches dans toute la traversée du Val, et l'on s'est arrêté à une solution dont on se rendra suffisamment compte au moyen de la figure ci-contre (*fig.* 183), que nous empruntons à une note publiée par M. G. Vinot. Le chemin de fer n'entravera guère la marche

du remplissage du Val de l'Authion, et cependant il sera protégé contre les crues de la petite rivière de ce nom, qui ne s'élèvent qu'à la cote 24 mètres. La plate-forme présente une rampe de 0m,03 par mètre, de l'amont à l'aval, pour qu'après la submersion la voie puisse s'assécher rapidement. A l'amont un fossé reçoit les eaux de la prairie et les amène soit au pont sur l'Authion, soit au pont ménagé sous le remblai vers le milieu du Val.

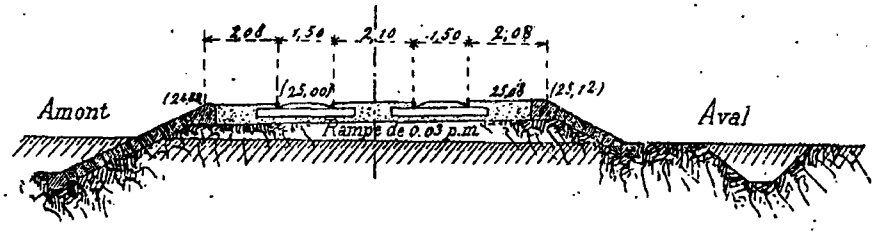


Fig. 183.

III. — Ensemble de digues et levées.

250. Il arrive assez souvent qu'on emploie concurremment les digues longitudinales et les levées transversales, comme celà a été fait, par exemple, pour l'endiguement de la Durance, au moyen de T dont nous avons déjà parlé (n° 23).

Dans une étude insérée aux *Annales des Ponts et Chaussées* de 1876, M. Hardy, ingénieur en chef, donne quelques détails sur les endiguements de la Durance dans le département de Vaucluse et dans la commune de Pertuis en particulier, pour montrer combien il y a d'imprévu dans les travaux d'endiguement sur les rivières à fond mobile, car il est bien rare qu'au moment de l'éxécution, les lieux soient dans le même état que lorsqu'on a dressé le projet.

Le lit de la Durance présente une grande pente d'où résulte une menace perpétuelle pour les terrains qu'elle baigne. De tous temps, des travaux de défense ont été essayés, mais jusqu'à ce que des travaux aient été entrepris d'après des plans d'ensemble, le résultat a été à peu près nul. Tout travail défensif pour une rive était, en effet, offensif pour l'autre rive, qui, se défendant à son tour, créait un nouveau danger pour la première.

Les États de Provence, quelques communautés religieuses et la ville d'Avignon firent les premières tentatives sérieuses de défense, par l'emploi d'un système consistant à fixer le lit mineur au moyen de digues submersibles en enrochements, munies d'éperons dans les parties les plus exposées et par l'établissement de digues en terre insubmersibles placées en arrière des premières. La digue submersible était destinée à arrêter le courant de fond pour empêcher l'enlèvement des terres par érosions, et la digue insubmersible limitait le champ d'inondation au lit majeur.

Les tracés déterminant les alignements des digues submersibles, approuvés de 1837 à 1843, fixaient une largeur de lit mineur de 250 mètres à l'entrée de la Durance dans le département de Vaucluse, portée, par accroissements successifs de 250 à 400 mètres près de l'embouchure dans le Rhône. Les digues submersibles devaient avoir de 1m,50 à deux mètres au-dessus de l'étiage et se raccorder aux ouvrages existants. Elles ne pouvaient produire d'effet appréciable pour la formation d'une berge de lit mineur par colmatage, qu'à la condition de se rattacher à des points élevés de la vallée par des traverses percées de martellières pour donner passage aux eaux troubles, car autrement les grandes eaux auraient pu passer derrière et y causer tous les désordres qu'on voulait éviter ; d'un autre côté ces digues ne pouvaient qu'être d'un établissement très dispendieux, tant à cause de leur long

développement que de la nécessité de les défendre énergiquement au moyen d'enrochements. On prit donc le parti de ne faire que des éléments de la digue longitudinale, reliés aux points insubmersibles de la vallée par des levées transversales, lesquelles, pour préserver les terrains en aval de la submersion à l'eau courante, devaient être insubmersibles.

On a été ainsi conduit au système de T dont le premier spécimen a été proposé en 1842, par M. l'Ingénieur en chef Perrier, pour la défense du territoire de Cavaillon. Ce système est représenté par les figures 184 à 189 extraites du mémoire de M Hardy. Le plan du T terminal de la digue est donné par la figure 185. La figure 184 est une coupe suivant l'axe de la digue longitudinale : la figure 186 représente une coupe horizontale du mur en croix un peu au-dessus de la risberme. Les figures 187, 188 et 189 sont des coupes transversales suivant AB (digue longitudinale), suivant EF (digue trans-

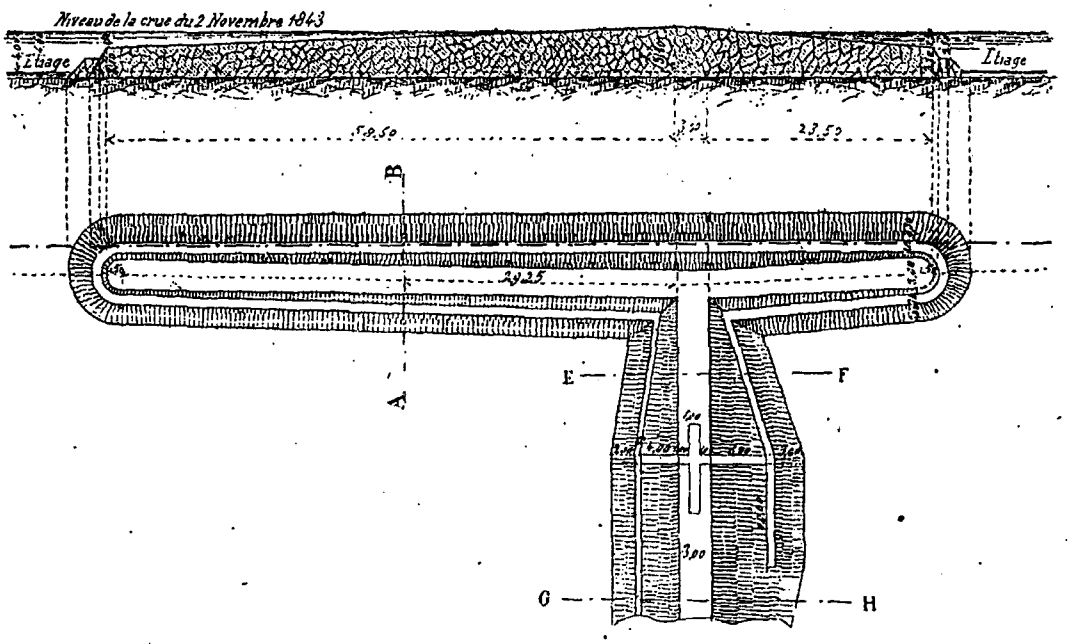


Fig. 184 et 185.

versale en enrochements) et suivant GH (digue transversale en terre).

« Ces digues transversales, dit M. Hardy, bien qu'elles soient insubmersibles, sont beaucoup moins dispendieuses à construire que les digues longitudinales moins élevées, parce que, par l'effet de la branche amont du T qui diminue la vitesse le long de la digue transversale dans le sens de sa longueur, cette digue n'a plus à résister pour ainsi dire qu'au poids de l'eau, et peut être tout simplement en terre ou gravier avec perré maçonné sur le talus d'amont seulement. La digue longitudinale au point où s'y enracine la digue transversale, doit être insubmersible comme elle; sur une longueur de quelques mètres de chaque côté de son axe ; mais, dans la partie amont elle doit être submersible afin de prévenir par déversement une trop grande accumulation d'eau devant la digue transversale, qui sans cette précaution serait surmontée et infailliblement détruite. Plus la branche amont du T est longue, plus le colmatage devant la branche transversale a de largeur, et mieux cette digue est préservée; l'expérience a démontré que la longueur de cette branche amont devait varier de 60 à 80 mètres. Quant à la branche aval, elle n'a d'autre rôle à jouer que de rejeter les eaux dans le lit mineur et d'empêcher ainsi la formation d'un courant devant le talus aval de la digue transversale, ce qui entraînerait sa ruine; 25

à 30 mètres de longueur suffisent pour produire cet effet. Tout l'effort des crues se trouve ainsi concentré sur l'élément de digue longitudinale, principalement à l'amont, aussi faut-il qu'il soit très solidement établi, en blocs d'enrochement avec risberme, ainsi que la digue transversale qui s'y rattache et qui doit être continuée dans toute la partie du lit baignée par les eaux. Les blocs d'enrochement sont ordinairement employés dans les proportions ci-après ;

1re	catégorie, du poids de	1 200 kilog. et au dessus	$\frac{4}{12}$
2e	»	800 à 1 200 kilog.	$\frac{3}{12}$
3e	»	400 à 800 »	$\frac{2}{12}$
4e	»	150 à 400 «	$\frac{3}{12}$

On a soin de construire cette partie de digue à l'époque de l'étiage, et l'on s'efforce de détourner les eaux par des barrages en fascines et gravier à l'amont, afin de réduire autant que possible la partie de digue à construire dans ce système.

En rapprochant suffisamment les digues transversales munies de leur T terminal, le torrent ne peut plus décrire d'un T à l'autre, que des courbes peu prononcées, et la berge présente une succession d'anses assez aplaties. L'expérience a indiqué que dans la partie de la Durance où la pente

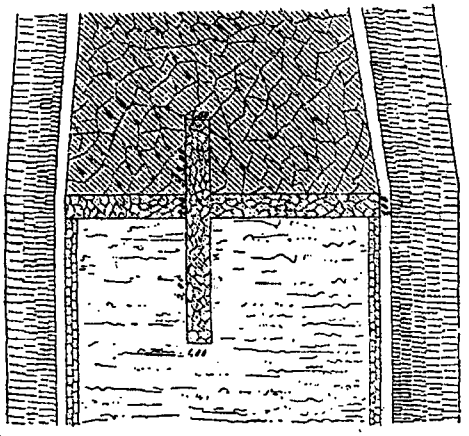


Fig. 186.

est de 0,003 par mètre, l'espacement des digues doit être de 800 à 1 000 mètres. Quand, pour s'enraciner à un point insubmersible de la vallée, la digue transversale devrait avoir une trop grande longueur, ou ce qui revient à dire: quand par suite du peu de relèvement en travers de la vallée, le champ d'inondation aurait une trop grande largeur, on infléchit la digue longitudinale vers l'amont à une certaine distance de son extrémité (de 400 à 500 mètres) pour gagner soit un point submersible en amont, soit la digue transversale immédiatement supérieure.

On a remarqué que lors des crues, les eaux prenaient, le long de la digue transversale une pente égale à la moitié de celle du lit ; c'est donc cette pente qu'on donne au commencement de la digue transversale en enrochement et de la partie de cette même digue en terrassement qui lui fait suite ; à la jonction de cette dernière partie avec celle qui la précède, son cou-

Fig. 187.

ronnement doit être élevé à 1m,50 au-dessus des plus hautes eaux connues. La même pente de moitié de celle du lit est continuée dans la partie infléchie vers l'amont.

Sur le prolongement de l'axe de la digue tranversale, le couronnement de la digue longitudinale est élevé à 0m,30 au-dessus des plus hautes eaux connues. Ce couronnement suit la pente du lit sur quelques

mètres en dessus et en dessous, et se raccorde, par des plans inclinés à pente susceptible d'être descendue sans danger par une voiture chargée d'enrochements, avec les extrémités submersibles des branches amont et aval couronnées à un mètre en dessous des plus hautes eaux.

La partie de la digue transversale en enrochement, au point où elle se rattache à la partie centrale de la digue longitudinale, est élevée au même niveau qu'elle, et suit, comme il a été dit plus haut, la pente de moitié de celle du lit jusqu'au point où la situation des eaux permet de commencer la partie en terrassement; la différence de niveau d'un mètre entre les deux parties de la digue est rachetée par une rampe pouvant être descendue par les voitures chargées de blocs d'enrochement. Elle doit être inférieure à 0m,06 par mètre. Une précaution indispensable à prendre pour éviter des filtrations qui ne manqueraient pas de se produire et pourraient avoir les plus fâcheuses conséquences pour l'existence de la digue en terrassement, est la construction, au point de jonction des deux parties de la digue transversale, d'un mur de 1 mètre d'épaisseur, de la forme du profil en travers de la digue transversale, avec contre-forts de même épaisseur de chaque côté. A cause de la forme de sa section transversale, cet ouvrage est désigné sous le nom de « mur en croix. »

Fig. 188.

Fig. 189.

Ainsi, il y a dans toute digue du système que nous venons de décrire quatre parties distinctes qui sont caractérisées ainsi qu'il suit en partant de l'amont:

1° Une digue en terre et gravier non revêtue d'un perré du côté de l'eau, se rattachant soit à la digue précédente, soit à un point insubmersible de la vallée. Elle peut être longitudinale, c'est-à-dire parallèle à la ligne d'endiguement (berge du lit mineur), oblique par rapport à cette ligne ou normale;

2° Une digue en terre et gravier revêtue d'un perré du côté de l'eau, avec ou sans enrochements au pied, suivant qu'il y a ou qu'il n'y a pas danger d'affouillement. Elle commence au point ou le courant en temps de crue serait assez fort pour détruire un talus en terrassement, et se continue tant qu'on peut faire le remblai de la digue sans qu'il soit enlevé par le courant et fonder le perré, sans grands épuisements, un peu au-dessous des basses eaux de l'année; cette digue peut être à son origine parallèle à la ligne d'endiguement ou oblique; elle est toujours normale à la ligne d'endiguement sur une plus ou moins grande longueur à son extrémité aval;

3° Une digue exclusivement en enrochements en prolongement de la précédente, et séparée d'elle par le mur en croix, de plus ou moins grande longueur, suivant la situation des eaux;

4° Une digue longitudinale formant T, d'une longueur de branche de 60 à 80 mètres en amont et de 25 à 30 mètres à l'aval.

Les travaux sont exécutés dans l'ordre que nous venons de suivre; les blocs d'enrochement pesés à une bascule, sont amenés par une voiture circulant sur une plus ou moins grande longueur, sur le couronnement de la digue en terrassement, et jetés en avant (on dételle les chevaux et on retourne la voiture sur une plaque tournante), pour former successivement les troisième et quatrième parties; c'est pour cela qu'il faut que les pentes de raccord de la seconde partie avec la troisième, et de la partie centrale de la digue longitudinale avec ses extrémités puissent être descendues par une voiture.

Les digues transversales à T doivent

toujours être en face, sur l'une et l'autre rive; autrement il y aurait incidence d'une rive à l'autre, et les anses entre les T seraient plus creuses. Quand les deux éléments de digue longitudinale sont vis-à-vis l'un de l'autre, les deux composantes normales à ces éléments, de direction opposée, se détruisent, et le courant suit une direction à peu près parallèle à la ligne d'endiguement. »

251. « Parmi les causes d'exhaussement des crues, dit M. Lechalas, il faut mettre en première ligne les endiguements longitudinaux et les augmentations du débit maximum par tous travaux facilitant l'écoulement en amont. Mais ce n'est pas tout : vienne l'établissement d'une traversée de la rivière comprenant deux levées et un pont entre deux digues insubmersibles, ce sera une nouvelle cause d'exhaussement des crues ou plutôt une série de causes. La quasi-suppression des courants qui se prononçaient autrefois en dehors du lit ordinaire imposera à ce lit un supplément de débit; l'intumescence des eaux du côté amont des levées correspondra à une perte de force vive; l'eau montée s'écoulant le long des levées, et amenant des rencontres avec le courant principal engendrera des tourbillonnements, et la situation sera d'autant plus mauvaise que les piles du pont seront abordées par les courants déviés. Enfin, si tout cela amenait un envahissement sérieux des tympans, la situation deviendrait critique, pour l'ouvrage particulièrement, puisqu'alors d'énormes dénivellations se produiraient d'un côté à l'autre du pont.

Quand la montée contre les tympans s'accentue avant le débit maximum, l'accroissement qui se produit encore dans le volume à la seconde peut avoir un effet foudroyant : parce que la section mouillée ne s'augmente plus que lentement avec la hauteur; parce que les tourbillons tendant vers la verticalité, arrivent à quelque chose d'analogue à l'effet d'un empellement partiellement levé. Il faut alors des défenses bien robustes, à l'amont surtout, pour prévenir un désastre.

L'action du pont lui-même, si le désordre provoqué par le courant transversal ne venait s'y joindre, si l'immersion des tympans (souvent amenée par l'effet des digues et levées) ne se produisait pas, pourrait se réduire à peu de chose. Dans la hauteur finale de la crue, il ne faut attribuer au pont que ce qui dépasse l'effet des digues longitudinales et des levées. S'il s'agit d'un pont suspendu ou d'un pont-poutre d'une seule portée, le *pli* imputable à cet ouvrage lui-même, pour employer l'expression de Dupuit, sera égal à zéro; s'il y a des piles épaisses, des naissances basses et de volumineux enrochements, le pli pourra devenir au contraire très important. Si le pont relie deux quais insubmersibles, s'il n'a pas de culées saillantes et n'entrave le débit que par des piles minces (les naissances étant supposées très hautes), le pli sera faible. Ce sera une petite addition à quelque chose de beaucoup plus grave, surtout si le pont considéré se trouve vers l'amont d'une longue traverse. »

IV. — Accidents aux ponts et aux levées.

252. Quand on choisit l'emplacement d'un pont et qu'on détermine son débouché, on doit, comme cela résulte de tout ce qui précède, chercher à remplir certaines conditions ayant pour but d'assurer à l'ouvrage une durée indéfinie. On a vu, en effet, qu'en ce qui concerne la solidité de l'ouvrage, l'emplacement à préférer sera celui qui offrira la possibilité d'établir les fondations en terrain solide. En outre, il est indispensable de mettre ces fondations à l'abri des affouillements, en prenant les dispositions nécessaires pour que des courants latéraux ne puissent se produire à l'endroit des culées et des piles, et pour que la vitesse de l'eau qui affouillerait le sol ne puisse se réaliser. On arrive à ce résultat par la construction de digues convenablement établies, par la détermination d'un débouché suffisant et par d'autres moyens qui seront étudiés plus loin, tels que les enrochements et les radiers généraux.

Soit que toutes les précautions n'aient

pas été prises, soit que des causes imprévues se manifestent après la construction des ponts, il arrive des accidents dont l'étude est un excellent enseignement de ce qu'on doit éviter et de ce qu'on doit prévoir quand on fait l'étude de ces ouvrages. Nous allons donc examiner quelques accidents arrivés à des ponts et à leurs levées, et nos lecteurs pourront tirer d'utiles conclusions de la connaissance des causes qui ont provoqué ces accidents.

Nous ne reviendrons pas sur les accidents déjà signalés aux n°s 31, 32, 39. Le premier est dû à des courants latéraux qui se formèrent le long de la levée transversale du chemin de fer et qui, prenant en écharpe les premières piles, affouillèrent profondément les fondations ; trois arches s'écroulèrent.

Le troisième, arrivé au pont de la Quarantaine à Lyon, est dû à des affouillements produits par un courant rétrograde, provoqué par les hautes eaux de la Saône au moment où le Rhône était très bas.

253. De 1754 à 1762, Régemortes construisit sur l'Allier, à Moulins, un pont qui existe encore, et ce succès a été principalement attribué par Régemortes aux « murs de soutènement en prolongement des culées, avec les quatre branches de levées plus hautes que toutes les crues, pour que l'Allier soit contenu dans des limites assurées aux abords du pont ».

Les ponts qui précédèrent celui de Régemortes furent emportés par les crues de l'Allier : un pont en charpente en 1676 ; un nouveau pont en maçonnerie, remplaçant le précédent, en 1689 ; enfin Mansard, chargé de rétablir le passage, commença la construction d'un pont de trois arches, mais en 1710 une crue renversa la plus grande partie de l'ouvrage non encore terminé.

On trouvera (n° 235) d'autres accidents survenus à des digues dans les bassins de la Loire, du Pô, du Rhône, et en Autriche-Hongrie, rapportés par M. Lechalas dans son introduction au traité des ponts de M. Degrand. Voici d'autres accidents cités par le même auteur.

254. « Pendant la crue du 12 mai 1856, sur la Garonne, la pile droite du pont suspendu de Trescasses s'est inclinée vers l'aval d'environ 20 degrés ; au bout de deux mois, elle est tombée *en aval* sur sa face droite (*fig.* 190). Le courant du fleuve, dévié par la digue insubmersible de la rive droite et arrêté par la levée, se précipitait vers la rive gauche en prenant la pile obliquement. Celle-ci s'est renversée contre le courant qui la frappait à droite, « comme les piles qui tombent en amont se renversent contre le courant direct. » (Minard : *De la chute des ponts dans les grandes crues*, 1856). Cette interprétation demande à être précisée : les ponts tombent vers l'amont :

1° Lorsqu'il se produit des courants violents le long des levées transversales ;

2° Quand les tympans sont envahis sur de grandes hauteurs ;

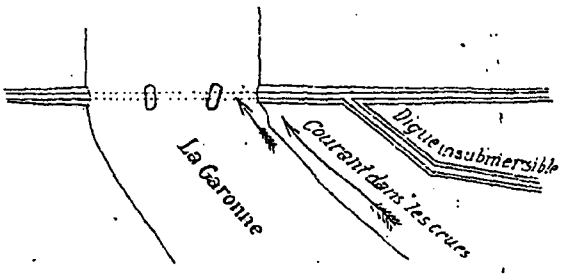


Fig. 190.

3° Lorsque des bateaux ou des trains de bois s'arrêtent en travers des arches, ce qui produit un effet analogue à celui de l'envahissement des tympans. La digue insubmersible de Trescasses, dont il faut remarquer le tracé, a dirigé le plus fort du courant et des tourbillons sur l'aval de la pile rive droite, comme, à défaut de la digue, la levée formant route l'aurait fait sur l'amont et sur la partie centrale. »

255. En parlant de l'accident arrivé au pont de la Quarantaine, à Lyon, en 1854, M. Lechalas formule le vœu suivant auquel nous nous associons entièrement : « On manque souvent de renseignements suffisants sur les chutes de ponts. Il serait particulièrement à désirer que les compagnies de chemins de fer prissent à ce sujet

une utile initiative: avec le personnel dont elles disposent, elles sont parfaitement en mesure de faire rédiger les rapports nécessaires. Cela se fait sans doute ; mais les rapports qu'on ne doit pas publier ne sont pas toujours complets, et les documents gardés dans des cartons ne remplissent pas le but d'utilité générale qu'il faudrait avoir en vue. La publication des ruptures de levées, accidents très fréquents, ne présenterait pas moins d'intérêt. »

256. « Dans les vallées des marnes oxfordiennes du bassin de la Seine, les rivières sont remplies jusqu'au bord et la moindre crue amène un débordement ; mais à partir de mai les crues deviennent rares. Jamais une récolte n'est entièrement perdue; les dommages partiels se renouvellent à peine une fois tous les dix ans, et il suffirait de petites digues de 0m,50 de hauteur pour s'en préserver (*La Seine*, par Belgrand). Dans de pareilles conditions, il faut commettre de bien grosses fautes pour provoquer de sérieux accidents ; c'est pourtant ce qui arrive dans les lieux habités: en 1836, à Châtillon, les deux ponts de la branche principale de la Seine ont été emportés, et toute la partie basse de la ville a été submergée. On ne se tient dans les quartiers longeant le fleuve, qu'à une faible hauteur au-dessus des eaux moyennes ; il en résulte un grave danger, parce qu'en même temps on empiète sur le lit. Aussi, malgré quelques améliorations partielles, une nouvelle submersion s'est-elle produite en 1866. La ville de Troyes, bâtie dans des conditions semblables, est également submergée de loin en loin (*la Seine*).

Nous pouvons citer la ville de Bolbec (Seine-Inférieure), comme ayant ainsi à souffrir de l'entrave apportée des deux côtés par des constructions trop rapprochées de l'axe de la rivière; on a de la sorte créé une gorge artificielle, faute d'avoir compris qu'un long boyau produit tout autre chose que le rétrécissement passager résultant des deux ou trois premières constructions mal plantées.

On ne peut trop le redire : il ne faut pas s'autoriser de rétrécissements partiels, produits par des ponts ou d'autres ouvrages isolés, pour adopter comme règle des alignements propres à créer de longs boyaux, alors même qu'il serait affirmé que le peu de largeur laissé par les premières constructions n'aurait pas eu de facheuses conséquences. » (Lechalas).

257. Dans un rapport inséré dans les *Annales des Ponts-et-Chaussées*, de 1861, M. l'Ingénieur en chef Marchegay rend compte des inondations terribles auxquelles il a assisté en 1857 dans le département de l'Ardèche. Comme on va le voir, ces inondations ont provoqué de nombreuses chutes de ponts.

« La pluie qui a déterminé la crue du 10 septembre, dit M. Marchegay, est tombée avec une intensité incroyable vers le sommet de la chaîne des Cévennes, sur son versant oriental, depuis la source du Doux jusque vers le Vigan, aux sources du Gardon ».

Pendant qu'une pluie diluvienne s'abattait sur les montagnes où le Doux l'Erieux et l'Ardèche prennent naissance, une trombe de vent d'une intensité extraordinaire ravageait toute la contrée.

« Sur les montagnes d'où partent les torrents principaux et leurs affluents une grande quantité d'arbres ont été arrachés ou brisés et entraînés au fond des gorges, *et c'est surtout à cette circonstance qu'est dû le caractère exceptionnel de la crue* du 10 septembre 1857. Jamais, en effet, on n'avait vu les torrents entraîner, comme cette fois, d'immenses trains de bois qui, dans leur marche vagabonde, coupaient ou arrachaient les plantations de la vallée, si bien que cette sorte d'avalanche, loin de diminuer d'intensité ne faisait que s'accroître dans sa marche.

« Le Doux, l'Erieux, l'Ardèche ont tous trois présenté le même spectacle, et les habitants des bords du Rhône disent que ce fleuve ne présentait d'une rive à l'autre qu'un vaste train de bois, si compacte que par exemple au Pouzin, en aval de l'Erieux et du Doux, il semblait qu'avec de l'audace, on aurait pu traverser le Rhône en marchant sur ce bois. »

« Dans de telles conditions, les inondations du 10 septembre 1857 devaient produire, et ont produit, en effet, des désastres

immenses dans les vallées du Doux, de l'Erieux et de l'Ardèche. »

« Parmi les ponts établis sur ces torrents, un grand nombre ont été détruits complètement, ou ont subi des avaries considérables : ainsi on a compté, indépendamment des ponceaux et aqueducs de peu d'importance, treize ponts emportés et vingt-sept ponts ayant éprouvé de fortes dégradations.

Les deux ponts les plus importants, parmi ceux qui ont été détruits, sont, sur le Doux, le pont suspendu de Tournon, dont la culée rive gauche, tournée par le courant, *a été affouillée et renversée en amont*; et sur l'Ardèche, le pont de pierre de Rolandy, construit il y a plus de 80 ans par les états du Languedoc. Ce dernier pont était composé de trois arches ayant 15 mètres de largeur chacune; *les piles ont été affouillées*, et se sont affaissées sur elles-mêmes, *en se déversant vers l'amont* et en entraînant la destruction des arches ; les culées sont restées intactes.

Nous n'avons pas compris, au nombre des ponts avariés, deux grands ponts suspendus, l'un à Beauchastel, sur l'Erieux, l'autre sur l'Ardèche, près d'Aubenas, appelé Pont-de-Ville, lesquels, à vrai dire, n'ont eu aucun mal, mais dont les avenues ont été coupées et emportées sur de très grandes longueurs.

La *conservation de ces ponts n'est due évidemment qu'à la destruction de leur levée d'accès* et maintenant on éprouve des difficultés très grandes pour rétablir celles-ci, parceque les torrents s'étant creusés de nouveaux lits très profonds et plus directs au droit de ces coupures, les plus petites crues viennent détruire et emporter les remblais de sable et de gravier avec lesquels on essaye de reconstituer ces levées. Il est probable, qu'au moins pour le pont de Beauchastel, sur l'Erieux, il sera indispensable de régulariser et contenir le lit majeur, en amont du dit pont, au moyen de digues. »

« La crue du Doux, en conservant une grande intensité jusqu'au Rhône, a produit de profonds affouillements au pied de la culée rive gauche du pont suspendu de Tournon : *cette culée est tombée en s'inclinant vers l'amont*, et le tablier ainsi que les chaînes de suspension du pont ont été brisés et rejetés en aval sur la rive droite.

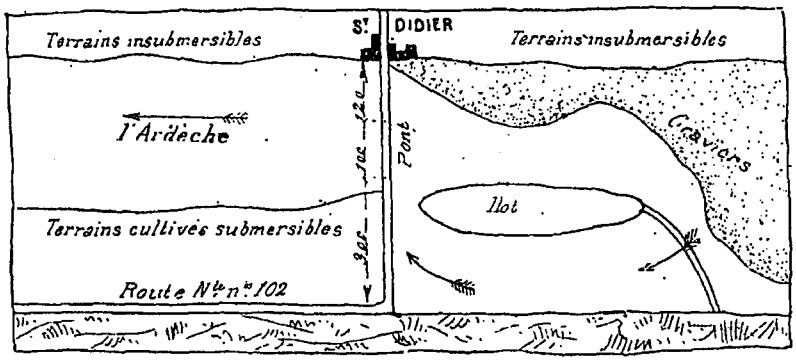


Fig. 191.

L'inondation de 1841, quoique plus haute, n'avait pas causé de tels désastres, mais il faut dire qu'alors *le pont suspendu avait été sauvegardé par la rupture de la levée*, servant d'avenue, qui a suppléé à l'insuffisance du débouché de ce pont. En 1857, *les levées ont résisté et le pont a été emporté.* »

258. « Nous avons pu, dit M. Lechalas, nous procurer des renseignements complémentaires sur le pont dit de Ville, situé à Saint-Didier-sous-Aubenas ; on se rendra compte de sa situation au moyen du croquis (*fig.* 191). C'est un pont suspendu d'une seule travée, de 100 mètres d'ouverture, construit en 1844 par la Société Séguin

et Cie. Il forme avec ses levées une traversée perpendiculaire à la vallée, dont la largeur inondable dépasse 500 mètres. En 1857, la levée de la rive gauche surmontée, a été emportée sur près de 200 mètres, ce qui a sauvé le pont. Par suite de la position de cet ouvrage, le courant de la rive gauche traverse vers la rive droite et vient battre l'éperon qui joint la culée de ce dernier côté. On voit que, s'il est emporté, le pont tombera vers l'amont. Il aurait fallu lui donner plus de débouché et le composer d'une ouverture de chaque côté de l'îlot: du moment qu'en amont les crues devaient continuer à se débiter le long des deux rives, il convenait d'établir l'ouvrage dans des conditions correspondantes. »

259. « Il y a deux ponts en maçonnerie sur le Tarn à Milhau, et entre eux un pont suspendu d'une seule travée. Les premiers traversent la rivière sur les sommets de deux courbes. Le pont d'amont, dit de Cureplats, remonte à une époque très reculée; ses abords sont submersibles, et il ne paraît pas qu'il ait couru de grands dangers pendant les crues. — Le pont d'aval, dit Lerouge, a été construit de 1817 à 1820 en remplacement du Pont-Vieux, détruit par une crue en 1766; sa levée est à peu près insubmersible. Il s'en est fallu de peu que ce pont ne fût enlevé par la crue du 13 septembre 1875, car les eaux se sont élevées jusqu'à la plinthe et il y avait $1^{m},50$ de dénivellation entre l'amont et l'aval. L'insuffisance du débouché tient à ce qu'on a pris pour base, lors de la construction de ce pont, la section mouillée au passage très encaissé de Creissels, à deux kilomètres en aval de Milhau; cette section étant de 677 m. s. sous la crue de 1766, on a cru faire largement les choses en donnant 755 m. s. de débouché total au nouveau pont. Mais c'est à tort qu'on a considéré l'unité superficielle comme assimilable aux deux points, d'autant plus qu'à Milhau les contournements sont particulièrement raides et multipliés.

La crue de 1875 a ouvert une brèche de 40 mètres dans la levée gauche du pont suspendu, et enlevé la suspension et le tablier (le niveau de celui-ci paraît avoir été dépassé); les culées sont restées intactes. Ce pont intermédiaire est situé au milieu de l'intervalle séparant deux courbes prononcées, son débouché est supérieur à ceux des ponts en maçonnerie voisins. Quand on se décidera à rétablir la travée suspendue, on pourra ménager des ouvertures dans la levée; cela vaudra mieux que de former le T au bout de celle-ci; car cette opération n'amènerait pas d'abaissement du niveau maximum.

Le pont de Chazeuil, sur l'Allier, est compris entre deux levées insubmersibles. — On lit dans la brochure de Minard: « Crue du 19 octobre 1846. Pont suspendu composé de deux travées. Les deux culées ont été attaquées et détruites, la pile seule est restée intacte. » En 1866, le 28 septembre, c'est tout le contraire: la pile a été enlevée, les culées sont restées debout. — Dans une rivière comme l'Allier, ce contraste n'est pas surprenant: il suffit qu'il se produise des changements dans la forme du lit des eaux moyennes, par suite du déplacement des rives, ou même par suite de simples modifications dans l'emplacement ou le relief de bancs de gravier, pour que les eaux abordent un ouvrage tout différemment à quelques années de distance. — Le pont actuel est composé de six travées métalliques sur piles et culées en maçonnerie; on a établi deux éléments de digues longitudinales à l'amont dirigeant les eaux vers le pont. »

260. « Si l'on voulait énumérer les causes premières de la destruction des ponts en dehors des vices de construction de ces ouvrages, on pourrait le faire de la manière suivante:

1° Mauvaises dispositions aux abords, notamment par l'établissement de levées pleines, insubmersibles, non terminées en T: Viaduc d'Orléans (1846); pont en maçonnerie de Saint-Germain-des-Fossés (1856); pont suspendu de Fourchambault (1856); pont de Trèscassès (1856); ponts sur la Garonne (1875);

2° Accumulation de bois entraînés par les eaux: pont de Clamecy (1836); ponts dans le département de l'Ardèche (1857);

3° Arrêts de bateaux en travers des arches: pont de Musssidan (1843); pont de la Quarantaine (1854); d'après l'explication de Minard;

4° Voisinage d'un confluent, une seule des rivières étant en crue : pont de la Quarantaine (1854), d'après l'explication de Morandière ;

5° Tympans noyés sur de grandes surfaces : pont en plein cintre de la Coise, renversé vers l'amont (1834), par une crue s'élevant jusqu'à la plinthe ;

6° Débâcles de glaces : pont de Pirmil à Nantes (1558) ; pont de Blois (1716) ; quatre arches du pont de Tours (1789) ; trois arches du pont en reconstruction des Invalides, à Paris (1880) ;

7° Sinuosités à fortes courbures, ajoutant leur influence à celle de levées pleines et de débouchés insuffisants : crue de 1875 à Milhau ; pont suspendu emporté ; pont en maçonnerie, dit Lerouge, très menacé.

8° Enrochements trop volumineux, autour des piles : affouillements de 9 mètres en aval du pont d'Ainay (Lyon) ;

9° Création de longs boyaux dans les traverses : deux ponts emportés à Châtillon-sur-Seine (1836) ;

10° Mauvais emplacement des ouvrages, ajouté à l'insuffisance des débouchés : pont de Saint-Didier-d'Aubenas, levée emportée en 1857 sur près de 200 mètres de longueur ;

11° Changements dans les formes du lit de la rivière, par suite de la corrosion des berges ou de dépôts de bancs de gravier : pont de Chazeuil (1846 et 1866) ;

12° Ruptures de barrages de réservoirs : pont Guichard et pont de Paray détruits en 1825 (notice de M. Vallée, *Annales de* 1833).

Faute d'idées précises sur les conditions d'établissement des ouvrages dans les vallées, on arrive à cette situation : que les grandes inondations renversent les ponts si elles ne trouvent des issues supplémentaires par des brèches dans les levées. La cause première des accidents réside alors dans les mauvaises dispositions générales. Si le pont s'écroule, la solidité de la levée en est la cause immédiate (pont de Tournon 1857) ; si le pont résiste, c'est que la levée crève à temps (même pont, 1841). Il fallait tout au moins ajouter des défenses appropriées à la situation nouvelle que les travaux devaient créer. » (Lechalas).

261. M. Lechalas a pu se procurer d'intéressants renseignements sur des accidents arrivés à des ponts sur l'Allier et sur des dispositions particulières des abords, surtout en ce qui concerne les levées submersibles, et les a publiés dans son « Introduction au Traité des ponts de M. Degrand ». Nous extrayons de cette introduction les quelques renseignements suivants. Les ponts y sont désignés en marchant de l'amont à l'aval.

« *Pont de Langeac.* L'ancien pont en maçonnerie, reconstruit vers la fin du XIVe siècle, a eu plusieurs arches détruites par la crue de 1421 ; sa ruine a été consommée en 1629 et 1803. On l'a remplacé par un pont suspendu, aboutissant à un quai sur la rive gauche, et se prolongeant par une levée un peu submersible sur la rive droite : ce pont a été détruit par la crue de 1846 ; reconstruit, il a subi le même sort pendant la crue de 1866. La levée a été emportée plusieurs fois. Débouché linéaire, 134 mètres. Crue de 1866, $5^m,67$.

Pont de Costet. Levée rompue en 1846 ; pont enlevé par la crue de 1866. En 1875 destruction de plusieurs arches du pont en construction.

Pont de Lavoulte-Chilhac. Ce pont en maçonnerie est situé dans les gorges qui règnent entre les plaines de Langeac et de Brioude-Lamothe. Débouché linéaire 67 mètres. Levée insubmersible de la rive droite enlevée plusieurs fois. Crue de 1866 : $9^m,69$ en amont ; $9^m,21$ en aval. Abords insubmersibles.

Pont de la Bajasse (chemin de fer). Débouché linéaire 90 mètres. Le remblai de la rive gauche a été emporté plusieurs fois par les crues.

Pont de Lamothe. Grands désordres dans la plaine aux abords du pont suspendu de Lamothe, en 1846 et en 1856. En 1866 la route départementale, qui franchit l'Allier sur ce pont de 113 mètres de débouché, a été coupée, et un nouveau bras ouvert. Après des tentatives infructueuses pour fermer ce nouveau bras, on a pris le parti de construire un second pont suspendu ($112^m,50$), en sorte que le débouché se trouve porté à $225^m,50$. Levées un peu submersibles. Crue de 1866, $4^m,25$. En octobre 1868, la crue

a ouvert de nouveaux lits dans la plaine ; ils ont été remblayés par les habitants.

Chappe près Auzon. Pont suspendu de 110 mètres. Levée coupée en 1856. Pont emporté par la crue de 1866.

Jumeaux. Pont suspendu. La levée de la rive droite a été coupée par la crue de 1875. Débouché linéaire, 100 mètres.

Parentignat. Pont suspendu de 120 mètres de débouché. Un *courant latéral* a démoli la levée de la rive gauche pendant la crue de 1875.

Coudes. Pont suspendu. Levée sur la rive droite seulement. A été emportée plusieurs fois par les crues ; en 1856, la culée voisine a été fortement avariée.

Longues (chemin de fer). Pas de levées. Pont de 100 mètres de débouché ; emporté en 1856 : fondation d'une pile affouillée par des courants qui, après avoir suivi la rive droite, ont pris une direction transversale.

Cournon. Pont suspendu de 120 mètres de débouché ; protégé en amont par une digue se rattachant au terrain naturel. Cette digue a été rompue par la crue de 1875.

Ris. Pont suspendu ; deux travées de 73 mètres chacune. Levées devenant submersibles à de petites distances du pont. Crue de 1866, $3^{m},99$.

Vichy. En 1866, le pont suspendu (déb. linéaire 220 mètres ; crue de $5^{m},10$), a été détruit par la crue. Remplacé par un pont en fonte de $328^{m},60$. Abords insubmersibles.

Boutiron. Pont suspendu ; débouché de 184 mètres. La levée de la rive gauche est submersible sur une grande longueur

Saint-Germain-des-Fossés. Poutres droites, sur piles en fonte fondées à l'air comprimé ; culées en maçonnerie. Débouché linéaire 250 mètres. De part et d'autre, remblais élevés portant la voie du chemin de fer. Ce pont est défendu par quatre digues longitudinales, deux en amont, deux en aval. Celle de rive gauche, amont, de 370 mètres de longueur, se rattache à un perré de 600 mètres défendant la berge ; celle de la rive droite, amont, a 600 mètres. Chacune des digues d'aval a 300 mètres de longueur. Lors de l'inondation de 1866, les digues de R. G., amont, et de R. D., aval, on t été rompues ; les courants de crue ne se sont pas parfaitement dirigés vers l'ouvrage, et il y aurait lieu d'établir des T. supplémentaires en amont. Ce pont remplace le pont en maçonnerie, détruit par la crue de 1856, que nous avons précédemment mentionné.

Billy. Pont métallique à arcs surbaissés. Débouché linéaire, 200 mètres. A droite, côteau insubmersible ; à gauche, levée submersible.

Chazeuil. Débouché, $227^{m},10$, en six travées métalliques en arcs, sur piles et culées en maçonnerie ; levées insubmersibles. Digues longitudinales de 100 mètres en amont, pour diriger les eaux vers le pont.

Châtel-de-Neuvre. Pont suspendu de deux travées. Débouché, $208^{m},20$. Digue de direction des eaux sur la rive gauche, de 100 mètres en amont et de 50 en aval, levée submersible sur la rive droite.

Chemin de fer de Montluçon. Tablier métallique sur piles tubulaires. Débouché, 277 mètres. Digues de direction.

Moulins. Pont en maçonnerie ; débouché linéaire de $253^{m},50$. Radier général, quais et digues de direction.

Villeneuve. Pont métallique sur piles en maçonnerie. Débouché de $244^{m},35$, levée submersible sur la rive gauche ; digue de direction de 250 mètres sur la rive gauche amont.

Veurdre. Pont suspendu. Débouché linéaire de $164^{m},30$. Levée un peu submersible sur la rive gauche.

Mornay. Pont suspendu. Débouché de $238^{m},60$. Le val de la rive droite est défendu par une digue insubmersible ; la rive gauche longe le côteau. Les eaux des crues sont bien dirigées vers le pont, mais plusieurs brèches se sont ouvertes en 1866 dans la digue insubmersible, ce qui a amené des ruptures dans la levée en prolongement du pont ; la digue n'est pas encore réparée (1885). Un déversoir a été établi dans la levée, et l'on a en outre ménagé dans celle-ci plusieurs aqueducs à clapets.

Le Guétin (chemin de fer). — Pont en maçonnerie. Débouché, 280 mètres. Les

remblais du chemin de fer forment levée sur les deux rives.

Le Guétin (canal). — Pont-canal en maçonnerie ; débouché 270 mètres. Le canal forme levée ; il y a en amont deux petites digues de direction.

Le Guétin (pont suspendu). — Situé à 230 mètres en aval du pont-canal, berges perréyées entre ces deux ouvrages. Débouché, 281m,20.

Si l'on se renseignait sur les affluents de l'Allier, il y aurait encore à enregistrer de nombreux désastres, car pendant la crue de 1875 ces cours d'eaux ont renversé plusieurs ponts.

On voit combien les accidents aux ponts ou à leurs abords sont fréquents ; il faut faire la part de la force majeure, mais il est incontestable qu'il faut aussi faire celle de l'absence d'idées précises sur les questions de tracé et de défense. »

262. De l'enchevêtrement des digues et des levées peuvent résulter d'immenses désastres, lorsque l'une d'elles vient à céder sous la pression de l'eau des crues. La catastrophe de Szeged ou Szegedin en Hongrie en est un exemple frappant. Les causes en seront bien comprises après les quelques extraits que nous allons donner d'une note du général Morin communiquée à l'Académie des sciences dans sa séance du 7 juillet 1879 :

Dans un rapport que j'ai eu l'honneur de lire le 28 avril dernier à l'Académie sur une note de M. Dausse, ingénieur en chef des ponts et chaussées, relative à la question des endiguements, rapport dont la Compagnie a bien voulu approuver les conclusions, j'ai cru pouvoir, dit M. le général Morin, en me basant sur les travaux des plus habiles ingénieurs hydrauliciens rappeler :

1° Que l'observation avait, depuis longtemps, fait reconnaître aux ingénieurs italiens de la vallée du Pô que les dépôts toujours abandonnés par les eaux des crues ont pour effet général d'exhausser le fond des cours d'eau, et par conséquent le niveau des crues, ce qui oblige à en relever successivement les digues pour que l'on puisse les considérer comme insubmersibles, au moins pendant une période suffisante de temps;

2° Que la prudence commandait de n'établir ces digues qu'à des distances considérables, de 500 mètres à 600 mètres au moins s'il se peut, de chaque côté des rives du lit majeur des rivières ;

3° Que l'inobservation de cette règle, indiquée dès 1846 par l'illustre ingénieur italien Paleocapa au sujet des travaux projetés pour la vallée de la Theiss et adoptée par M. Comoy comme conclusion de ses belles études sur la *Défense contre les inondations*, pouvait être considérée comme la principale cause de l'épouvantable désastre récemment éprouvé par la ville de Szeged ;

4° Que, dans beaucoup de cas, il était préférable de se résoudre à abandonner aux inondations une grande partie des vallées, en profitant de l'action fertilisante des colmatages naturels qu'elles produisent.

Un plan de la vallée de la Tisza ou Theiss est représenté par la figure 192. La vitesse de la Tisza n'est que de 0m,30 à 0m,60 près de Szeged, mais elle s'élève à 1 mètre et 1m,20 en temps de hautes eaux. La pente de la rivière en cet endroit n'est que de 0m,0081 par kilomètre et le fond est formé de limon bourbeux déposé par les eaux, mélangé à du sable très fin.

C'est avec de pareils matériaux que l'on a été obligé de construire les digues de la rivière et les levées des chemins de fer. Il n'est pas étonnant que, formées d'un limon perméable, elles aient cédé à la pression et à l'action délayante des eaux.

Antérieurement à 1846, la Tisza, non encore endiguée, s'étendait librement, couvrant, lors de ses crues, les plaines marécageuses de sa rive gauche sur une étendue de plus de 70 kilomètres et une partie seulement des terrains de sa rive droite, qui se relèvent en pente douce.

A l'occasion des études d'un grand chemin de fer, on s'occupa en même temps des mesures susceptibles d'améliorer le régime des deux rivières la Tisza et la Maros ; cette dernière se jetait dans la première au-dessous de la ville. La rectification des parties supérieures et inférieures du lit sinueux de la rivière fut décidée, ainsi que l'érection de digues insubmersibles sur ses deux rives.

J'ai fait connaître que, contrairement à l'avis de Paleocapa, ces digues furent élevées beaucoup trop près des rives. La conséquence presque immédiate fut l'élévation des crues.

Quant à la rectification du lit, au lieu de la commencer immédiatement par la partie inférieure pour faciliter l'écoulement des crues qui menaçaient Szeged, on l'a exécutée d'abord à la partie supérieure, ce qui a contribué à augmenter le volume des eaux qui affluaient vers la ville, contrairement à l'avis de Paleocapa.

La Maros, affluent considérable de la Tisza, avait été détournée de son confluent ancien et naturel, qui était à l'aval de la ville, afin d'assurer à celle-ci le bénéfice du commerce des sels qu'elle y amène. Il en résultait un danger de plus pour Szeged et les ingénieurs chargés des travaux voulaient le faire disparaître en ramenant la Maros vers son confluent naturel. Le commerce de Szeged s'y opposa par des vues intéressées, dont il porte aujourd'hui la peine.

Une autre amélioration consistant à rectifier le lit de cette rivière fut également rejetée.

Quoiqu'il en soit, les deux rivières, la Tisza et la Maros, ont été enveloppées, comme on le voit, par des digues préten-

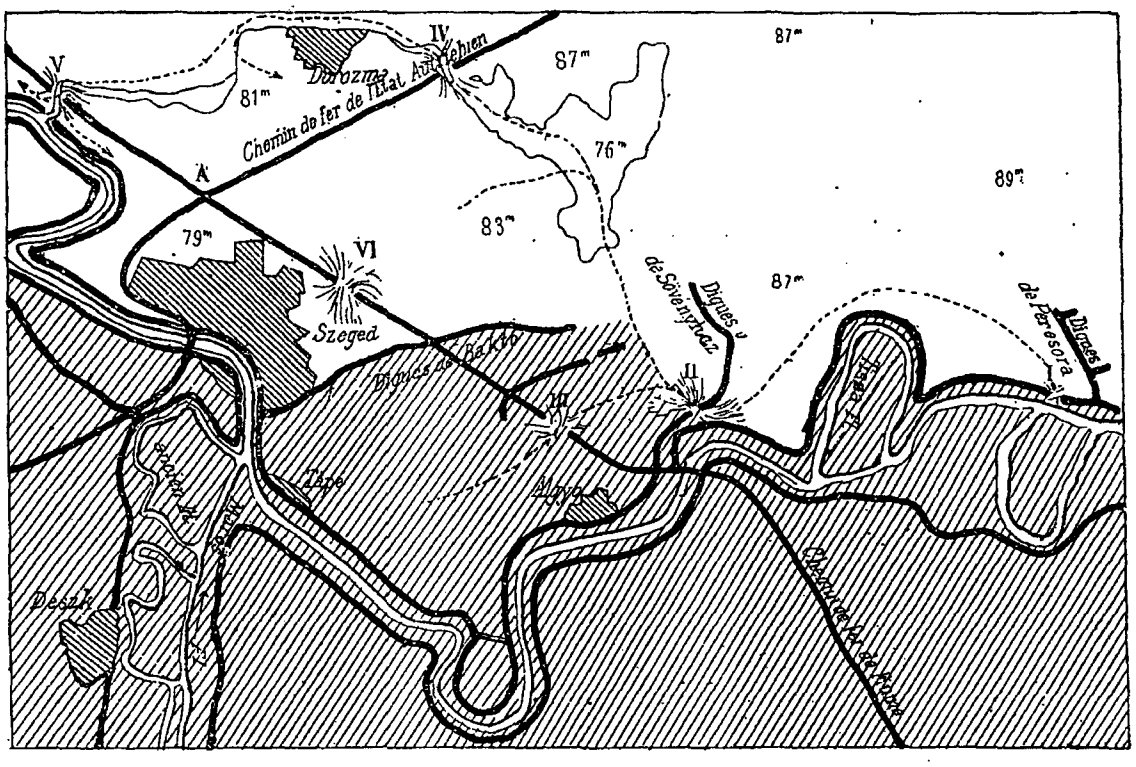


Fig. 192.

dues insubmersibles, construites avec des terres argileuses et boueuses, faciles à détremper par les eaux qui approcheraient de leur sommet.

Cette disposition des digues a produit sur l'exhaussement du niveau des crues l'effet général déjà constaté par les ingénieurs italiens; mais la nature des alluvions de la Tisza a rendu cet exhaussement tellement considérable, qu'il met en évidence incontestable les inconvénients du système absolu des digues insubmersibles. »

Au danger capital qui, dans un avenir peu éloigné, ne pouvait manquer d'atteindre cette malheureuse cité (Szeged),

la construction des chemins de fer de l'État autrichien et celle du chemin de Fiume, vinrent en ajouter d'autres plus graves encore en passant par la ville de Szeged. de la rive droite à la rive gauche à une hauteur supérieure à celle des digues de la rivière.

Ce qui a contribué à accroître la gravité des évènements, ce sont les levées des deux chemins de fer, et particulièrement celle du chemin de Fiume qui, traversant obliquement la vallée, passe au-dessus du chemin de fer de l'Etat et a offert à l'inondation un vaste réservoir, où les eaux ont pu s'élever au-dessus du sol intérieur de la ville.

La levée de ce chemin de fer n'offrait aux eaux d'autre débouché que par sa rupture inévitable, qui a été le dernier acte de la catastrophe. — Le plan (*fig.* 192) permet de suivre la marche de l'événement.

La première digue qui ait cédé à l'action des eaux est celle de Pérésora, située à 20 kilomètres environ de Szeged. Elle était suffisamment épaisse, mais formée de terres limoneuses que les eaux qui se sont élevées à $0^m,30$ de son sommet, ont détrempées et entraînées.

Le flot envahissant a suivi la direction indiquée par la ligne ondulée sur le plan. Il a traversé au point II la digue auxiliaire de Sövenyhaz, à 7 ou 8 kilomètres plus bas, puis la levée du chemin de Fiume au point III, inondant les villages d'Algyo et de Tapé ; il s'est étendu dans l'angle aigu formé par les deux chemins de fer, a rompu la levée de celui de l'Etat au point IV, inondant la ville de Doroszma.

Plus bas, en V, les eaux trouvèrent un petit débouché insuffisant par un pont de l'Etat près la rive droite de la Tisza ; mais les eaux gonflées de la rivière en rejetèrent une partie vers le côté de la ville situé à l'aval, et celle-ci se trouva ainsi complètement entourée d'eau, sans autre ressource pour la fuite des habitants que le pont du chemin de l'Etat sur la Tisza.

Enfin la masse fluide accumulée dans l'angle aigu formé par le coteau et par la levée du chemin de Fiume rompit cette levée vers le point VI et la catastrophe fut accomplie.

Il est remarquable que, à l'exception de la première digue de Pérésora et de la digue auxiliaire de Sövenyhaz, aucune autre de celles des rives droite ou gauche de la rivière n'a cédé à l'action des eaux, et que ce sont, au contraire, les levées des deux chemins de fer et surtout celle du chemin de Fiume qui, en s'opposant à l'évacuation naturelle vers la vallée et en retenant les flots montants jusqu'au moment où cette dernière a été emportée ont évidemment déterminé la ruine de cette populeuse cité de soixante-dix mille habitants.

L'évènement n'a que trop mis en évidence combien il eût été prudent de réserver dans les levées des deux chemins de fer, de larges passages pour l'écoulement des eaux, soit par des arceaux, soit mieux par des estacades, ainsi que cela est pratiqué sur le chemin du Nord de France à l'embouchure de la Somme.

§ IX. — *DÉTERMINATION DU DÉBOUCHÉ*

I. — Considérations générales.

263. Nous avons dit (n° 50) ce qu'il faut entendre par *débouché superficiel* et par *débouché linéaire*. On a vu qu'il faut éviter un débouché trop grand aussi bien qu'un débouché trop petit. Le débouché trop grand peut donner lieu à des atterrissements qui se consolident pendant les étiages prolongés par la végétation rapide des plantes, au point de résister à l'action corrosive des crues, et au moment d'une crue le pont pourra être détruit, parce que le courant détourné par les atterrissements aura pris une direction oblique et aura affouillé quelques unes des piles. C'est ce qui est arrivé à Roanne et à Nevers. Le débouché trop petit fait prendre au courant une vitesse trop grande, eu égard à la résistance du terrain qui forme le lit de la rivière, et donne naissance à des remous qui augmentent

considérablement le champ des inondations. Mais il convient de donner au débouché des dimensions plutôt trop grandes que trop petites, car les inconvénients d'un débouché trop grand sont toujours beaucoup moindres que ceux d'un débouché trop petit, puisque si, d'une part, un débouché trop grand occasionne une dépense inutile et peut donner naissance à des atterrissements plus ou moins nuisibles selon qu'ils paralysent une plus ou moins grande partie de la section d'écoulement, on a, d'autre part, si le débouché est trop petit, de plus graves inconvénients, soit par la gêne qui en résulte pour la navigation, soit par les dommages causés aux propriétés riveraines, soit enfin par les dangers auxquels les trop fortes vitesses et les affouillements peuvent exposer la solidité de l'ouvrage.

« Partout où rien ne s'oppose à ce qu'on comprenne tout le terrain submersible dans le débouché du pont, dit Dupuit dans ses études sur le mouvement des eaux, il ne faut pas hésiter à le faire. Si le lit se trouve encaissé entre des murs de quais ou entre des levées qui en limitent la largeur d'une manière précise, si la distance entre ces digues n'est pas telle qu'elle entraîne dans de grands excédants de dépense, le débouché du pont est parfaitement déterminé; donnez 170 mètres de débouché à votre pont, parce que cette dimension est nécessaire pour que les culées ne fassent pas saillie sur les murs de quais; n'allez pas, parce qu'il y a deux ou trois ponts de 150 mètres à l'aval, avancer vos culées de 10 mètres de chaque côté, de peur d'atterrissements qui ne viendront pas sous votre pont de 170 mètres, parce qu'il laisse les choses dans leur état naturel, et qui viendraient peut-être sous celui de 150 mètres, qui aurait certainement pour effet de diminuer la vitesse de certains filets. Mais si la distance des murs de quai, des digues, est telle que vous soyez entraîné dans des dépenses trop considérables par cet excédant de dimension, si vous avez besoin d'établir en rivière des cales d'abordage, si les quais doivent être élargis, au lieu de 170 mètres vous pourrez descendre à 120 mètres et même à 100 mètres, sans qu'on soit en droit de vous accuser d'avoir donné un débouché trop petit. C'est à vous de calculer les conséquences de cette dimension exceptionnelle, sous le rapport des inondations, sous le rapport de la navigation, sous le rapport de la solidité du pont, d'évaluer les dépenses, les pertes qui vont résulter de ce nouveau régime, et de les mettre en comparaison avec les avantages que vous attendez du rétrécissement. Ainsi, le débouché peut être différent, suivant qu'il s'agit d'un pont en charpente, d'un pont suspendu ou d'un pont en maçonnerie, parce que la dépense de ces divers systèmes de construction est très différente; plus le système sera dispendieux, plus il sera convenable de diminuer le débouché... En rase campagne, les crues s'écoulent en grande partie en dehors du lit des eaux ordinaires sur des étendues considérables, et alors l'ingénieur est presque toujours obligé de restreindre d'une manière notable le débouché naturel. C'est alors que le problème se présente avec toutes ses difficultés, et que surgissent une foule de questions à résoudre. Faut-il, par exemple, après avoir établi un pont principal sur le lit des eaux moyennes, percer d'un ou plusieurs ponts de décharge la levée insubmersible qui est à la suite? Cette question, comme toutes les autres de cette nature, ne peut être susceptible d'une réponse absolue. — Si les localités s'y prêtent, des travaux accessoires, en amont et en aval, tels que des levées partant des culées du pont et se dirigeant vers le terrain insubmersible, résoudront presque toujours le problème d'une manière plus heureuse. »

M. Lechalas fait, sur ces dernières lignes, les réflexions suivantes : « Nous rappelons que les conséquences du barrement partiel de l'intervalle compris entre deux quais ou deux digues insubmersibles peuvent être graves. Telles levées accompagnant un pont amènent, au moment des crues, un nouvel exhaussement de $0^m,50$ le long des digues; d'où la nécessité de consolider celles-ci, et la possibilité d'accidents plus nombreux et plus graves.

Il faut donc y regarder de près avant d'adopter une combinaison aussi dangereuse, qui pourrait bien ne comporter une économie actuelle qu'au prix de plus considérables sacrifices dans l'avenir. En cas de doute sur la meilleure solution, donner la préférence à celle qui trouble le moins un régime déjà bouleversé par les digues insubmersibles; c'est ainsi qu'on peut résumer les considérations que comporte la question, tant qu'on reste dans les généralités. Les traverses des villes forment des gorges artificielles, et nous avons vu que les eaux s'y élèvent quelquefois d'une manière très dangereuse dans la partie d'amont. Il y a donc à se préoccuper tout particulièrement de la hauteur des ponts dans ces parties. Si l'on ne peut éviter une forte montée contre les tympans, il faut que ceux-ci soient évidés largement. Il vaudrait encore mieux supprimer dans ce cas tous tympans, en construisant des ponts-poutres ou des ponts suspendus rigides, quand les localités ne rendent pas d'autres solutions obligatoires au point de vue décoratif. ».

Dupuit ne croit pas à l'inconvénient des atterrissements provenant d'un débouché trop grand. Après avoir dit dans son traité des ponts : « La question de savoir quel débouché il faut laisser à un certain volume d'eau n'a pas de réponse déterminée. On ne peut pas dire qu'il faut tant de mètres carrés de section pour tant de mètres cubes d'eau. Si petit que soit un débouché, il est toujours suffisant pour que le volume de la rivière, si grand qu'il soit, s'y écoule; mais il s'écoulera avec une hauteur, une vitesse, une direction qui dépendront non seulement de la grandeur de ce débouché, mais de l'emplacement qu'il occupera dans la section de la vallée. Or, la hauteur, la vitesse, la direction qui conviennent à une localité peuvent être désastreuses pour une autre. Cette question est donc toute locale... » Il ajoute un peu plus loin : « Suivant nous, le débouché qu'il conviendrait le mieux de donner à un pont, en n'ayant égard qu'au régime du cours d'eau, à la facilité de la navigation et à la solidité de l'ouvrage, serait la distance qui sépare le terrain insubmersible sur les deux rives. Bien qu'elle ait été contestée, cette proposition nous paraît évidente et nous avons réfuté (*Études sur le mouvement des eaux*) l'opinion de Gauthey qui pense qu'il est dangereux de donner à la rivière un trop grand débouché. »

On voit, par ce qui précède, que tous les auteurs qui se sont occupés de cette importante question du débouché à donner aux ponts, ne sont pas d'accord, même sur les conditions générales à rechercher. — Ce désaccord s'accentue bien davantage dès qu'on entre dans le détail des moyens et calculs à employer pour la détermination du débouché. Ainsi, par exemple, en ce qui concerne les formules servant au calcul des remous, nous lisons dans l'introduction de M. Lechalas : « Rappelons encore que les formules par lesquelles on calcule les remous au passage des ponts sont sans valeur; conseillons de nouveau d'entreprendre des études locales complètes, non seulement à cause de leur utilité immédiate ou prochaine, mais aussi pour la comparaison ultérieure du régime des rivières avant et après la construction d'ouvrages traversant les vallées. Peut être rendrait-on un grand service à la science, en même temps qu'à la pratique, en commençant par des expériences méthodiques sur des canaux de diverses formes, à fond fixe d'abord, à fond de sable alimenté ensuite. » C'est du reste le vœu que nous avons fait à propos des expériences de M. Durand-Claye sur les affouillements. Mais nous ne pensons pas qu'on doive rejeter d'une manière absolue les formules indiquées pour le calcul des remous. Nous avons montré que ces formules donnent des résultats assez approchés pour qu'on puisse avoir confiance dans leurs indications. Sans doute, il est impossible de calculer rigoureusement la hauteur d'un remous, comme d'ailleurs tous les autres éléments de la question du débouché, mais ne vaut-il pas mieux, au lieu de rester dans l'ignorance, chercher à démêler les divers phénomènes qui se produisent et en déduire une valeur approximative du meilleurs débouché?

Nous approuvons d'ailleurs complète-

ment les quelques lignes suivantes extraites de l'introduction de M. Lechalas (*Traité des ponts*, par M. Degrand). « Ne pouvant compter sur des prévisions rigoureuses, il faut du moins éviter les grosses erreurs en se livrant à une étude attentive des faits locaux : procéder à des recherches géologiques et topographiques dans le bassin; recueillir des observations pluviométriques; relever les hauteurs à de nombreuses échelles, les directions et les vitesses des courants en temps de crue; observer les mouvements des matières du lit, si la rivière est à fond mobile; constater la marche des choses près des ouvrages traversant les vallées, en démêlant autant que possible l'influence des diverses parties de chaque ensemble, surtout pendant les grandes inondations; comparer les débouchés, les débits, les largeurs, les pentes, les durées des crues; etc. Le régime des berges devant être l'objet d'une attention toute spéciale, on rapprochera les plans anciens et nouveaux de la rivière, et l'on fera la reconnaissance des travaux de défense destinés à prévenir les déplacements du lit. Tout cela demandant beaucoup de temps, alors que les ingénieurs chargés de projeter un chemin de fer, par exemple, sont si souvent obligés d'aller vite, les services ordinaires pourraient faire à l'avance des études dans tous les bassins. Mais il serait indispensable, pour arriver partout à de bons résultats, que l'administration rédigeât une instruction développée; le programme minimum prescrit ne gênerait en rien les hommes d'initiative, et serait pour tous un guide précieux. — La grande instruction du 25 avril 1839, relative à un tout autre sujet (l'entretien des routes), avait été préparée par Dupuit à la demande de Legrand, et l'on sait le bien qu'a produit cette initiative intelligente d'un directeur général qui a laissé de si honorables souvenirs. Quand l'administration supérieure intervient par ces instructions d'ensemble, embrassant tous les détails d'un sujet, l'intérêt public en profite grandement; des circulaires ordinaires rappellent ces instructions, et les complètent au besoin.

Avec un bon programme, on préparerait à nos successeurs la première base de comparaisons bien utiles, entre le régime antérieur et le régime postérieur à l'établissement des ouvrages dans les vallées.

Au moment des grandes inondations, on n'a pas la liberté d'esprit nécessaire pour improviser un système d'observations; le temps manque d'ailleurs pour les préparatifs matériels et pour le recrutement du personnel. Il ne peut être question de se tirer d'affaire avec les seuls agents permanents : si on les chargeait de relever les hauteurs aux échelles, on manquerait de monde pour constater sur un grand nombre de points les directions des courants, et, autant que possible leurs vitesses, et même pour défendre les ouvrages attaqués. Tout doit donc être préparé d'avance : les échelles placées, les observateurs auxiliaires embrigadés et munis de leurs instructions, le matériel pour l'observation des courants tout prêt, les agents désignés pour chaque poste et bien exercés. Comme il n'est pas toujours facile de prévoir sur quels points la constation des hauteurs présentera le plus d'intérêt, il faut que les échelles soient très multipliées; il va de soi que leurs zéros doivent être parfaitement repérés. »

Tous les détails dans lesquels nous sommes entré jusqu'à présent à propos du débouché des ponts, ont eu justement pour but l'étude des principaux éléments à considérer pour la détermination de ce débouché. On a pu voir combien sont diverses les considérations relatives aux principales causes qui influencent la grandeur du débouché et combien souvent les bases du calcul sont difficiles à apprécier exactement. Notre conviction est que, après avoir lu et médité tout ce qui précède, le lecteur doit être en mesure de déterminer, en toute connaissance de cause, le débouché à donner à un pont, dans le plus grand nombre des cas.

Le seul élément d'appréciation qui nous manque jusqu'à présent est le prix des ouvrages, car ce prix peut avoir aussi une grande importance pour la détermination du débouché. Il faut, en effet,

pouvoir comparer les avantages et les inconvénients qui résulteraient d'une augmentation ou d'une diminution de la grandeur du débouché entraînant une augmentation ou une diminution connue de la dépense. On trouvera, à la fin de de cette première partie du traité des ponts, tous les éléments nécessaires pour l'évaluation de cette dépense.

Nous pouvons dire, en somme, que tout ce qui précède contient ce qui est nécessaire à la détermination d'un débouché. Il nous reste à montrer comment ces éléments doivent être utilisés selon les cas. Les méthodes varient évidemment avec les données du problème. Nous en avons déjà dit quelques mots (n° 51) ; nous allons les passer successivement en revue en les accompagnant de quelques exemples.

II. — Détermination du débouché par comparaison.

264. Quand il existe d'autres ouvrages en amont ou en aval du point où doit se trouver celui qu'on projette, on peut quelquefois les prendre pour termes de comparaison pour déterminer le débouché. Mais il faut pour cela que les conditions du pont en projet soient comparables à celles des ponts existant à proximité, ce qui du reste ne se produit que bien rarement; et même lorsque ces conditions paraissent comparables, il faut les examiner avec grand soin, car il peut y avoir des influences locales ou lointaines qu'on n'aperçoit pas immédiatement, et qui sont susceptibles de conduire à une modification importante du débouché à prévoir.

« Le débouché du pont qu'on projette, dit Gauthey, est moins difficile à bien déterminer, lorsqu'il existe près de son emplacement d'autres ponts sur la rivière. Alors on a soin de mesurer pendant les crues la section du fleuve au passage de ces ponts, et d'observer la vitesse de l'eau et la chute qui se forme ordinairement en amont. Au moyen des comparaisons fournies par ces données, on peut quelquefois fixer le nouveau débouché d'une manière assez exacte. »

Ce n'est pas l'opinion de Dupuit qui dit: « Cette question du débouché est toute locale ; contrairement à l'opinion de Gauthey, nous pensons que la connaissance du débouché des ponts voisins est, dans cette question, un renseignement d'une utilité très restreinte et qu'entre deux ponts de 200 mètres, qui se trouvent

Fig. 193.

parfaitement suffisants à l'amont et à l'aval du point que l'on considère, un pont de 300 ou 400 mètres peut se trouver insuffisant, que telles dispositions locales peuvent exiger un pont de 500 mètres, 600 mètres ou même d'avantage. »

265. Supposons un pont situé en un point déterminé d'une rivière et ayant un débouché connu. Il semble, à première vue, qu'un pont placé en aval du premier devrait avoir un débouché plus grand, puisque ce dernier pont aura à débiter, en plus du premier, l'eau que déverse dans la rivière la partie du bassin comprise entre les deux. En outre, la rivière peut recevoir, entre les deux ponts, un ou plusieurs affluents. Malgré cela, il arrive parfois que le débouché nécessaire au pont d'aval est plus petit que celui du pont d'amont.

En effet, « il n'est pas rare, dit M. Degrand (*Traité des ponts*), de rencontrer sur un même cours d'eau des ponts of-

frant cette particularité que, même à une assez grande distance l'un de l'autre, celui d'aval a un débouché bien moindre que ceux d'amont, tout en étant largement suffisant. C'est qu'en effet, pour l'écoulement d'une crue, le débouché n'est que l'un des éléments du débit, que la vitesse en est un second tout aussi important que le premier et qu'il suffit que pour une cause quelconque, la vitesse se trouve augmentée aux abords du pont d'aval pour que celui-ci, même avec une ouverture moindre, donne passage à la même quantité d'eau par seconde. »

Une circonstance à laquelle il est surtout important d'avoir égard, dit Gauthey, est celle du temps que la quantité d'eau surabondante qui donne lieu à une crue, met à s'écouler par le lit du fleuve, ou de la vitesse avec laquelle se fait cet écoulement : on sait que cette vitesse dépend, en grande partie, de la pente de la rivière, et comme cette pente diminue ordinairement à mesure qu'on s'éloigne de la source du fleuve, il s'ensuit que la même masse d'eau qui aura coulé très rapidement dans les montagnes où la rivière prend sa source, et où elle n'est encore qu'un torrent, mettra d'autant plus de lenteur à parcourir le reste de son cours, qu'elle approchera davantage de la mer ou du fleuve où cette rivière va se rendre. Ainsi en admettant qu'elle ne reçoive point d'affluent considérable, et que le fond ait partout une égale consistance, si l'on construit deux ponts sur le cours de cette même rivière, il faudra donner à celui qu'on placera le plus près de sa source, un plus grand débouché qu'à l'autre puisqu'ils doivent donner tous deux passage à la même crue, et que cette crue mettra, par exemple, deux jours à s'écouler par le premier, tandis qu'elle en mettra huit à passer sous le second.

L'application du calcul des remous va nous conduire au même résultat; voici l'exemple donné par M. Croizette-Desnoyers dans son cours de ponts.

« On remarque souvent dans les pays de montagnes que, sur un même cours d'eau, des ponts situés en aval présentent beaucoup moins de débouché linéaire que ceux établis en amont.

Cette anomalie apparente s'explique par le croquis (*fig.* 193) et par les chiffres du tableau ci-dessous : il en résulte en effet que le pont en aval (B), où le débit de la rivière est double de celui qui se produit au pont en amont (A) et qui présente un débouché linéaire moindre, ne donnera lieu qu'à un remous de 0m,31, tandis qu'au pont supérieur le remous atteindra 1m,70.

DÉSIGNATION du PONT	DONNÉES					RÉSULTATS			
	LARGEUR de la rivière L	LARGEUR moyenne du débouché l	PROFONDEUR moyenne de la rivière h	COEFFICIENT de contraction m	VITESSE en amont du remous v	DÉBIT Q	VITESSE correspondant à la hauteur $h + z$ v'	VITESSE sous le pont v''	REMOUS z
	m.	m.	m.	m.	m.	m.c.	m.	m.	m.
Pont (A)....	30	25	1	0.80	1	120	1.48	6.00	1.70
Pont (B)....	20	16	6	0.80	2	240	1.90	3.12	0.31

Seulement, il est juste de reconnaître que dans de semblables circonstances le remous de 1m,70 du pont (A) se produisant dans un terrain très abrupt et dans une vallée probablement étroite, sera peut-être moins nuisible que le remous de 0m,31 qui se produirait au pont (B) dans un terrain presque en plaine sur lequel les eaux peuvent s'étendre beaucoup. (Les résultats obtenus avec les données fictives ci-dessus sont en rapport avec les observations faites comparativement dans les pays de montagnes ou dans de larges vallées. Ainsi, par exemple, sur la Durance à Bonpas, on a été obligé de donner au pont un débouché de 1 530 mètres carrés pour une superficie de bassin représentée par 1, tandis que sur le Rhône, au pont Saint-Esprit, le débouché est seulement de 3 580 mètres carrés pour une superficie représentée par 5 : elle aurait dû être portée à 7 650

mètres carrés si l'on avait cru devoir s'astreindre à une même proportion). »

266. Une gorge naturelle ou artificielle placée entre le pont existant et celui que l'on projette, a aussi une influence considérable sur le débouché à donner à ce dernier. Ainsi, si le pont en projet doit être situé en aval de la gorge, on ne pourra pas, pour déterminer son débouché se baser sur celui du pont placé en amont, à moins de tenir compte de tous les phénomènes qui se produisent pendant les crues, ce qui rend le problème très compliqué et difficile à résoudre. M. Lechalas donne l'exemple suivant de ce cas particulier. « Pour faire passer une voie publique d'un côté à l'autre d'une gorge, il paraît tout simple de s'établir au-dessus des crues sur les deux rives, et, si c'est possible, de relier les culées par une travée unique. Il est certain qu'on ne pourrait pas accuser le pont d'avoir troublé le régime de la rivière ; mais cette solution n'est pas toujours la meilleure, pour l'ensemble des intérêts généraux. Il y a des cas où l'administration doit se préoccuper, à l'occasion d'un ouvrage, d'intérêts auxquels celui-ci n'était pas à l'origine destiné à pourvoir ; c'est dire à quel point la connaissance des diverses parties d'un bassin est nécessaire, pour résoudre convenablement les questions de travaux publics.

Parmi les nombreux passages rétrécis qui existent sur nos rivières, citons les gorges de *Pierre-Châtel* sur le Rhône. Il n'y a pas de ponts dans les gorges, mais un pont franchit le fleuve à chacune de leurs extrémités ; le pont d'Yenne à l'amont et celui de la Balme à l'aval. Le débouché linéaire est de 104m,30 au premier et de 92 mètres au second ; mais les débouchés superficiels diffèrent bien autrement, car les crues s'élèvent à 7m,95 à l'entrée des gorges et à 4m 18 seulement à leur sortie. Les deux ponts ont à pourvoir à des nécessités analogues pendant les eaux moyennes, mais l'effet des gorges sur le profil longitudinal différencie complètement les dimensions verticales nécessaires.

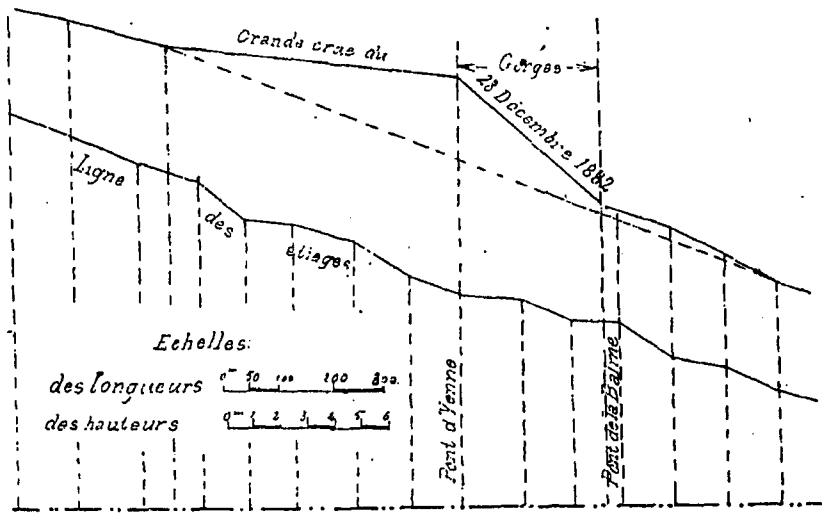


Fig. 194.

Le remous provoqué par les gorges s'étend d'une manière certaine à 5 kilomètres et demi en amont de leur entrée et il faut remonter encore de 4 kilomètres et demi pour trouver une cote de crue aussi réduite que celle de la Balme ; en ce dernier point, cependant, le niveau des crues n'est pas sans se ressentir des conditions spéciales de l'écoulement. La ligne pointillée de la figure 194 montre la limite supérieure de ce qu'eût été le profil longitudinal de la crue de 1882, si les conditions ordinaires n'avaient pas été

altérées. (Cette figure est empruntée à l'introduction de M. Lechalas au Traité des ponts de M. Degrand).

Voici donc deux ponts, à petite distance l'un de l'autre, que l'on a dû construire dans des conditions très différentes. Il s'agit, il est vrai, d'un gros fait, et l'on ne trouve pas partout des gorges proprement dites ; mais cela doit porter à réfléchir sur des phénomènes qui, bien que frappant moins les yeux, dépendent toujours des mêmes lois générales. Il ne faut pas oublier que les influences locales, proprement dites, peuvent être dominées par des influences plus ou moins lointaines. »

267. On comprend, après avoir lu ce qui précède, que la détermination du débouché par comparaison ne doit être employée qu'avec une extrême prudence. — On devra toujours s'assurer préalablement que les conditions d'établissement du pont en projet sont semblables à celles des ponts existant en amont ou en aval. On examinera si la nature du fond est à peu près la même, et si la vitesse de l'eau pendant les crues est sensiblement égale aux points considérés. On devra aussi savoir si les effets de l'exhaussement du plan d'eau provenant des remous peut être accepté pour l'ouvrage projeté aussi bien que pour l'ouvrage existant. M. Croizette-Desnoyers dit à ce sujet : « Il faut avoir soin de faire relever très exactement les dimensions des ponts existants et de prendre des renseignements aussi exacts que possible sur les hauteurs de chutes qui s'y sont produites dans les plus fortes crues connues. En effet, il ne suffit pas qu'un pont ait résisté pour que son débouché soit bon, il faut en outre qu'il n'ait pas causé trop de remous ; car si l'inondation qui en résulte est acceptée parce que cette situation existe depuis longtemps, les riverains ne l'admettraient pas à beaucoup près avec un ouvrage neuf. »

Pour que le débouché à donner au pont projeté puisse être comparé à celui d'un pont existant, il faut encore évidemment qu'il n'existe aucun affluent entre les deux. Dans le cas où cette condition, ainsi que celles précédemment énoncées ne seraient pas remplies, il faut se rendre compte avec beaucoup de soin des effets produits par les différences qui existent dans ces conditions, et modifier en conséquence le débouché du nouveau pont.

Si, par exemple, un ou plusieurs affluents se jettent dans la rivière, entre le pont placé en amont et le pont projeté en aval, le débouché de ce dernier devra pouvoir débiter le volume maximum des plus grandes crues, de la rivière principale et de ses affluents. On devra donc examiner l'influence que cet accroissement de débit aura sur la hauteur du remous en amont du pont projeté et sur la vitesse moyenne que le courant prendra sous ce pont. On aura également à se préoccuper de la manière dont les crues se forment dans la rivière et ses affluents, et des combinaisons qui peuvent se produire.

Les crues d'un certain nombre d'affluents peuvent en effet se combiner de façon très différentes. L'effet produit dans le cours d'eau principal, comme hauteur maximum de la crue, dépend de la coïncidence possible d'un plus ou moins grand nombre de crues des affluents, en même temps que du plus ou moins de hauteur que présente chacune des crues particulières. — Les lois de l'écoulement des crues peuvent donner quelques indications à ce sujet; quoiqu'il soit bien difficile de prévoir quelle est la combinaison la plus défavorable. La connaissance de la plus forte crue qui se soit produite depuis très longtemps, ne donne aucune certitude pour l'avenir, attendu que, par une réunion de circonstances imprévues, la plus forte crue connue peut être dépassée.

Ainsi, que se passe-t-il par exemple dans les grandes crues de la Loire? La Loire ne reçoit que des petits cours d'eau sans importance entre le bec d'Allier et le bec du Cher, c'est-à-dire sur une longueur de 300 kilomètres. — Mais entre le confluent du Cher et l'embouchure de la Maine, sur une longueur de 100 kilomètres seulement, le fleuve reçoit quatre affluents, le Cher, l'Indre, la Vienne et le Maine. La crue extraordinaire de 1846 a été due exclusivement au groupe des affluents supérieurs, car les affluents inférieurs n'ont pas donné. Elle a été désastreuse en amont de Tours et n'a fait aucun mal en aval. — Au contraire, la crue de

janvier 1843, la plus haute connue à Nantes avant celle de 1872, est restée inaperçue en amont de Tours, parce qu'elle a été produite presque exclusivement par le groupe des affluents inférieurs. — Mais en 1856 et 1866, les deux groupes d'affluents supérieurs et inférieurs ont donnés simultanément et ont produit des crues d'inondation générale. — Toutefois, les affluents inférieurs (sauf le Cher en 1856) n'ont eu heureusement que des crues moyennes. — Qu'une coïncidence pareille se reproduise, au moment où les affluents inférieurs auront de fortes crues, les hauteurs des inondations observées jusqu'à présent seront largement dépassées.

Il semble qu'on puisse empêcher la superposition des crues, ou tout au moins diminuer leurs effets, en retardant la marche des crues des affluents. — Cela dépend de l'ordre dans lequel se produisent les crues, et dans certains cas, ce retard pourrait être plus nuisible qu'utile. — Ainsi, en 1856, les pluies qui ont déterminé la crue du Rhône, ont progressé du Midi au Nord, de sorte que lorsque la crue des affluents supérieurs est arrivée aux confluents des affluents inférieurs tels que l'Ardèche et la Durance, les crues de ces derniers étaient déjà écoulées. Cette heureuse circonstance ne se fut pas produite si les crues des affluents inférieurs eussent été retardées.

La direction des affluents par rapport à celle du cours d'eau principal dans lequel ils se jettent, peut aussi avoir une influence sur la hauteur des crues, à l'endroit du confluent. — Lorsque la rencontre se fait sous un angle aigu, les courants ne se contrarient pas, et la violence des eaux de l'affluent contribuent au contraire à dégager le lit du cours d'eau principal.

Si les deux directions sont presque normales, les courants se contrarient; ceux de l'affluent sont arrêtés par les eaux du fleuve, d'où résulte un gonflement ou surélévation du niveau de la crue. Il se produit en même temps une aggravation du mal, car la rive aval de l'affluent s'atterit pendant que la rive amont se creuse, et la normalité des courants tend à devenir complète. Il peut même arriver que l'angle droit se transforme en angle obtus. — On remédie à ces inconvénients en rectifiant l'embouchure de l'affluent et en défendant sa rive amont.

On voit que ces causes diverses, par l'influence qu'elles ont sur la hauteur des crues, doivent être prises en considération dans la détermination du débouché par comparaison.

On fera donc bien, quand on emploiera ce moyen de détermination, d'étudier avec soin, non seulement les circonstances locales qui peuvent conduire à une modification du débouché, relativement à celui d'un pont existant, mais encore les influences lointaines qui ne sont pas moins importantes.

Exemples.

268. Voici deux exemples très simples de détermination du débouché par comparaison. — Quand il s'est agi de construire un pont sur la rivière du Dessoubre (Doubs), en 1860, pour le passage d'une rectification de la route départementale de Besançon à Maiche, il existait à proximité de l'emplacement choisi pour l'établissement du nouveau pont, deux ponts présentant: l'un 19 mètres de débouché linéaire : l'autre 16 mètres seulement. Aucun remous appréciable n'avait été observé aux abords de ces ponts lors des crues extraordinaires de la rivière.

D'un autre côté, le lit du Dessoubre a généralement 20 mètres de largeur moyenne dans cette contrée et est suffisamment encaissé pour contenir les eaux ordinaires, qui s'élèvent rarement au-dessus de $1^m,50$: la hauteur des plus grandes eaux observées (la crue de 1852, par exemple) n'a atteint que $2^m,50$ au-dessus de l'étiage.

Ce sont ces diverses considérations qui ont déterminé l'adoption du chiffre de 20 mètres pour le débouché linéaire du pont : cette ouverture est, comme on vient de le voir, égale à la largeur moyenne de la rivière. (*Annales des chemins vicinaux* 1863).

269. Donner à un pont situé sur une rivière torrentielle un débouché ni trop

grand ni trop petit, n'est pas chose facile, et il arrive assez souvent qu'un pont qui paraissait avoir un débouché suffisant est emporté par une crue subite et violente du torrent.

C'est ainsi qu'en 1868 le pont de Denant construit en 1820 sur l'Autise (Vendée) fut détruit. La voûte de ce pont fut soulevée par la masse d'eau considérable qui s'était présentée tout-à-coup à son ouverture, provenant des pluies prolongées de l'automne.

« Arrivé tout nouvellement dans la Vendée, dit M. Darbon, agent-voyer chargé de la reconstruction de ce pont, je dus vérifier scrupuleusement les renseignements qui m'étaient fournis. La question du débouché était assurément la plus embarrassante. Je ne pouvais me servir des éléments ordinaires d'appréciation ; car, avec de tels cours d'eau, il est difficile, pour ne pas dire impossible, de connaître la relation qui existe entre le débit, la section du lit d'une rivière et la vitesse moyenne des eaux. — J'eus la bonne fortune de trouver un pont construit en 1778, à trois kilomètres en aval, sous la route nationale de Limoges à Nantes, dont l'ouverture avait été, m'assurait-on, suffisante jusqu'à ce jour. Je partis de cette base..... Les eaux s'étendant sur les prairies au moment des grandes crues, je pensai qu'il était utile de faciliter leur écoulement en leur donnant le plus grand débouché linéaire possible ; et, au lieu d'un pont de deux arches en plein cintre, comme celui qui avait été détruit, je présentai à l'administration un pont de trois arches en arc de cercle, chaque arche ayant huit mètres d'ouverture et $3^{m},20$ de hauteur sous clef.

« Depuis 1869, les eaux se sont très bien écoulées sous ce pont. Pendant la crue exceptionnelle de l'hiver 1872-1873, il restait encore un mètre de vide sous chacune des arches. — L'épreuve a donc été subie avec succès, puisque de mémoire d'homme on n'avait vu les eaux aussi hautes. » (*Annales des chemins vicinaux* 1873.)

Ponceaux.

270. Quand il s'agit d'un aqueduc ou d'un ponceau, la section presque totale de l'ouvrage peut être utilisée pour l'écoulement des crues ; on n'a généralement plus dans ce cas à s'occuper de la possibilité de l'affouillement du sol, car on a toujours la ressource, si l'ouvrage n'est pas établi sur le rocher, de réaliser un sol inaffouillable au moyen d'un radier maçonné. On peut donc disposer l'ouvrage pour que la vitesse soit assez grande pour que le débit maximum se fasse dans un temps convenable. Il suffit de lui donner une pente suffisante, en disposant ses abords de manière à faciliter l'entrée et la sortie du courant. Il est cependant indispensable de se rendre compte encore ici du surhaussement du plan d'eau provenant des remous, car il faut éviter d'exposer les propriétés riveraines à des inondations dommageables. — De plus, si cet exhaussement prenait une trop grande importance, le ponceau pourrait être emporté par une forte pression d'eau, et, dans le cas où il résisterait, l'eau passerait par dessus, en emportant une partie de la voie de communication, route ou chemin de fer.

Quand on détermine le débouché d'un ponceau par comparaison, il faut donc avoir égard à la forme de la section transversale, si la voûte de l'ouvrage à construire n'a pas la même forme que celle de l'ouvrage existant.

En ce qui concerne l'influence de la forme de la section transversale sur la détermination du débouché d'un ponceau par comparaison, nous trouvons, dans les *Annales des chemins vicinaux de* 1868, une intéressante étude de M. Amédée Maurice, agent-voyer en chef de Loir-et-Cher, de laquelle nous extrayons, en les résumant, les quelques indications suivantes, qui montreront, en même temps, le détail des opérations à effectuer pour déterminer le débouché d'un ponceau par comparaison.

Lorsqu'on doit établir un ponceau en maçonnerie sur un cours d'eau où il existe déjà quelques ouvrages d'art, dont le débouché est suffisant, on peut, par voie de comparaison, déterminer le débouché de l'ouvrage projeté, et voici comment on y parvient :

On commence par calculer le débit

du ponceau situé le plus à proximité du lieu de la construction projetée, et, à cet effet, on doit chercher quels sont, par rapport aux hautes eaux :

1° La section mouillée S ;

2° Le périmètre mouillé χ ;

3° La pente par mètre du plafond I.

Cette pente servira à calculer la vitesse moyenne U de l'eau à son passage sous le ponceau. M. Maurice se sert pour cela de la formule de De Prony ; nous préférons à cette formule celle de M. Bazin, et c'est cette dernière que nous appliquerons. On a vu (n° 87) que la formule à employer pour des parois peu unies (maçonnerie de moellon) est celle portant le n° 13 :

$$\frac{RI}{U^2} = 0{,}00024\left(1 + \frac{0{,}25}{R}\right).$$

Dans cette formule, R est le rayon moyen, égal au quotient de la section S par le périmètre mouillé χ :

$$R = \frac{S}{\chi}.$$

En représentant par A le deuxième terme de la formule précédente, on peut écrire :

$$\frac{RI}{U^2} = A$$

d'où on tire :

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}} \text{ (formule 17, page 72).}$$

M. Maurice établit ensuite des formules pour le calcul des valeurs de la section mouillée S et du périmètre mouillé χ pour le cas d'une voûte en plein cintre et pour celui d'un arc surbaissé.

Considérant d'abord une voûte plein-cintre ayant ses naissances au niveau du cours d'eau sur lequel elle est établie, et supposant qu'en temps de crue les eaux s'élèvent jusqu'à l'horizontale CD (*fig.* 195), on a pour expression de la section mouillée S égale à la surface ACDB :

$$S = \frac{\pi r^2}{2}\left(1 - \frac{\omega}{180}\right) + h\sqrt{r^2 - h^2} \quad (a)$$

et pour expression du périmètre mouillé χ :

$$\chi = r\left[2 + \pi\left(1 - \frac{\omega}{180}\right)\right]. \quad (b)$$

Dans ces formules, $\pi = 3{,}1415$; r est le rayon du cintre principal de la voûte, ω est l'angle au centre COD, et h représente la hauteur On.

Pour un arc surbaissé (*fig.* 196), les formules analogues sont :

$$S = \frac{\pi r^2}{360}(\omega - \omega') + c'h - (r - f')(c - c') \quad (c)$$

relative à la section mouillée ACDB, et :

$$\chi = 2c + \frac{\pi r}{180}(\omega - \omega') \quad (d)$$

relative au périmètre mouillé correspondant.

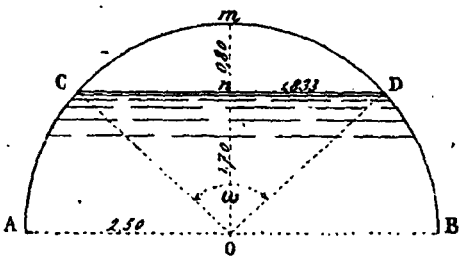


Fig. 195.

Dans ces formules :

r est le rayon de l'arc ;

ω, l'angle au centre AOB ;

ω', l'angle au centre COD ;

c, la demi-corde AE ;

c', la demi-corde Cn ;

h, la hauteur En ;

f, la hauteur Em.

Trouvant les formules ci-dessus trop

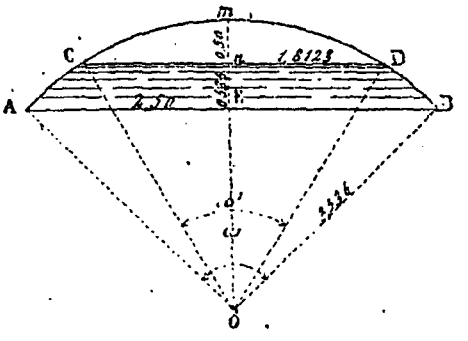


Fig. 196.

longues à calculer, M. Maurice cherche ensuite des expressions plus simples des valeurs de S et χ ; il arrive aux formules suivantes :

Pour l'arc plein-cintre :

$$S = lh + r\sqrt{2r(r-l)} \qquad (A)$$

$$\chi = 2(r + \sqrt{2r(r-l)} \qquad (B)$$

On arrive à ces formules, en remplaçant les secteurs AOC (*fig.* 197) et BOD par des triangles équivalents tels que EOC, de sorte que la section mouillée ACDB est remplacée par une surface équivalente composée du trapèze ABDC,

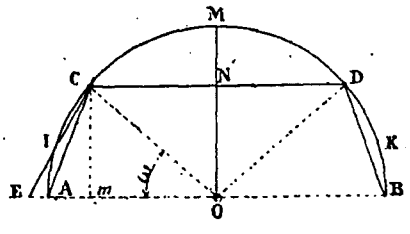


Fig. 197.

et de deux triangles égaux à ECA. La lettre l représente la demi-corde CN.

Pour l'arc surbaissé, les mêmes considérations conduiraient à des formules beaucoup trop compliquées. Dans ce cas, on néglige le petit segment AIC (*fig.* 198) de chaque côté. On se borne donc à prendre la surface du trapèze ABDC pour

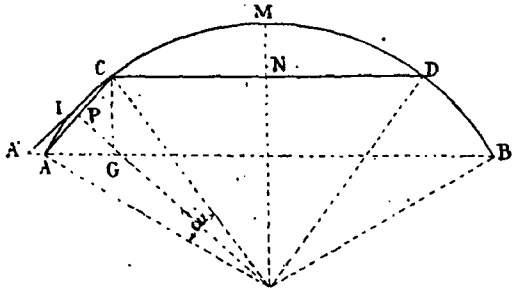


Fig. 198.

la section mouillée S, et la somme des lignes CA + AB + BD pour le périmètre mouillé χ. On obtient ainsi :

$$S = (L + l)\,h \qquad (C)$$

$$\chi = 2(L + \sqrt{h^2 + (L-l)^2} \qquad (D)$$

pour les expressions de S et χ, dans lesquelles L représente la demi ouverture $\frac{AB}{2}$.

C'est avec ces valeurs de S et χ qu'il faudrait calculer le rayon moyen R de la formule de M. Bazin. Connaissant R, la pente I, et la valeur du terme A, on en déduirait donc facilement la valeur de la vitesse moyenne U.

Nous ferons remarquer que ces valeurs de S et χ s'appliquent seulement à la section et au périmètre mouillés placés au-dessus de la ligne des naissances. Il faudrait donc les augmenter de la partie placée en-dessous, avant de calculer le rayon moyen R qui doit entrer dans la formule de M. Bazin.

Dans la pratique, il arrive qu'au lieu de calculer le débouché au moyen du débit, on le détermine directement au moyen des débouchés reconnus suffisants des ouvrages qui existent.

Sans doute, en opérant de cette manière, dit M. Maurice, on ne peut pas commettre de grandes erreurs, lorsque la voûte à construire est de même forme que celles qu'on prend pour terme de comparaison ; mais pour des voûtes de formes différentes, les erreurs pourraient être considérables, et, en général, lorsque les sections mouillées doivent affecter des formes qui ne sont pas exactement semblables, on ne doit pas négliger de calculer le débit, car il faut tenir compte dans l'ouvrage projeté :

1° De la situation du plan supérieur des fondations ou du radier ;

2° De la hauteur des plus hautes eaux ;

3° De l'importance du débouché superficiel libre.

Et si le plan des fondations est toujours déterminé par des considérations locales, telles que le curage, la nature du fond, etc., etc. ; si la hauteur des hautes eaux est connue à l'avance, comme il doit rester entre le niveau des hautes eaux et la clef, au moins $0^m,60$ de hauteur, on comprend qu'on ne puisse pas s'en tenir uniquement à des surfaces proportionnelles, dont l'effet serait ou d'élargir outre mesure et inutilement l'ouverture du ponceau, ou de diminuer dans une trop grande proportion la largeur entre pieds-droits, en donnant ainsi à l'eau, à son passage sous la voûte, une vitesse pouvant provoquer des affouillements.

Dans tous les cas, il vaut mieux avoir un excédant qu'une insuffisance de débouché, et comme la pente par mètre I, peut toujours être déterminée assez exactement au moyen d'un nivellement en long, s'étendant autant à l'amont qu'à l'aval du ponceau, et comprenant une longueur d'au moins 300 mètres, on pourra calculer le débit Q, après avoir évalué la section mouillée S et le périmètre mouillé χ au moyen des formules précédentes.

Cela posé, lorsqu'on a déterminé par un moyen quelconque la valeur du débit Q en mètres cubes par seconde, des ouvrages pris pour terme de comparaison, on en déduit les dimensions convenables pour l'ouvrage projeté, par des calculs qui reposent sur les considérations générales suivantes :

Presque toujours les petits cours d'eau sont situés dans des vallées dont les rives ont, indépendamment de la même constitution géologique, une inclinaison et une culture sensiblement uniformes, et on peut admettre que le débit du cours d'eau est, en un point quelconque, une fonction déterminée de l'étendue des versants correspondants, et, en cherchant la relation qui existe entre ces deux variables, le débit et l'étendue des versants, on reconnaît que, si, à l'origine du cours d'eau et pour une étendue de versants égale à zéro, le débit est nul, tandis que, à une distance D de l'origine et pour une étendue E des versants, on a un débit q, on aura nécessairement, à une distance quelconque D′ et pour une étendue E′ des versants, un débit q', et à une autre distance D″ et pour une étendue E″ des versants un débit q'' ; de telle sorte, qu'en construisant sur l'axe des E, E′. E″.... avec les diverses valeurs des ordonnées q, q', q''... correspondantes, la courbe dont l'origine serait à zéro, on obtiendrait sans doute un arc de parabole qui permettrait d'apprécier de suite la valeur d'une ordonnée quelconque q_n, pour une étendue correspondante E_n.

Par des considérations que nous ne développerons pas ici, M. Maurice établit la formule suivante :

$$q' = q \times \frac{d'}{d} \qquad (e)$$

dans laquelle q et q', représentent les débits en deux points considérés, d et d' les distances en kilomètres depuis l'origine de la vallée jusqu'aux points considérés ; ces distances étant mesurées sur l'axe de la vallée, et en suivant les sinuosités du thalweg ou du cours d'eau.

Ainsi, lorsque pour un ouvrage construit sur un cours d'eau à une distance d de l'origine de ce cours d'eau, on aura trouvé un débit q, le débit q' d'un autre ouvrage à établir à l'amont ou à l'aval du premier, à une distance d' de l'origine, pourra être déterminé au moyen de l'expression précédente (*e*).

Une fois qu'on a calculé, par comparaison, le débit q', en mètres cubes et par seconde, du ponceau à construire, il ne reste plus qu'à déterminer la forme de la voûte à adopter, pour en déduire le débouché, dans des conditions telles qu'il reste, au moins, au sommet de la voûte, une hauteur de $0^m,60$ entre la clef et la ligne des plus hautes eaux, et que la vitesse de l'eau n'excède pas sous la voûte une limite telle que les affouillements puissent se produire.

Si on admet que le coefficient de contraction m sera le même dans les deux ouvrages, on en pourra en déduire :

$$\frac{D}{S} = \frac{D'}{S'} \qquad (f)$$

c'est-à-dire, qu'on pourra adopter pour le pont en projet, un débouché superficiel D, qui soit, avec la section mouillée S′, dans le même rapport que celui qui existe entre ces deux surfaces D et S, dans le pont construit.

Enfin, en prenant pour vitesse U′ des eaux sous le pont projeté, la même vitesse que celle U, qui existe sous le pont construit, on pourrait écrire :

$$\frac{D'}{D} = \frac{S'}{S} = \frac{q'}{q} \qquad (g)$$

c'est-à-dire, prendre un débouché superficiel D′, qui serait avec le débouché superficiel D, du pont construit, dans le même rapport que les débits q' et q, et comme nous savons que :

$$\frac{q'}{q} = \frac{d'}{d} \text{ (formule } e\text{)}$$

il s'ensuit qu'on pourrait écrire :

$$\frac{D'}{D} = \frac{d'}{d} \qquad (h)$$

c'est-à-dire se borner à prendre, pour le ponceau projeté, un débouché superficiel D′, proportionnel au débouché superficiel D du ponceau construit, dans le même rapport que les distances d' et d entre l'origine du cours d'eau et le lieu des situations des ouvrages.

Il est bien entendu que ces solutions ne s'appliquent qu'aux ouvrages situés sur des cours d'eau ordinairement réguliers, et dans le cas où, les versants présentant les caractères de similitude que nous avons définis, on a constaté préalablement que l'ouvrage pris comme terme de comparaison pouvait satisfaire aux conditions d'écoulement énoncées ci-dessus, quant à la vitesse des eaux, et quant au débouché superficiel libre.

Lorsque, sur le cours d'eau où l'on projette d'établir un ponceau, il n'existe aucun ouvrage qu'on puisse prendre pour terme de comparaison, on ne doit pas déduire le débouché de celui des ouvrages situés dans les environs sur d'autres cours d'eau, parce qu'il faudrait tenir compte non seulement des surfaces respectives des bassins, mais encore des pentes plus ou moins déclives des versants, de leur forme, de leur constitution géologique, etc. et que ces éléments multiples de comparaison seraient nécessairement trop difficiles à apprécier pour qu'on pût y trouver des données exactes.

Les débouchés comparatifs ne peuvent être appréciés d'une manière suffisamment exacte que dans un même bassin et sur un même cours d'eau, en se rendant compte préalablement des conditions d'écoulement des plus hautes eaux sous les ouvrages existants, et en augmentant ou en diminuant le débouché d'un ouvrage projeté, d'abord par rapport à la situation respective des ouvrages, et ensuite, par rapport aux observations faites et aux renseignements recueillis sur les effets du passage de l'eau sous les voûtes prises pour terme de comparaison.

De plus, il faudrait tenir compte des affluents, s'il y en avait, et augmenter ou diminuer le débouché du ponceau à construire, suivant que l'affluent, ne passant pas sous l'ouvrage construit, devrait passer sous l'ouvrage projeté (cas d'une construction à faire à l'*aval* de la construction existante), ou que l'affluent passerait sous l'ouvrage construit sans passer sous l'ouvrage projeté (cas d'une construction à faire à l'*amont* de la construction existante)

Ces affluents augmenteraient ou diminueraient le débit d'une quantité q'', qu'on évaluerait par rapport au débit des ouvrages, s'il en existait, ou au moyen des formules, en opérant directement sur le cours d'eau formant l'affluent.

271. En résumé, lorsqu'il existe sur un cours d'eau un ouvrage qu'on peut prendre comme terme de comparaison pour un ouvrage projeté sur ce même cours d'eau, on calculera le débit q en mètres cubes et par seconde, de l'ouvrage existant, au moyen de la formule :

$$q = mSU$$

dans laquelle m est un coefficient de contraction ; S, la section d'écoulement. et U la vitesse moyenne. Cette dernière valeur de U, si on ne peut la mesurer directement, s'obtiendra par la formule de M. Bazin :

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}}$$

dans laquelle R est le rayon moyen $= \frac{S}{\chi}$, I la pente par mètre qu'on peut évaluer en faisant un nivellement suivant l'axe du ruisseau. et A un terme qui est égal, pour des parois peu unies (maçonnerie de moellons) à :

$$A = 0{,}00024\left(1 + \frac{0{,}25}{R}\right).$$

Ayant déterminé le débit q de l'ouvrage existant, on calculera celui q' de l'ouvrage projeté au moyen de la relation

$$q' = q\sqrt{\frac{E'}{E}} \qquad (i)$$

dans laquelle E′ et E sont les surfaces respectives en kilomètres carrés des versants correspondants au lieu des situations des ouvrages, ce qui suppose que les versants

des bassins sont comparables, en tous les points, sous le rapport de la déclivité, de la constitution géologique du sol et de la nature des cultures. Étant donnée la surface relativement restreinte du bassin considéré, on peut en effet admettre que les pluies tomberont également sur toute la surface et que, le coefficient d'écoulement était partout sensiblement le même, la proportion ci-dessus pourra être admise.

Ou, plus simplement, on se servira de la relation (*e*) :

$$q' = q \times \frac{d'}{d}$$

qui donnera le débit q' cherché en fonction des distances d' et d en kilomètres, depuis l'origine de la vallée jusqu'aux points considérés.

Ce débit q' devrait être augmenté ou diminué comme nous l'avons dit, si le ponceau projeté devait débiter en plus ou en moins les eaux de un ou plusieurs affluents.

Enfin, connaissant les débits q et q', on calculera le débouché superficiel D' correspondant au débit q' au moyen de la formule (*g*) :

$$D' = D \frac{q'}{q}.$$

Mais cette formule suppose que les vitesses du courant sous les deux ponceaux considérés sont égales, et il est bien rare qu'on puisse admettre cette égalité à cause des influences locales et même lointaines qui viennent toujours modifier plus ou moins la vitesse du courant. Il faudrait donc, avant de faire usage de la formule ci-dessus, s'assurer préalablement, par l'examen du lit de la rivière entre l'ouvrage existant et celui projeté, que les conditions d'écoulement seront bien semblables, une fois le ponceau construit, et que, par conséquent, les deux vitesses peuvent être considérées comme étant égales.

Il faut remarquer que, S' étant la section mouillée calculée pour un débit q', on doit, pour avoir le débouché superficiel D', affecter S' d'un coefficient m, pour tenir compte de la forme étranglée de la section, lorsque l'eau s'élève au-dessus du plan des naissances, comme nous l'avons supposé ci-dessus. On aura donc :

$$D' = mS'$$

m est un coefficient arbitraire, toujours plus grand que l'unité et dont la valeur dépend de la surface de débouché libre plus ou moins grande (entre la clef et la ligne des hautes eaux) qu'on veut obtenir. Par suite, dans le cas où on calculerait le débouché D' en se servant du débit q' et de la vitesse correspondante U' évaluée indépendamment de la considération de la vitesse U sous l'ouvrage existant, on écrirait :

$$D' = m \frac{q'}{U'}. \qquad (45)$$

Mais il sera plus simple, si le débouché D mesuré de l'ouvrage existant est suffisant et si les vitesses U et U' peuvent être considérées comme étant égales, de se servir de la relation précédente :

$$D' = D \frac{q'}{q}. \qquad (46)$$

ou encore, puisque $\frac{q'}{q} = \frac{d'}{d}$:

$$D' = D \frac{d'}{d}. \qquad (47)$$

Si le débouché D de l'ouvrage existant est exagéré ou insuffisant, on le modifie en conséquence, et c'est la valeur rectifiée qu'on fait entrer dans la formule.

III. — Détermination du débouché d'après les superficies des bassins.

272. Il existe aujourd'hui peu de cours d'eau sur lesquels quelques ponts n'aient pas été déjà établis, soit par les ponts et chaussées et le service vicinal pour les routes et chemins, soit par les compagnies de chemins de fer pour les voies ferrées. Il est donc assez rare qu'on n'ait pas, en amont ou en aval du pont projeté, un ou plusieurs ouvrages existants permettant de déterminer le débouché par comparaison, comme nous venons de l'expliquer, en ayant soin de tenir compte des affluents s'il y en a entre les ouvrages considérés, et des circonstances particulières, locales ou lointaines, qui peuvent modifier le régime du courant à

l'emplacement choisi pour le pont à construire.

Cependant il peut arriver qu'il n'y ait pas d'ouvrage existant à proximité de celui à construire, et alors la détermination du débouché doit forcément se faire autrement que par comparaison. Du reste, même lorsque cette méthode est applicable, il est bon de vérifier le débouché obtenu, au moyen d'autres méthodes, si on possède les éléments à faire intervenir dans ces dernières. Nous allons d'abord exposer la méthode qui consiste à se servir de la superficie des bassins.

Connaissant la superficie d'un bassin qui déverse ses eaux dans la rivière, en amont du point où le pont doit être placé, la quantité maximum d'eau qui peut tomber sur le bassin dans un temps donné et le coefficient d'écoulement relatif à la pente des versants et à la constitution géologique du terrain, on pourrait évaluer le débit maximum que l'ouvrage projeté devrait assurer, et déduire de ce débit le débouché à lui donner.

On comprend donc qu'on puisse tirer d'utiles indications de la connaissance de la superficie des bassins, et de la quantité d'eau que ces bassins envoient à la rivière sur laquelle on veut établir le pont.

Gauthey dit à ce sujet, dans son *Traité des ponts* : « Cette quantité d'eau semble d'abord devoir être partout proportionnelle à la surface du terrain sur lequel tombent les eaux de pluie qui vont se rendre au point du cours d'eau de la

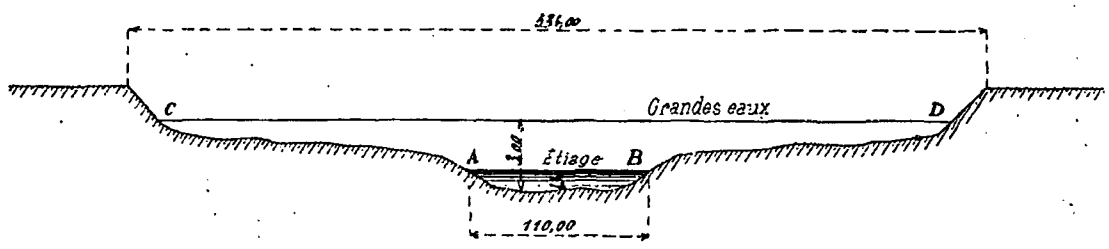


Fig. 199.

rivière où l'on élève le pont. Cependant, en partant de ce principe, on pourrait commettre de grandes erreurs. En effet, on a observé que la quantité d'eau qui tombe pendant la même année est très différente dans des lieux différents ; et de plus, la nature et l'inclinaison du terrain qui la reçoit influent beaucoup sur la manière dont elle s'écoule avec plus ou moins de vitesse, ou dont elle pénètre la terre à une plus ou moins grande profondeur. Il est facile de voir d'ailleurs que c'est moins la quantité d'eau tombée pendant toute l'année qu'il faudrait prendre en considération, que celle qui, tombant à l'époque des grandes pluies, ou résultant de la fonte des neiges, aurait donné lieu à une crue considérable. Cependant, s'il y a beaucoup de circonstances où l'on ne doive pas s'attacher à cette considération, il ne faut pas la négliger entièrement ; elle peut donner lieu à des rapprochements utiles, en l'appliquant à des lieux voisins les uns des autres, et où la disposition et la nature des terrains seraient à peu près les mêmes. »

273. *Exemple.* — Comme exemple d'application de la comparaison des superficies des bassins, nous citerons le calcul qui a été fait pour l'établissement d'un pont à Bonpas, sur la Durance. Ce pont, reconstruit en charpente, occupe à peu près toute la largeur du lit comprise entre deux digues éloignées l'une de l'autre de 534 mètres (*fig.* 199). Pendant les basses eaux, la largeur de la rivière est seulement de 110 mètres, et la profondeur moyenne est de $1^{m},30$. Pendant les crues, le niveau des eaux s'élève à 3 mètres au-dessus de l'étiage, et alors le courant occupe toute la largeur comprise entre les deux digues. La surface de la section transversale correspondante du courant est de 1 530 mètres carrés.

Le lit de la rivière n'étant point encaissé, et sa largeur étant considérable relativement à sa profondeur, il était difficile de connaître sa vitesse moyenne avec quelque exactitude, et par conséquent le calcul du débit ne pouvait donner qu'une approximation insuffisante.

On s'est alors servi, pour évaluer le débit à Bonpas, de celui qu'il était possible de calculer assez exactement dans un rétrécissement du lit de la rivière situé à 40 kilomètres en amont. Ce dernier étant évalué, il suffisait de lui ajouter la quantité d'eau fournie à la rivière par la partie du bassin comprise entre les deux points considérés pour avoir le débit à Bonpas. Voici comment on a opéré.

Le rétrécissement dont nous venons de parler se produit près de Mirabeau. Il est

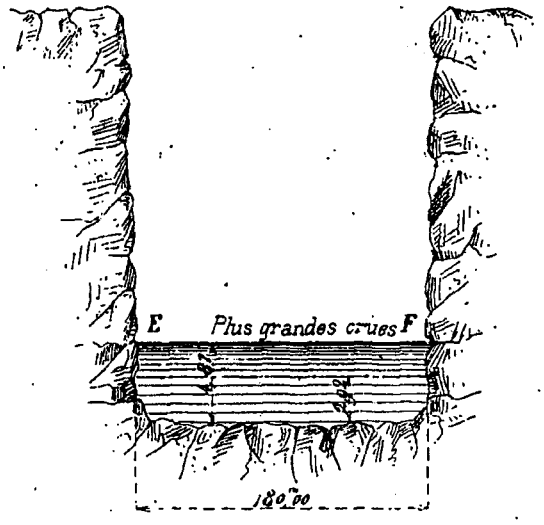


Fig. 200.

formé par deux rochers presque à pic, distants de 180 mètres seulement (*fig.* 200). On a observé dans cet endroit la hauteur et la vitesse de l'eau pendant des crues plus ou moins considérables, et on a reconnu :

1° Que la rivière ayant $2^m,44$ de profondeur réduite, la vitesse moyenne était de $1^m,95$ par seconde;

2° Que lorsque la rivière avait $2^m,92$ de profondeur réduite, la vitesse moyenne était de $2^m,44$ par seconde ;

3° Qu'au moment des plus grandes crues, la profondeur des eaux étant de $4^m,87$, la vitesse moyenne était de $4^m,12$. Ainsi, dans ce dernier cas, celui qu'il faut particulièrement considérer, le débit de la rivière est :

$$180 \times 4,87 \times 4,12 = 3\,612^{mc}.$$

Entre Mirabeau et Bonpas, la Durance ne reçoit que quelques ruisseaux ou torrents peu importants. On peut évaluer approximativement la différence dans les quantités d'eau qui passent aux deux endroits, en comparant les superficies correspondantes des bassins. Or, la superficie du bassin relatif à Bonpas, surpasse celle relative à Mirabeau de 1/16. Donc, en ajoutant au débit 3 612 mètres cubes, précédemment calculé, pour Mirabeau, 1/16 de ce débit, on aura le débit à Bonpas :

$$3\,612 + \frac{3\,612}{16} = 3\,838^{m.c.}$$

ce qui, pour une section d'écoulement de 1 530 mètres carrés donne une vitesse par seconde égale à :

$$\frac{3\,838}{1\,530} = 2^m,51.$$

274. Dans l'exemple ci-dessus, on a admis que la variation du débit est proportionnelle à celle de la superficie du bassin. Cela n'est pas toujours suffisamment vrai.

« Lorsqu'on manque de renseignements sur les crues, dit M. Lechalas, et qu'on se livre à des observations sur les ouvrages d'art existant dans le pays, il faut se rendre compte des différences, dans les orientations, dans les natures de terrains; comparer les formes en plan et en profil. Telle exposition comporte des pluies moins considérables qu'une autre ; telle forme allongée et telles pentes faibles une propagation plus lente qu'une surface ramifiée et abrupte. Les circonstances topographiques ont une telle importance qu'elles peuvent suffire à faire varier la durée de l'évacuation des eaux dans d'énormes proportions : les débits maxima à la seconde varient nécessairement en sens inverse.

Précisons par un exemple choisi dans un petit bassin, où les débits maxima

correspondent à de grandes averses. Un orage intense ayant, en juin 1873, versé des masses d'eaux sur les bassins des Ecameaux et de Thuit-Auger, qui se réunissent à l'entrée d'Elbœuf, les égoûts de la ville en écoulèrent une partie et le reste prit sa course à travers les rues. On a pu calculer que le volume jeté à la Seine avait été de 290 700 mètres cubes ; mais l'orage n'avait duré que deux heures, tandis que le versement à la rivière s'est prolongé pendant sept heures et demie. Si l'on voulait refaire les égoûts, ou les compléter, de manière à exonérer les voies publiques, faudrait-il qu'ils pussent écouler $\frac{290\ 700 \text{ m. c.}}{7\ 200} = 40$ à 41 mètres cubes par seconde? Évidemment non, puisque l'écoulement s'est réparti sur beaucoup plus de deux heures ou 7 200 secondes. Mais il ne faudrait cependant pas diviser par le nombre de secondes correspondant à sept heures et demie, car ce serait supposer un écoulement uniforme, tandis qu'il y a eu forcément une phase de croissance, une étale et une phase de décroissance. C'est de l'étale qu'il faut tenir compte dans le calcul. Le débit ayant été de 17 mètres cubes à la seconde pendant sa durée, on devra baser sur ce volume l'étude des ouvrages. Si l'on comptait sur 40 à 41 mètres cubes on grossirait la dépense sans utilité, l'orage dont il s'agit paraissant être un maximum. Cet exemple montre qu'il serait essentiel de pousser à fond l'étude des pluies exceptionnelles et des circonstances des écoulements qui en résultent. Intéressantes par elles-mêmes, les études de ce genre devraient être entreprises indépendamment de tout projet de travaux ; sans cela, les renseignements feront défaut quand on en aura besoin. »

Marche à suivre pour un ponceau.

275. Nous supposons que la forme et l'étendue du bassin dans lequel le ponceau est projeté sont connues. Nous admettons également qu'on sait quelle est la quantité de pluie qui peut tomber par seconde, quelle est sa durée et quelle est la valeur qu'il faut attribuer au coefficient d'écoulement.

La forme et l'étendue du bassin, si on ne les a par mesure directe, pourraient être mesurées sur les cartes de l'état-major.

Quant à la quantité de pluie à considérer dans la détermination du débouché, elle est donnée par les observations pluviométriques faites dans la contrée. Dans le cas où on ne posséderait aucune observation pluviométrique faite dans le bassin même, il faudrait prendre pour base les résultats d'observations faites dans un bassin se trouvant autant que possible dans les mêmes conditions que celui dans lequel on opère. Enfin, dans le cas où ces dernières observations feraient défaut, on se baserait sur les chiffres donnés aux nos 58 à 67, en interprétant comme il convient toutes les particularités relatives au bassin considéré.

Mais, en général, on possède presque toujours aujourd'hui des observations pluviométriques qui permettent d'évaluer, avec une approximation suffisante, la quantité de pluie qu'on a besoin de connaître.

Il n'en est pas de même du coefficient d'écoulement dont la valeur est plus difficile à évaluer. Néanmoins, avec ce qui a été dit aux nos 67 à 74, il sera possible d'attribuer à ce coefficient une valeur suffisamment approchée.

On comprend dès à présent que la méthode que nous exposons en ce moment ne peut donner qu'un résultat approximatif ; elle peut cependant fournir d'utiles indications quand on ne possède pas d'autres éléments de la question. Elle ne devra, en effet, être appliquée que lorsqu'on sera dans l'impossibilité absolue de se procurer des renseignements sur le débit et la hauteur des crues. Quand, au contraire, ces renseignements pourront être connus avec une exactitude suffisante, il vaudra toujours mieux faire usage de la méthode dont nous nous occuperons un peu plus loin (nos 282 à 291).

Quoiqu'il en soit, connaissant la forme et l'étendue du bassin dans lequel le ponceau est projeté ; connaissant aussi, soit

par des observations pluviométriques faites sur place, soit autrement, la plus grande quantité de pluie qui peut tomber pendant l'unité de temps et la durée de cette pluie, ainsi que la valeur approximative du coefficient d'écoulement, on arrive à se rendre à peu près compte de la quantité d'eau que le ponceau devra débiter par seconde.

Quand le bassin est petit et que les versants ont de la pente, on admet que la plus forte pluie se répartit également sur toute la surface du bassin et que sa durée est assez grande pour que, au moment où la pluie cesse, l'eau qui est tombée au point du bassin le plus éloigné de l'ouvrage à établir, ait eu le temps d'arriver jusqu'à l'emplacement de cet ouvrage. Dans ce cas, le ponceau doit débiter, par seconde, le volume d'eau qui est tombé, pendant le même temps, sur toute l'étendue du bassin, multiplié par le coefficient d'écoulement, c'est-à-dire le volume qui correspond aux plus fortes crues.

Problème.

276. *Calculer le débouché d'un ponceau, connaissant la superficie du bassin et la plus grande quantité de pluie qui peut tomber par seconde.*

Mesurer approximativement la superficie du bassin est chose assez facile, sur une carte de l'état-major ou sur le plan d'une triangulation faite sur les crêtes environnantes. On ne prend de cette superficie que celle qui intéresse l'ouvrage projeté, car il est évident qu'il y aura en aval de cet ouvrage une partie du bassin qui n'aura aucune influence sur la quantité d'eau à débiter.

On trouve que la partie du bassin qui fournira l'eau au ponceau est d'environ 1192 hectares ou 11 920 000 mètres carrés. D'autre part, les observations pluviométriques faites dans la région, montrent que la plus forte pluie d'une certaine durée a donné $0^{mc},000\ 010$ par seconde et par mètre carré. La durée constatée des pluies fournissant ce volume d'eau est telle qu'on peut admettre que l'eau tombée au point le plus éloigné de l'ouvrage y sera arrivée avant la cessation de la pluie. A ce moment, si toute l'eau tombée venait au thalweg, la quantité d'eau qui passerait à l'emplacement du ponceau, serait égale, par seconde, à la quantité tombée sur toute la surface considérée du bassin, pendant le même temps. Ce volume serait :

$$11\ 920\ 000 \times 0,\ 000\ 010 = 119^{mc},20$$

par seconde.

De plus, l'examen attentif des déclivités des versants et de la nature géologique du sol, fait penser que l'absorption sera de 55 $^0/_0$ environ, ce qui donne un *coefficient d'écoulement* de 45 pour 100. Le ponceau devra donc pouvoir débiter par seconde 45 $^0/_0$ du volume ci-dessus soit $53^{mc},64$.

Ayant ainsi évalué le volume maximum d'eau Q à débiter par seconde, on détermine le débouché comme nous l'indiquerons pour le cas où le débit maximum de la rivière est connu (n° 291).

277. La méthode de calcul que nous venons d'exposer n'est évidemment applicable que lorsque le bassin est assez petit pour que la première eau venue de l'extrémité soit arrivée au ponceau avant la cessation de la pluie, et encore, n'a-t-on aucune donnée précise sur le temps que mettra l'eau tombée pour arriver au point où l'ouvrage doit être établi.

D'autre part, dans un grand bassin, et surtout dans celui qui serait très allongé, il n'y aurait qu'une pluie de longue durée qui permettrait de faire l'hypothèse précédente.

En résumé, s'il s'agit d'un petit bassin, la quantité d'eau fournie par un orage ou une trombe d'eau, déduction faite du volume absorbé par le sol, surtout par les terrains perméables, devra pouvoir être débitée par le ponceau dans le même temps qu'elle a mis à tomber. On aura donc à baser les calculs sur le chiffre le plus élevé d'eau fournie par les orages les plus violents mais de courte durée (n° 63).

Marche à suivre pour un pont.

278. Si la rivière a des affluents, en amont de l'emplacement choisi pour l'ouvrage projeté, on mesure la superficie du bassin principal et celle des bassins se-

condaires. Puis on étudie le régime des pluies dans la région. On examine ensuite avec soin, la configuration particulière de chaque bassin ainsi que la constitution géologique du sol ; on déduit de cet examen, le régime de la rivière et de ses affluents, et le coefficient d'écoulement applicable à chacun d'eux. On peut ainsi se rendre compte approximativement de la quantité totale d'eau que l'ouvrage devra débiter au maximum. Il ne faudra pas négliger d'étudier aussi la possibilité de la superposition des crues des divers affluents de la rivière. Ces affluents seront ou tranquilles, ou torrentiels, et nous nous sommes expliqué sur les effets produits dans les divers cas (nos 78 à 84 et 267).

S'il n'existe pas, dans la région, d'observations pluviométriques déjà organisées et si on n'a pas le temps de les faire faire soi-même sur une période d'années assez longue, ce qui est très fréquent, puisque la construction de l'ouvrage suit ordinairement de très près l'étude de son projet, on est obligé d'avoir recours aux données fournies par des observations s'appliquant à d'autres bassins, placés dans des conditions aussi semblables que possible comme forme, pente, nature géologique du sol, etc. Les chiffres que nous avons donnés peuvent alors fournir quelques indications utiles.

Lorsque le bassin a une grande étendue, ce sont les pluies persistantes qui donnent ordinairement le volume le plus considérable à débiter, car les débits maxima des affluents peuvent alors se superposer, si leurs crues sont assez durables pour qu'elles puissent arriver en même temps à l'endroit de l'emplacement considéré. Les violents orages se produisent rarement sur toute l'étendue du bassin au même instant, et du reste, les eaux tombées dans un temps très court n'arriveraient pas simultanément au même point du cours d'eau principal. On voit donc que la pluie la plus défavorable pour un grand bassin, ayant plusieurs affluents, est généralement celle qui dure le plus longtemps avec une intensité relativement forte, et non celle qui serait la plus violente mais qui ne durerait que quelques instants.

Le chiffre à faire entrer dans les calculs peut être alors l'une des moyennes indiquées précédemment (n° 58) pour le maximum de hauteur d'une pluie torrentielle de longue durée. Dans ce cas, une moyenne de $0^m,08$ à $0^m,10$ par 24 heures conviendrait parfaitement, soit une hauteur moyenne de $0^m/_m,06$ ou $0^m/_m,07$ par minute. Pour une plus large évaluation on pourrait admettre un dixième de millimètre. Les volumes correspondants *par seconde et par mètre carré* seraient : $0^{mc},000\,001$ environ dans le premier cas et $0^{mc},000\,0017$ dans le deuxième.

On voit, par ce qui précède, quelle

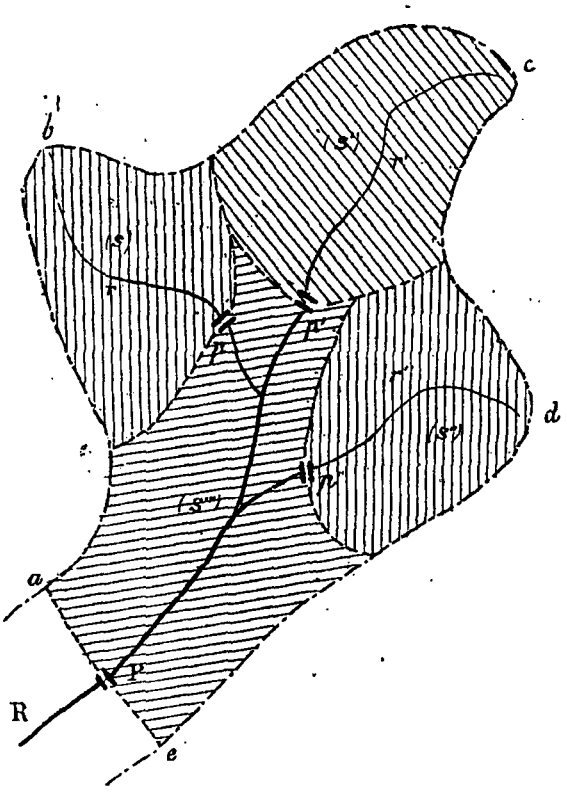


Fig. 201.

incertitude dans la grandeur du débouché résulte de la méthode appliquée comme nous venons de le dire. Mais, en général on a, pour un grand bassin, d'autres éléments d'appréciation qui permettent d'opérer plus exactement de la manière suivante.

279. Il y a, en effet, le plus souvent

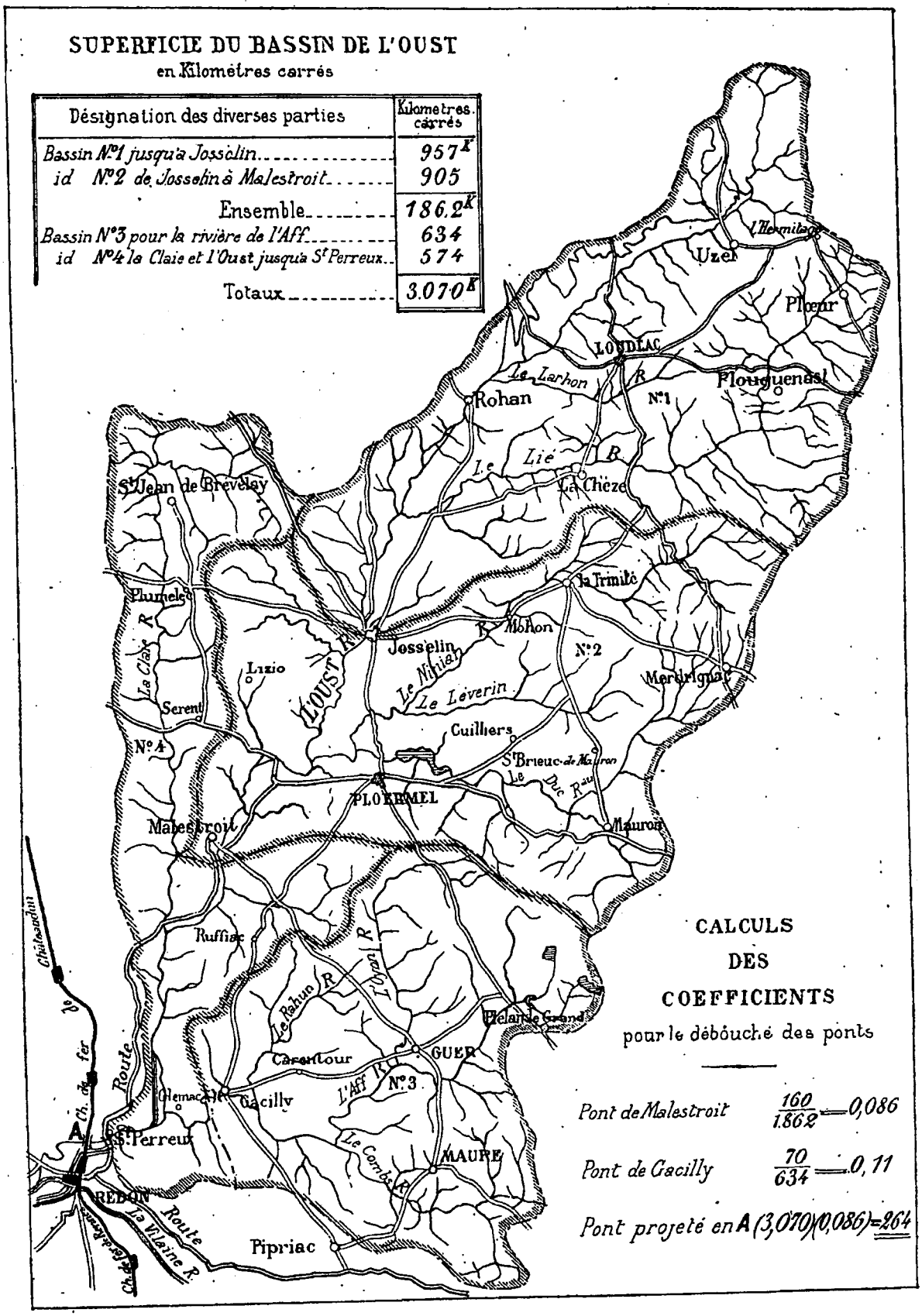

SUPERFICIE DU BASSIN DE L'OUST
en Kilomètres carrés
Désignation des diverses parties | Kilomètres carrés
Bassin N°1 jusqu'à Josselin | 957K
id N°2 de Josselin à Malestroit | 905
Ensemble | 186.2K
Bassin N°3 pour la rivière de l'Aff | 634
id N°4 la Claie et l'Oust jusqu'à St Perreux | 574
Totaux | 3.070K
CALCULS
DES
COEFFICIENTS
pour le débouché des ponts
Pont de Malestroit 160/1862 = 0,086
Pont de Gacilly 70/634 = 0,11
Pont projeté en A (3,070)(0,086) = 264
Uzel
Plœur
LOUDIAC
Le Larhon R
Rohan
N°1
Plouguenast
Le Lié R
La Chèze
St Jean de Brevelay
Plumelec
La Claie R
Serent
N°4
Lizio
L'OUST R
Josselin
Le Ninian R
Le Léverin
Mohon
N°2
la Trinité
Merdrignac
Cuilliers
St Brieuc-de-Mauron
Le Duc R
PLOERMEL
Mauron
Malestroit
Ruffiac
Le Rahun R
L'Oyon R
Plélan le Grand
GUER
Carentour
L'Aff R
N°3
Gacilly
Glemac
St Perreux
Le Combs R
MAURE
REDON
Route
La Vilaine R
Pipriac
Ch. de fer de Châteaudun
A

Fig 202.

en amont de l'ouvrage à construire, sur le cours d'eau principal et sur ses affluents, des ponts qui peuvent servir de bases de comparaison.

Soit un bassin ayant un contour limité par la ligne *abcde* (*fig.* 201) donnant naissance à la rivière R, résultant de trois affluents r, r', r''. Sur ces affluents, existent les ponts p, p', p'' dont on peut connaître les débouchés d, d', d''. On veut déterminer le débouché D d'un pont placé au point P.

Pour cela, on mesure d'abord les superficies des bassins secondaires s, s', s'', s''' placés en amont des ponts p, p' p'' et de l'emplacement P. On relève ensuite les débouchés d, d', d'' des ponts existants. On suppose ces débouchés suffisants. Dans le cas où ils seraient trop petits ou trop grands, on rectifierait d'abord les valeurs d, d' d'' avant de les faire entrer dans le calcul.

La somme des superficies des bassins partiels est égale à la superficie totale S à considérer pour le pont P:

$$s + s' + s'' + s''' = S.$$

D'autre part, en divisant le débouché d du pont p par la superficie correspondante on a un coefficient c qui représente le débouché pour l'unité de surface, laquelle unité est ordinairement le kilomètre carré:

$$c = \frac{d}{s}.$$

On aura de même pour les autres ponts p' et p'' :

$$c' = \frac{d'}{s'}; \qquad c'' = \frac{d''}{s''}.$$

De ces coefficients c, c', c'', on déduit le coefficient C à appliquer au pont à construire en P, soit en prenant une moyenne de ces coefficients partiels, soit en donnant, dans la moyenne, la prépondérance à celui de ces coefficients qui est relatif au bassin dont les conditions se rapprochent le plus du bassin dans lequel est situé le nouvel ouvrage.

Une fois le coefficient total C ainsi déterminé, on calcule le débouché cherché D en multipliant ce coefficient par la superficie totale S:

$$D = C \times S.$$

280. *Exemple.* — Voici un exemple du calcul précédent, extrait du *Cours de Ponts* de M. Morandière, et que cet auteur donne d'après un travail que M. Chéguillaume a fait en 1860 pour déterminer le débouché d'un pont à construire en A (*fig.* 202) sur l'Oust, près de Redon, sur le chemin de fer de Nantes à Châteaulin. (La figure 202 est une carte hydrographique du bassin de l'Oust, extraite de la carte de l'État-Major).

Il existait à Saint-Perreux, dit M. Morandière, à peu de distance en amont, un pont suspendu de 36 mètres d'ouverture, présentant un débouché total de 170 mètres carrés. Mais lors des crues, l'eau couvrait sur une longueur de près de 500 mètres, la chaussée de la route qui traverse la vallée à la suite du pont, et il était très difficile d'apprécier la quantité d'eau qui se déversait ainsi.

Comme il existait sur l'Oust, à Malestroit, un pont de 30 mètres d'ouverture, dont le débouché, lors des crues est de $d = 160$ mètres carrés, et un autre pont sur l'Aff, à Gacilly, dont le débouché, en temps de crue est de $d' = 70$ mètres carrés, on a mesuré avec soin l'étendue des bassins, et on a trouvé :

Pour celui de l'Oust, dont les eaux arrivent à Malestroit, (bassins n°s 1 et 2)	$s =$	1 862 k.q.
Pour celui de l'Aff, dont les eaux arrivent à Gacilly (bassin n° 3). . .	$s' =$	634 »
Et pour le bassin n° 4, qui déverse ses eaux avec les deux autres en A. .	$s'' =$	574 »
Total	S =	3070 k.q.

Il en résulte que le pont de Malestroit présente un débouché de

$$c = \frac{d}{s} = \frac{160}{1\,862} = 0^{m.q},086,$$

par kilomètre carré de bassin; et que le pont de Gacilly présente un débouché de

$$c' = \frac{d'}{s'} = \frac{70}{634} = 0^{m.q},11,$$

par kilomètre carré.

Le coefficient c' du bassin de l'Aff, devait en effet être un peu plus fort, car ce bassin est à pentes plus rapides; il est le

moins étendu; il est plus large que long; et il contient trois petites rivières dont les eaux se réunissent un peu en amont du pont de Gacilly et arrivent ainsi plus vite toutes ensemble à ce point.

On a pensé que pour un pont à construire sur l'Oust au point A, dans une partie plus basse du val, on pouvait diminuer un peu les coefficients trouvés à Malestroit et à Gacilly, et qu en opérant entre eux une compensation convenable, il serait prudent d'adopter pour le pont A le coefficient C = 0,086. Le débouché total de ce pont, déduit du coefficient C, est donc :

$$D = C \times S = 0{,}086 \times 3\,070 = 264$$

mètres carrés.

Le coefficient proportionnel exact eut été de 0,092 et le débouché correspondant :

$$0{,}092 \times 3\,070 = 282$$

mètres carrés, supérieur au précédent de

$$282 - 264 = 18$$

mètres carrés.

Le pont, construit sur ces données en 1861, s'est trouvé dans de très bonnes conditions pour l'écoulement des crues, qui sont survenues depuis cette époque.

281. M. Croizette Denosyers, dans son *Traité des ponts*, rapporte les travaux entrepris par M. Bouffet, ingénieur en chef à Carcassonne, pour déterminer les débouchés par rapport à la superficie des bassins dans le département de l'Aude. A la suite de nombreuses observations,

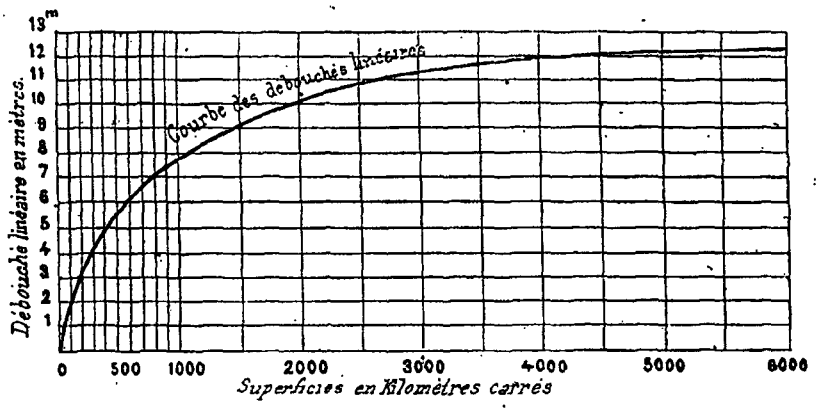


Fig. 203.

M. Bouffet a obtenu les résultats résumés par la courbe ci-dessus (*fig.* 203).

Cette courbe est relative aux *débouchés linéaires*; ses cotes sont les ordonnées des quatre équations suivantes :

De 0 à 20 kilomètres superficiels (x étant exprimé en kilomètres superficiels) :

$$y = -0{,}023\,x^2 + 1{,}11\,x;$$

De 20 à 1 000 kilomètres superficiels (x étant exprimé en centaines de kilomètres superficiels) :

$$y = -0{,}55\,x^2 + 12{,}5\,x + 10{,}50;$$

De 1 000 à 4 000 kilomètres superficiels (x étant exprimé en milliers de kilomètres superficiels) :

$$y = -3{,}5\,x^2 + 30\,x + 54$$

Et enfin, au-dessus de 4 000 kilomètres superficiels (x étant encore exprimé en milliers de kilomètres superficiels) :

$$y = 2\,x + 110.$$

Cette dernière équation montre qu'à partir de 4 000 kilomètres superficiels, la série des ordonnées produit une ligne droite.

Il semble que la série des débouchés pourrait être représentée à peu près par une seule courbe parabolique.

De ses observations, M. Bouffet a aussi déduit une courbe des hauteurs des crues que nous croyons inutile de reproduire.

Dans les applications, M. Bouffet procède ainsi qu'il suit :

1° Calculer la superficie du bassin d'après la carte de l'état-major;

2° Prendre les débouchés d'après la courbe (*fig.* 203), en tenant compte ainsi qu'il suit du rapport entre la largeur l et la longueur L du bassin :

$$\frac{l}{L} = 0{,}05 ; \quad y' = 0{,}80\, y$$
$$\text{»} = 0{,}10 ; \quad \text{»} = 0{,}90\, y$$
$$\text{»} = 0{,}20 ; \quad \text{»} = y$$
$$\text{»} = 0{,}30 ; \quad \text{»} = 1{,}10\, y$$
$$\text{»} = 0{,}40 ; \quad \text{»} = 1.20\, y$$

y' représente les ordonnées qui correspondent au rapport $\frac{l}{L}$ placé en regard, et y les ordonnées de la courbe (*fig.* 203). Cette courbe correspond au cas où le rapport de la largeur à la longueur du bassin égale 0m,20. Dans ce cas les ordonnées à considérer sont justement celles de la figure. Par conséquent, si on opère dans un bassin dont le rapport $\frac{l}{L}$ est égal à 0m,20, la courbe de la figure 203 donnera le débouché cherché sur l'ordonnée correspondant à la superficie. Ainsi, pour un bassin ayant une superficie de 2 500 kilomètres carrés, le *débouché linéaire* serait de 10m,80 à 10m,90, pour un rapport $\frac{l}{L} = 0.20$. Pour un rapport autre que 0,20, $\frac{l}{L} = 0{,}10$, par exemple, on prendrait la même ordonnée sur la figure, soit 10m,90 et on la multiplierait par 0,90 puisque d'après le tableau ci-dessus, $y' = 0{,}90\, y$. On aurait comme débouché linéaire :

$$10{,}90 \times 0{,}90 = 9^{m},81.$$

Les résultats pour toutes les courbes, c'est-à-dire pour tous les rapports $\frac{l}{L}$, doivent être augmentés quand les versants sont dénudés et à fortes pentes, tandis qu'ils doivent, au contraire, être diminués pour les cours d'eaux en plaine.

3° Prendre la hauteur des crues d'après les observations faites sur les lieux et l'augmenter de 1/10 pour tenir compte de l'incertitude de ces observations ;

4° Calculer le remous d'après la formule ordinaire approximative et l'ajouter à la hauteur des crues ;

5° Enfin, tracer l'intrados de manière à contracter le moins possible la section et laisser entre le niveau des crues et la clef une hauteur suffisante pour le passage des corps flottants.

« Cette méthode est très rationnelle, ajoute M. Croizette-Desnoyers, mais les chiffres ci-dessus ne sont réellement applicables qu'au département même pour lequel les formules ont été établies. Ces chiffres doivent donc seulement être pris comme bases de comparaison avec les observations qui seraient faites, suivant cette même méthode, dans d'autres régions. Il serait très désirable que ces applications fussent répandues autant que possible et que les ingénieurs s'attachassent à établir dans chaque département trois courbes ; l'une pour la montagne, l'autre pour les terrains moyennement accidentés et la troisième pour la plaine. »

IV. — Détermination du débouché d'après des observations directes.

1° *On peut mesurer directement la hauteur et le débit des plus fortes crues.*

282. Quand le bassin dans lequel le pont projeté doit être établi a une grande superficie et qu'on ne possède pas les éléments de comparaison dont on a fait usage dans les méthodes précédentes : ponts existants sur la rivière et ses affluents, quantité de pluie et coefficient d'écoulement, il faut opérer d'une autre manière. La méthode dont nous allons parler est du reste la meilleure si on peut se procurer les bases du calcul.

Nous avons à examiner deux cas ; dans le premier, nous supposons qu'une des plus fortes crues de la rivière se produit au moment où le pont est en projet. On connaît l'emplacement de l'ouvrage et on peut en cet endroit, ou à proximité, mesurer la hauteur et le débit maxima de la crue. C'est le cas le plus favorable. Dans le deuxième, nous admettons, si la plus forte crue ne peut être directement observée, qu'on connaît au moins la

hauteur à laquelle s'est élevée la plus forte crue connue. C'est le cas le plus fréquent.

Nous avons longuement expliqué comment, avec les divers instruments de jaugeage, on pouvait mesurer, soit la vitesse à la surface pour en déduire la vitesse moyenne, (flotteurs de surface, tachymètre de M. Ritter, récemment inventé et spécialement destiné à la mesure des crues), soit un certain nombre de vitesses dans la section transversale, pour en déduire encore la vitesse moyenne avec une plus grande approximation (doubles flotteurs, moulinets de Woltmann, de M. Baumgarten, de M. Harlacher, de M. Bréguet et de M. Ritter, tubes de Pitot, de M. Darcy, de M. Ritter, hydro-dynamomètre de M. de Perrodil), soit enfin la vitesse moyenne de verticales servant encore au calcul de la vitesse moyenne (tiges lestées et intégrateur mécanique de M. Harlacher). (Voir nos 117 à 157.)

Nous avons également exposé les diverses méthodes de calcul des débits à employer selon l'instrument de jaugeage dont on dispose (nos 157 à 184).

D'autre part, on trouve aux nos 113, 114 et 115 les opérations à faire pour la mesure de la section transversale d'un cours d'eau.

Ce sont là tous les éléments qui permettent de faire la mesure du débit dans le cas particulier dont nous nous occupons en ce moment.

Au moment de la crue, que nous supposons se produire pendant l'étude de l'ouvrage à construire, on mesurera donc, comme nous l'avons expliqué, les vitesses permettant de calculer la *vitesse moyenne* du courant. On relèvera en même temps une ou plusieurs sections transversales du lit de la rivière.

Lorsque les eaux s'étendent sur les rives submersibles, ce qui se produit le plus fréquemment, on se contente de repérer exactement la hauteur des eaux à l'endroit de chaque profil transversal considéré et, quand la rivière est rentrée dans son lit habituel, il est alors facile de relever le profil des rives précédemment inondées, au moyen d'un simple nivellement.

Si donc on éprouvait quelque difficulté à faire les sondages des profils transversaux du lit de la rivière au moment de la crue, on pourrait les faire après, en ayant soin de repérer soigneusement le niveau du courant lorsque la crue atteint sa hauteur maximum. Cependant, on ne devrait opérer ainsi que dans le cas où le lit de la rivière serait non affouillable.

Dans le cas contraire, c'est-à-dire lorsque le cours d'eau est à fond mobile, les courants des crues produisent des affouillements et des déplacements qui modifient complètement la forme du lit. Les profils qu'on relèverait, dans ces conditions, après la crue, ne seraient pas semblables à ceux qui existaient au moment de la mesure des vitesses, et ils ne pourraient, par conséquent, servir qu'à faire un calcul erroné.

Donc, lorsque la rivière est à fond mobile, il est essentiel de relever les sections transversales du lit *en même temps* qu'on mesure les vitesses du courant.

Le calcul de la vitesse moyenne est assez difficile à faire avec quelque précision quand la rivière est débordée. Le terrain submersible est en effet recouvert d'une couche d'eau ayant parfois une très faible épaisseur et une vitesse presque nulle tandis que le courant prend une grande vitesse à l'endroit du lit ordinaire. On peut alors, sans grande erreur, retrancher de la section transversale d'écoulement les parties où la vitesse est à peu près nulle.

Quoi qu'il en soit, il faut avoir soin quand la rivière est débordée et que les observations sont faites dans une section comprenant un lit mineur et un lit majeur, de calculer le débit comme nous l'avons expliqué au n° 100.

Il serait préférable toutefois de faire les observations à proximité de l'emplacement du pont dans un endroit où le lit serait assez encaissé pour qu'il n'y eut pas de débordement, si cet endroit rétréci existait. On éliminerait ainsi l'incertitude qui résulte de l'évaluation du débit des parties latérales de la section d'une rivière débordée.

Dans le cas où le rétrécissement considéré serait placé assez loin du pont à

construire, on devrait en outre tenir compte de la quantité d'eau qui passe en plus ou en moins à l'emplacement de l'ouvrage en projet, selon que cet emplacement est situé en aval ou en amont du rétrécissement. On opèrerait alors comme il a été expliqué au n° 273.

2° *On connaît seulement la hauteur des plus fortes crues.*

283. Dans ce qui précède, nous avons supposé qu'on avait l'occasion d'observer une forte crue et de mesurer la vitesse moyenne du courant en même temps que la hauteur des eaux. Mais il est bien rare qu'une pareille crue survienne juste au moment de l'étude du pont à construire, et l'ingénieur chargé de la construction ne peut par conséquent faire lui-même les observations. Il ne peut se baser que sur les renseignements qu'il se procurera et qui lui permettent d'établir à peu près le niveau des plus hautes crues. Les habitants âgés d'un pays se souviennent assez bien de la hauteur atteinte par les eaux des grandes crues. Ils savent qu'à tel endroit il y avait telle profondeur d'eau, que dans telle rue d'un village l'eau allait jusqu'à un point déterminé, que le long de telle maison, l'eau s'élevait jusqu'à telle hauteur, etc. ; les eaux limoneuses de certaines rivières laissent même quelquefois des marques qu'il est facile de retrouver sur d'anciennes constructions.

Connaissant la hauteur de la crue, il faut d'abord en déduire le débit correspondant, auquel devra satisfaire le débouché, et le problème à résoudre est le suivant :

Problème.

284. *Connaissant le niveau de la surface du courant, calculer le débit.* — Ayant établi aussi exactement que possible le niveau des plus fortes crues, à l'endroit de l'emplacement du pont projeté, on a à considérer deux cas, selon que le lit est régulier ou irrégulier. Dans le premier cas, le lit de la rivière peut être assimilé à un canal régulier, et dans le deuxième cas il faut employer la méthode relative au mouvement varié dans les canaux irréguliers.

285. 1° *Le lit est régulier.* — On relève, à l'endroit de la rivière où le pont doit être établi, un profil en travers du lit, et on nivelle le fond, de manière à avoir la *pente longitudinale* par mètre au point considéré.

Le *profil en travers* est dessiné à une échelle déterminée ; on porte sur ce profil le niveau des plus fortes crues connues. On détermine ainsi la *section transversale d'écoulement* du courant.

Cela fait, on opère comme il a été expliqué au n° 94. On mesure sur le profil transversal ou on calcule le périmètre mouillé χ et la section d'écoulement Ω. On en déduit la valeur du rayon moyen :

$$R = \frac{\Omega}{\chi}.$$

On peut alors calculer la vitesse moyenne U, au moyen de la formule de Bazin, (n° 17, page 72) :

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}}$$

dans laquelle on connaît la valeur de R précédemment calculée, la pente par mètre I de la surface du courant. (Cette pente dans le régime permanent uniforme des canaux prismatiques est la même que celle du fond.) La valeur du terme A est, pour des parois en terre :

$$A = 0{,}00028\left(1 + \frac{1{,}25}{R}\right)$$ (n° 14, page 71).

On a enfin le débit Q par seconde de la rivière pendant les crues, en multipliant la section d'écoulement Ω par la vitesse moyenne U :

$$Q = \Omega\, U.$$

EXEMPLE NUMÉRIQUE

286. Le relevé du profil en travers du lit du cours d'eau, à l'endroit où le pont doit être établi donne, par exemple, le résultat représenté par le croquis ci-contre (*fig.* 204). C'est une ligne courbe qu'on remplace par la ligne brisée *abcdef* se confondant à peu près avec la première. Les cotes des sommets de ce contour polygonal sont prises par rapport au niveau de la mer. Le niveau des plus fortes crues

connues, supposé horizontal, est reporté sur le profil en *af*.

D'autre part, le nivellement du profil en long du fond du lit donne, à l'endroit considéré, une pente de $0^m,0004$ par mètre. La forme du lit est supposée prismatique.

Nous commençons par calculer les deux facteurs χ et Ω du rayon moyen R.

Les droites *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ef*, composant le périmètre mouillé, ont respectivement comme longueurs :

$$ab = \sqrt{(50,00)^2 + (5,00)^2} = 50^m,25,$$
$$bc = \sqrt{(15,00)^2 + (8,00 - 5,00)^2} = 15^m30,$$
$$cd = 30^m,000,$$
$$de = \sqrt{(10,00)^2 + (8,00 - 6,00)^2} = 10^m,20,$$
$$ef = \sqrt{150,00)^2 + 6,00)^2} = 150^m,10.$$

Le périmètre χ a donc pour valeur :

$$\chi = 50,25 + 15,30 + 30,00 + 10,20 + 150,10 = 255^m,85.$$

En évaluant séparément les surfaces triangulaires et trapézoïdales qui composent la section Ω, on a :

$$S = \frac{50,00 \times 5,00}{2} = 125,00$$
$$S_1 = \frac{8,00 + 5,00}{2} \times 15,00 = 97,50$$
$$S_2 = 30,00 \times 8,00 = 240,00$$
$$S_3 = \frac{8,00 + 6,00}{2} \times 10,00 = 70,00$$
$$S_4 = \frac{150,00 \times 6,00}{2} = 450,00.$$

La surface de la section d'écoulement Ω est donc :

$$\Omega = S + S_1 + S_2 + S_3 + S_4$$
$$\Omega = 125,00 + 97,50 + 240,00 + 70,00 + 450,00$$
$$\Omega = 982^{m.2},50.$$

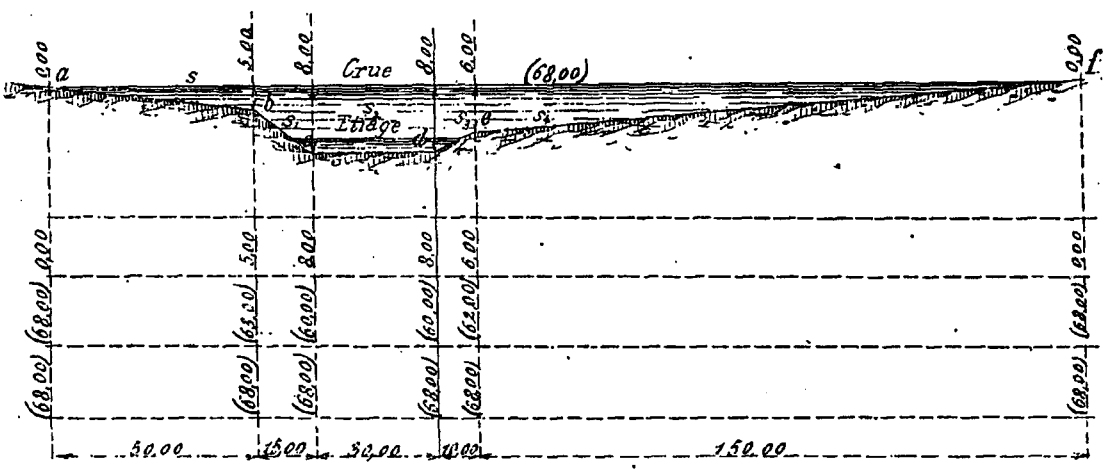


Fig. 204.

Le rayon moyen R aura, par conséquent pour valeur :

$$R = \frac{\Omega}{\chi} = \frac{982,50}{255,85} = 3,84.$$

Enfin le terme A de la formule de M. Bazin sera égal à :

$$A = 0,00028\left(1 + \frac{1,25}{R}\right)$$
$$A = 0,00028\left(1 + \frac{1,25}{3,84}\right)$$
$$A = 0,000371.$$

Nous avons maintenant tous les éléments du calcul de la vitesse moyenne U :

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}} = \sqrt{\frac{3,84 \times 0,0004}{0,000371}} = \sqrt{4,1402}$$

$U = 2^m,03$, soit $U = 2^m,00$.

Le débit cherché Q sera donc :

$$Q = \Omega U = 982,50 \times 2^m,00$$
$$Q = 1\,965$$

mètres cubes par seconde, pendant les plus fortes crues.

Connaissant le débit maximum Q de la rivière, on détermine le débouché à donner au pont comme nous l'indiquons un peu plus loin (n° 296).

287. 2° *Le lit est irrégulier.* — Dans le premier cas examiné ci-dessus, nous avons supposé que le lit était prismatique sur une assez grande distance en amont et en aval du pont considéré; c'est ce qui nous a permis d'appliquer les formules du mouvement permanent uniforme de l'eau dans les canaux.

Lorsque le lit, sans être rigoureusement prismatique, se rapproche assez de cette forme pour pouvoir lui être assimilée, on peut le faire sans altérer sensiblement les résultats.

Il ne faut du reste pas s'astreindre à opérer exactement à l'emplacement du pont à construire, et quand, un peu en amont ou un peu en aval de l'emplacement on trouve une partie du lit plus régulière, il ne faut pas hésiter à la choisir comme base des opérations et des calculs.

Mais lorsque le lit est franchement irrégulier, la méthode de calcul précédente ne peut plus être appliquée. Il faut alors avoir recours aux formules du mouvement permanent varié dans les canaux irréguliers (voir n°s 108 à 113).

Le débit s'obtient au moyen de la formule (27) (page 85) :

$$Q^2 = \frac{y}{\frac{\alpha}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_0^2}\right) + \int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega^3} b_1 ds} \qquad (R)$$

On fait le levé d'un certain nombre de profils transversaux du lit de la rivière, en amont et en aval du point choisi pour l'emplacement du pont, en ayant soin de les prendre de préférence dans la partie la moins irrégulière.

Sur ces profils on reporte le niveau des crues, déterminé comme nous l'avons dit.

La *pente moyenne* par mètre y de la surface de l'eau des crues entre les deux sections extrêmes se déduit de la connaissance de la hauteur des plus hautes eaux en divers points, aux abords de l'emplacement de l'ouvrage à construire.

Le coefficient α est compris entre 1,025 et 1,25 (n° 109). On le prend ordinairement égal à 1,1. Mais ici, le calcul que nous faisons ne comportant pas une très grande exactitude, nous pouvons, sans inconvénient, supposer α égal à l'unité.

Connaissant la pente y, les sections transversales d'écoulement Ω, et les périmètres mouillés correspondants χ, il sera facile de calculer l'expression ci-dessus de Q^2.

Au dénominateur, le calcul du terme

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_0^2}\right) \qquad (a)$$

ne présente aucune difficulté. Quant au terme :

$$\int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega^3} b_1 ds$$

on le calcule de la manière suivante. On admet d'abord que le coefficient b_1 ou A est constant, ce qui n'est pas rigoureusement exact, puisque, d'après M. Bazin, ce coefficient varie avec le rayon moyen R. Mais comme le calcul dont nous nous occupons ne peut être fait qu'approximativement, l'hypothèse précédente peut être admise car elle n'a aucune influence appréciable sur le résultat final. Nous supposons donc b_1 constant et égal à 0,0004, ce qui nous permet de simplifier et d'abréger les calculs, en écrivant le terme précédent le facteur b_1 en avant du signe $\int$:

$$b_1 \int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega^3} ds. \qquad (b)$$

Comme nous l'avons dit (n° 110), pour calculer ce terme, on choisit un certain nombre de sections transversales du lit de la rivière, entre lesquelles il ne doit exister aucun changement brusque. On marque, sur une droite horizontale, les distances s_0, s_1, s_2,..... de chaque section à l'origine considérée, et, par les points ainsi obtenus, on élève des verticales. On calcule la valeur de $\frac{\chi}{\Omega^3}$ pour chacune des sections choisies, et les valeurs calculées sont portées sur les verticales correspondantes. On obtient ainsi un certain nombre de points qu'on réunit par une courbe continue. La valeur de l'intégrale cherchée est alors égale à la surface comprise

entre l'horizontale, la courbe qu'on vient de tracer et les deux verticales extrêmes. Cette surface, calculée ou mesurée par les procédés connus est enfin multipliée par b_1. On a ainsi le terme ci-dessus (b).

288. *Marche à suivre.* — Soit une rivière (*fig.* 205) sur laquelle on a à établir un pont au point P pour raccorder le chemin de la rive gauche à une gare de chemin de fer B, placée sur la rive droite. On a pu se renseigner à peu près sur les ni-

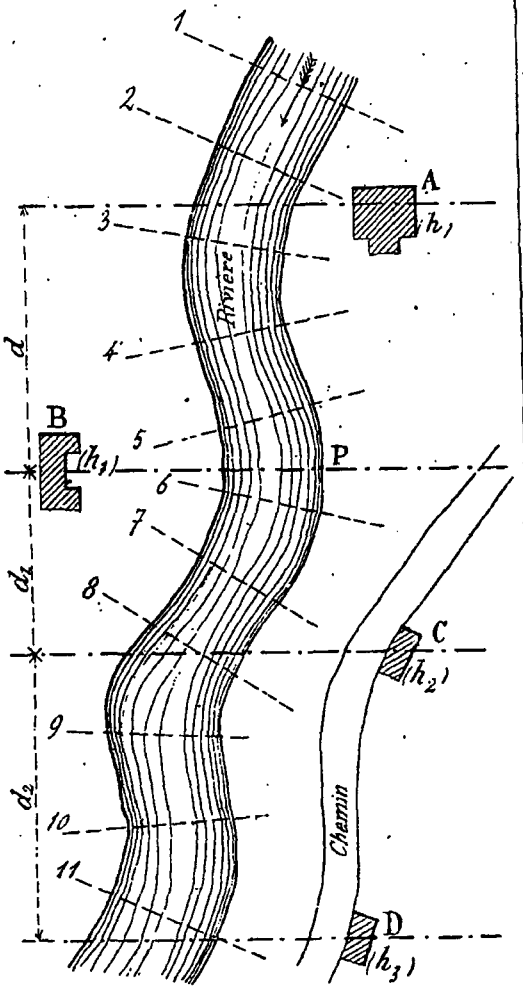


Fig. 205.

veaux des plus hautes crues contre les constructions A, B, C et D. Ces hauteurs repérées par rapport au niveau de la mer au moyen d'un nivellement de rattachement à la borne la plus proche, sont, par exemple, h, h_1, h_2 et h_3. Mesurant les distances d, d_1, d_2 qui séparent les points observés, il est facile de calculer la pente par mètre de la surface du courant entre A et B :

$$\frac{h - h_1}{d} = y,$$

puis entre B et C :

$$\frac{h_1 - h_2}{d_1} = y_1$$

et enfin entre C et D :

$$\frac{h_2 - h_3}{d_2} = y_2.$$

On relève ensuite un certain nombre de profils en travers 1, 2, 3,... 11, à peu près également espacés, autant que possible. Le nombre des espacements doit être pair pour pouvoir appliquer la formule de Simpson. Un nivellement du profil en long du lit de la rivière permet de déterminer exactement le niveau de chaque profil transversal par rapport au plan de comparaison adopté. Enfin, pour mettre en place, sur les profils en travers, les niveaux correspondants des crues, on se sert des valeurs précédemment calculées de y, y_1 et y_2. Ainsi, la valeur de la pente par mètre y, entre les points A et B, servira à déterminer le niveau des plus hautes eaux dans les profils 1 à 5. La pente y_1 par mètre entre B et C, servira pour les profils 6 à 8, et enfin y_2 sera utilisée pour les profils 9 à 11.

- On a maintenant tous les éléments du calcul des termes (a) et (b). On peut alors conduire les calculs de la manière suivante. C'est la méthode que M. Vigreux enseigne dans son excellent *Traité d'hydraulique appliquée* (série D, partie didactique).

Supposons que le profil transversal n° 1 du plan (*fig.* 205) soit représenté par la figure 206. Les cotes indiquées sur ce profil permettent de faire et de ranger les calculs de ω, χ, $\frac{\chi}{\omega^3}$ comme dans le tableau ci-dessous.

NUMÉRO DU PROFIL	Ω	χ	$\frac{\chi}{\Omega^3}$
	m.2.	m.	
	$1{,}66 \times \frac{0{,}82}{2} \ldots\ldots\ldots = 0{,}2806$	1,66	log. $\chi = 1{,}47914$
	$9{,}30 \times \frac{0{,}82 + 1{,}93}{2} \ldots = 12{,}7875$	9,31	3 log. $\Omega = 5{,}26671$
	$6{,}50 \times \frac{1{,}93 + 3{,}04}{2} \ldots = 16{,}1525$	6,50	
	$4{,}30 \times \frac{3{,}04 + 3{,}05}{2} \ldots = 13{,}0935$	4,30	Log. $\frac{\chi}{\Omega^3} = \overline{4}{,}21243$
1	$5{,}22 \times \frac{3{,}05 + 1{,}86}{2} \ldots = 12{,}8151$	5,22	
	$1{,}10 \times \frac{1{,}86 + 0{,}52}{2} \ldots = 1{,}3090$	1,15	$\frac{\chi}{\Omega^3} = 0{,}000163$
	$2.00 \times \frac{0{,}52}{2} \ldots\ldots\ldots = 0{,}5200$	2.00	
	m.2.		
	$\Omega = 56{,}9582$	$\chi = 30^m{,}14$	
	Log. $\Omega = 1{,}75557$		

Les calculs de Ω, χ, $\frac{\chi}{\Omega^3}$, pour les autres profils se feraient de la même manière et les résultats s'inscrivent dans le tableau ci-dessous.

NUMÉROS des PROFILS	Ω	χ	$\frac{\chi}{\Omega^3}$
	m.2	m,	
1	56.9582	30.14	0.000163
2	60.0983	33.18	0.000153
3	52.0350	27.63	0.000196
4	46.3493	23.50	0.000236
5	45.9245	22.00	0.000227
6	51.1350	25.26	0.000189
7	42.6882	15.56	0.000200
8	44.3930	13.80	0.000158
9	44.6950	16.52	0.000185
10	45 5108	17.31	0.000184
11	42.1990	13.81	0.000184

« Les valeurs inscrites dans le tableau qui précède, dit M. Vigreux, serviront à une valeur, sinon rigoureuse, ce qui n'est pas possible, mais suffisamment approchée.

l'application de l'équation (27) (page 85). Pour résoudre cette équation, il faut considérer au moins trois profils consécutifs afin de pouvoir calculer, par approximation, l'intégrale du dénominateur ; en d'autres termes, il faut considérer une portion du cours d'eau comprenant au moins trois profils transversaux, et la choisir dans une partie à peu près rectiligne et dans l'étendue de laquelle le profil transversal ne présente pas de variations brusques. Si l'on se bornait à appliquer l'équation (R) à une seule portion ainsi choisie, on s'exposerait à trouver pour le débit Q une valeur notablement trop grande ou trop petite ; il est donc très important d'examiner avec attention quelles sont les trois ou quatre portions du cours d'eau auxquelles il convient d'appliquer le calcul, afin que la moyenne des résultats obtenus fournisse pour Q

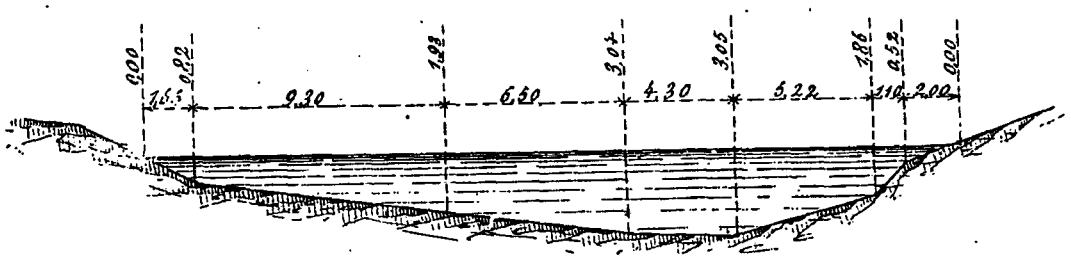


Fig. 206.

Afin que le lecteur soit édifié bien complètement sur la façon de procéder, nous

avons multiplié les calculs au-delà de ce qui est nécessaire pour la pratique.

Nous considérons d'abord l'intervalle compris entre les profils 1 et 3.

On fait, à cette première portion, l'application de l'équation (R) en suivant, pour la commodité des calculs, l'ordre que nous allons indiquer.

Pour la valeur du terme (*a*) :

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2}-\frac{1}{\Omega_0^2}\right)$$

il faut se reporter au tableau précédent et prendre pour Ω_0 la valeur de Ω dans le profil n° 1 et pour Ω_1 la valeur de Ω dans le profil n° 3. » On a :

NUMÉROS des PROFILS	log. Ω_1^2	log. $\frac{1}{\Omega_1^2}$	$\frac{1}{\Omega_1^2}$	log. Ω_0^2	log. $\frac{1}{\Omega_0^2}$	$\frac{1}{\Omega_0^2}$	$\frac{1}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2}-\frac{1}{\Omega_0^2}\right)$
1 à 3	3.43250	$\overline{4}$.56750	0.000369	3.51114	$\overline{4}$.48886	0.000308	0.000003

On opère de même pour les autres intervalles et on dresse le tableau précédent pour une suite d'intervalles tels que 2 à 4, 3 à 5, 4 à 6, 5 à 7, 6 à 8,... 9 à 11.

On passe ensuite au calcul du terme (*b*);

$$b_1 \int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega^3}\, ds.$$

en employant la formule de Thomas Simpson qui est:

$$S = \frac{1}{3}\delta\,(y_0 + 4y_1 + y_2),$$

dans laquelle δ est la distance entre deux profils consécutifs et y_0, y_1, y_2, représentent les trois valeurs successives de $\frac{\chi}{\Omega^3}$.

En considérant les trois premiers profils 1, 2 et 3, on a comme distance entre les deux profils extrêmes 1 et 3, (si les distances entre 1 et 2, 2 et 3, sont respectivement 41^m,27 et 38^m,10),

$$2\delta = 41{,}27 + 38{,}10 = 79^m{,}37 \quad \text{d'où}$$

$$\delta = \frac{79{,}37}{2}.$$

Dans la formule ci-dessus de Simpson, y_0, y_1, y_2, représentent les valeurs de $\frac{\chi}{\Omega^3}$ de l'avant-dernier tableau, se rapportant aux profils 1, 2 et 3. On aura donc :

$$S = \frac{1}{3} \times \frac{79{,}37}{2}\,(0{,}000163 + 4 \times 0{,}000153 + 0{,}000196).$$

En multipliant cette valeur de S, par le facteur supposé constant $b_1 = 0{,}0004$, on obtient finalement la valeur du terme (*b*), pour l'intervalle des profils 1 à 3.

On fait les mêmes calculs pour les intervalles 2 à 4, 3 à 5, 4 à 6.., 9 à 11, et on ordonne ces calculs de la manière suivante:

NUMÉROS des PROFILS	DISTANCE entre LES PROFILS extrêmes	RÉSOLUTION DE L'INTÉGRALE par la FORMULE DE TH. SIMPSON	$b_1 \int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega^3}\, ds$
1 à 3	41.27 38.10 79.37	$\frac{0{,}0004 \times 79{,}37}{3 \times 2}\,(0{,}000163 + 4 \times 0{,}000153 + 0{,}000196) =$	0.000005
2 à 4	»	» =	»

« A l'aide des valeurs précédemment trouvées pour les deux termes :

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2}-\frac{1}{\Omega_0^2}\right) \text{ et } \int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega^3}\, b_1 ds,$$

on calcule les valeurs correspondantes de Q^2 (équation R).

Pour plus de simplicité, représentons le dénominateur de Q^2 par B, nous aurons

$$Q^2 = \frac{y}{B},$$

d'où on déduit Q.

(Rappelons que y représente la différence

des niveaux de la surface libre de l'eau dans les deux sections extrêmes).

On dispose les calculs comme l'indique le tableau suivant :

NUMÉROS des PROFILS	y	B	$\log. Q^2 = \log. y - \log. B$	$\log. Q = \frac{1}{2} \log. Q^2$	Q
	m.				m.3
1 à 3	8.816	0.000003	$\log. y = \overline{1}.61805$		
	8.401	0.000005	$\log. B = \overline{6}.90309$		
	0.415	0.000008	4.71505	2.35752	227.800
2 à 4	»	»	»	»	»

On suppose que les niveaux des profils 1 et 3 sont (8,816) et (8,401), donnant une différence y égale à $0^m,415$.

En procédant comme nous venons de l'indiquer, pour les autres intervalles 2 à 4, 3 à 5, 4 à 6... 9 à 11, on obtient des valeurs du débit Q pour les différents intervalles considérés, et on peut les ranger dans un tableau.

M. Vigreux, en opérant sur des profils différents de ceux que nous avons adoptés pour les calculs précédents, arrive aux résultats suivants : (il s'agit de la création d'une chute d'eau, pour laquelle on fait les calculs à l'étiage et pendant les crues ordinaires).

INTERVALLES	VAEURS DE Q à L'ÉTIAGE
	m 3
I. — 1 à 3	17.036
II. — 2 à 4	12.753
III. — 3 à 5	11.811
IV. — 4 à 6	12.377
V. — 5 à 7	6.433
VI. — 6 à 8	6.647
VII. — 7 à 9	10.245
VIII. — 8 à 10	10.765
IX. — 9 à 11	5.933

« On remarque que certains des résultats précédents diffèrent notablement entre eux, tandis qu'en réalité le débit est le même dans toutes les sections ; ces anomalies proviennent :

1° Des erreurs qui peuvent avoir été commises dans le nivellement et le relevé des profils transversaux ;

2° De ce qu'il est matériellement impossible de relever en même temps tous les points du profil longitudinal et que, pendant les opérations sur le terrain, le débit du cours d'eau peut varier ;

3° De ce que, dans un cours d'eau à régime torrentiel, la forme et la section du lit changent fréquemment, et que des changements de cette nature peuvent survenir pendant le relevé des profils transversaux, relevé qui ne peut se faire en même temps sur tous les points à la fois ;

4° De ce que la méthode de Simpson, employée pour le calcul du terme

$$\int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega^3} b_1 ds,$$

n'est qu'approximative.

C'est en raison de ces diverses causes d'erreurs, qu'il ne faut tenir compte que des résultats qui concordent suffisamment entre eux, c'est-à-dire des résultats obtenus sur des portions du cours d'eau, dans l'étendue desquelles la section varie peu de forme et de dimensions. On peut, d'ailleurs, combiner autrement que nous venons de le faire, les intervalles à considérer, et, comme exemple, nous joignons aux résultats précédents les débits à l'étiage, calculés entre les sections 2 et 6 et entre les sections 4 et 8. Dans ces deux intervalles, le profil transversal ne présente pas de variations brusques, et les distances entre les profils sont à peu près égales.

INTERVALLES	DISTANCE entre les PROFILS EXTRÊMES	VALEURS DE Q A L'ÉTIAGE
	m.	m3
I' — 2 à 6	191.80	13.830
II' — 4 à 8	224.70	8.366

Pour trouver le débit réel à l'étiage, nous avons pris la moyenne des valeurs de Q, obtenues pour les intervalles VII et VIII qui diffèrent peu l'un de l'autre, et

pour les intervalles I' et II', cette moyenne est :

$$Q = \frac{10{,}245 + 10{,}765 + 13.830 + 8{,}366}{4}$$

$$= 10^{m3}{,}800,$$

que nous adoptons pour le débit du cours d'eau à l'étiage.

Nous avons calculé de la même manière le débit du cours d'eau pendant les crues ordinaires dans les intervalles suivants :

INTERVALLES	VALEURS DE Q pendant LES CRUES ORDINAIRES
	m 3
I. — 1 à 3	70.710
II. — 2 à 4	44.930
III. — 3 à 5	37.640
IV. — 4 à 6	56.500
V. — 5 à 7	37.910
VI. — 6 à 8	32.200
VII. — 7 à 9	37.663
VIII. — 8 à 10	47.172
IX. — 9 à 11	28.965
I'. — 2 à 6	50.848
II'. — 4 à 8	39.540

Pour trouver le débit réel pendant les crues ordinaires, nous avons pris la moyenne des valeurs de Q, calculées pour les intervalles III, V, VII et II', soit :

$$Q = \frac{37{,}640 + 37{,}910 + 37{,}663 + 39{,}540}{4}$$

$$= 38^{m3}{,}200,$$

que nous adoptons pour le débit de la rivière dans les crues ordinaires. »

289. Nous avons reproduit ce passage de l'ouvrage de M. Vigreux, pour montrer comment on opère, lorsqu'on considère un assez grand nombre de profils. Mais dans la pratique, on ne pousse généralement pas aussi loin les calculs et, d'ailleurs, M. Vigreux a soin d'en avertir en disant :

« Afin que le lecteur soit édifié bien complètement sur la façon de procéder, nous avons multiplié les calculs au-delà de ce qui est nécessaire pour la pratique. »

D'autre part, le cas particulier qui nous occupe n'est pas semblable à celui qu'on vient de voir. En effet, on suppose ici que le nivellement de la surface du courant peut être fait avec exactidude sur la rivière dont le régime est parfaitement établi, tandis que, dans le cas dont nous nous occupons, le niveau de la surface ne peut être déterminé qu'approximativement d'après des renseignements plus ou moins précis sur la hauteur des plus fortes crues. Il serait inutile de considérer un aussi grand nombre de profils et de développer outre mesure des calculs qui ne reposent forcément que sur des données incertaines.

Dans la pratique, avec les renseignements qu'on aura pu se procurer, on déterminera approximativement le niveau des plus hautes crues dans trois profils transversaux à peu près également espacés et on appliquera la formule de Simpson aux deux intervalles qui séparent ces trois profils pour le calcul de l'intégrale de la formule (R).

Inutile d'ajouter que pour un calcul ainsi réduit à sa plus simple expression, on pourra se dispenser de faire usage des logarithmes.

290. Reprenons notre exemple des figures 205 et 206. Le pont devant être construit au point P (*fig.* 205), on choisira en amont et en aval de ce point, à des distances à peu près égales, deux autres points pour lesquels il sera facile de relever les profils transversaux et de porter sur ces profils les niveaux des plus hautes eaux. On aura ainsi trois profils I, II et III, qui suffiront au calcul que nous voulons faire.

Le profil I est, par exemple, celui qui est représenté par la figure 206. On calcule la surface Ω de la section d'écoulement et le périmètre mouillé χ comme cela a été indiqué dans le premier tableau (n° 288). On a trouvé :

$$\Omega_0 = 56^{m2}{,}9582 \quad \text{et}$$
$$\chi_0 = 30^{m}{,}14.$$

On fait le cube de Ω_0, soit en le calculant directement, soit en le cherchant dans la table des carrés et cubes de Claudel ; on trouve :

$$\Omega_0^3 = 184\,803{,}394.$$

et on en déduit la valeur de $\frac{\chi_0}{\Omega_0^3}$ qui correspond au profil I :

$$\frac{\chi_0}{\Omega_0^3} = \frac{30{,}14}{184\,803{,}394} = 0{,}000163.$$

On opère de même pour les profils II et III ; nous supposons qu'on ait trouvé :

Profil II. — $\Omega_1 = 60{,}0983$ et $\frac{\chi_1}{\Omega_1^3} = 0{,}000153$

Profil III. — $\Omega_2 = 52{,}0350$ et $\frac{\chi_2}{\Omega_2^3} = 0{,}000196$.

On peut maintenant calculer l'expression (R) (n° 287), en commençant par le terme

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_0^2}\right)$$

du dénominateur, dans lequel Ω_0 représente la section du profil I et Ω_1 celle du profil III.

On a :

$$\frac{1}{2 \times 9{,}8089}\left(\frac{1}{(52{,}0350)^2} - \frac{1}{(56{,}9582)^2}\right)$$
$$= 0{,}051\left(\frac{1}{2\,707{,}12} - \frac{1}{3\,244{,}44}\right)$$
$$= 0{,}051\ (0{,}000369 - 0{,}000308) = 0{,}051 \times 0{,}000061 = 0{,}000003.$$

$$\frac{1}{2g}\left(\frac{1}{\Omega_1^2} - \frac{1}{\Omega_0^2}\right) = 0{,}000003.$$

On calcule ensuite le terme :

$$\int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega^3} b_1 ds$$

en admettant que le coefficient b_1 est constant et égal à 0,0004 (n°s 86 à 88). Le facteur b_1 peut alors se mettre en dehors du signe $\int$ et l'on a :

$$0.0004 \int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega^3} ds.$$

Le terme $\int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega^3} ds$ se calcule par la formule de Thomas Simpson :

$$S = \frac{\delta}{3}(y_0 + 4y_1 + y_2).$$

Si les profils sont espacés de 100 mètres, $\delta = 100$. Quant aux valeurs de y_0, y_1 et y_2 elles sont respectivement :

$$y_0 = \frac{\chi_0}{\Omega_0^3} = 0{,}000163;$$

$$y_1 = \frac{\chi_1}{\Omega_1^3} = 0{,}000153;$$

$$y_2 = \frac{\chi_2}{\Omega_2^3} = 0{,}000196.$$

La formule de Simpson donne :

$$S = \frac{100}{3}(0{,}000163 + 4 \times 0{,}000153 + 0{,}000196) = 33{,}33 \times 0{,}000971 = 0{,}0324$$

On a enfin :

$$\int_{S_0}^{S_1} \frac{\chi}{\Omega_3} b_1 ds = 0{,}0004 \times 0{,}0324 = 0{,}000013.$$

D'autre part, si d'après le relevé des niveaux des plus hautes crues, la différence de niveau entre les deux profils extrêmes I et III est, par exemple, de 0^m,50, la relation (R) donne enfin :

$$Q^2 = \frac{0{,}50}{0{,}000003 + 0{,}000013} = 31\,250$$

d'où le débit Q :

$$Q = \sqrt{31\,250} = 176^{m\cdot c}{,}80,$$

soit un débit Q de 180 mètres cubes par seconde.

V. — Calcul du débouché connaissant le débit.

291. Nous venons de voir comment on détermine le débit du cours d'eau à l'emplacement du pont projeté, soit par comparaison avec des ouvrages existants, soit en se basant sur la connaissance des superficies des bassins, des quantités de pluie qui peuvent tomber, et des coefficients d'écoulement, soit en mesurant directement les sections transversales et les vitesses du courant pendant une des plus fortes crues, soit enfin en recueillant des renseignements sur les hauteurs des plus fortes crues connues. Mais ce n'est que la première partie du problème ; il faut maintenant, connaissant le débit, calculer le débouché

Dans les deux derniers cas, la hauteur de la surface du courant pendant les crues est connue, à l'endroit du pont à construire, tandis que dans les deux premiers, cette hauteur est indéterminée.

La première chose à faire est de calculer cette hauteur, si elle n'est pas une donnée du problème.

292. Pour cela, on relève un profil transversal au point où l'emplacement a été choisi, et on nivelle le fond du lit. Si le lit est assez régulier à l'endroit considéré pour qu'on puisse l'assimiler à un canal prismatique, on applique la formule du mouvement permanent uniforme (formule 17) (n° 89) :

$$U = \sqrt{\frac{RI}{A}}$$

dans laquelle :

U, est la vitesse moyenne,

R, est le rayon moyen : $R = \frac{\Omega}{\chi}$,

I, est la pente par mètre de la surface du courant (dans le mouvement uniforme cette pente est égale à celle du fond du canal ; cette valeur de I sera donc celle qui résultera du nivellement longitudinal du lit)

A, est un coefficient auquel, pour les parois en terre, M. Bazin attribue la valeur suivante :

$$A' = 0{,}000\,28\left(1 + \frac{1{,}25}{R}\right)$$

(formule 14) (n° 87).

Pour résoudre le problème, on fait une hypothèse sur la hauteur cherchée ; on en déduit la section Ω et le périmètre mouillé χ ; on vérifie ensuite si la formule ci-dessus est satisfaite. Si elle ne l'est pas, on fait une deuxième hypothèse, et on continue ainsi par essais successifs jusqu'à ce qu'on ait trouvé une valeur de la hauteur h pour laquelle l'équation soit satisfaite.

Nous avons donné un exemple numérique de ce problème au numéro 97, en supposant le profil transversal rectangulaire, et nous avons ajouté que quelle que soit la forme du profil transversal du canal prismatique, le calcul de la hauteur h se fait de la même manière. Lorsque le profil est un peu plus compliqué, les opérations sont plus longues, mais la méthode reste la même.

Lorsque la rivière débordée présente un lit mineur et un lit majeur bien accentués, comme par exemple dans la figure 56, il faut avoir soin de fractionner le calcul précédent si on veut obtenir un résultat suffisamment approché. Ayant fait une hypothèse sur la hauteur de la ligne d'eau supposée horizontale, on calcule d'abord la vitesse moyenne pour chaque fraction de la section totale (ABC, CDEF, et FGH) ; on en déduit q, q_1, q_2, les débits correspondant à ces sections transversales, et on voit si leur somme $q + q_1 + q_2$ est égale au débit connu Q. Si cela a lieu, l'hypothèse faite sur la hauteur cherchée est acceptable. Si non, on fait une autre hypothèse, jusqu'à ce qu'il y ait à peu près concordance entre le débit calculé et le débit connu.

293. Cela fait, on connaît, dans tous les cas, le débit maximum du cours d'eau pendant les plus fortes crues, et la hauteur correspondante de la ligne d'eau à l'endroit considéré. Il faut calculer le débouché à donner à l'ouvrage. Nous distinguerons le calcul du débouché d'un pont de celui du débouché d'un aqueduc. Pour les ponts, la vitesse de l'eau dans la section rétrécie ne doit pas dépasser la limite qui correspond à l'entraînement du lit par affouillement, parce que, ordinairement, on ne peut établir un radier général à l'endroit de l'ouvrage. Pour un aqueduc, au contraire, la vitesse maximum de l'eau importe peu, puisque l'ouvrage présente un profil complètement maçonné à l'abri des affouillements. Il faut alors calculer la pente qu'on doit lui donner pour que le débit maximum puisse s'effectuer avec la vitesse nécessaire. Quand la vitesse est grande, il faut de plus avoir soin de protéger les abords des têtes au moyen de perrés et d'enrochements.

Débouché d'un pont.

294. Soit Ω la section d'écoulement de la rivière pendant les plus fortes crues évaluée comme nous l'avons précédemment expliqué. Désignons par U la vitesse moyenne du courant correspondant à la section Ω de la rivière.

Le débit maximum Q est :

$$Q = \Omega U.$$

Représentons par S la surface cherchée du débouché superficiel et par V la vitesse accélérée que le courant prendra sous le pont. Le produit SV représenterait le débit sous le pont s'il n'y avait pas de résistance supplémentaire due au rétrécissement de la section ; mais à cause de la contraction du courant, il faut affecter ce débit d'un coefficient m dont nous avons donné les valeurs (n° 217). Ce débit sera donc mSV, et comme le débit en amont ou en aval du pont est le même que sous le pont lui-même, on peut écrire

$$Q = m\text{SV}$$

et, par conséquent :

$$\Omega U = mSV$$

d'où on tire

$$S = \frac{\Omega U}{mV}. \qquad (48)$$

On peut aussi en tirer :

$$V = \frac{\Omega U}{mS}. \qquad (49)$$

1° CALCUL DU DÉBOUCHÉ QUAND ON SE DONNE LA VITESSE LIMITE v DU COURANT AU FOND DU LIT.

295. Dans la première de ces formules (48), on connaît la section tranversale Ω du lit mouillé de la rivière pendant les plus fortes crues, et la vitesse moyenne correspondante U, qui se déduit de la relation,

$$U = \frac{Q}{\Omega},$$

puisque le débit maximum Q et la section Ω sont connus. Cette formule permettra donc de calculer la surface S du débouché, si on se donne une valeur de la vitesse moyenne accélérée V du courant sous le pont. Nous avons dit que cette valeur de la vitesse V ne devait pas dépasser la limite pour laquelle le fond serait affouillé.

Il faut remarquer que ce n'est pas cette vitesse moyenne V qu'il faut considérer en ce qui concerne l'affouillement du lit, mais la vitesse v au fond. Ces deux vitesses sont liées par la relation

$$v = 0{,}75\,V$$

(formule 24 ; n° 105), de laquelle on tire :

$$V = 1{,}33\,v \qquad (50)$$

On se donnera donc une vitesse v inférieure à celle pour laquelle le lit serait affouillé ; on en déduira, au moyen de la formule (50), la vitesse moyenne correspondante V du courant sous le pont, et, portant cette valeur de V dans la relation (48) on pourra calculer le débouché superficiel S, en attribuant une valeur convenable au coefficient de contraction m.

Exemple numérique.

296. Supposons que le lit de la rivière, à l'endroit où le pont doit être établi, ait le profil transversal de la figure 204. La section transversale du courant pendant les plus fortes crues, a été calculée au numéro 286. On a trouvé

$$\Omega = 982^{m2},50.$$

Le débit maximum également calculé au même numéro a été trouvé égal à

$$Q = 1965^{m3},$$

pour une vitesse moyenne par seconde

$$U = 2^{m},00.$$

On a donc :

$$Q = \Omega U = 982{,}50 \times 2.00 = 1965$$

Attribuons maintenant une valeur au coefficient de contraction m. Si les avant-becs des piles doivent avoir une forme demi-circulaire, par exemple, et si nous admettons que les arches auront de 10 à 20 mètres d'ouverture, le coefficient m aura, d'après le tableau du numéro 217, une valeur d'environ $0^{m},86$.

$$m = 0{,}86.$$

Si la nature du sol (roches lamelleuses) permet d'atteindre, pour la vitesse du courant au fond, une valeur de $1^{m},80$ (n° 229), on aura pour vitesse moyenne limite correspondante V sous le pont, d'après la relation (50) :

$$V = 1{,}33\,v = 1{,}33 \times 1{,}80 = 2^{m},40.$$

La formule (48) donnera alors pour valeur du débouché superficiel S :

$$S = \frac{\Omega U}{mV} = \frac{1\,965}{0{,}86 \times 2{,}40} = \frac{1\,965}{2{,}064} = 952^{m.q.}.$$

297. Il nous reste maintenant à établir sur le lit un pont à plusieurs arches présentant ce débouché de 952 mètres superficiels. Comment ces arches seront-elles disposées et quelles ouvertures devrons-nous leur donner ? En raison de la forme irrégulière du profil transversal du lit, nous ne pouvons faire ces déterminations que par tâtonnements.

Dans un premier essai, nous supposerons des arches ayant toutes 20 mètres d'ouverture, si nous admettons que nous opérions sur une *rivière non navigable* par exemple. Donnons, en outre, aux piles une épaisseur de $2^{m},50$. Si les arches sont réparties sur le lit, comme cela est indiqué sur la figure 207, la pile gauche de l'arche (2) ayant son parement à l'aplomb de la brisure c du profil transversal, on évaluera les surfaces dont se compose le débouché, de la manière suivante :

Arche (0) (*fig.* 208).

$$s_0 = 20{,}00\left(\frac{4{,}00 + 2.00}{2}\right) = 20{,}00 \times 3{,}00$$

$$s_0 = 60^{m\cdot q\cdot},00.$$

Arche (1) (*fig.* 208).

$$s_1 = \frac{12{,}50}{2}\left[5{,}00 + \left(8{,}00 - \frac{8{,}00-5{,}00}{15{,}00} \times 2{,}50\right)\right] + \frac{7.50}{2}\left[5{,}00 + \left(5{,}00 - \frac{5{,}00}{50{,}00} \times 7{,}50\right)\right]$$

$$= \frac{12{,}50}{2}(5{,}00 + 7{,}50) + \frac{7{,}50}{2}(5{,}00 + 4{,}25)$$

$$= 78{,}10 + 34{,}70 = 112{,}80$$

$$= 112^{m\cdot q\cdot},80,$$

Arche (2) (*fig.* 208).

$$s_2 = 20{,}00 \times 8{,}00 = 160{,}00.$$

$$s_2 = 160^{m\cdot q\cdot},00$$

Arche (3) (*fig.* 209).

$$s_3 = 7{,}50 \times 8{,}00 + \frac{10.00}{2}(8{,}00 + 6{,}00) + \frac{2{,}50}{2}\left[6{,}00 + \left(6{,}00 - \frac{6{,}00}{150{,}00} \times 2{,}50\right)\right]$$

$$= 60{,}00 + 70{,}00 + 14{,}90 = 144{,}90$$

$$= 144^{m\cdot q\cdot},90,$$

Arche (4) (*fig.* 209).

$$s_4 = \frac{20{,}00}{2}\left[(6{,}00 - 5{,}00 \times 0{,}04) + (6{,}00 - 25{,}00 \times 0{,}04)\right]$$

$$s_4 = \frac{20{,}00}{2}(5{,}80 + 5{,}00) = 108{,}00$$

$$s_4 = 108^{m\cdot q\cdot},00.$$

Arche (5) (*fig.* 209).

$$s_5 = 20{,}00\left(\frac{4{,}90 + 4{,}10}{2}\right) = 90^{m\cdot q\cdot},00$$

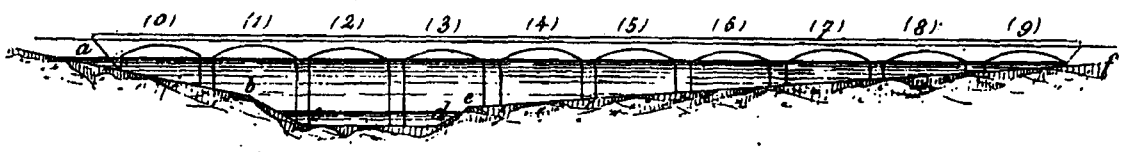


Fig. 207.

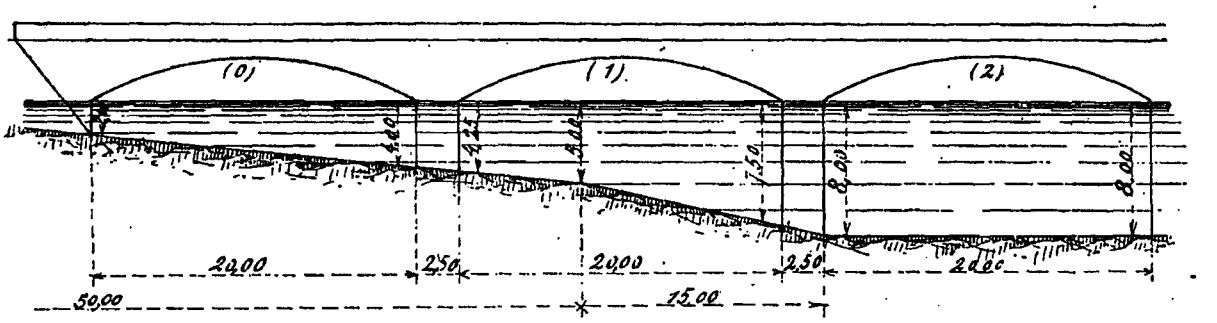


Fig. 208.

Arche (6) (*fig.* 210).

$$s_6 = 20{,}00\left(\frac{4{,}00 + 3{,}20}{2}\right) = 72^{m\cdot q\cdot},00.$$

Arche (7) (*fig.* 210).

$$s_7 = 20{,}00\left(\frac{3{,}10 + 2{,}30}{2}\right) = 54^{m\cdot q\cdot},00.$$

Arche (8) (*fig.* 210).

$$s_8 = 20{,}00\left(\frac{2{,}20 + 1{,}40}{2}\right) = 36^{m\cdot q\cdot},00.$$

Arche (9) (*fig.* 211).

$$s_9 = 20{,}00\left(\frac{1{,}30 + 0{,}50}{2}\right) = 18^{m\cdot q\cdot},00.$$

La surface totale pour les 11 arches serait donc :

$$S = 60{,}00 + 112{,}80 + 160{,}00 + 144{,}90 + 108{,}00 + 90{,}00 + 72{,}00 + 54{,}00 + 36{,}00 + 18{,}00 = 855^{m\cdot q\cdot},70.$$

298. Cette surface est inférieure à celle qui a été calculée précédemment :

$952^{m.q.}$. Cela tient à ce que la surface calculée est elle-même très peu différente de la section totale du courant : $982^{m.q.},50$. La surface occupée par les piles suffit pour qu'on ne puisse atteindre cette surface.

Acceptons donc le débouché superficiel fourni par les 10 arches de 20 mètres d'ouverture, et voyons ce qui va en résulter comme vitesses et comme hauteur de remous.

Et d'abord, en ce qui concerne la vi-

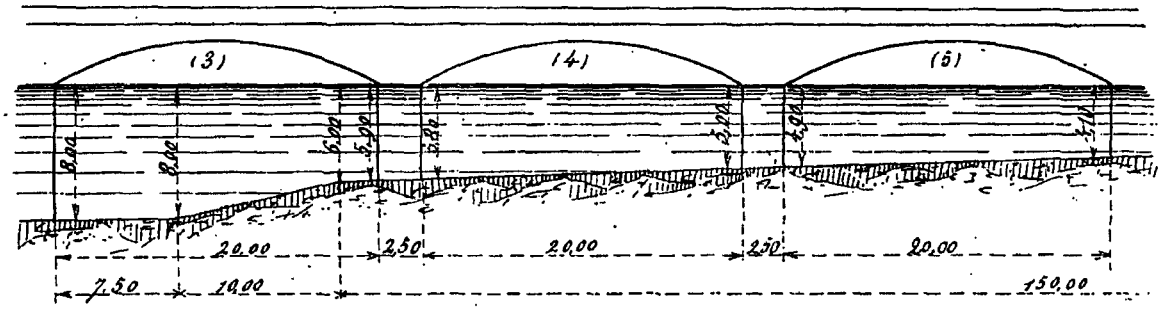


Fig. 209.

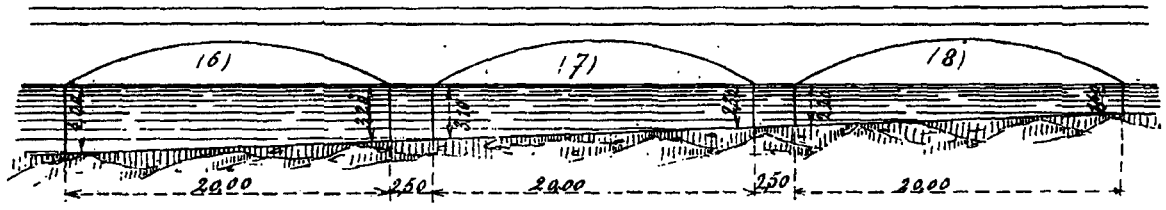


Fig. 210.

tesse moyenne accélérée V du courant sous le pont, cette vitesse sera donnée par la relation (49) :

$$V = \frac{\omega U}{mS}$$

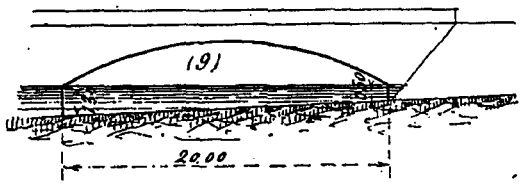


Fig. 211.

dans laquelle $\omega U = 1\,965$ mètres cubes à la seconde et $S = 855^{m.q.},70$. Si nous faisons $m = 0,87$, il vient :

$$V = \frac{1\,965}{0,87 \times 855,70} = 2^{m},63,$$

par seconde.

La vitesse au fond sera :

$$v = 0,75\ V = 0,75 \times 2,63 = 1^{m},97.$$

Cette vitesse n'est pas de beaucoup supérieure à celle que nous avions admise et nous pouvons supposer que le fond ne sera pas affouillé. Si on avait quelque crainte à cet égard, on pourrait défendre les fondations des piles au moyen d'enrochements.

Application de la formule approximative de Navier au calcul du remous.

299. Quant au remous qui prendra naissance en amont du pont, on peut prévoir qu'il ne sera pas très considérable, puisque la section naturelle d'écoulement n'a été que très peu diminuée. Pour le calculer, employons la formule simplifiée de Navier (35) (n°s 202 à 206) ou formule approximative.

Cette formule est :

$$\frac{Q}{mS} = \sqrt{2g\,(H + z)}.$$

Le débit Q est égal à 1 965 mètres cubes, la section S du débouché à $855^{mq},70$ et le coefficient $m = 0,87$. On aura donc :

$$\frac{Q}{mS} = \frac{1\,965}{0,87 \times 855,70} = 2^m,63 = \sqrt{2g(H+z)}$$

$2^m,63$ est la vitesse due à la hauteur $H + z$. Le tableau du numéro 204, donne pour cette vitesse de $2^m,63$ une hauteur de chute

$$H + z = 0^m,35.$$

Or, H est la hauteur de chute qui correspond à la vitesse U, c'est-à-dire à la vitesse du courant relative à la section totale d'écoulement $\Omega = 982^{mq},50$ avant l'établissement du pont. Cette vitesse est $U = 2^m,00$.

Le tableau donne, pour cette vitesse de $2^m,00$.

$$H = 0.20.$$

Par conséquent la valeur du remous z sera :

$$z = 0,35 - 0,20 = 0^m,15,$$

valeur assez faible et qui peut être admise dans la généralité des cas.

300. S'il n'y avait aucun inconvénient à augmenter sensiblement la hauteur du remous en même temps que la vitesse du

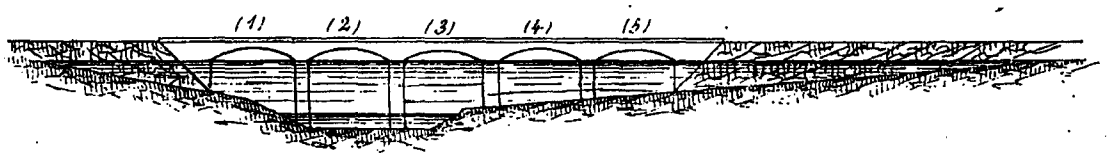


Fig. 212.

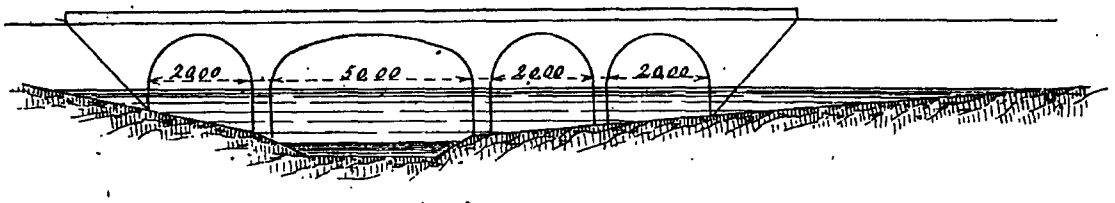


Fig. 213.

courant sous le pont, on pourrait, par raison d'économie, diminuer le débouché de l'ouvrage.

Supposons, par exemple, que la vitesse au fond v puisse être portée à $3^m,00$ par seconde. La vitesse moyenne correspondante serait :

$$V = 1,33\,v = 1,33 \times 3,00 = 3^m,99$$

soit $V = 4^m,00$ par seconde.

Dès lors, le débouché superficiel nécessaire ne serait plus que

$$S = \frac{Q}{mV} = \frac{1\,965}{0,87 \times 4,00} = 564^{m.q.}$$

Les cinq arches (1), (2), (3), (4) et (5) seraient, dans ce cas, largement suffisantes puisqu'elles assurent un débouché total de

$$112,80 + 160,00 + 144,90 + 108,00 + 90,00 = 715^{m.q.},70.$$

Le pont aurait alors l'aspect de la figure 212.

Mais il est probable que la distribution du débouché en arches égales de $20^m,00$ n'est pas la solution la plus économique. Avec cette disposition, on a d'abord au moins deux piles à fonder en rivière pendant les basses eaux, et il peut être avantageux d'éviter ces fondations, si elles étaient difficiles ou trop dispendieuses. Même au point de vue de la dépense à faire pour les maçonneries en élévation, il faudrait voir si l'avantage n'est pas en faveur de plus grandes ouvertures. Cette question sera traitée plus loin.

301. Quoiqu'il en soit, s'il s'agissait d'une rivière navigable, au lieu d'une rivière non navigable comme nous l'avons supposé, il serait essentiel d'avoir au moins une grande arche marinière, et la configuration transversale du lit nous conduirait alors à adopter la disposition de la figure 213. On pourrait par exemple avoir au-dessus du lit mineur de la rivière, une grande arche de $50^m,00$ d'ouverture, accompagnée de plusieurs autres arches plus petites, en nombre suffisant pour que la section totale d'écoulement sous le pont soit au moins égale au débouché nécessaire.

Remarque sur l'application de la formule du remous.

302. Nous venons de faire une application de la formule approximative de Navier qui est :

$$\frac{Q}{mS} = \sqrt{2g\,(z + H)}.$$

Cette formule est de la forme :

$$v = \sqrt{2g\,(z + H)}$$

ce qui signifie que le quotient $\frac{Q}{mS}$ est la la vitesse qui correspond à la hauteur de chute $z + H$. Dans le tableau des vitesses théoriques $v = \sqrt{2gh}$ correspondant à différentes hauteurs de chute, on trouve la hauteur $z + H$ en regard de la vitesse $\frac{Q}{mS}$.

Or, comme H est la hauteur de chute due à la vitesse moyenne du courant en section totale, (voir n° 202) et que cette vitesse est connue, on peut, avec le même tableau, avoir cette hauteur H.

La différence $H + z - H$ donne la hauteur cherchée z du remous.

On voit combien l'application de la formule approximative de Navier est simple, grâce au tableau des vitesses théoriques

$$v = \sqrt{2gh}.$$

Voyons maintenant la *formule de M. Bresse*. Elle est donnée sous la forme suivante (38) (n° 206) :

$$z = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{m^2l^2h^2} - \frac{1}{L^2\,(h + z)^2}\right).$$

Dans cette formule L est la largeur moyenne de la rivière avant la construction du pont, l la largeur du débouché une fois le pont construit, et h la hauteur moyenne des eaux. Largeur moyenne et hauteur moyenne ne peuvent évidemment s'appliquer qu'à un profil transversal sensiblement rectangulaire. Lorsque le profil est irrégulier comme celui dont nous nous occupons, il ne peut plus être question de largeur moyenne ni de hauteur moyenne, à moins de considérer un rectangle dont la surface serait équivalente à celle de la section transversale ; mais on sait qu'on pourrait avoir une infinité de rectangles de hauteurs et de largeurs diverses remplissant cette condition de l'équivalence des surfaces. Il semble donc que la formule de M. Bresse établie pour une section transversale rectangulaire, ne peut plus être appliquée lorsque le profil transversal du lit est trop irrégulier pour qu'on puisse l'assimiler à un rectangle de largeur L et de hauteur h. Nous croyons nécessaire de montrer comment on applique la méthode de M. Bresse au cas d'un profil transversal quelconque, les applications que nous en avons données (n°s 207 et 208) étant relatives à un profil à peu près rectangulaire.

Application de la méthode de M. Bresse au calcul du remous dans le cas d'un profil transversal quelconque.

303. La formule de M. Bresse n'est autre chose que la traduction de la relation

$$z = \frac{V^2}{2g} - \frac{W^2}{2g}$$

dans laquelle V est la vitesse moyenne de l'eau sous le pont et W la vitesse moyenne ralentie à l'endroit du remous (Voir n° 206).

La vitesse V sous le pont a pour expression :

$$V = \frac{Q}{mS}$$

S, étant la surface du débouché superficiel qu'on suppose préalablement calculée.

La vitesse ralentie W est égale au même débit Q divisé par la section transversale de la rivière augmentée de la

tranche supplémentaire due au remous. Soit Ω la section transversale du courant immédiatement en amont du pont avant l'établissement de l'ouvrage. C'est la surface de la section au-dessous de la ligne d'eau *ab* (*fig.* 214). Par suite de la formation du remous, la section transversale en amont du pont s'élève jusqu'à la ligne

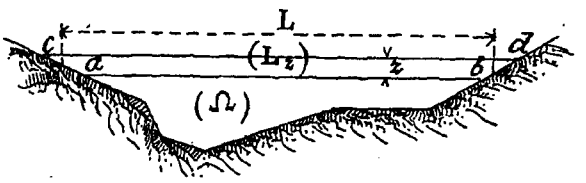


Fig. 214.

cd. Pour avoir la section totale, y compris le remous, il faut donc ajouter à la surface précédente Ω, celle du trapèze *abcd*. Ce trapèze a une hauteur égale à la hauteur cherchée z du remous et une largeur moyenne $\frac{ab+cd}{2}$ que nous désignons par L. La surface est donc Lz.

La surface totale à faire entrer dans le calcul de la vitesse ralentie W est donc $\Omega + Lz$ et l'expression de cette vitesse peut s'écrire :

$$W = \frac{Q}{\Omega + Lz}.$$

Dès lors la relation

$$z = \frac{V^2}{2g} - \frac{W^2}{2g}$$

peut s'écrire :

$$z = \frac{Q^2}{2g}\left(\frac{1}{m^2S^2} - \frac{1}{(\Omega + Lz)^2}\right) \quad (51)$$

et sous cette forme, la formule est d'une application facile au cas d'un profil quelconque. Nous allons l'appliquer au profil précédemment considéré (*fig.* 207).

Le débit Q des plus fortes crues est :

$$Q = 1\,965 \text{ m. c.}$$

La surface totale S du débouché, réalisée au moyen des dix arches de 20 mètres d'ouverture est :

$$S = 855^{m.q.},70.$$

La surface Ω de la section transversale du courant, avant l'établissement du pont, a pour valeur :

$$\Omega = 982^{m.q.},50.$$

Quant à la largeur L, elle est supérieure à la longueur de la ligne d'eau *af*. Or, on voit que cette longueur *af* est, d'après la figure 204, égale à :

$$50{,}00 + 15{,}00 + 30{,}00 + 10{,}00 + 150\,00 = 255^m{,}00.$$

Nous allons faire une première hypothèse sur la hauteur z du remous. Soit $z = 0^m{,}15$. Si nous portons cette hauteur au-dessus de la ligne d'eau *af*, nous avons une deuxième ligne supérieure dont nous mesurons la longueur. Soit 275 mètres cette longueur. La largeur L aura par conséquent pour valeur :

$$L = \frac{275 + 255}{2} = 265 \text{ mètres.}$$

En remplaçant dans la formule ci-dessus (51), les lettres par leurs valeurs, il vient, comme première approximation de z, d'après l'hypothèse faite :

$$z = \frac{(1\,965)^2}{2 \times 9{,}809}\left(\frac{1}{(0{,}87)^2(855{,}70)^2} - \frac{1}{(982{,}50 + 265 \times 0{,}15)^2}\right)$$
$$= \frac{3\,861\,225}{19{,}618}\left(\frac{1}{554\,129} - \frac{1}{1\,046\,530}\right) = 0^m{,}167.$$

Avec l'hypothèse faite $z = 0{,}15$, nous trouvons $z = 0{,}167$. Nous avons donc attribué au remous une valeur un peu trop faible. Néanmoins, comme les deux chiffres sont peu différents l'un de l'autre on peut considérer que la valeur $z = 0^m{,}16$ est suffisamment approché.

Si l'on voulait pousser plus loin l'approximation, on ferait, dans l'équation (51), $z = 0^m{,}16$; on mesurerait la nouvelle largeur correspondante L sur le profil transversal ; et on recommencerait les calculs. Il est probable qu'à ce deuxième essai on arriverait à une valeur de z assez rapprochée de l'hypothèse $z = 0^m{,}16$ pour qu'il soit possible d'adopter ce chiffre comme bon.

On voit que le résultat obtenu avec la

formule de M. Bresse ne diffère pas sensiblement de celui fourni par la formule approximative de Navier.

Cas d'un lit à section rectangulaire.

304. Le cas d'un lit à section rectangulaire se présente, par exemple, lorsque le pont est établi dans une gorge naturelle ayant des rives presque à pic, ou encore dans une gorge artificielle formée par deux digues longitudinales, comme les quais d'une ville. Dans ce cas, le calcul de la surface du débouché superficiel est encore plus simple que précédemment. On a en effet, d'après la formule (48) (n° 294) :

$$S = \frac{Q}{mV}.$$

Or, en désignant par h la hauteur de la ligne d'eau et par x la largeur libre du débouché ou débouché linéaire, on a :

$$hx = \frac{Q}{mV}$$

d'où on tire immédiatement :

$$x = \frac{Q}{mhV} \qquad (52)$$

puisque h est alors une quantité connue.

Quant au calcul du remous, qu'il est presque toujours nécessaire de faire, on appliquera simplement les formules données aux numéros 202 et suivants, sans aucune modification, puisque ces formules ont été établies justement dans l'hypothèse d'une section transversale rectangulaire.

Cas d'une rivière à lit mineur et à lit majeur.

305. Ce cas est certainement le plus fréquent. La section transversale du courant a alors la forme générale représentée par la figure 56. Ce qui importe surtout dans ce cas, c'est de faire une répartition judicieuse du débouché sur les lits mineur et majeur.

Supposons qu'on établisse une seule arche de 18 mètres d'ouverture sur le lit mineur CDEF (*fig.* 56) et que les levées d'accès, allant rejoindre le terrain insubmersible, barrent complètement le lit majeur sur les deux rives Les courants qui se forment dans le lit majeur, étant arrêtés par les levées, prennent contre ces levées un niveau légèrement surélevé et les courants latéraux qui prennent naissance le long des talus, ramènent les eaux dans le lit mineur. Celui-ci devra alors débiter le volume total qui passait par seconde dans la section transversale totale avant la construction du pont.

De ce que toute l'eau débitée par la section totale aura maintenant à passer dans une section rétrécie, il résultera à l'amont un remous que nous savons calculer et une augmentation de vitesse que nous devrons évaluer pour savoir si le terrain ne risque pas d'être affouillé.

En somme, le problème revient, dans ce cas, à se donner un débouché sur le lit mineur et à vérifier si ce débouché est suffisant, en examinant ce que deviennent le remous à l'amont et la vitesse limite au fond. C'est une vérification de débouché, laquelle se fait comme nous le dirons un peu plus loin.

Quand on barre ainsi complètement le lit majeur, il est indispensable de s'assurer si la force des courants dans le lit n'est pas capable de détruire ou tout au moins de détériorer sérieusement les levées d'accès; si les courants latéraux qui ramènent les eaux dans le lit mineur ne sont pas susceptibles de provoquer l'entraînement de bons terrains de culture, et s'ils ne peuvent produire des affouillements dangereux sur les fondations des piles du pont. Si ces effets destructeurs pouvaient résulter du barrement total du terrain submersible, il faudrait, soit ramener les courants dans le lit mineur au moyen de digues longitudinales, comme nous l'avons déjà expliqué, soit réserver aux courants des passages au travers des levées.

306. Dans ce dernier cas il y aurait à faire une répartition convenable du débouché.

Il faudrait fractionner le calcul comme on l'a fait pour l'évaluation du débit total (n° 100). Ainsi, dans cet exemple, si on adopte une disposition consistant à placer une arche sur le lit mineur CDEF (*fig.* 56), et une arche de décharge dans chaque levée d'accès sur les lits majeurs ABC et FGH, on pourra calculer séparément le débouché de chacun de ces ouvrages, connaissant le débit de chaque partie du lit.

Les calculs du numéro 100 conduisent aux résultats suivants:

Lit mineur:

Section, $\Omega = 26^{m.q.},42$;

Vitesse moyenne par seconde, $U = 1^{m},20$;

Débit, $Q = 31^{m.c.},70$.

Lit majeur (partie ABC):

Section, $\Omega' = 8^{m.q.}$;

Vitesse moyenne $U' = 0^{m},29$;

Débit $Q' = 2^{m.c.},32$.

Lit majeur (partie FGH):

Section, $\Omega'' = 5^{m.q.},62$;

Vitesse moyenne, $U'' = 0^{m},21$;

Débit, $Q'' = 1^{m.c.},17$.

Calculons le débouché de chacun de ces ouvrages et pour cela reprenons la formule du numéro 294:

$$S = \frac{Q}{mV}.$$

Pour l'arche placée au-dessus du lit mineur CDEF, nous avons $Q = 31,70$.

Le rétrécissement du courant sera très faible et nous pourrons prendre $m = 0^{m},90$. De plus, soit $v = 1^{m},20$ la vitesse limite pour laquelle le fond serait affouillé, nous aurons:

$$V = 1,33 \times 1,20 = 1^{m},596$$

soit $V = 1^{m},60$. La valeur du débouché superficiel est donc:

$$S = \frac{31,70}{0,90 \times 1,60} = 22^{m.q.}.$$

Ici, quoique le lit ne soit pas rectangulaire, on peut, pour simplifier, l'assimiler à un rectangle qui aurait une hauteur.

$$h = \frac{2,00 + 1,60}{2} = 1^{m},80.$$

Le débouché superficiel S est égal au produit de cette hauteur h par la largeur ou débouché linéaire x.

$$S = hx.$$

d'où, $$x = \frac{S}{h} = \frac{22}{1,8} = 12^{m},20.$$

On aurait pu, pour ne pas avoir de culée en rivière, ne pas toucher au courant du lit mineur, en établissant une arche de 17 mètres d'ouverture ayant les parements de ses culées à l'aplomb des points C et F.

L'ouvrage à établir dans la levée d'accès sur le lit majeur ABC doit pouvoir débiter $2^{m.c.},32$. Ici le rétrécissement sera considérable et nous pensons qu'il est prudent de donner au coefficient de contraction m une valeur de 0,60 à 0,70, car de petits courants latéraux se produiront le long de la levée et, en arrivant à l'ouvrage normalement à son axe, ils augmenteront la contraction d'une manière très sensible. Quant à la vitesse du fond, il faut la prendre très faible, si on ne veut pas affouiller profondément les propriétés voisines. Soit $v = 0^{m},50$. La vitesse moyenne sera:

$$V = 1\ 33\ v = 1,33 \times 0,50 = 0^{m},67.$$

On aura donc:

$$S = \frac{Q}{mV} = \frac{2,32}{0,60 \times 0,67} = 5^{m.q.},77.$$

L'ouvrage étant placé au point le plus bas du profil, à l'endroit où le courant a une hauteur $h = 0^{m},40$, on aura:

$$x = \frac{S}{h} = \frac{5,77}{0,40} = 14^{m},40.$$

A première vue ce résultat peut paraître exagéré, mais on remarquera qu'il provient de ce que la vitesse limite v est forcément très faible pour un terrain comme celui qui constitue généralement les rives submersibles. Si ces rives étaient incultes, on pourrait sans inconvénient augmenter beaucoup la vitesse v, ce qui réduirait notablement la largeur du débouché. Ainsi, si on pouvait admettre une vitesse au fond $v = 1^{m},20$, comme pour le lit mineur, on aurait:

$$V = 1,33\ v = 1^{m},60,$$

et $$S = \frac{2,32}{0.70 \times 1,60} = 2,10$$

par suite,

$$x = \frac{S}{h} = \frac{2,10}{0,40} = 5^{m},20.$$

on opérerait de la même manière pour la partie FGH du lit majeur.

2° — VÉRIFICATION D'UN DÉBOUCHÉ

307. Au lieu de déterminer directement le débouché du pont en se donnant la vitesse du courant au fond, on peut opérer autrement, en faisant une hypothèse sur le débouché et en vérifiant ensuite si la vitesse qui en résulte ne dépasse pas la limite possible.

On a vu, en effet (n° 294) que la relation :

$$\Omega U = mSV$$

qui donne :

$$S = \frac{\Omega U}{mV}$$

permettant de faire le calcul comme nous l'avons expliqué, donne aussi :

$$V = \frac{\Omega U}{mS}$$

(formule 49) (n° 294).

Cette dernière expression permet de vérifier la valeur de la vitesse V quand on se donne le débouché. Ayant déduit cette vitesse moyenne de l'expression précédente, on s'assure si la vitesse au fond

$$v = 0{,}75\,V$$

ne dépasse pas la limite qui peut être admise. On calcule enfin le remous pour savoir si l'exhaussement du plan d'eau en amont n'est pas susceptible de causer des dommages importants aux propriétés riveraines.

Exemple numérique.

308. Reprenons l'exemple que nous avons déjà soumis au calcul direct du débouché. Le profil transversal de la rivière est celui qui est représenté par les figures 204, 207, 212 et 213. Supposons qu'on se donne le débouché tel qu'il résulte de la disposition d'ensemble représentée par la figure 213. Sur le lit ordinaire, une grande arche marinière de 50 mètres d'ouverture à intrados elliptique, accompagnée à gauche d'une arche plein-cintre de 20 mètres, et à droite de deux autres arches plein-cintre de même ouverture.

Voyons quel débouché superficiel produisent ces quatre arches réunies.

Arche de 50^m,00 *d'ouverture* (*fig.* 216).

$$s_1 = 10{,}00\left(\frac{6{,}00 + 8{,}00}{2}\right) + 30{,}00 \times 8{,}00 + 10{,}00\left(\frac{8{,}00 + 6{,}00}{2}\right)$$

$$= 70{,}00 + 240{,}00 + 70{,}00 = 380{,}00$$

Arche de 20^m,00 *à gauche* (*fig.* 215).

$$s_2 = 19{,}00\left(\frac{3{,}10 + 5{,}00}{2}\right) + 1{,}00\left(\frac{5{,}00 + 5{,}20}{2}\right)$$

$$= 77{,}00 + 5{,}10 = 82{,}10.$$

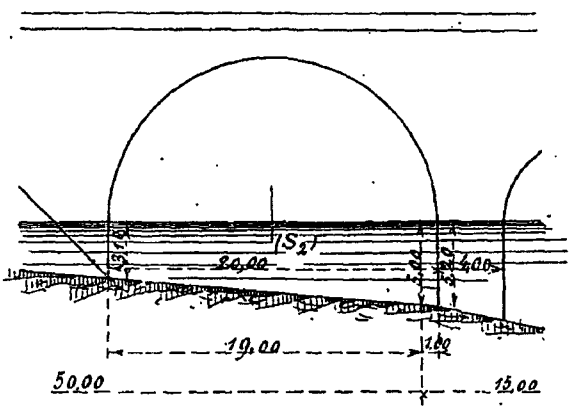


Fig. 215.

Arches de 20^m,00 *à droite* (*fig.* 217).

$$s_3 = 20{,}00\left(\frac{5{,}84 + 5{,}04}{2}\right) = 108{,}80$$

$$s_4 = 20{,}00\left(\frac{4{,}92 + 4{,}12}{2}\right) = 90{,}40$$

La surface totale du débouché sera :

$$S = s_1 + s_2 + s_3 + s_4$$
$$= 380{,}00 + 82{,}10 + 108{,}80 + 90{,}40$$
$$= 661^{m.q.},30.$$

En attribuant au coefficient de contraction une valeur $m = 0{,}90$, et en remplaçant dans la formule (49), S par sa valeur ci-dessus il vient :

$$V = \frac{Q}{mS} = \frac{1\,965}{0{,}90 \times 661{,}30} = 3^m,30.$$

La vitesse v au fond sera donc :

$$v = 0{,}75\ V = 0{,}75 \times 3{,}30 = 2^m,48.$$

Si on juge que cette vitesse au fond ne peut provoquer des affouillements dangereux, on admet le débouché tel qu'il résulte de la disposition générale indiquée par la figure 213. Il faudrait encore, avant d'adopter définitivement le débouché, s'assurer que le remous à l'amont est incapable de donner lieu à de sérieux dégâts ou accidents. Le calcul du remous se ferait du reste comme nous l'avons expliqué, soit avec la formule approximative de Navier (n°s 203 à 206 et 299), soit

avec la formule de M. Bresse mise sous la forme (51) (n° 303).

Débouché d'un aqueduc.

309. Les calculs préliminaires à faire pour la détermination du débouché d'un aqueduc ou d'un ponceau, ne diffèrent pas de ceux que nous venons d'exposer relatifs au débouché d'un pont. L'évaluation des données du problème : débit maximum par seconde, et hauteur de la ligne d'eau à l'endroit de l'emplacement de l'ouvrage, se fait de la même manière.

Lorsque le ponceau ne doit pas être muni d'un *radier*, la vitesse v au fond du courant ne doit pas dépasser la limite pour laquelle le sol serait affouillé. Le débouché du ponceau se détermine alors comme celui des ponts, soit qu'on se donne cette vitesse limite, et qu'on en déduise le débouché, soit qu'on se donne le débouché et qu'on vérifie ensuite si la vitesse limite n'est pas atteinte.

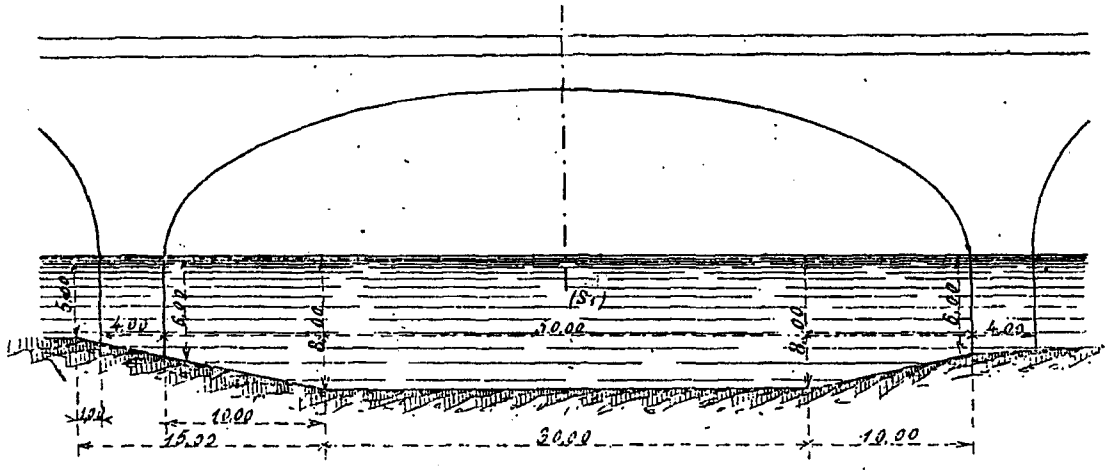


Fig. 216.

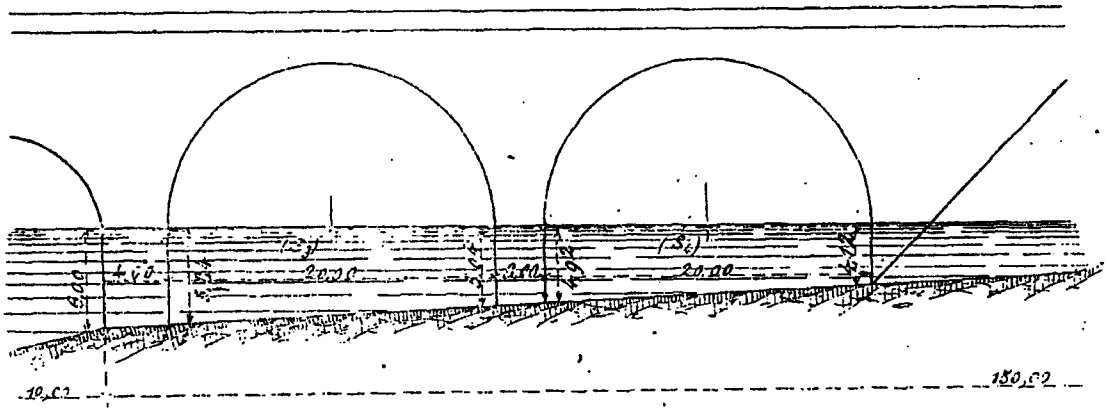


Fig. 217.

Quand, au contraire, l'aqueduc est muni d'un radier, la considération de la vitesse limite du courant n'a plus la même importance. Il est essentiel seulement que les berges du ruisseau ne puissent être fortement entamées en amont et en aval de l'ouvrage. On peut s'en assurer en calculant les vitesses du

courant là où l'on craint les affouillements. Il est facile du reste de consolider les berges aux abords de l'aqueduc jusqu'à une certaine distance en amont et en aval.

Il sera donc possible, dans le cas d'un aqueduc ou d'un ponceau, de réduire considérablement le débouché à condition de laisser prendre au courant une vitesse relativement grande. Toutes ces questions se résoudraient de la même manière que pour les ponts.

Mais il y a ici une autre considération importante à faire entrer en ligne de compte.

Un aqueduc est en effet un ouvrage qui présente par rapport à ses autres dimensions une longueur beaucoup plus grande que dans un pont ordinaire. Il peut être considéré comme un canal en maçonnerie à parois latérales ordinairement verticales. Si le niveau du courant ne dépasse pas la naissance de la voûte, et si on fait abstraction de la concavité du radier, on peut dire que la section transversale du courant est rectangulaire.

On a donc ici un canal rectangulaire dont la longueur est, en général, assez grande relativement à ses autres dimensions. Ce canal a à débiter un certain volume d'eau par seconde ; et comme sa section transversale libre ne varie pas sur toute sa longueur, il faudra, pour que le courant conserve le même niveau sur cette longueur, que l'écoulement se fasse en régime permanent uniforme. De là résulte la nécessité de donner au plafond du canal, c'est-à-dire au radier du ponceau, une pente telle que le régime uniforme puisse être réalisé.

Ce problème a été étudié au numéro 90. Il a été ainsi formulé :

Un canal dont la forme du profil transversal est connue, doit débiter un volume Q; on connaît en outre le niveau de l'eau ; on demande de calculer : la vitesse moyenne U que l'eau devra prendre pour assurer le débit Q, et la pente longitudinale qu'il faudra donner au canal pour réaliser cette vitesse moyenne.

La vitesse U est immédiatement fournie par la relation $U = \frac{Q}{\Omega}$

Quant à la pente longitudinale, nécessaire pour réaliser le débit Q avec la vitesse U, elle est donnée par la formule (16) (n° 89) de M. Bazin :

$$I = \frac{AU^2}{R}$$

dans laquelle on a : pour des parois peu unies (maçonnerie de moellons) par exemple :

$$A = 0{,}00024\left(1 + \frac{0{,}25}{R}\right).$$

Si l'aqueduc n'avait pas cette pente, répondant au régime permanent uniforme, le courant prendrait un mouvement permanent varié, et il se produirait selon les cas, des remous de gonflement ou d'abaissement, comme cela résulte des considérations exposées aux numéros 188 à 200. Un ressaut pourrait même prendre naissance (n° 201).

Dans le cas de formation de remous de gonflement, la section transversale de l'aqueduc pourrait être complètement noyée et alors la section d'écoulement deviendrait insuffisante.

On doit donc, toutes les fois que cela est possible, donner à l'aqueduc la pente qui lui permettra de débiter le volume maximum des crues en régime permanent uniforme. Dans le cas ou, pour des raisons étrangères à la détermination du débouché, on serait obligé de faire autrement, on devrait tenir compte des phénomènes possibles résultant des considérations exposées aux numéros 188 à 201.

Il est certain que, quelle que soit la section transversale de l'ouvrage, cette section pourra toujours assurer un débit quelconque, à condition que la vitesse puisse atteindre la valeur nécessaire, et cette vitesse peut toujours être obtenue par une surélévation suffisante du plan d'eau en amont. Mais on comprend qu'il y a une limite à cette surélévation, car si elle prenait d'énormes proportions, il en résulterait d'importants dégâts par l'augmentation du champ d'inondation, en même temps qu'elle mettrait en danger la solidité de l'ouvrage.

Lorsque l'aqueduc arriverait à débiter à pleine section, avec la vitesse suffisante, sous l'action d'une certaine hauteur d'eau

au-dessus du sommet de la voûte, il se produirait, par suite de l'accumulation d'eau en amont, une très forte pression capable d'emporter l'ouvrage. Dans le cas où le ponceau résisterait, le courant, en passant par-dessus ou latéralement, détruirait certainement la route ou le remblai du chemin de fer.

Donc, même dans le cas d'un aqueduc ou d'un ponceau, il est essentiel de déterminer le débouché, quoique cela paraisse moins important que dans le cas d'un pont.

Ce que nous avons dit pour les ponts suffira amplement pour la détermination du débouché des aqueducs et ponceaux. On y ajoutera seulement le calcul que nous avons indiqué ci-dessus, relatif à la pente longitudinale que l'ouvrage doit avoir pour que l'écoulement se fasse dans de bonnes conditions.

Autant que possible la ligne d'eau ne devra pas dépasser les naissances de la voûte, dans le cas où ce niveau serait insuffisant, on le relèverait en remplacant le plein cintre par une voûte surbaissée. Dans tous les cas on doit éviter le débit à pleine section.

VI.— Débouché au-dessus des torrents.

310. En ce qui concerne particulièrement le débouché à donner aux ponts sur les torrents dans les pays de montagnes, voici ce que dit Surrel dans sa remarquable étude sur les torrents des Hautes-Alpes.

« Si l'on recherche les données qui découlent de l'expérience des ponts déjà construits, on remarque que leur ouverture dépasse rarement 10 mètres, et sur des lits dont la largeur est cent fois plus considérable. Cela s'explique aisément, lorsqu'on connaît les causes de cette largeur démesurée. La hauteur du débouché est également assez petite. Les torrents les plus redoutés passent sous des ponts dont l'élévation au-dessus du fond du lit ne dépasse guère 3 mètres.... On peut dire, en général, qu'il est bon de donner aux ponts la plus petite section de débouché possible, parce qu'on détermine par là une chasse violente, dont l'effet sera de creuser le lit. Une trop grande section favoriserait au contraire l'exhaussement, contre lequel il n'est point de remède.

Il est arrivé sur plusieurs torrents, que les constructeurs, s'effrayant de la largeur du lit, ou trompés par la bifurcation du courant, ont pris le parti d'élever deux ponts à la fois. Ce système, qui semble devoir donner plus de sécurité au prix d'une plus forte dépense, est tout au contraire aussi vicieux qu'il est dispendieux. Partout où il a été mis en usage, l'un des ponts a fini par être obstrué, et la masse des eaux a passé tout entière sous l'autre, dont le débouché, calculé pour une seule branche, seulement, se trouve ensuite trop petit pour les branches réunies. Ces faits montrent la nécessité de resserrer autant que possible le champ des eaux, et confirment ce que nous avons dit sur le danger des débouchés trop spacieux.

Par le même motif, il faut éviter l'emploi des piles, qui ont de plus l'inconvénient de donner prise à l'affouillement et exposent ainsi le pont à une double chance de destruction.

On est beaucoup moins embarrassé dans la détermination du débouché lorsqu'on a à remplacer un ancien pont par un pont nouveau. On peut alors recueillir des observations assez exactes sur la hauteur des eaux. S'il est arrivé, par exemple, que le tablier de ce pont ait été souvent emporté ou surmonté par les eaux, on est assuré que ce tablier est trop bas. L'on se trouve ainsi maître d'une excellente donnée pour l'établissement d'un pont définitif. Peut-être serait-il utile, dans beaucoup de cas où le succès de l'établissement est douteux, d'ériger cette marche en principe, d'élever d'abord un pont en charpente qui sera peu coûteux, d'observer pendant quelques années la conduite du torrent ; enfin de ne hasarder un pont définitif, que lorsqu'on aura été préalablement instruit par cette sorte de tâtonnement.

... C'est le radier surtout qu'il importe de fortifier. Les radiers périssent presque toujours par l'affouillement qui se fait *à leur aval.* Il faut jeter là, et jusqu'à une assez grande distance du mur de chute,

des gros blocs contenus par quelques pieux battus. On peut aussi enchaîner les blocs les uns aux autres par des anneaux en fer.

... Il arrive souvent que de petites crues, arrivant coup sur coup, exhaussent le lit au-dessous de l'arche. Alors, s'il survient tout à coup une crue violente, les eaux trouvant le passage bouché emportent le pont ou se font jour d'un autre côté. A cause de cela, il est nécessaire de s'assurer de temps en temps de l'état du lit au passage du pont. S'il s'obstrue, on ouvre au milieu des alluvions un canal d'amorce dont le but est d'attirer les eaux; quand la crue arrive, elles suivent le canal, déblayent les matières déposées, et remettent elles même le radier au jour. Si l'on croyait indispensable de désobstruer entièrement le pont, à force de bras, chaque fois qu'il est engorgé, on dépenserait inutilement beaucoup d'argent. »

A ce passage de l'ouvrage de Surrel, nous ajouterons les indications suivantes de M. Lechalas :

« Dans les montagnes, surtout si leur sol est en voie de dislocation, les problèmes difficiles se présentent à chaque instant, pour la plus modeste route comme pour le plus important chemin de fer; nous nous sommes bornés à renvoyer sur ce sujet aux enseignements de Surrel. Dans les contrées plus rapprochées des plaines, mais encore très accidentées, on se trouve, s'il s'agit du midi de la France, dans une région dangereuse, où de violents orages s'abattent parfois sur d'assez grands bassins; des crues énormes ne durant que quelques heures, comme on en a vu dans les rivières du département de l'Ardèche, peuvent faire subir aux ouvrages de terribles assauts, surtout si ces ouvrages ont profondément modifié l'état naturel des lieux. Il faut donc dans de telles circonstances, se faire une loi de respecter le régime des rivières, et recourir le plus possible aux très grandes travées, qu'on pourra de plus en plus établir solidement sans de trop fortes dépenses, en utilisant de récentes études sur les constructions métalliques. Point de levées au travers du champ d'inondation, point d'ouvrages à tympans accessibles aux crues, telle est l'obligation qu'il faut s'imposer le plus possible dans les parages dont il s'agit. »

VII. — Règles empiriques pour la détermination du débouché.

311. Lorsqu'on ne peut avoir connaissance d'aucun des éléments qui serviraient à évaluer approximativement le débit du cours d'eau et la hauteur de ses plus fortes crues, on détermine quelquefois le débouché des petits ponts au moyen des règles empiriques que nous allons indiquer.

M. Duleau, dans son *Cours de construction* lithographié, a proposé la règle approximative suivante :

Dans un pays presque plat, tel que la Belgique, où les collines n'ont que 15 à 20 mètres de hauteur au-dessus des plaines, on donne 0^m 80 de largeur par lieue carrée (16 kilomètres carrés) et, dans les pays où les montagnes les plus élevées ont environ 50 mètres au-dessus des vallées voisines, on donne environ 2 mètres de largeur par lieue carrée.

M. Mary, dans son *Cours de Routes et Ponts*, formule ainsi qu'il suit cette règle empirique applicable dans les pays où le sol est peu perméable. Dans les pays plats on donne $0^m,45$ à $0^m,50$ de largeur de débouché par 1 000 hectares de terrains compris dans le bassin dont le pont doit assurer l'écoulement. Quand au contraire le sol a de la pente et quand les collines qui entourent le bassin s'élèvent à 50 mètres environ au-dessus des points les plus bas, on donne $1^m,25$ par 1 000 hectares. Enfin, quand le bassin est resserré entre des montagnes dont la pente est rapide et qui sont très élevées, il faut accroître le débouché, parce que les eaux coulant sur un sol plus incliné arrivent plus vite et plus abondamment au passage du pont.

Ces règles, comme on le voit, sont en complète contradiction avec tout ce que nous avons dit sur les différentes quantités de pluie qui peuvent tomber sur une contrée, sur la nature du sol qui rend les versants plus ou moins perméables ou imperméables et qui agit par conséquent sur la valeur du coefficient d'écoulement, sur l'influence de la déclivité de ces ver-

sants, sur la rapidité de formation des crues et sur leur intensité, etc... On peut donc affirmer que 99 fois sur cent, ces règles conduiront à des résultats absolument erronés; aussi ne devra-t-on les admettre qu'avec une extrême réserve et, en tous cas, on ne devra les employer que lorsqu'on sera dans l'impossibilité absolue de se procurer aucun renseignement capable de fixer les idées et seulement pour les ponceaux.

M. Belgrand cite des exemples qui démontrent bien l'inexactitude de la règle de Duleau. Ainsi, en évaluant les débouchés comme M. Duleau le propose, on aurait donné au pont de Lucy-le-Bois, sur le Veau-de-Bouche, une superficie de 12 mètres carrés au plus, au lieu de 36 mètres superficiels, débouché nécessaire. Depuis, il aurait été insuffisant quatre ou cinq fois et le pont aurait probablement été emporté le 27 mai 1841.

On aurait donné au pont de Puits (route nationale n° 80) un débouché de 30 à 40 mètres superficiels, au lieu de celui de 1 mètre carré, 71 qu'il a actuellement et qui est plus que suffisant.

En comparant le plus ou moins de perméabilité d'un certain nombre de petits bassins aux débouchés mouillés des ouvrages établis sur les cours d'eau de ces bassins, M. Belgrand est arrivé à pouvoir dire que :

1° Le bassin est *imperméable* si le débouché des ponts existants varie de $0^m,79$ à $0^m,33$ par kilomètre carré de bassin correspondant;

2° Qu'il est *perméable* lorsque le débouché des ponts est inférieur à $0^m,12$ par kilomètre carré de bassin correspondant.

On pourrait en tirer la règle approximative qui consisterait à attribuer à un pont une largeur variable de $0^m,33$ à $0^m,79$ par kilomètre carré de bassin selon que le bassin serait moins ou plus imperméable, et une largeur inférieure à $0^m,12$ par kilomètre carré quand le bassin est perméable. Ces chiffres ne s'appliqueraient qu'à des bassins ayant moins de 50 kilomètres carrés. M. Belgrand reconnaît du reste que cette manière d'opérer ne peut conduire qu'à une simple indication, car beaucoup d'autres circonstances viennent modifier le débouché des ponts.

Voici un exemple de calcul de débouché reposant sur les coefficients de M. Belgrand.

Pour la construction d'un pont en maçonnerie, près du village de Roye (Haute-Saône), (1870) sous le chemin de grande communication numéro 8, de Lure à Héricourt sur la rivière Le Rahin, M. Prévost, agent voyer d'arrondissement a calculé le débouché de la manière suivante:

Il a appliqué au bassin du Rahin, pour la partie en amont du pont de Roye, quoique la surface excède 50 kilomètres carrés, les coefficients de M. Belgrand, soit $0^m,50$ pour 70 kilomètres carrés de terrains granitique et de transition, puis $0^m,75$ pour 31 kilomètres carrés de terrains de grès rouge, de grès vosgien, de grès bigarré, de muschelkalk et d'alluvions modernes (ces surfaces ont été calculées sur la carte d'état-major à l'échelle de $\frac{1}{80\,000}$). Il a ainsi obtenu :

$$70 \times 0{,}50 + 31 \times 0{,}75 = 58^{m.q.},25$$

qui représentent la section totale des débouchés que les ouvrages d'art du chemin de grande communication numéro 8, doivent avoir dans la vallée du Rahin.

D'après ce calcul, le pont ne devait avoir que $58{,}25 - 13{,}22 = 45^{m.q.},03$ de débouché, car les ponceaux et aqueducs présentaient déjà, en dehors du pont de Roye, un débouché total de $13^{m.q.},22$.

Du reste, M. Prévost avait fait exécuter en 1862, à 5 kilomètres en aval de Roye, un pont à 3 arches, offrant un débouché de 43 mètres carrés. Ce débouché ayant été reconnu suffisant, quoique les aqueducs qui se trouvent sous les chaussées d'accès n'aient ensemble qu'un débouché de 10 mètres carrés, il était à présumer que le débouché de 45 mètres carrés, calculé ci-dessus, devait aussi être suffisant.

312. En ce qui concerne plus particulièrement le débouché à donner aux aqueducs, voici ce que dit M. Léon Durand-Claye dans son *Cours de Routes*, à l'Ecole des Ponts et chaussées.

Quel que soit le mode de construction d'un ponceau, on doit se rendre compte,

avant tout, de l'ouverture qu'il convient de lui donner.

L'économie commande de faire l'ouverture aussi petite que possible afin de diminuer le volume des constructions. Mais d'autre part, il faut qu'elle soit suffisante pour assurer aux eaux le débouché dont elles ont besoin, sans relever leur nappe à un niveau notablement supérieur à celui qui s'établit naturellement, et sans déterminer une vitesse d'écoulement capable d'affouiller le sol où est assis le ponceau et de le détruire.

Pour estimer l'ouverture convenable, il faut donc se rendre compte d'abord de la quantité d'eau qui peut affluer à un moment donné, puis de la hauteur que prendra l'eau et de la vitesse dont elle sera animée, en raison de la pente et des dimensions du cours d'eau ainsi que de l'ouverture qu'on se propose de lui offrir.

La quantité d'eau qui afflue à un moment donné, en un même point d'un thalweg, dépend de bien des circonstances dont les principales sont:

1° L'étendue du bassin à l'amont de ce point;

2° La répartition d'une même pluie ou des pluies successives sur les divers points du bassin;

3° La hauteur d'eau tombée pendant chaque pluie;

4° La nature plus ou moins perméable du sol;

5° La saturation plus ou moins avancée du sol par suite des pluies antérieures;

6° La déclivité des versants;

7° La pente du thalweg lui-même.

Cette simple énumération suffit pour faire comprendre la difficulté d'une étude de cette nature. Il serait impossible de s'y livrer pour chacun des ouvrages à construire, et on ne l'entreprend que pour les grands ponts.

Pour les ponceaux on s'en tient à des règles pratiques appropriées aux circonstances locales.

Lorqu'il existe à proximité un autre ponceau sur le même cours d'eau, les renseignements qu'on se procure permettent presque toujours de se rendre compte s'il a un débouché convenable. On adopte le même débouché, ou on le modifie en plus ou en moins, suivant ces renseignements.

Si le ponceau préexistant est éloigné, cette méthode donne l'ouverture la plus convenable au point où il est établi. Pour calculer celle qu'il faut adopter en un autre point du thalweg, on peut se baser sur cette hypothèse suffisamment vraie pour une détermination de ce genre, que, dans les grandes crues, le débit d'un cours d'eau varie, d'un point à l'autre, comme la racine carrée de la surface versante, et faire les ouvertures dans le même rapport que les débits.

Si donc on représente par x et par l les ouvertures des deux ponceaux placés en des points du thalweg où les surfaces versantes sont respectivement S_x et S_l, on posera:

$$\frac{x}{l} = \frac{\sqrt{S_x}}{\sqrt{S_l}}.$$

On peut se rendre compte sur les cartes des quantités S_x et S_l, et calculer x connaissant l'ouverture l d'un ouvrage existant, modifiée au besoin si elle paraît insuffisante ou exagérée.

A défaut d'indications précises provenant de l'étude des ouvrages existants, on a recours à des formules empiriques. On donne à l'ouvrage une ouverture qui varie de $0^m,40$ à $1^m,50$ par milliers d'hectares de surface versante, suivant la perméabilité du sol et la déclivité de ses pentes. Il est clair que l'eau afflue d'autant plus vite au thalweg que le terrain est moins perméable et qu'il est plus incliné.

VIII. — Débouché des ponts à l'étranger.

313. M. Pontzen, dans une note que nous reproduisons ci-dessous, donne le résultat de ses recherches sur la manière d'opérer à l'étranger pour la détermination du débouché des ponts.

M. A. Kœstlin, ingénieur de mérite, qui a été pendant des années chef des études des chemins de fer de la Société autrichienne, a publié dans le *Journal de la Société des ingénieurs et architectes d'Autriche* (Vienne, 1868), un mémoire où

nous trouvons les renseignements qui suivent :

Sur les rivières et fleuves, on dispose ordinairement d'indications qui valent mieux que les calculs que l'on pourrait faire pour déterminer la somme des ouvertures des ponts. Les plus hautes crues sont repérées et il existe généralement des ponts anciens; les vieillards donnent des renseignements sur les inondations, etc.

Il n'en est pas de même pour les ouvrages d'art à établir dans les remblais qui traversent des vallées latérales. L'étendue du bassin qui déverse vers ce point ses eaux, la nature du terrain, la culture, la pente et l'intensité des pluies sont les éléments qui influent sur le débouché à donner. Ce sont ordinairement les orages qui amènent les maxima de débit. M. Hagen estime qu'en général les trois septièmes de l'eau tombée pendant un orage est de $0^m,000,014,3$ par seconde. A l'observatoire de Paris, un orage d'une demi-heure a conduit au maximum de $0^m,000,010,5$. Dans le midi de la Hongrie, un orage de dix minutes a donné par seconde une hauteur d'eau de $0^m,000,016$.

En adoptant ce dernier chiffre qui est le plus élevé, et calculant sur un écoulement de cinquante pour cent, il faut compter sur un maximum de $0^m,000,008$ par seconde.

Des eaux qui s'écoulent avec une vitesse supérieure à 3 mètres par seconde, affouillent et entraînent le sol. M. Kœstlin s'arrête donc, quelle que soit la pente de la vallée, à cette vitesse, et reste même au-dessous pour la détermination de la section des ouvrages d'art. Ainsi, pour des pentes supérieures à un centimètre par mètre, il admet la vitesse de 3 mètres; pour des pentes de $0^m,01$ à $0^m,005$ par mètre, des vitesses de $2^m,50$ à 2 mètres. De plus, il suppose que la nappe d'eau qui se déverse par l'ouvrage d'art n'a pas une grande profondeur, mais seulement $0^m,25$ à 1 mètre. Voilà bien des chiffres arbitraires, mais on s'appuie sur diverses considérations, telles que : l'inconvénient d'avoir de gros blocs entraînés à travers les ouvrages d'art; l'utilité de réserver au-dessus du niveau qu'atteignent les eaux, sous l'intrados, une hauteur suffisante pour laisser passer des troncs d'arbre, etc.

La durée de l'écoulement étant plus longue que la durée de l'orage, on n'arrivera pas au débit maximum sur lequel se base le calcul. En outre, les orages les plus forts sont de courte durée, et ces orages ne s'étendent généralement pas sur une grande zône, et par conséquent, n'atteignent pas toute la longueur des vallées.

Pour se rendre compte des coefficients de réduction applicables à des pluies de $0^m,000,008$ par seconde, au maximum, M. Kromenaker, attaché comme M. Kœstlin à la construction de chemins de fer en pays accidentés, a fourni à ce dernier des éléments basés sur des observations suivies. L'étude qu'en a fait M. Kœstlin l'a conduit à la conclusion suivante :

Pour des vallées à fortes pentes, il y a lieu d'admettre le tableau ci-après des décroissances de la hauteur d'eau à écouler, d'après la longueur des vallées :

LONGUEUR de la vallée EN KILOMÈTRES	HAUTEUR D'EAU à écouler PAR SECONDE	OBSERVATIONS
Jusqu'à $3^K,8$	0.000.008	Pour des plateaux déversant leurs eaux vers un ouvrage d'art, lorsque l'inclinaison du plateau et des vallons sur ce plateau est faible, on prendra la moitié des hauteurs ci-contre, sans descendre au dessous de 0,000001.
$3^K,8$ à $7^K,6$	0.000.006 à 0.000.004	
$7^K,6$ à $11^K,4$	0.000.003	
$11^K,4$ à $15^K,2$	0.000.002	
au delà de $15^K,2$	0.000.001	

M. Kœstlin fournit des exemples. En voici un : pente de la vallée, un quarantième (0,025 par mètre); vitesse admise, 3 mètres par seconde. Superficie déversant les eaux = 1,800,000 m. q.; longueur de la vallée 3 kilomètres; quantité d'eau à

écouler par seconde calculée en supposant une hauteur de $0^m,000,008$ sur toute la surface de la vallée. $14^{mc},400$. La section de la veine d'eau sera donc de $\frac{14,4}{3} = 4^{m2},80$.

M. Kœstlin donnerait à cet ouvrage $4^m,80$ de portée; la profondeur de l'eau serait de 1 mètre, mais il donnerait à l'ouvrage une hauteur sous clef de près de 4 mètres.

D'après M. Steiner professeur à l'Ecole polytechnique de Prague, les ouvrages d'art des chemins de fer russes doivent, suivant les réglements administratifs, avoir des débouchés calculés d'après les indications de M. Kœstlin, en tant que l'étendue des terrains déversant leurs eaux, ne dépasse pas cinquante-six kilomètres carrés.

M. Rziha, professeur à l'École polytechnique de Vienne. dit que, sur les chemins de fer autrichiens, on se sert en général de ces mêmes indications empiriques; mais il remplace le tableau de M. Kœstlin par le suivant :

3 kilomètres.	0.000.008.0
3 à 8	0.000 006.5
8 à 12	0.000.005.0
12 à 18.	0.000.003.5

M. Rziha adopte également la réduction à moitié pour les plateaux de faible pente. Quant aux vitesses d'écoulement, il emploie le tableau suivant, d'après la pente des vallées :

Pente de	$0^m,01$ par m.	$3^m,5$ par sec.
—	$0^m,01$ à $0,005$.	$3^m,0$ —
au-dessous de	$0^m,005$ par m.	$2^m,1$ —

§ X. — *RÉPARTITION DU DÉBOUCHÉ*

314. Quand on a déterminé le débouché qui est nécessaire pour que les plus fortes crues puissent être débitées facilement, sans qu'il en résulte en amont un remous dangereux pour les propriétés riveraines, ni des vitesses capables d'affouiller les fondations de l'ouvrage, il reste à répartir convenablement ce débouché.

Pour les ouvrages d'importance secondaire, tels que les aqueducs, ponceaux et petits ponts, la solution est des plus simples, car il n'y a pour ainsi dire pas de répartition à faire. L'ouvrage ne comporte alors qu'une seule arche. Il suffit de donner à cette arche l'emplacement le plus convenable, eu égard à la facilité d'exécution et à la solidité des fondations, ainsi qu'à la nécessité qu'il y a à contrarier le moins possible les courants principaux pendant les crues.

Mais quand il s'agit de grands ponts et de viaducs, la question de la répartition du débouché devient plus difficile et se complique d'un assez grand nombre de conditions à remplir.

Il faut non seulement se préoccuper de donner aux courants un passage facile, afin de réduire le plus possible les chances d'accidents et les dommages aux propriétés voisines, mais encore il faut rechercher la solution la plus économique tout en assurant aux ouvrages toute la solidité désirable.

Lorsque le pont est précédé et suivi de levées d'accès insubmersibles, on a à examiner s'il n'y a pas lieu de munir les levées d'ouvertures supplémentaires, afin d'éviter les courants latéraux, toujours dangereux, et l'entraînement du sol cultivable. D'autre part, les circonstances locales sont tellement variables que les combinaisons possibles sont parfois très nombreuses.

315. M. Dupuit, dans ses études théoriques et pratiques sur le mouvement des eaux, a discuté des questions de cette nature. Il suppose d'abord les dispositions locales représentées par la figure 218. Dans une large vallée coule une rivière dont la largeur du lit des eaux moyennes est d'environ 500 mètres. Pendant les crues, tout le terrain submersible GDKEFCH se trouve recouvert d'une couche d'eau de 3 mètres environ de hauteur moyenne, tandis que la partie DBEK, en raison de

son altitude un peu plus élevée, forme sur la rive gauche un îlot insubmersible. Il s'agit de faire franchir la vallée à une route partant d'une ville au point A pour aboutir au point C placé sur la limite du terrain insubmersible.

On suppose que plusieurs ponts existent en amont et en aval de la traversée projetée. Ces ponts ont un débouché linéaire de 400 mètres, reconnu parfaitement suffisant. Il semble donc qu'on aura fait le nécessaire en construisant en AB, sur le lit des eaux moyennes, un pont de pareil débouché, c'est-à-dire ayant aussi un débouché linéaire de 400 mètres, prolongé en BC par une levée insubmersible. Mais comme le bras AB de la rivière ne débitait autrefois qu'une partie des eaux des crues, et qu'il aura maintenant à débiter la totalité, son ancienne pente sera insuffisante pour assurer la vitesse nécessaire à cet accroissement de débit. Il en résultera forcément un remous important qui augmentera le champ de l'inondation sur les deux rives, et pourra amener des dégâts considérables et même submerger les rues basses de la ville placée sur la rive droite.

Pour éviter les inconvénients d'un remous exagéré plusieurs solutions peuvent être proposées.

L'une de ces solutions consisterait à ouvrir un lit secondaire dans la partie submersible HGDEF, qui formerait un second bras de la rivière et sur lequel on aurait naturellement à construire un deuxième pont capable de débiter toutes les eaux qui passaient sur les terres submersibles. Les arches, ainsi pratiquées dans la levée CK, auraient pour effet de

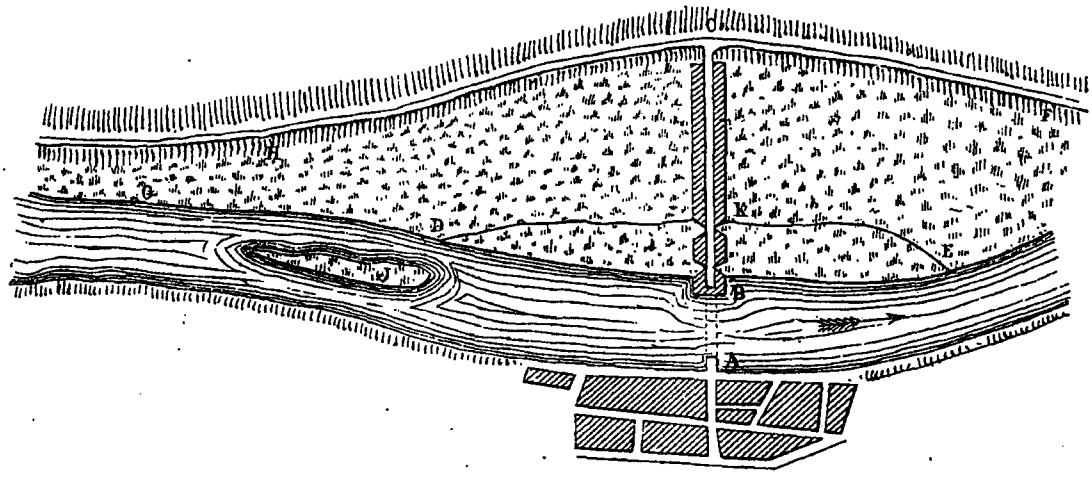


Fig. 218.

ramener les choses dans leur ancien état. Mais pas complètement cependant, car sous les arches, les courants seraient plus forts qu'autrefois, puisque l'ouverture totale pratiquée à travers la levée serait forcément inférieure à ce qu'elle était avant l'établissement de la traversée. Ces courants pourraient donc produire des affouillements qui conduiraient à des travaux dispendieux.

Dans le cas où il ne serait pas possible de créer ce nouveau lit dans la partie submersible de la vallée, il faudrait avoir recours à une autre solution. Celle-ci consisterait, par exemple, à élargir le lit ordinaire, et à construire sur ce lit élargi un pont ayant un débouché assez grand pour que le remous soit réduit au minimum possible. Pour cela, on enlèverait tout ou partie de l'îlot insubmersible DBEK et l'on établirait sur la largeur augmentée AK un pont suffisant pour donner passage dans de bonnes conditions d'écoulement à toutes les eaux réunies dans ce seul bras. Ce dernier travail est presque toujours préférable.

Cette solution pourrait être complétée, si les dommages produits par les inondations ont surtout lieu sur la rive gauche par la construction d'une digue longitudinale insubmersible le long de la nouvelle rive GDKE, qui serait prolongée jusqu'au coteau. Cette digue aurait pour effet d'obliger le courant à passer complètement sous le pont établi en AK, tout en protégeant le terrain HGDEKF autrefois submersible. Mais il est facile de comprendre, qu'avec une telle disposition, la situation de la rive droite serait aggravée et que l'existence de l'île J serait fort compromise.

Si la route AC n'est pas très importante et si les inondations sont assez rares, on devra examiner la solution qui consisterait à faire suivre le pont d'une petite levée submersible, ou même à établir la route au niveau de la vallée. Il en résulterait, dans ce cas, de rares interruptions dans la circulation. Mais si ces interruptions ne présentaient pas de trop graves inconvénients, il ne faudrait pas hésiter à adopter un tel parti qui aurait l'immense avantage de ne rien changer dans l'ancien état des choses.

Enfin il faudrait voir s'il ne serait pas possible de modifier le tracé de la route, en reportant la traversée en un point qui permettrait de franchir la rivière plus

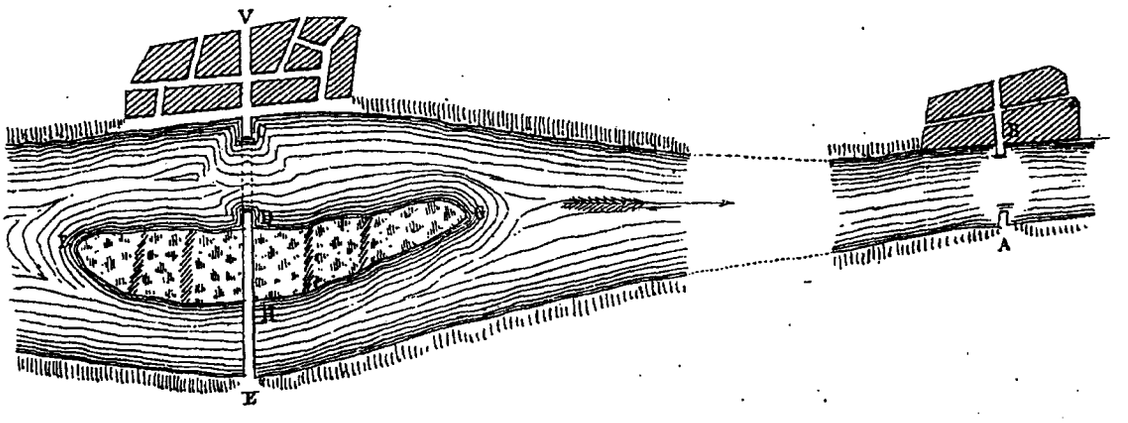


Fig 219.

avantageusement que par les solutions déjà examinées.

316. M. Dupuit discute ensuite un autre cas, dont les dispositions locales sont représentées par la figure 219.

Un pont existe déjà sur la rivière en AB. Il a 200 mètres de débouché linéaire. En cet endroit la rivière est contenue entre deux berges distantes de 200 mètres et assez élevées pour que le niveau des plus fortes crues ne puisse atteindre leurs crêtes. Le pont AB construit dans ces conditions n'a qu'une bien faible influence sur le régime des eaux. Aussi son débouché de 200 mètres a-t-il été reconnu parfaitement suffisant pendant les plus fortes crues.

En amont de ce pont, on veut maintenant traverser la rivière au droit d'une ville V. Mais en cet endroit le lit de la rivière a un profil tout à fait différent de celui qu'il affecte en AB. Le courant des grandes eaux se partage en deux bras séparés par une île submersible FG ayant environ deux kilomètres de longueur. Le bras rive gauche a, en CD, 300 mètres de largeur, et le bras rive droite, 200 mètres en EH. En outre, les quais de la ville V sont peu élevés au-dessus du niveau des plus fortes crues.

Comme le pont AB de 200 mètres de débouché linéaire est suffisant, on pourrait être tenté d'établir en amont sur le bras rive gauche, un pont CD ayant aussi 200 mètres de débouché, et de barrer le bras rive droite EH, puisque alors aux deux endroits le débouché serait le même pour un même débit.

Le pont DC aura à débiter le même volume d'eau que le pont AB, il est vrai, mais l'eau qui passait dans le bras EH passera maintenant dans le bras CD et l'ancienne pente de celui-ci devenant insuffisante, il se produira en amont de la traversée un important remous, capable d'inonder la ville V dont les quais n'étaient qu'à une très faible hauteur au-dessus du niveau des plus hautes eaux.

« Examinons ce qui se passera dans le bras de la rivière fermé par une levée insubmersible EH. Il est clair que, de l'amont à l'aval de cette levée, l'eau prendra une différence de niveau égale à toute la pente qui existe actuellement entre le point F et le point G. Il y aura donc contre cette levée une pression considérable, qui pourrait donner lieu à des filtrations, et par suite à une rupture. De plus, si la crête de cette levée n'a été calculée que sur les anciennes grandes eaux, elle sera franchie par les nouvelles. Remarquons maintenant que le réservoir EHF contient des eaux plus élevées que le chenal laissé aux eaux courantes, tandis que le réservoir EHG en contient de plus basses. »

Les eaux du bras EH sont donc soulevées à une hauteur assez considérable, et elles viennent par suite surélever la hauteur des eaux du bras CD. De plus, les courants latéraux qui traverseraient l'île, viendraient prendre en écharpe les piles du pont CD, augmenteraient le remous et attaqueraient les fondations. (Voir n° 247).

Le pont CD serait-il de 300 mètres au lieu de 200, que les désordres que nous venons d'énumérer se produiraient quand même, quoique immédiatement en aval, un pont de 200 mètres soit suffisant. Il faut remarquer du reste que ce n'est pas le débouché du pont CD qui est insuffisant, car si au lieu de faire en CD un seul pont de 200 ou 300 mètres, on en faisait un de 100 ou 150 mètres sur chaque bras de la rivière, le débouché total serait le même, et néanmoins le remous se trouverait considérablement atténué. On voit donc que, dans les circonstances locales représentées par la figure, il vaudrait mieux construire sur chaque bras un pont capable de débiter les eaux qui passent dans ces bras, sans troubler sensiblement leur régime actuel, que d'en construire un seul de même débouché total sur un seul bras. Par conséquent, la question de la répartition du débouché est ici bien plus importante que celle de la grandeur absolue de ce débouché.

La conclusion que Dupuit tire des discussions précédentes est : que la question du débouché est « tout entière du domaine de l'imagination et de l'invention, domaine qui n'a pas de limites, le peu que nous avons dit doit suffire pour le prouver; car même en se renfermant dans les dispositions que nous avons indiquées, on pourrait en faire sortir un nombre immense de solutions différentes..... La question du débouché des ponts est donc plus vaste que ne l'ont pensé ceux qui en ont traité jusqu'à présent. La considération du volume des eaux à débiter est une des données du problème qu'il est bon d'avoir, mais elle est loin de suffire, et il faut bien se garder de calculer ce débouché d'après cette donnée unique, ou par analogie avec le débouché des ponts situés en amont ou en aval... La question est toute locale; ce qu'on a fait au-dessus et au-dessous n'apprend rien, ou presque rien, sur ce qu'on doit faire entre les deux, et souvent c'est sur une autre rivière, plus grande ou plus petite, qu'il faut prendre exemple des dispositions à adopter. Chaque localité demande une étude spéciale, et la solution de la question du débouché dépend d'une foule de circonstances particulières. »

Tout cela s'applique à la *répartition du débouché* aussi bien qu'au débouché lui-même. Les deux études que nous venons de citer, et surtout la première, montrent combien la meilleure répartition est parfois difficile à préciser.

317. « La répartition des débouchés dans une large vallée, dit M. Croizette-Desnoyers, est extrêmement délicate et les solutions à adopter varient beaucoup avec les circonstances.

La solution la moins nuisible aux propriétés riveraines, consiste à établir dans les levées insubmersibles, un très grand nombre de petits ponts ou ponceaux pour l'écoulement des eaux d'inondation. Mais

il en résulte, dans les vallées à fond mobile, ou bien de très grandes dépenses, si l'on veut mettre les ouvrages dans des conditions de résistance absolue contre les affouillements, ou bien des éventualités d'interruption dans le passage, si quelques uns de ces ouvrages sont emportés. Par suite, s'il s'agit d'une route, on sera généralement porté à construire un grand grand nombre de petits ouvrages légèrement fondés, parce qu'une interruption momentanée du passage, ne présenterait pas de très grands inconvénients, tandis que pour un chemin de fer où les interruptions de service entraîneraient des conséquences beaucoup plus graves, on doit se décider à construire de distance en distance, des séries d'arches très solidement fondées.

Comme l'écoulement des eaux d'inondation par de petites arches isolées, détermine quelquefois, sous quelques unes d'entre elles, des courants assez violents qui affouillent le terrain et entraînent la chute de ces arches, on a souvent employé pour parer à ce danger, soit des poutrelles glissant dans des rainures, soit même de véritables portes comme dans la vallée de la Loire aux environs de Nantes : on ferme par ces moyens le passage aux eaux, tant que leur niveau s'élève; puis, quand la crue est en décroissance et lorsque les eaux ont perdu une partie de leur force, on ouvre les portes ou on relève les poutrelles, afin que les restes de la crue s'écoulent le plus promptement possible. Ce procédé, très rationnel en principe, présente de grands inconvénients dans la pratique, parce que les manœuvres sont rarement faites à temps, et en somme, il en résulte plus d'inconvénients que d'avantages.

Lorsque les issues pratiquées sous les levées sont peu nombreuses, on s'expose, soit en amont, à des courants latéraux qui paralysent une partie des débouchés et sont nuisibles aux terres riveraines, soit, en aval, à des courants normaux qui ravinent les propriétés et y causent souvent de graves dommages : il faut s'attacher, dans ce cas, à disposer les ouvrages de telle sorte que les eaux n'atteignent jamais à leurs abords de grandes vitesses.

En résumé, la solution à adopter doit dépendre, soit de la nature de la voie de communication, comme nous l'avons déjà expliqué, soit des circonstances locales. A ce dernier point de vue et lorsque des fondations solides peuvent être obtenues à peu de frais, il convient de multiplier les ouvrages, tandis qu'avec des fondations coûteuses, il faut restreindre autant que possible le nombre des ouvrages, en ayant soin de les établir très solidement et de donner des débouchés assez grands pour ne pas causer de sérieux dommages aux propriétés riveraines. »

A l'appui des indications générales précédentes, sur la manière dont on doit répartir le débouché, M. Croizette-Desnoyers donne quelques exemples que nous reproduisons ci-dessous.

318. «En a mont de Chalonnes, le chemin de fer d'Angers à Niort, qui traverse d'abord la Loire par un pont ayant 510 mètres de débouché linéaire, est continué par une levée en remblais sur 1 400 mètres de longueur, puis franchit le Louet par un deuxième pont présentant un débouché de 160 mètres. Plusieurs ingénieurs pensaient qu'il serait utile d'ouvrir vers le milieu de la levée, un passage de 40 ou 50 mètres de largeur, pour faciliter l'écoulement des eaux d'inondation et empêcher des courants latéraux de se former en amont du chemin de fer. Nous avons considéré au contraire, qu'une issue de 40 à 50 mètres serait sans importance par rapport aux 670 mètres de débouché offerts par les ponts, et que s'il ne s'établissait pas un fort courant sous la travée intermédiaire, cette travée serait sans utilité, tandis que si un courant violent s'y produisait, il en résulterait de graves dommages pour les propriétés en aval. L'évènement a justifié ces prévisions, car la travée intermédiaire n'a pas été faite, et la crue exceptionnelle de 1866, qui s'est produite aussitôt après l'achèvement des travaux, n'a causé aucun dommage sensible, ni aux ouvrages du chemin de fer, ni aux propriétés riveraines.

Pour la traversée de la Loire, en amont de Blois, par le chemin de fer de Blois à Romorantin on s'est astreint à donner de

très larges débouchés, de telle sorte que les eaux déversées dans le val ne prissent pas une vitesse dépassant 1m,20 par seconde, limite déterminée par expérience comme suffisant à faire éviter tout dommage pour les propriétés riveraines. En résumé, on a donné, pour la traversée de la Loire sur ce point, 576 mètres de débouché linéaire sur le lit principal, 480 mètres dans le val de la rive gauche, et 180 mètres dans celui de la rive droite, soit en totalité 1236 mètres ; tandis qu'à Montlouis, situé à 50 kilomètres en aval, la même vallée est traversée avec un débouché de 297 mètres qui a été reconnu suffisant dans les plus grandes crues.

Si le passage, pour la ligne de Romorantin à Blois, s'était effectué à 4 kilomètres en aval de cette dernière ville, ainsi que l'avaient proposé les ingénieurs dont l'avis n'a pas été suivi par suite de considérations d'un tout autre ordre, le nombre des arches de décharge aurait été diminué dans une très forte proportion, ce qui montre combien, dans de grandes vallées comme celle-ci, on peut souvent réaliser des économies très considérable, en choisissant un point de passage plûtot qu'un autre.

Aux abords de Gien, on paraît vouloir, pour le chemin de fer venant de Bourges, établir dans la vallée de la Loire une nouvelle traversée qui, en outre d'un pont de 380 mètres de débouché sur le lit principal, comporterait la construction de deux viaducs présentant des débouchés linéaires de 1230 mètres sur la rive gauche et de 250 mètres sur la rive droite. On voudrait ainsi éloigner d'une manière absolue tout prétexte de réclamations de la part des riverains, mais la dépense deviendrait énorme et il serait plus rationnel de s'astreindre seulement à ne pas faire dépasser aux eaux une vitesse déterminée comme on l'a fait pour les abords de Blois.

Enfin, quand il s'agit seulement d'une route au lieu d'un chemin de fer, on trouve souvent avantage à rendre la route submersible par des crues même moyennes. Ainsi à Bourret, dans les environs de Montauban, la levée de la route nationale qui traverse sur ce point la vallée de la Garonne, était submersible seulement dans les grandes crues ; mais elle avait été coupée et détruite en partie à plusieurs reprises par des inondations exceptionnelles, et il en était résulté, à chaque fois, une longue interruption dans le passage. Après la crue de 1875, on a reconnu que la meilleure solution consistait à abaisser le niveau de la chaussée de telle sorte que les eaux pussent la surmonter sans qu'il en résultât une chute assez forte pour dégrader les terrassements Il s'en suit que dans les crues moyennes, la route est couverte momentanément par les eaux, mais que l'interruption du passage dure très peu de temps, tandis que précédemment cette interruption se prolongeait pendant de longues périodes et qu'il fallait en outre dépenser de fortes sommes pour rétablir la route dans ses parties dégradées. La solution adoptée à Bourret mérite donc d'être recommandée. »

319. Pour ce qui regarde plus particulièrement la répartition des débouchés en arches ou travées; M. Croizette-Desnoyers ajoute :

« En ce qui concerne le nombre d'arches ou travées entre lesquelles on doit répartir un débouché, soit pour un pont en maçonnerie, soit pour un pont métallique, il faut tenir compte du régime de la rivière, des difficultés de fondation et de la nature des matériaux dont on peut disposer.

Si le courant est faible, si les fondations sont faciles et si la hauteur est restreinte, il y a lieu d'employer de petites arches en maçonnerie qui donnent dans ce cas la solution la plus économique et la plus durable.

Lorsque le courant est rapide et que les fondations présentent des difficultés sérieuses tout en offrant d'excellentes conditions de sécurité, il convient de diminuer le nombre des piles et d'employer de grandes arches en maçonnerie, pourvu que l'on dispose d'une hauteur suffisante et de matériaux très résistants.

Enfin, dans le cas d'un courant rapide et de fondations qui ne présenteraient pas des garanties de sécurité complète, de même que si l'on manquait de hauteur

ou de bons matériaux, il faudrait employer des travées métalliques, en leur donnant d'autant plus de portée que les fondations seraient plus dispendieuses.

Tels sont les principes généraux dont l'application peut être modifiée d'après l'ensemble des circonstances à considérer et principalement d'après l'importance de l'ouvrage à construire ou de la voie de communication à desservir. Il est évident, en effet, que les précautions à prendre doivent être beaucoup plus grandes pour un ouvrage considérable que pour un petit pont et que l'interruption, sur une grande ligne du chemin de fer, aurait des conséquences bien autrement graves que celles qui pourraient résulter de la rupture d'un pont sur un chemin vicinal. »

320. Pour terminer ce qu'il y a à dire sur la répartition du débouché, nous devons signaler une solution toute particulière qui est quelquefois employée dans certains cas spéciaux. Nous voulons parler des *canaux de dérivation* qu'on établit autour des villes, pour diminuer, au passage dans celles-ci, la hauteur maxima des crues dans le lit existant. « Si la dérivation rejoint la rivière peu après la ville, dit M. Lechalas, il n'y a guère à compter sur un résultat sérieux, parce qu'on rétablit le débit maximum et, par suite, le niveau de la crue à proximité du point à défendre. Il peut même y avoir un exhaussement si le raccordement se fait mal. D'un autre côté, il est possible que le niveau maximum ne se trouve pas abaissé immédiatement après l'origine du canal, car les dérivations peuvent provoquer des tournoiements réduisant la vitesse moyenne, si les tracés ne sont pas bien disposés aux abords du point de partage. Les profils longitudinaux du maximum de la crue dans la rivière, avant et après l'ouverture du canal, ne pouvant en général différer beaucoup aux deux extrémités de celui-ci, l'amélioration possible ne consiste souvent que dans une meilleure répartition de la pente totale entre ces points. Les dérivations sont des opérations si délicates, elles ont en général si peu réussi, que tous les ingénieurs italiens les condamnent, et qu'on en a fermé un certain nombre dans leur pays. Il va sans dire qu'on peut cependant recourir quelquefois à ce procédé dans certains cas spéciaux, comme par exemple lorsque la rivière comprend une grande chute entre la ville à défendre et le point de rentrée du canal. Nous supposons dans ce qui précède, que les deux maxima coïncident au point de réunion ; il pourrait en être autrement si le canal constituait un raccourci considérable, par rapport à une courbe très accentuée, mais cela ne suffirait pas pour améliorer notablement la situation : dans une rivière à crues prolongées, le maximum serait plus retardé qu'abaissé. Pour se rendre compte des effets à attendre d'une dérivation projetée, il faut tâcher d'établir les courbes des débits dans la rivière et dans le canal immédiatement après la séparation et avant la réunion pour une crue arrivant dans les conditions de la plus grande crue antérieure ; puis en déduire le profil longitudinal nouveau des débits maxima dans la rivière, et celui des hauteurs correspondantes ».

Relire enfin les exemples numéros 31, 32, 34, 35, 40, qui contiennent les dispositions prises pour quelques ponts en ce qui concerne la répartition des débouchés.

CHAPITRE III

FORMES ET DIMENSIONS DES ARCHES

§ *I.* — *COURBES D'INTRADOS ET LEURS TRACÉS.*

I. — Considérations générales.

321. Les intrados des voûtes des ponts sont presque toujours des surfaces cylindriques à génératrices horizontales. Les ponts sont *droits* quand les plans des têtes sont perpendiculaires aux génératrices du cylindre d'intrados; ils sont au contraire *biais* quand ces plans des têtes sont obliques sur les génératrices. Ils peuvent aussi être *courbes* quand leurs têtes ont la forme de deux grands cylindres verticaux concentriques.

Si on coupe la surface cylindrique d'intrados par un plan vertical perpendiculaire aux génératrices, on obtient ce qu'on appelle une *section droite* ou *cintre principal*. Ce plan sécant rencontre la surface d'intrados suivant une courbe qui est la *courbe directrice* du cylindre; on l'appelle ordinairement *courbe d'intrados*.

Les courbes d'intrados affectent diverses formes qui sont : la demi-circonférence, l'arc de cercle, les anses de panier, l'ellipse, l'ogive, etc. On a alors, selon les cas, des arches en *plein-cintre*, en *arc de cercle*, en *anse de panier*, *elliptiques*, *ogivales*, etc.

Les *naissances* de la voûte sont les deux génératrices les plus basses du cylindre, passant par les deux extrémités inférieures de la courbe d'intrados. C'est suivant ces deux génératrices des naissances que la surface d'intrados se raccorde avec les surfaces généralement planes des piles et culées, quand la voûte est plein-cintre, en anse de panier, elliptique ou ogivale. Lorsque la voûte est en arc de cercle les surfaces ne se raccordent pas, mais elles se rencontrent suivant des angles obtus; les deux génératrices d'intersection des surfaces s'appellent encore les naissances de la voûte.

On désigne sous le nom de *plan des naissances* le plan qui contient les deux génératrices des naissances. Ce plan est ordinairement horizontal, cependant il peut être quelquefois incliné sur l'horizon, comme, par exemple, dans certains viaducs en rampe.

L'*ouverture* de l'arche est la distance qui sépare les deux génératrices des naissances, ou bien la corde qui sous-tend la courbe d'intrados, On la représente souvent par $2a$, a étant la *demi-ouverture*.

On appelle *montée* ou *flèche* de la voûte, la hauteur du point le plus haut ou *sommet* de la courbe d'intrados au-dessus du plan des naissances. On la désigne par les lettres m, ou f, ou h.

Dans les *voûtes en plein-cintre* la montée est égale au rayon de la demi-circonférence d'intrados et, par conséquent, on peut dire que la montée est égale à la demi-ouverture :

$$f = a.$$

Quand les courbes d'intrados sont des ogives ou des demi-ellipses ayant leur grand axe vertical, on a des *voûtes surhaussées*, et alors :

$$f > a.$$

Quand, au contraire, les courbes d'intrados sont des arcs de cercle, des anses de panier ou des ellipses à grand axe horizontal, les *voûtes sont surbaissées*, et la montée f est inférieure à la demi-ouverture a : $f < a$.

On appelle *surbaissement* de la voûte, le rapport de la montée f à l'ouverture $2a$,

$$\frac{f}{2a}.$$

On dit que la voûte est surbaissée au $^1/_3$, au $^1/_4$, etc..., selon que ce rapport est égal à $^1/_3$, $^1/_4$, etc.

Arches plein-cintre.

322. La forme *plein-cintre* doit être préférée aux autres formes de voûtes, quand son emploi est possible. — Elle est simple, agréable à l'œil et, pour les grandes arches, son aspect est très monumental. Elle est de plus parfaitement rationnelle au point de vue de la solidité, car, pour une même ouverture et pour les mêmes charges, elle donne lieu à des pressions moins fortes que les arches surbaissées et exige par conséquent moins d'épaisseur dans les maçonneries. A ce point de vue, les arches surhaussées telles que les arches ogivales, par exemple, seraient seules plus avantageuses.

En outre, l'arche plein-cintre présente un appareil des plus simples et une grande facilité d'exécution.

Donc, bel aspect, solidité, simplicité de l'appareil et facilité d'exécution, tels sont les avantages de l'arche plein-cintre.

Mais cette forme a l'inconvénient d'obstruer considérablement le débouché superficiel du pont quand le niveau des eaux s'élève au-dessus du plan des naissances ; et ce débouché diminue de plus en plus rapidement à mesure que la hauteur du plan d'eau augmente. Comme il faut que les bateaux puissent librement passer sous les arches tant que le niveau des plus hautes eaux navigables n'est pas atteint, cela oblige parfois à surélever le plein-cintre sur des pieds-droits. Il en résulte que le sommet de la voûte se trouve alors placé très haut ce qui rend les abords difficiles.

Lorsque les arches ont de grandes ouvertures, cet inconvénient s'accentue encore.

On comprend qu'on a là à remplir deux conditions pour ainsi dire contraires. D'une part, pour rendre faciles et même possibles les abords du pont, on est obligé de placer très bas les naissances de la voûte, et encore, dans ce cas, est-il souvent nécessaire de donner à la route de fortes rampes et pentes pour la faire passer pardessus le sommet de la voûte. Le pont a alors la forme en dos d'âne qui se rencontre fréquemment dans les anciens ouvrages de l'époque romaine et surtout du moyen âge. Les déclivités étaient quelquefois tellement considérables que les abords en devenaient presque impraticables.

D'autre part, pour ne pas diminuer le débouché dans des proportions dangereuses, et pour permettre le passage des bateaux jusqu'au moment des plus hautes eaux navigables, on se trouve obligé de relever les naissances de la voûte.

Ces deux conditions contraires sont quelquefois fort difficiles à concilier ; aussi a-t-on cherché d'autres formes ne présentant pas les inconvénients que nous venons de signaler.

Néanmoins, quand ces inconvénients n'existent pas, ce qui arrive pour les ponts ou viaducs qui passent à une grande hauteur au-dessus du lit de la rivière ou de la vallée, il ne faut pas hésiter à choisir la forme plein-cintre.

Les arches plein-cintre ont été très anciennement usitées. Les ponts antiques de l'époque romaine présentent presque exclusivement cette forme, laquelle a été employée en Europe aussi longtemps que les traditions de l'art romain s'y sont maintenues.

Arches en arc de cercle.

323. Pour remédier aux inconvénients de l'arche plein-cintre, il était naturel de chercher à réduire le plus possible la hauteur de la clef au-dessus du plan des naissances, c'est-à-dire la montée de la voûte par rapport à son ouverture. — L'arche en arc de cercle dont la courbe d'intrados est un arc de cercle moindre que la demi-circonférence remplit ces conditions, tout en conservant les qualités de l'arche plein-cintre au point de vue de la simplicité de l'appareil et de la facilité d'exécution.

Le surbaissement de la voûte en arc de cercle, c'est-à-dire le rapport de la montée f à l'ouverture $2a$, reste généralement compris entre les limites extrêmes $^1/_3$ et $^1/_{10}$:

$$\frac{1}{3} > \frac{f}{2a} > \frac{1}{10}.$$

La figure 220 montre bien l'avantage de l'arc de cercle sur le plein-cintre en ce qui concerne la grandeur du débouché superficiel. — Si le niveau des plus hautes eaux peut arriver jusqu'aux naissances *cd* de l'arc de cercle, on voit que, pour une même hauteur sous clef, l'arche en arc de cercle présente un excédant de débouché sur l'arche plein-cintre, égal aux surfaces des triangles *ace* et *bdf*.

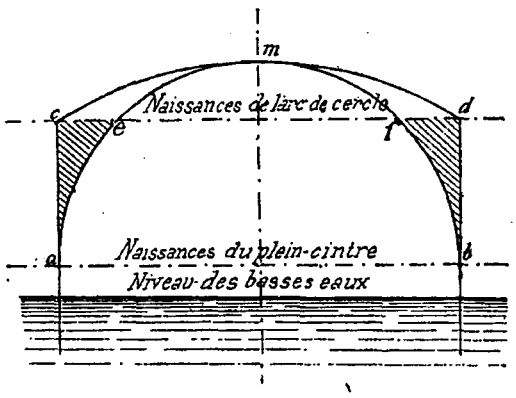


Fig. 220.

On voit aussi que si le niveau pouvait s'élever au-dessus des naissances *cd*, la partie libre *cmd* du débouché se trouverait très rapidement noyée, et dans ce cas les voûtes elliptiques sont plus avantageuses que les arcs de cercle pour un même plan de naissances, une même ouverture et une même montée. — Les tympans, en rétrécissant alors considérablement le passage des eaux, provoquent d'importants remous et des courants plongeants capables d'affouiller les fondations et de mettre en danger la stabilité de l'ouvrage. — Il convient donc, quand on fait usage de l'arc de cercle, de placer toujours les naissances de la voûte au moins au niveau des plus fortes crues.

Mais on peut ainsi être conduit à un trop grand surbaissement dont l'inconvénient, outre celui d'une exécution délicate, est de produire des poussées considérables exigeant d'énormes épaisseurs de maçonnerie dans les culées.

En résumé, un surbaissement de $^1/_3$ à $^1/_4$ conviendra parfaitement quand on disposera d'une hauteur suffisante sous clef et, dans ce cas, l'arche est d'une très facile exécution, et n'exige pas de trop grandes épaisseurs de culées.

Le surbaissement de $^1/_6$ à $^1/_8$ est celui qui se trouve dans les meilleures conditions, car, tout en permettant de placer assez haut les naissances de la voûte, il est encore d'une exécution facile et les épaisseurs des culées ne sont pas trop exagérées.

Quand on arrive à un surbaissement de $^1/_{10}$, l'exécution de la voûte devient plus délicate et les poussées, prenant de grandes valeurs, il est nécessaire de leur opposer de très fortes épaisseurs de maçonnerie aux culées. Aussi, ce surbaissement de

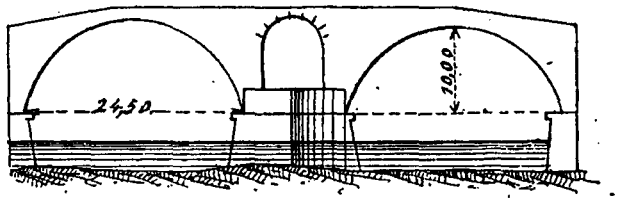


Fig. 221.

$^1/_{10}$ est-il une limite qu'en pratique on ne doit pas dépasser, quoique quelques ponts existants aient un surbaissement beaucoup plus grand comme nous allons le voir.

La première application qui paraît avoir été faite de l'arc de cercle comme courbe d'intrados des arches des ponts est celle du pont Fabricius, à Rome, sur le Tibre, actuellement désigné sous le nom de Quatro-Capi, et datant de l'an 63 avant J.-C. (*fig.* 221). L'ouverture de ce pont étant de 24m,50 et sa montée de 10 mètres, on voit qu'on a presque un plein-cintre et que le surbaissement est de :

$$\frac{f}{2a} = \frac{1}{2,45}.$$

Ce n'est que beaucoup plus tard qu'on rencontre des ponts dans lesquels l'arc de cercle est franchement appliqué. Parmi eux on peut citer en France le pont d'Avignon construit en (1177-1187) et le pont du Saint-Esprit datant de (1285-1305) (*fig.* 222).

Les dimensions du pont du Saint-Esprit sont, pour l'une des arches : ouverture

$2a = 30^{m},50$ et montée $f = 9$ mètres ; ce qui fait un surbaissement :

$$\frac{f}{2a} = \frac{9,00}{30,50} = \frac{1}{3,4}.$$

Les naissances de ces premiers grands ponts en arc de cercle sont plongées dans l'eau pendant les crues ce qui, outre les inconvénients signalés plus haut, nécessite des tympans très massifs.

Un peu plus tard, on construisit à Florence, le pont de l'Arno (*fig.* 223) dont les arches ont 30 mètres environ d'ouverture et une flèche de 6 mètres. Pour ces arcs, le surbaissement est donc :

$$\frac{f}{2a} = \frac{6,00}{29,90} = \frac{1}{5} \text{ environ.}$$

Le pont de marbre, également à Florence sur l'Arno, bâti par Michel-Ange,

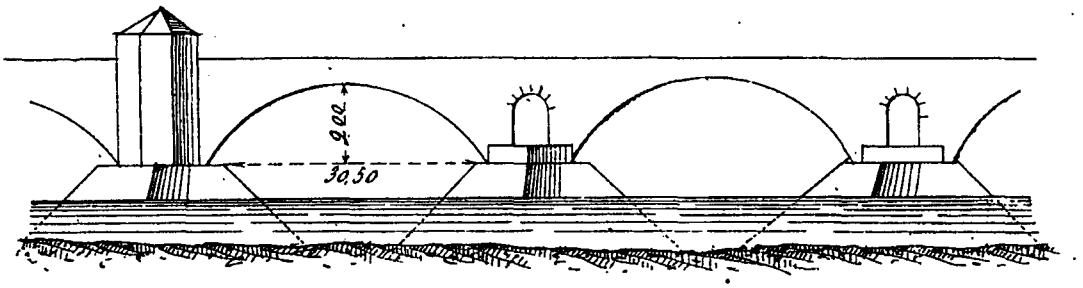


Fig. 222.

est aussi en arc de cercle. L'arche unique (*fig.* 224) a $42^{m},23$ d'ouverture et $9^{m},10$ de flèche, ce qui donne :

$$\frac{f}{2a} = \frac{9,10}{42,23} = \frac{1}{4,64}.$$

On voit, par les valeurs que nous venons de donner du surbaissement à diverses époques, que la tendance des constructeurs est de diminuer de plus en plus le rapport de la montée à l'ouverture.

A Paris, le pont de la Concorde (anciennement pont Louis XVI), projeté d'abord

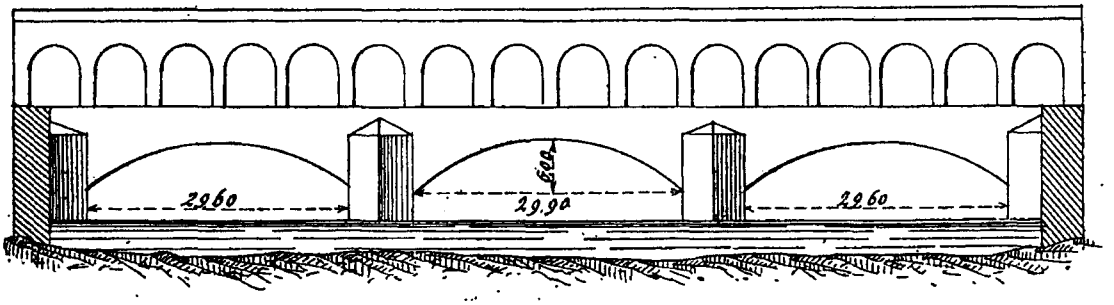


Fig. 223.

par Perronet avec un surbaissement de $^{1}/_{10}$, a été exécuté avec une montée de $^{1}/_{8}$ seulement (1787-1792).

La flèche du pont d'Iéna est $^{1}/_{10}$ de l'ouverture.

Le surbaissement des arches de rives du pont des Invalides est aussi de $^{1}/_{10}$; tandis que les arches intermédiaires, un peu plus hautes sont surbaissées à $^{1}/_{8}$.

Au siècle dernier, l'usage des arches en arc de cercle s'est de plus en plus répandu et les constructeurs, enhardis par les résultats obtenus avant eux, ont donné au surbaissement une valeur de plus en plus petite. Perronet notamment, à qui on doit le projet du pont de la Concorde, a construit plusieurs ponts d'une hardiesse remarquable pour son époque, puisque certains d'entre eux présentent un surbaissement de $^{1}/_{10}$. Il a même projeté un pont ayant un surbaissement de $^{1}/_{15}$ seulement ; c'est celui de Nemours

que Boistard a exécuté d'après le projet de Perronet (1805). Un tel surbaissement est évidemment exagéré, car les difficultés de construction ne sont plus compensées par les avantages qu'il comporte.

Cependant, dans certaines circonstances exceptionnelles, on est obligé d'adopter un rapport de la flèche à l'ouverture inférieure à la limite pratique de $^1/_{10}$. C'est ce qui est arrivé quand il a été question de construire sur la Seine, à Paris, un pont en prolongement de la rue de Rennes qui doit être percée jusqu'au quai Conti. (Le prolongement de la rue de Rennes n'est pas encore percé et le pont est encore à construire.) On aurait pu prévoir une traversée métallique, mais cette solution a été écartée à cause du mauvais effet qu'aurait produit un pont métallique à proximité du Pont-Neuf et

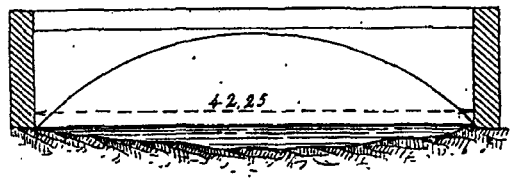


Fig. 224.

des nombreux monuments existant sur les deux rives en cet endroit. On avait donc décidé que le pont serait en maçonnerie. Or, si aucune difficulté sérieuse n'existait pour la traversée du grand bras, on se trouvait au contraire, pour le petit bras, en face de conditions difficiles à remplir. Il faut, en effet, passer au-dessus de la tête aval de l'écluse de la Monnaie; en cet endroit, la hauteur libre nécessaire pour la navigation d'une part, et le niveau du quai de la rive gauche d'autre part, conduisaient forcément à établir sur le petit bras une seule arche ayant une ouverture de $37^m,88$ d'ouverture et $2^m,18$ seulement de flèche, ce qui donne un surbaissement de :

$$\frac{f}{2a} = \frac{2,18}{37,88} = \frac{1}{17,38}.$$

Avant de construire un ouvrage d'une telle hardiesse, sans aucun précédent, on crut qu'il était prudent d'entreprendre une expérience directe, démontrant la possibilité d'établir une arche parfaitement stable avec ces dimensions projetées.

C'est alors que, sous la direction de M. l'ingénieur en chef Romany, on exécutât, en 1864, dans les carrières de Souppes, une arche d'essai ayant les mêmes dimensions que celle en projet. Cette arche a été utilisée pour un grand nombre de très intéressantes expériences dont nous reparlerons quand nous nous occuperons de la stabilité des voûtes. Ces expériences ont démontré qu'il était possible de construire dans des conditions satisfaisantes de solidité une arche en arc de cercle avec un surbaissement de $^1/_{18}$. Mais, nous le répétons, ce n'est qu'exceptionnellement qu'on doit avoir recours à un surbaissement aussi petit et, dans la pratique, il convient de ne pas descendre au-dessous de $^1/_{10}$.

L'ouverture maximum qu'il est possible d'atteindre avec les arches en arc de cercle, dépend en grande partie de la valeur du surbaissement. Plus le surbaissement est petit et plus la limite de l'ouverture est restreinte. On vient de voir que l'arche la plus surbaissée, celle des carrières de Souppes ($^1/_{18}$) a $37^m,88$ d'ouverture. C'est une limite qu'il serait probablement bien difficile de dépasser. Les arches les plus surbaissées, après celle des carrières de Souppes, sont celles du pont de Nemours sur le Loing ($^1/_{15}$), mais leur ouverture n'est plus que de $16^m,20$.

Quand le surbaissement est plus grand, il est possible de donner aux ouvertures des valeurs beaucoup plus considérables. C'est ainsi que les voûtes en arc de cercle du pont de Cabin John, aux États-Unis, ont 67 mètres d'ouverture avec un surbaissement de $^1/_{3,8}$, et celles du pont de Trezzo, sur l'Adda, 72 mètres, avec un surbaissement de $^1/_{3,5}$.

Les avantages de l'arc de cercle comme courbe d'intrados, sur l'arc plein-cintre, au point de vue de la facilité de l'écoulement des crues, ont fait adopter cette courbe dans un assez grand nombre de ponts modernes. Elle permet en effet de donner au pont le maximum de débouché pour le minimum de hauteur.

On doit, quand cela est possible, placer

les naissances de l'arc au niveau des plus hautes crues, et d'autre part, la hauteur à laquelle il est possible d'élever le sommet de la voûte résultant des dispositions et nécessités locales, l'arc se trouve entièrement déterminé.

Arches en anses de panier.

324. Mais si on remarque que l'arc de cercle ne se raccorde pas bien avec les pieds-droits, et qu'en outre cette courbe présente l'inconvénient d'exercer de fortes pressions, ce qui oblige à donner des épaisseurs considérables aux culées, on reconnaîtra qu'il était nécessaire de chercher une courbe d'intrados qui permit, comme l'arc de cercles, un faible surbaissement, en même temps qu'un raccordement plus rationnel avec les pieds-droits et donnant naissance à de moins grandes pressions sur les culées. Les constructeurs de la fin du XVIIe siècle sont arrivés au résultat désiré par l'emploi des *anses de panier*.

Les arches en anse de panier permettent de donner au pont beaucoup de débouché sans augmenter considérablement la hauteur et, lorsque la montée et la demi-ouverture n'ont pas une trop grande différence, ces arches offrent presque autant de solidité et de facilité dans la construction que le plein-cintre.

L'*anse de panier* est une courbe composée d'arcs de cercle, et présentant dans son ensemble la forme d'une demi-ellipse surbaissée.

A cause de la symétrie de la courbe par rapport à l'axe vertical mené par le milieu de l'ouverture, l'anse de panier se compose toujours d'un nombre impair d'arcs de cercles. Ces arcs doivent évidemment se raccorder tangentiellement à leurs extrémités et, de plus, ils doivent être décrits avec des rayons convenablement proportionnés si on veut que la courbe soit bien continue, sans apparence d'inflexions aux points de raccordement.

L'arc du milieu, ayant son centre sur l'axe vertical de la courbe est partagé en deux parties égales par cet axe. La tangente à la courbe au sommet de la voûte est horizontale. — En outre les deux arcs extrêmes devant être tangents aux verticales élevées par les extrémités de la droite des naissances, auront forcément leurs centres placés sur cette droite.

Afin d'obtenir une anse de panier présentant un gracieux profil, on cherche à assimiler le plus possible cette courbe à une ellipse ayant même ouverture et même montée. Pour cela, le nombre des arcs de cercles à employer pour le tracé de l'anse, doit être d'autant plus considérable que la différence entre l'ouverture et la montée est plus grande.

Ce nombre doit aussi être proportionné à la grandeur de l'arche.

Nous avons dit (n° 323) que lorsque le *surbaissement* de la voûte d'un pont est inférieur à $^1/_3$ ou $^1/_4$, on fait usage de l'arc de cercle unique comme courbe directrice de l'intrados. Quand ce surbaissement varie de $^1/_2$ à $^1/_3$ ou de $^1/_2$ à $^1/_4$, on emploie des anses de panier. M. Yvon Villarceau a démontré par l'analyse que le surbaissement de $^1/_3$ à $^1/_4$ est celui qui, dans les anses de panier, produit le maximum de stabilité. — Les anses sont ordinairement à trois ou à cinq centres pour des ouvertures de 1 à 10 mètres, à cinq ou à sept centres pour des ouvertures de 10 à 40 mètres, et enfin à sept ou à neuf centres pour celles de 40 à 50 mètres. — Pour des ouvertures plus grandes, on peut employer le même nombre ou un nombre plus grand de centres.

Les données du problème laissent en général dans l'indétermination le nombre des arcs, les grandeurs des rayons, les angles que ces rayons font entre eux. Le plus souvent on connaît l'ouverture et la montée de la courbe; mais aussi il arrive parfois que la montée n'est pas une donnée indispensable et que, la grandeur de cette montée étant indifférente, on cherche plutôt à tracer une anse de panier ayant un bel aspect susceptible de produire un effet donné dans l'ensemble du pont. Quelquefois encore on est guidé par la nécessité de dégager plus ou moins le débouché au niveau des naissances.

La courbe devra donc être plus ou moins aplatie, plus ou moins dégagée aux naissances, et dans chaque cas il sera nécessaire de trouver les arcs, les centres, les rayons et les angles qui conviennent le

mieux en faisant pour ainsi dire un balancement satisfaisant entre ces divers éléments.

On comprend, après cela, que le tracé de l'anse de panier se prête à un grand nombre de problèmes à résoudre suivant les données, le but à atteindre et les relations qu'on s'impose à priori entre les divers éléments de la question.

Ainsi, par exemple, en ce qui concerne les angles que font les rayons successifs entre eux, on peut s'imposer la condition que tous ces rayons fassent des angles égaux ou bien que ces angles soient en progression arithmétique, ou encore que ces angles soient quelconques. En ce qui concerne les grandeurs des rayons, on peut les faire varier en progression arithmétique, comme M. Lerouge, ou bien s'imposer la condition que les rayons des arcs composant la courbe aient des valeurs égales aux rayons de courbure qu'aurait une ellipse de même ouverture et de même montée, comme M. Michal.

En tous cas, d'après Gauthey, on doit s'assujettir « à remplir l'une et l'autre des conditions suivantes, savoir :

1° Que la courbure du premier arc, à partir des naissances, renferme celle de l'ellipse qui serait construite sur les deux diamètres de l'anse de panier, afin de donner à l'arche plus de surface de débouché qu'elle n'en aurait si l'on employait cette ellipse;

2° Que le rayon de l'arc du sommet ne passe point une certaine limite. La valeur de cette limite ne peut pas se fixer en général, mais elle ne doit guère surpasser le double de l'ouverture de l'arche, et si on était obligé, par des circonstances particulières, d'employer un rayon plus grand, il faudrait avoir soin de ne pas diriger les joints des voussoirs au centre de l'arc, mais vers un point plus rapproché. »

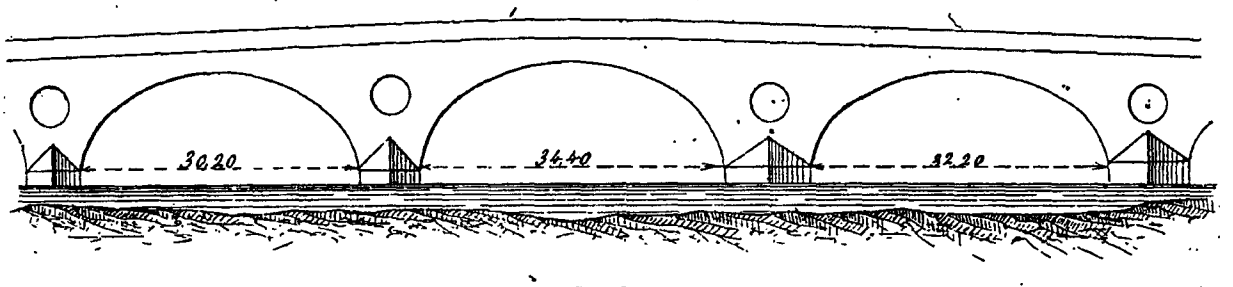


Fig. 225.

La première de ces conditions donne un avantage à l'anse de panier sur l'ellipse, en ce que le débouché superficiel est légèrement augmenté. Les tracés des anses de panier seront expliqués un peu plus loin.

Les anses de panier ont été employées pour la première fois lors de la construction du pont de Toulouse, sur la Garonne, commencé en 1543, sous François Ier d'après les dessins de l'architecte Souffron. Ce pont ne fut achevé qu'en 1632. Il est composé de sept arches dont les ouvertures varient de 14m,60 à 34m,40; il est construit en maçonnerie de briques, excepté les archivoltes, les extrémités des œils, les avant et arrière-becs des piles qui sont en pierres de taille. La figure 225 représente seulement les trois plus grandes arches.

Les voûtes de la plupart des ponts construits depuis le commencement du XVIIIe siècle, sont en anse de panier. Nous pourrions en citer quelques-uns de fort remarquables, mais on en trouvera les descriptions à l'article IV : *Historique des ponts*, accompagnées de figures plus complètes que celles que nous donnerions ici, puisque nous ne nous occupons pour le moment que de la forme de l'intrados.

Arches elliptiques.

325. Les anses de panier qui ont été employées concurremment avec les arcs de cercle, à partir de la fin du XVIIe siècle

pour les ouvrages dont la montée était inférieure à la demi-ouverture, ne sont autre chose que des imitations de l'ellipse. Elles ont été pendant longtemps préférées à la forme elliptique pure parce que les propriétés de cette dernière courbe étaient en général peu connues des praticiens. Il est vrai de dire qu'elles présentent sur l'ellipse des avantages que nous trouvons du reste bien minimes. Le premier de ces avantages est un très léger accroissement du débouché quand on a soin, comme le recommande Gauthey, de donner aux premiers arcs de cercle de l'anse, à partir des naissances, une courbure renfermant celle de l'ellipse qui aurait même ouverture et même montée. Le deuxième est de ne pas nécessiter un aussi grand nombre de panneaux pour l'exécution de la voûte. Ainsi, avec une anse de panier à trois centres, deux panneaux suffisent; un pour les deux premiers arcs ayant même rayon, un autre pour l'arc du sommet. Avec une anse à cinq centres, il faut trois panneaux. Il en faut quatre pour l'anse à sept centres et cinq pour celle à neuf centres. Pour la construction d'une voûte elliptique, la courbure de l'ellipse variant d'une manière continue depuis les naissances jusqu'au sommet il faut autant de panneaux qu'il y a de voussoirs dans un demi-arc plus celui de la clef.

On peut encore trouver à l'ellipse l'inconvénient d'un tracé moins facile pour la courbe et pour les joints.

Mais en raison de la variation continue de son rayon de courbure, depuis les naissances jusqu'au sommet, l'ellipse présente certainement à l'œil un aspect plus agréable que l'anse de panier. Au contraire, dans cette dernière courbe, la courbure varie brusquement d'un arc au suivant, à leur point de tangence, et il en résulte des jarrets souvent peu satisfaisants pour l'œil.

Aujourd'hui, on exécute encore des ponts en anse de panier, mais on leur préfère généralement les arches elliptiques, plus élégantes de forme, et ne présentant en somme aucune difficulté réelle d'exécution.

Les surbaissements de $^1/_4$ à $^1/_5$ sont ceux qui conviennent le mieux à la forme elliptique des arches.

On peut citer comme un bel exemple de pont à arches elliptiques, le pont de l'Alma à Paris, dont l'arche centrale a une ouverture de 43 mètres avec un surbaissement de $^1/_5$. Les deux autres arches sont un peu plus petites; elles n'ont que $38^m,50$ d'ouverture.

Les courbes des ponts modernes construits à Paris sont presque toutes elliptiques.

Arches surhaussées ogivales.

326. Les arches ogivales n'ont été franchement employées qu'au moyen-âge. Elles nécessitent plus de hauteur que les arches plein-cintre, entre les naissances et le sommet, mais cela n'est pas toujours un inconvénient et par exemple, dans le cas de grands viaducs leur emploi serait parfaitement rationnel. Elles offrent, en effet, une grande résistance aux pressions qui s'exercent sur la clef tout en ne produisant sur les culées que de faibles efforts au renversement.

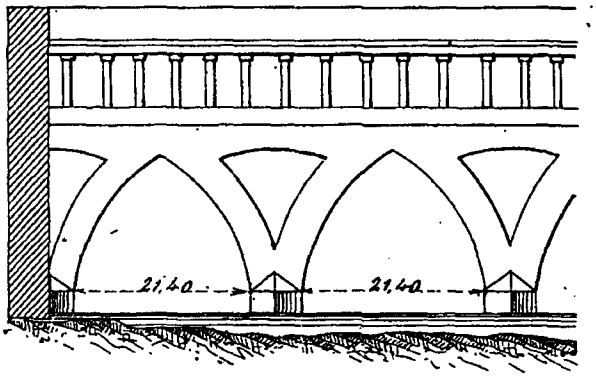


Fig. 226.

Cependant, l'aspect des arches ogivales dans un viaduc ne pourrait être satisfaisant que si les piles et culées avaient une grande hauteur par rapport aux ouvertures, ce qui conduirait à diminuer la grandeur des ouvertures; et, par conséquent, à multiplier les points d'appuis, d'où résulterait une augmentation sensible de la dépense.

Comme exemples de ponts à arches ogivales, on peut citer le pont de Pavie, sur le Tessin, en maçonnerie de briques, com-

posé de sept arches égales de 21m,40 d'ouverture et 19,50 de hauteur. Les tympans sont évidés, et les évidements ont la forme de triangles curvilignes dont deux côtés sont concentriques à l'intrados. Le pont est surmonté d'une balustrade gothique en marbre, d'une très grande légèreté. Les trottoirs sont recouverts de voûtes gothiques supportées chacune par deux rangées de petites colonnes en marbre de couleur, et au-dessus desquelles se trouvent deux terrasses auxquelles on a accès au moyen d'escaliers placés aux extrémités du pont. Ce bel ouvrage a été bâti sous Galéas Visconti, duc de Milan. Le croquis schématique ci-contre (*fig.* 226) en représente seulement deux arches.

Il y aurait encore à citer un certain nombre d'ouvrages importants construits dans le style gothique, tels que le pont de

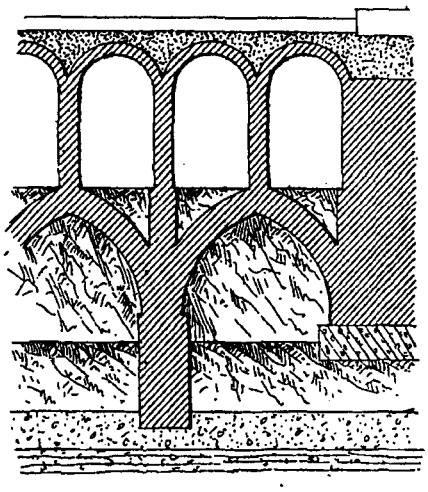


Fig. 227.

Valentré à Cahors, les aqueducs de Spolette et de Lisbonne, par exemple; nous y reviendrons dans la partie historique de ce traité (article IV).

Les arches ogivales ne sont plus employées actuellement pour les maçonneries en élévation; mais on leur trouve un emploi judicieux dans les substructions de certains ponts. C'est ainsi quelles sont assez fréquemment utilisées comme arches de décharge à l'intérieur des culées, car elles ne donnent que de faibles poussées sur les murs latéraux.

Une des plus importantes applications des arches ogivales dans les parties intérieures des ponts, est celle des fondations des viaducs placés aux abords du viaduc du Point-du-Jour, à Paris. — Sur les deux rives, le pont se continue par deux viaducs composés d'arches plein-cintre ayant 4m,80 d'ouverture. Les fondations devant être descendues très bas, on en diminuât le nombre, en établissant au-dessous du niveau du sol une rangée d'arches ogivales de 9m,48 d'ouverture. Les pieds-droits du viaduc en élévation reposent ainsi sur les voûtes ogivales alternativement sur les pieds-droits et les clefs de celles-ci, comme cela est représenté par la figure 227.

Voûtes surhaussées elliptiques ou en anse de panier.

327. Les courbes surhaussées, elliptiques ou en anse de panier sont plus fréquemment employées que les ogives pour les voûtes de certains ouvrages d'art. On ne les rencontre il est vrai que dans certains ponceaux traversant de grands remblais ou dans les souterrains, mais elles conviennent alors parfaitement, car les voûtes ayant ces formes, résistent très bien aux pressions extérieures qui s'exercent de toute part autour d'elles.

La figure 229, montre une application de courbe surhaussée en anse de panier à un tunnel à une voie, et la figure 228 représente la section transversale d'un ponceau dont l'intrados et l'extrados sont également tracés au moyen de courbes surhaussées à plusieurs centres.

Enfin, des courbes autres que celles dont nous venons de parler ont été employées; telle est celle du pont de la Trinité à Florence par exemple, dont on trouvera la recherche du tracé un peu plus loin.

Nous ne citerons que pour mémoire les courbes spéciales des ponts arabes (Voir la partie historique).

II. — Tracé du plein-cintre et de l'arc de cercle.

328. *Plein-cintre* — Lorsque l'ouverture d'une arche plein-cintre est fixée, la courbe est entièrement déterminée,

puisque cette courbe est une demi-circonférence décrite avec un rayon égal à la demi-ouverture.

Sur le dessin, le plein-cintre est simplement tracé au compas. Sur l'aire ou le plancher, préparé pour recevoir l'épure grandeur d'exécution, on le trace au moyen d'une règle en bois ou d'une tringle en fer de longueur suffisante. Si toutes les courbes de même rayon ne sont pas tracées sur l'aire pendant un temps assez court pour que les différences dans les températures soient négligeables, il faut, à chaque fois, repérer la règle ou la tringle sur un étalon fixe. Quand les rayons des arcs à tracer sont grands, les différences de température pourraient, en effet, faire varier la longueur des règles ou des tringles de longueurs assez sensibles pour que les épures n'aient plus toute la précision désirable. — Le repérage sur étalon est surtout nécessaire pour la tringle en fer. On sait, en effet, que le bois et notamment certains bois de sapin sont fort peu influencés par les températures dans le sens de leurs fibres; à ce point que l'emploi de tiges de sapin convenablement choisies, dans certaines pendules de précision, dispense des autres systèmes de compensation tels que les pendules à gril ou à mercure.

L'épure grandeur d'exécution, d'après

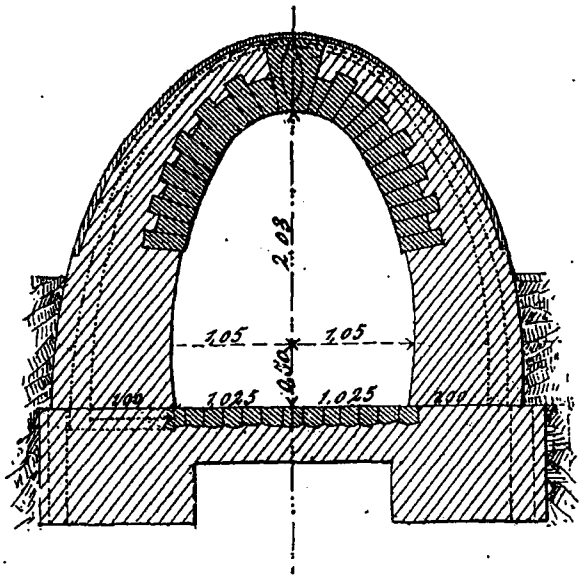


Fig. 228.

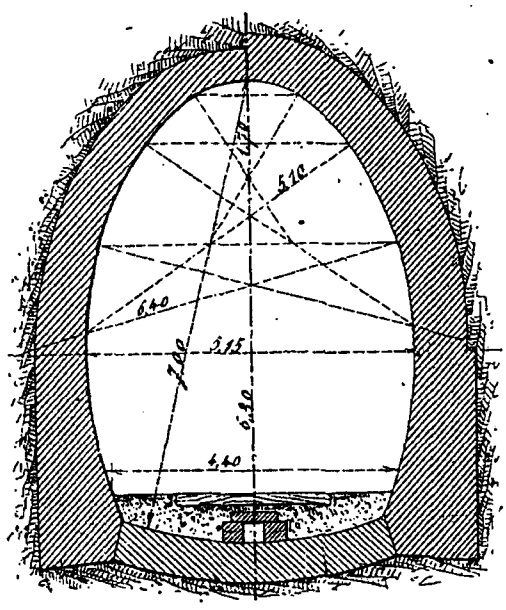


Fig. 229.

laquelle on prépare les panneaux pour la taille des voussoirs, et qui sert aussi à la confection des cintres, se trace sur une aire parfaitement plane, recouverte soit par une couche de ciment ou de plâtre, soit par un plancher bien dressé. Pour les très grandes arches, ce dernier procédé serait trop dispendieux et alors on prépare simplement une aire en terre bien pilonnée, dans laquelle on enfonce des piquets placés de telle façon que les planches clouées sur eux contiennent toutes les lignes à relever.

Inutile d'ajouter que, l'arche étant symétrique par rapport à son axe vertical, l'épure ne se trace que pour la moitié de la voûte seulement.

Si le rayon du plein-cintre était trop grand pour qu'on pût tracer directement la courbe d'intrados au moyen de tringles, il faudrait avoir recours à une détermination de la courbe par points. On emploierait alors les procédés qui vont être indiqués pour le tracé de l'arc de cercle, et qui sont également applicables au tracé du plein-cintre.

329. *Arc de cercle.* — La courbe d'intrados en arc de cercle est généralement déterminée par la connaissance de son ouverture et de sa flèche. Pour la tracer, il est nécessaire de calculer son rayon ou de le construire géométriquement.

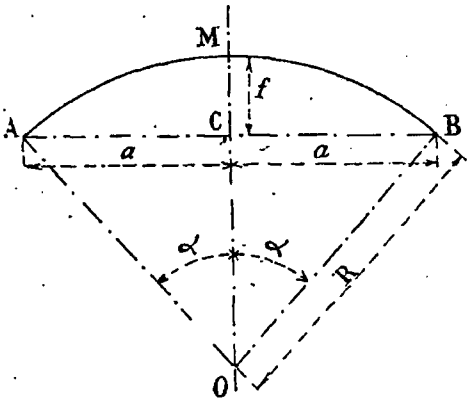


Fig. 230.

Soit un arc de cercle d'intrados AMB (*fig.* 230) ayant une ouverture AB = $2a$ et une montée CM = f. Désignons par R le rayon de cet arc dont le centre est au point O, et par α l'amplitude du demi-arc d'intrados, c'est-à-dire l'angle que les joints des naissances font avec la verticale OM.

On a :

$$R^2 = a^2 + \overline{OC}^2$$

$$R^2 = a^2 + (OM - CM)^2$$

$$R^2 = a^2 + (R^2 + f^2 - 2Rf)$$

d'où, $$2Rf = a^2 + f^2$$

et $$R = \frac{a^2 + f^2}{2f}.$$

D'autre part, $$\sin \alpha = \frac{a}{R}.$$

Si on connaissait le rayon R et l'ouverture $2a$, on en déduirait la montée f au moyen de la relation :

$$f^2 - 2Rf + a^2 = 0,$$

d'où on tire,

$$f = R - \sqrt{R^2 - a^2}$$

Le problème se pose quelquefois autrement. Il s'agit, par exemple, connaissant l'ouverture de l'arc, de déterminer son rayon et sa flèche, pour que, pendant les plus hautes eaux navigables, il y ait encore sous l'arche un passage libre pour un gabarit connu DEFG (*fig.* 231). La

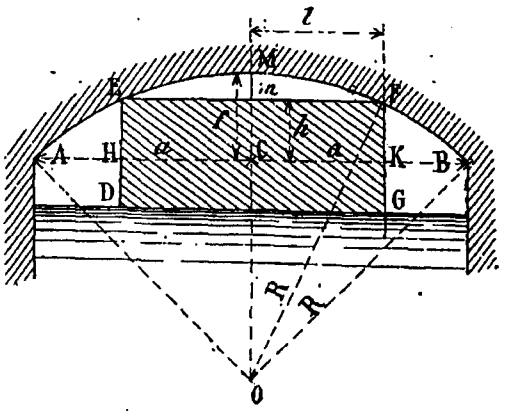


Fig. 231.

demi-largeur l du gabarit et sa hauteur h au-dessus de la corde AB, deviennent alors les données du problème, avec l'ouverture $2a$. Il faut tracer un arc de cercle, passant par les deux points A et B, et circonscrit au rectangle HEFK.

Le triangle rectangle OmF donne :

$$\overline{OF}^2 = \overline{Om}^2 + \overline{mF}^2$$

ou : $$R^2 = (OC + Cm)^2 + l^2$$

$$R^2 = (\sqrt{\overline{OB}^2 - \overline{CB}^2} + h)^2 + l^2$$

$$R^2 = (\sqrt{R^2 - a^2} + h)^2 + l^2$$

$$R^2 = R^2 - a^2 + h^2 + 2h\sqrt{R^2 - a^2} + l^2$$

d'où on tire :

$$\sqrt{R^2 - a^2} = \frac{a^2 - l^2 - h^2}{2h}$$

ou, en élevant au carré les deux membres :

$$R^2 - a^2 = \frac{(a^2 - l^2 - h^2)^2}{4h^2}$$

d'où,

$$R^2 = \frac{(a^2 - l^2 - h^2)^2 + 4h^2a^2}{4h^2}$$

et enfin, en extrayant la racine carrée :

$$R = \frac{\sqrt{(a^2 - l^2 - h^2)^2 + 4h^2a^2}}{2h}$$

Si on voulait avoir la valeur du rayon

R en fonction du surbaissement on poserait :

$$\frac{f}{2a} = \frac{1}{s} \qquad \text{d'où,} \quad f = \frac{2a}{s}.$$

Reprenant alors la relation :

$$R = \frac{a^2 + f^2}{2f}$$

on pourrait écrire :

$$R = \frac{a^2 + \frac{4a^2}{s^2}}{\frac{4a}{s}} = a\,\frac{s^2 + 4}{4s}.$$

En faisant, dans cette formule, la demi-ouverture a égale à 1 mètre, il vient :

$$R = \frac{s^2 + 4}{4s}$$

qui permet de calculer les rayons qui correspondent à divers surbaissements pour une demi-ouverture égale à 1 mètre.

Pour avoir les rayons correspondant à des surbaissements $\frac{1}{s}$ égaux à $^1/_3$, $^1/_4$, $^1/_5$... il suffira donc de donner à s les valeurs successives 3, 4, 5... On obtient ainsi, pour $\frac{R}{a}$, les valeurs inscrites dans le tableau ci-dessous.

Les demi-angles au centre α sont aussi utiles à connaître. Pour les calculer, remplaçons dans l'expression

$$\sin \alpha = \frac{a}{R}$$

R par sa valeur précédemment écrite :

$$R = a\,\frac{s^2 + 4}{4s}.$$

On a alors la valeur de $\sin \alpha$ en fonction du surbaissement s :

$$\sin \alpha = \frac{4s}{s^2 + 4}.$$

Ayant calculé $\sin \alpha$ pour des valeurs successives de s égales à 3, 4, 5... on en déduit facilement les valeurs correspondantes de l'angle α. Elles sont indépendantes de la grandeur de l'ouverture quand on les calcule en se basant sur le surbaissement $\frac{1}{s}$. Elles sont consignées dans le tableau ci-dessous.

SURBAISSEMENTS $\frac{f}{2a} = \frac{1}{s}$	RAPPORT DU RAYON à la DEMI-OUVERTURE $\frac{R}{a}$	α
		degrés
$^1/_3$	1.033	67.23
$^1/_4$	1.250	53. 8
$^1/_5$	1.450	43.36
$^1/_6$	1.667	36.53
$^1/_7$	1.893	31.53
$^1/_8$	2.125	28. 4
$^1/_9$	2.361	25. 3
$^1/_{10}$	2.600	22.37
$^1/_{11}$	2.841	20.37
$^1/_{12}$	3.083	18.55

Soit à calculer le rayon d'une courbe d'intrados en arc de cercle, dont on donne par exemple l'ouverture $2a = 18$ mètres, et le surbaissement

$$\frac{f}{2a} = \frac{1}{8}.$$

Pour une demi-ouverture $a = 1$ mètre, le rayon correspondant au surbaissement de $^1/_8$ est, d'après le tableau ci-dessus, égal à $2^m,125$. Par conséquent, pour une demi-ouverture de 9 mètres, le rayon correspondant sera :

$$2^m,125 \times 9 = 19^m,125.$$

Le demi-angle au centre α est égal à 28°4'.

Assez souvent on adopte un rayon R égal à l'ouverture $2a$, ce qui donne un rapport $\frac{R}{a} = 2$. On voit que dans ce cas, le surbaissement est compris entre $^1/_7$ et $^1/_8$.

Avec ce que nous venons de dire, il est facile, avec les données du problème, de calculer les longueurs inconnues et l'on a alors, dans tous les cas, les éléments nécessaires au tracé de la courbe.

330. *Tracé direct.* — Pour effectuer le tracé direct de l'arc de cercle au moyen d'une règle en bois ou d'une tringle en fer, il faut préalablement déterminer le centre de l'arc.

On connaît ordinairement l'ouverture *ab* (*fig.* 232) entre les pieds-droits et la montée *cm* mesurée verticalement, de l'horizontale *ab* des naissances, au point le plus haut sous clef. — Pour tracer au compas l'arc de cercle d'intrados ainsi défini, le problème se réduit à faire passer un arc

de cercle par trois points donnés en déterminant la position du centre de cet arc.

On joindra donc a et m, b et m par des droites am et bm, et au milieu de chacune d'elles on élèvera une perpendiculaire. Les deux perpendiculaires no et po se rencontrent en un point o qui est le centre de l'arc. On décrit alors cet arc de cercle avec une longueur de tringle égale à oa ou ob ou om.

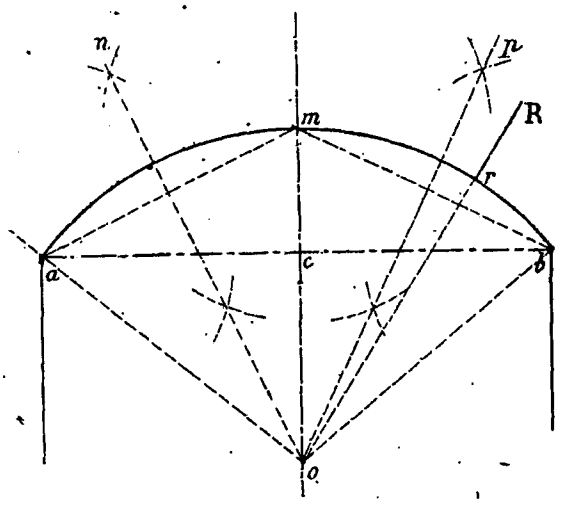


Fig. 232.

Une seule perpendiculaire suffira si l'axe mo est préalablement tracé, et en pratique, on se dispense également de tracer les cordes am et mb.

Les joints de la voûte en arc de cercle doivent être, comme dans toutes les voûtes, normaux à la surface d'intrados. Ils seront donc déterminés par des rayons issus du centre o; tel que orR par exemple.

331. *Tracé par points.* — Quand l'arc de cercle est très surbaissé, le centre o se trouve placé très bas au-dessous de l'horizontale ab. Il peut arriver, dans ce cas, qu'on ne puisse plus décrire l'arc avec une tringle, si le centre tombe en dehors des limites de l'épure. On a alors recours à une construction par points qui n'exige pas la connaissance du centre. Il suffit de connaître seulement trois points appartenant à l'arc. Ici on a les trois points a et b (*fig.* 233) aux naissances, et m au sommet de la montée.

On joint am et mb, puis, des points a et b, avec une même ouverture de compas, on décrit les deux arcs de cercle kj, $k'j'$. On divise en un même nombre de parties égales les arcs kg et $k'g'$ compris entre l'horizontale ab des naissances et les deux cordes am et mb. Sur la figure ces arcs ont été divisés en quatre parties égales, le premier kg par les points d,e,f, et le deuxième $k'g'$ par les points d',e',f'.

Sur les prolongements de ces arcs, on porte, à partir de g et de g', autant de divisions égales aux précédentes qu'il y en a dans les arcs kg, $k'g'$, *moins une*. Dans le cas de la figure on portera donc trois divisions. On obtient ainsi les points h, i, j, d'un côté, et h', i' j' de l'autre côté.

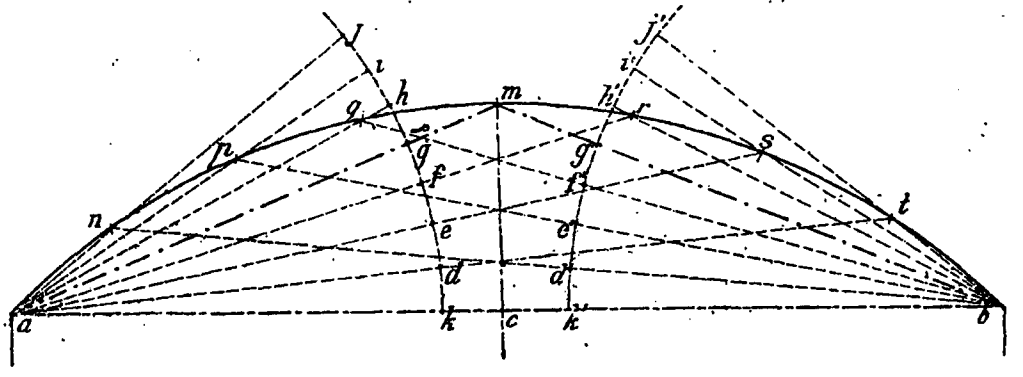


Fig. 233.

Joignant enfin les points de division de l'arc kj au point a, et ceux de l'arc $k'j'$ au point b, on a des droites qui se rencontrent respectivement aux points n, p, q, r, s, t qui sont autant de points de l'arc de cercle cherché. — Ayant ainsi

déterminé un nombre suffisant de points, en rapport avec les dimensions de l'arc, il ne reste plus qu'à tracer à la main une courbe passant par tous ces points pour avoir l'arc de cercle demandé.

Il est facile de voir que tous les angles *anb*, *apb*, *aqb*... sont égaux, puisqu'ils sont supplémentaires des mêmes angles, composés tous dans le cas de la figure, d'une somme de huit angles égaux dont l'un est *dak* par exemple. L'égalité de ces angles indique que les points *n*, *p*, *q*... sont placés sur un même segment capable de l'angle en question, et par conséquent, sur l'arc de cercle de ce segment.

Cette construction a l'avantage de tenir peu de place en dehors du segment *amb*.

332. *Tracé des normales.* — La construction des joints normaux à l'arc de cercle, sans se servir du centre, est bien facile. Ayant préalablement divisé l'arc en un nombre impair de parties égales par les points *n*, *p*, *q*, *r*,... (*fig.* 234), de chacun de ces points de division comme centre on décrit, avec la même ouverture de compas, des arcs de cercle qui coupent l'arc d'intrados aux points n', n'' pour le point *n* ; p', p'' pour le point *p* ..... ; décrivant alors de ces derniers points d'autres arcs de cercles qui se coupent aux points n''', p''', q''',... il suffit de conduire les droites nn''', pp''', qq''',..... pour avoir les normales cherchées.

Pour les points extrêmes *a* et *b*, on opère de la même manière, en prolongeant un peu l'arc de cercle d'intrados, comme

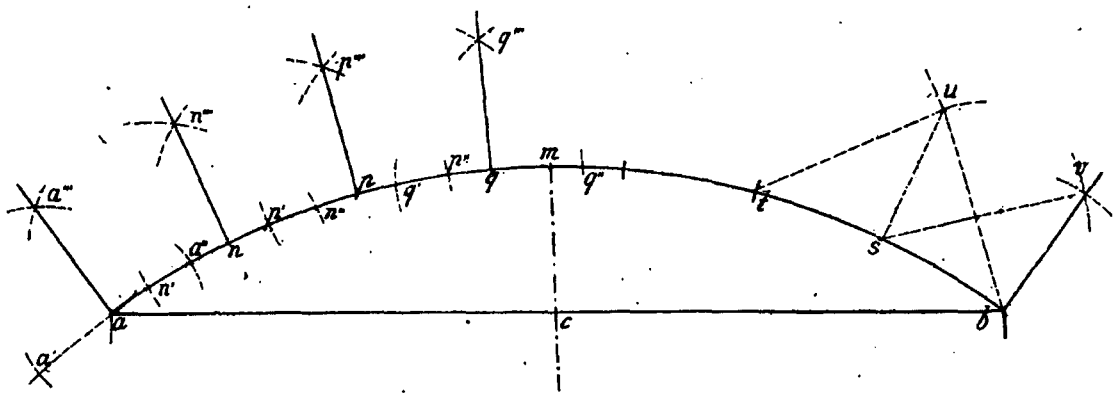


Fig. 234.

cela est indiqué sur la figure, pour le point *a*. Dans le cas où, pour une raison quelconque, on ne pourrait prolonger l'arc de cercle au delà de ses extrémités, on peut encore avoir la normale en opérant de la manière suivante, comme la figure l'indique, pour l'extrémité *b*.

A partir de *b* on porte sur l'arc d'intrados, deux longueurs égales $bs = st$. Des deux points *b* et *t*, avec une ouverture de compas arbitraire, on décrit deux arcs de cercle qui se coupent au point *u*. Du point *s* comme centre, avec la même ouverture de compas, on décrit un autre arc de cercle en *v*. Enfin du point *b*, on décrit avec une ouverture de compas égale à *su*, un arc de cercle qui rencontre le précédent au point *v*. La droite *bv* est la normale cherchée à l'extrémité *b* de l'arc d'intrados.

Il est évident que pour le tracé des normales aux points *n*, *p*, *q*,... on peut se dispenser de décrire les arcs n', n'', p', p''..., car on peut prendre pour tracer les arcs qui déterminent les points n''', p''', q'''..., les points de division voisins. Ainsi, n''' s'obtiendra en prenant les centres en *a* et *p*, le point p''' s'obtiendra en prenant les centres en *n* et *q*, et ainsi de suite.

Le tracé par points, tel qu'il vient d'être indiqué est aussi applicable au tracé du plein-cintre, quand on ne peut avoir le centre de celui-ci pour un tracé direct.

Méthode des coordonnées rectangulaires

333. Un autre moyen de tracer un

arc de cercle quand, pour une cause quelconque, on ne peut le tracer à la tringle est de calculer les coordonnées d'un certain nombre de points. On peut prendre comme axes des abscisses, la tangente horizontale xx qui est perpendiculaire à l'extrémité M de la montée CM (*fig.* 235), et comme axe des ordonnées, la verticale My.

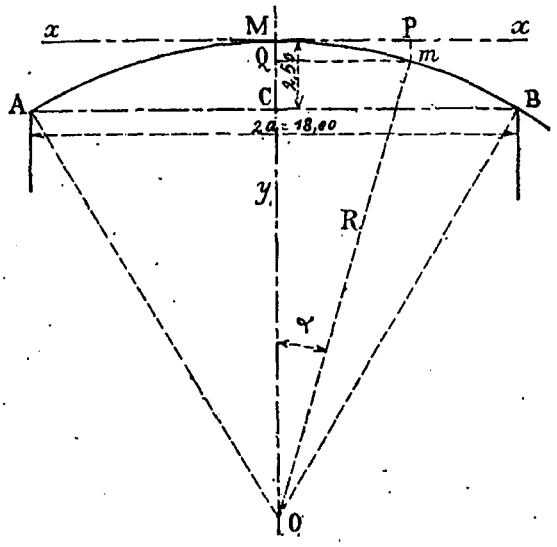


Fig. 235.

Considérons un point m de l'arc, ayant un abscisse x = MP et une ordonnée y = Pm. Joignons mO et désignons par R le rayon mO, et par α l'angle que ce rayon fait avec OM.

Nous avons :

$$MP = mQ = R \sin \alpha$$

$$Pm = MQ = R - OQ = R - R \cos \alpha = R(1 - \cos \alpha)$$

Donc :

$$x = R \sin \alpha$$

ou

$$\sin \alpha = \frac{x}{R} \qquad (q)$$

et

$$y = R(1 - \cos \alpha) \qquad (r)$$

Ces formules seront d'un usage facile avec les tables trigonométriques.

Exemple. — On veut tracer, par la méthode des coordonnées rectangulaires un arc ayant une ouverture de 18 mètres et une montée de 2^m,50 (*fig.* 235).

Si on ne connaît pas à priori le rayon R, ce qui est le cas le plus fréquent, puisqu'on ne donne que l'ouverture et la montée, on calcule d'abord ce rayon, au moyen de la relation

$$R = \frac{a^2 + f^2}{2f}$$

a désignant la demi-ouverture $\frac{AB}{2}$ et f la la montée CM. Puis on attribue diverses valeurs à l'abscisse x et on calcule les valeurs correspondantes de :

$$\sin \alpha = \frac{R}{x}.$$

Dans les tables trigonométriques on cherche les valeurs de sin α ainsi calculées et on note les valeurs correspondantes de cos α. Ces dernières valeurs, retranchées de l'unité, permettent de calculer les ordonnées y avec la relation (r).

Ainsi, calculant d'abord le rayon R, nous avons, avec les données du problème,

$$a = \frac{18}{2} = 9 \text{ mètres et } f = 2^m,50;$$

$$R = \frac{81 + 6,25}{5,00} = 17^m,45$$

puis, attribuant à l'abscisse MP une valeur égale à 5 mètres, par exemple, la relation (q) donne :

$$\sin \alpha = \frac{5,00}{17,45} = 0,28653.$$

Cherchant cette valeur dans les tables trigonométriques, on trouve que la valeur de cos α correspondante est 0,96417. ce qui donne pour y :

$$y = R(1 - \cos \alpha) = 17,45 + 0,03583 = 0^m,625$$

Portant enfin, cette longueur 0^m,625 sur l'ordonnée Pm, on a le point m de l'arc de cercle. En opérant de même pour un nombre suffisant de points assez rapprochés, on peut tracer l'arc à la main. On pourrait aussi prendre la corde de l'arc comme axe des abscisses. Les ordonnées correspondantes seraient égales à la flèche f diminuée de chaque longueur d'ordonnée comptée à partir de la tangente.

334. *Autre formule.* — Le triangle rectangle MmP (*fig.* 235) donne :

$$Pm = PM \text{ tang. } mMP.$$

Or, l'angle au centre MOm ayant α pour mesure, l'angle inscrit mMP sur le

même arc mM aura $\frac{\alpha}{2}$ pour mesure. L'expression précédente peut donc s'écrire :

$$y = x \text{ tang.} \frac{\alpha}{2}. \qquad (r \text{ bis})$$

Cette valeur de y a, sous cette forme, l'avantage d'être calculable par logarithmes.

On opère alors en se donnant des valeurs successives de l'angle α et en calculant pour chacune de ces valeurs, l'abscisse x et l'ordonnée correspondante y. En faisant varier α de quantités égales, on obtient sur l'arc de cercle des points équidistants.

Exemple. — Reprenons les mêmes données que dans l'exemple précédent. Nous avions $2a = 18$ mètres et $f = 2^m,50$. Le rayon résultant de ces deux données est $R = 17^m,45$. Faisons varier l'angle α de 5 en 5 degrés, et opérons en faisant usage des logarithmes, en nous servant des deux relations :

$$x = R \sin \alpha$$

et

$$y = x \text{ tang} \frac{\alpha}{2}.$$

Les résultats des calculs peuvent être consignés dans le tableau suivant :

ANGLES au CENTRE α	LOGARITHME SIN α	LOGARITHME R	LOGARITHME R SIN α ou logarithme x	VALEURS de L'ABSCISSE x	LOGARITHME. TANG $\frac{\alpha}{2}$	LOGARITHME x TANG $\frac{\alpha}{2}$ ou logarithme y	VALEURS de l'ordonnée y
degrés							
5	$\bar{2}.94030$	1.24180	0.18210	1.521	$\bar{2}.64009$	$\bar{2}.82219$	0.0664
10	$\bar{1}.23967$	»	0.48147	3.030	$\bar{2}.94195$	$\bar{1}.42342$	0.2650
15	$\bar{1}.41300$	»	0.65480	4.516	$\bar{1}.11943$	$\bar{1}.77423$	0.5946
20	$\bar{1}.53405$	»	0.77585	5.968	$\bar{1}.24632$	0.02217	1.052

Les chiffres de la quatrième colonne sont la somme de ceux des deuxième et troisième colonnes ; les chiffres de la septième colonne sont la somme de ceux des colonnes quatre et six.

On construira l'arc de cercle en portant sur la tangente au sommet xx (*fig.* 235) de chaque côté du sommet M, les abscisses $1^m,521$; $3^m,030$; $4^m,516$; $5^m,968$;... en élevant des perpendiculaires à cette tangente par les points obtenus, et en portant sur ces perpendiculaires les valeurs correspondantes $0^m,0664$; $0^m,265$; $0^m,5946$; $1^m,052$ de l'ordonnée y. Les extrémités de ces ordonnées sont des points équidistants de la courbe ; il suffit de les joindre par une courbe continue pour avoir l'arc de cercle cherché.

Remarque. — On pourrait aussi se servir, pour calculer les coordonnées d'un arc de cercle, de la formule suivante, établie au numéro 239 :

$$f = R - \sqrt{R^2 - a^2}.$$

On peut, en effet, écrire pour un arc quelconque, si les coordonnées de l'une des extrémités sont prises par rapport à la tangente à l'autre extrémité, origine de l'arc :

$$y = R - \sqrt{R^2 - x^2}.$$

En attribuant à l'abscisse x une série de valeurs, on en déduit les valeurs correspondantes de l'ordonnée y.

335. *Tables donnant les coordonnées rectangulaires d'un arc de cercle.* — Si, dans la formule précédente, on donne au rayon R une certaine valeur, et qu'on fasse varier l'abscisse x, on aura les valeurs correspondantes de l'ordonnée y, pour le rayon considéré. C'est ainsi que les chiffres de la table suivante ont été calculés. Ils s'appliquent à des rayons variant de mètre en mètre depuis 5 mètres jusqu'à 20 mètres, de 2 en 2 mètres depuis 20 mètres jusqu'à 30 mètres et enfin de 5 en 5 mètres depuis 30 mètres jusqu'à 100 mètres.

Les différences entre les abscisses successives sont d'abord de $0^m,50$ pour les rayons de 5 mètres à 30 mètres et de 1 mètre pour ceux de 30 mètres à 100 mètres.

Table des coordonnées rectangulaires pour les rayons les plus usuels.

Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées
R = 5m		R = 10m		8.50	3.164	3.50	0.364	10.00	2.680	5.50	0.545
0.50	0.025	0.50	0.013	9.00	3.619	4.00	0.477	20.00	20.000	6.00	0.650
1.00	0.101	1.00	0.050	13.00	13.000	4.50	0.606	R = 22m		6.50	0.765
1.50	0.230	1.50	0.113	R = 14m		5.00	0.752			7.00	0.889
2.00	0.417	2.00	0.202			5.50	0.914	0.50	0.006	7.50	1.023
2.50	0.670	2.50	0.318	0.50	0.009	6.00	1.094	1.00	0.023	8.00	1.167
3.00	1.000	3.00	0.461	1.00	0.030	6.50	1.292	1.50	0.051	8.50	1.321
3.50	1.429	3.50	0.633	1.50	0.060	7.00	1.508	2.00	0.091	9.00	1.486
4.00	2.000	4.00	0.835	2.00	0.144	7.50	1.744	2.50	0.142	9.50	1.661
4.50	2.821	4.50	1.070	2.50	0.225	8.00	2.000	3.00	0.206	10.00	1.847
5.00	5.000	5.00	1.340	3.00	0.325	8.50	2.278	3.50	0.280	11.00	2.251
R = 6m		5.50	1.648	3.50	0.476	9.00	2.578	4.00	0.367	R = 30m	
		6.00	2.000	4.00	0.584	10.00	2.902	4.50	0.465		
0.50	0.021	6.50	2.401	4.50	0.743	17.00	17.000	5.00	0.576	1.00	0.017
1.00	0.084	7.00	2.859	5.00	0.923	R = 18m		5.50	0.699	2.00	0.067
1.50	0.191	7.50	3.386	5.50	1.126			6.00	0.834	3.00	0.150
2.00	0.343	8.00	4.000	6.00	1.351	0.50	0.007	6.50	0.982	4.00	0.268
2.50	0.546	8.50	4.732	6.50	1.610	1.00	0.028	7.00	1.143	5.00	0.420
3.00	0.804	9.00	5.641	7.00	1.876	1.50	0 063	7.50	1.318	6.00	0.606
3.50	1.127	10.00	10.000	7.50	2.168	2.00	0.111	8.00	1.506	7.00	0.828
4.00	1.528	R = 11m		8.00	2.511	2.50	0.175	8.50	1.708	8.00	1.086
4.50	2.031			8.50	2.876	3.00	0.242	9.00	1.925	9.00	1.382
5.00	2.683	0.50	0.011	9.00	3.176	3.50	0.344	9.50	2.157	10.00	1.716
5.50	3.602	1.00	0.046	9.50	3.724	4.00	0.450	10.00	2.404	11.00	2.089
6.00	6.000	1.50	0.128	10.00	4.202	4.50	0.572			12.00	2.505
		2.00	0.183	14.00	14.000	5.00	0.708	R = 24m		13.00	2.963
R = 7m		2.50	0.288			5.50	0.861			14.00	3.467
		3.00	0.417	R = 15m		6.00	1.019	0.50	0.005	15.00	4.020
0.50	0.018	3.50	0.524			6.50	1.215	1.00	0.021	16.00	4.623
1.00	0.072	4.00	0.753	0.50	0.008	7.00	1.417	1.50	0.047	17.00	5.282
1.50	0.163	4.50	0.963	1.00	0.033	7.50	1.657	2.00	0.084	18.00	6.000
2.00	0.292	5.00	1.202	1.50	0.075	8.00	1.875	2.50	0.131	19.00	6.784
2.50	0.462	5.50	1.474	2.00	0.134	8.50	2.134	3.00	0.188	20.00	7.639
3.00	0.675	6.00	1.781	2.50	0.210	9.00	2.412	3.50	0.257	21.00	8.575
3.50	0.938	6.50	2.126	3.00	0.303	9.50	2.711	4.00	0.336		
4.00	1.255	7.00	2.515	3.50	0.414	10.00	3.033	4.50	0.426	R = 35m	
4.50	1.638	7.50	2.953	4.00	0.543	18.00	18.000	5.00	0.527		
5.00	2.101	8.00	3.450	4.50	0.691			5.50	0.639	1.00	0.014
5.50	2.670	8.50	4.018	5.00	0.858	R = 19m		6.00	0.762	2.00	0.057
6.00	3.394	9.00	5.175	5.50	1.045			6.50	0.897	3 00	0.129
6.50	4.402	11.00	11.000	6 00	1.252	0.50	0.007	7.00	1.044	4.00	0.229
7.00	7.000			6.50	1.481	1.00	0.026	7.50	1.202	5.00	0.359
		R = 12m		7.00	1.734	1.50	0.059	8.00	1.373	6.00	0.518
R = 8m				7.50	2.010	2.00	0.106	8.50	1.556	7.00	0.707
		0.50	0.011	8.00	2.311	2 50	0.165	9.00	1.751	8.00	0.927
0.50	0.016	1.00	0.042	8.50	2.641	3.00	0.238	9.50	1.960	9.00	1.177
1.00	0.063	1.50	0.094	9.00	3.000	3.50	0.325	10.00	2.183	10.00	1.459
1.50	0.142	2.00	0.168	9.50	3.392	4.00	0.426			11.00	1.773
2.00	0.254	2.50	0.263	10.00	3.820	4.50	0.541	R = 26m		12.00	2.122
2.50	0.401	3.00	0.381	15.00	15.000	5.00	0.670			13.00	2.504
3.00	0.584	3.50	0.522			5.50	0.814	0.50	0.005	14.00	2.922
3.50	0.806	4.00	0.676	R = 16m		6.00	0.972	1.00	0.019	15.00	3.377
4.00	1.072	4.50	0.876			6.50	1.146	1.50	0 043	16.00	3.871
4.50	1.386	5.00	1.091	0.50	0.008	7.00	1.337	2.00	0.077	17.00	4.406
5.00	1.755	5.50	1.335	1.00	0.031	7.50	1.543	2.50	0.120	18.00	4.983
5.50	2.191	6.00	1.607	1.50	0.071	8.00	1.765	3.00	0.174	19.00	5.606
6.00	2.709	6.50	1.913	2.00	0.125	8.50	2.007	3.50	0.237	20.00	6.277
6.50	3.336	7.00	2.253	2.50	0.197	9.00	2.267	4.00	0.310	21.00	7.000
7.00	4.127	7.50	2.632	3.00	0.284	9.50	2.546	4.50	0.392	22.00	7.779
7.50	5.222	8.00	3.156	3.50	0.388	10.00	2.845	5.00	0.485	23.00	8.618
8.00	8.000	8.50	3.530	4.00	0.508	19.00	19.000	5.50	0.588	24.00	9.525
		9.00	4.064	4.50	0.646			6.00	0.701	25.00	10.505
R = 9m		12.00	12.000	5.00	0.801	R = 20m		6.50	0.826		
				5.50	0.975			7.00	0.960	R = 40m	
0.50	0.014	R = 13m		6.00	1.168	0.50	0.006	7.50	1.105		
1.00	0.056			6.50	1.380	1.00	0.025	8.00	1.261	1.00	0.012
1.50	0.126	0.50	0.010	7.00	1.613	1.50	0.056	8.50	1.429	2.00	0.050
2.00	0.225	1.00	0.039	7.50	1.867	2.00	0.100	9.00	1.607	3.00	0.113
2.50	0.355	1.50	0.087	8.00	2.080	2.50	0.157	9.50	1.798	4.00	0.200
3.00	0.515	2.00	0.155	8.50	2.435	3.00	0.226	10.00	2.000	5.00	0.314
3.50	0.709	2.50	0.243	9.00	2.771	3.50	0.309			6.00	0.453
4 00	0.938	3.00	0.351	9.50	3.126	4.00	0.404	R = 28m		7.00	0.617
4.50	1.206	3.50	0.480	10.00	3.510	4.50	0.513			8.00	0.808
5.00	1.518	4.00	0.631	16.00	16.000	5.00	0.635	0.50	0.004	9.00	1.026
5.50	1.876	4.50	0.804			5.50	0.771	1.00	0.018	10.00	1.270
6.00	2.292	5.00	1.000	R = 17m		6.00	0.921	1.50	0.040	11.00	1.542
6.50	2.775	5.50	1.221			6.50	1.086	2.00	0.072	12.00	1.842
7.00	3.343	6.00	1.467	0.50	0.008	7.00	1.265	2.50	0.112	13.00	2.171
7.50	4.025	6.50	1.742	1.00	0.029	7.50	1.460	3.00	0.161	14.00	2.530
8.00	4.877	7.00	2.046	1.50	0.066	8.00	1.670	3.50	0.220	15.00	2.919
8.50	6.042	7.50	2.382	2.00	0.118	8.50	1.896	4.00	0.287	16.00	3.339
9.00	9.000	8.00	2.753	2.50	0.185	9.00	2.139	4.50	0.364	17.00	3.792
				3.00	0.267	9.50	2.400	5.00	0.450	18.00	4.279

Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées
19.00	4.801	R = 55m		R = 65m		R = 75m		R = 85m		R = 95m	
20.00	5.359										
21.00	5.956	1.00	0.009	1.00	0.008	1.00	0.007	1.00	0.006	1.00	0.005
22.00	6.593	2.00	0.036	2.00	0.031	2.00	0.027	2.00	0.023	2.00	0.021
23.00	7.274	3.00	0.082	3.00	0.069	3.00	0.060	3.00	0.053	3.00	0.047
24.00	8.000	4.00	0.146	4.00	0.123	4.00	0.107	4.00	0.094	4.00	0.084
25.00	8.775	5.00	0.228	5.00	0.192	5.00	0.167	5.00	0.147	5.00	0.132
26.00	9.603	6.00	0.328	6.00	0.277	6.00	0.240	6.00	0.212	6.00	0.190
27.00	10.487	7.00	0.447	7.00	0.378	7.00	0.327	7.00	0.289	7.00	0.258
		8.00	0.585	8.00	0.494	8.00	0.428	8.00	0.377	8.00	0.337
R = 45m		9.00	0.741	9.00	0.626	9.00	0.542	9.00	0.478	9.00	0.427
		10.00	0.917	10.00	0.774	10.00	0.670	10.00	0.590	10.00	0.528
1.00	0.011	11.00	1.111	11.00	0.938	11.00	0.811	11.00	0.715	11.00	0.639
2.00	0.044	12.00	1.325	12.00	1.117	12.00	0.966	12.00	0.851	12.00	0.761
3.00	0.100	13.00	1.558	13.00	1.313	13.00	1.135	13.00	1.000	13.00	0.894
4.00	0.178	14.00	1.812	14.00	1.526	14.00	1.318	14.00	1.161	14.00	1.037
5.00	0.279	15.00	2.085	15.00	1.754	15.00	1.515	15.00	1.334	15.00	1.192
6.00	0.402	16.00	2.379	16.00	2.000	16.00	1.727	16.00	1.519	16.00	1.357
7.00	0.548	17.00	2.693	17.00	2.263	17.00	1.952	17.00	1.717	17.00	1.533
8.00	0.717	18.00	3.029	18.00	2.542	18.00	2.192	18.00	1.928	18.00	1.721
9.00	0.909	19.00	3.386	19.00	2.839	19.00	2.446	19.00	2.151	19.00	1.919
10.00	1.125	20.00	3.765	20.00	3.153	20.00	2.716	20.00	2.386	20.00	2.129
11.00	1.365	21.00	4.167	21.00	3.486	21.00	3.000	21.00	2.635	21.00	2.350
12.00	1.629	22.00	4.592	22.00	3.836	22.00	3.299	22.00	2.896	22.00	2.582
13.00	1.919	23.00	5.040	23.00	4.205	23.00	3.614	23.00	3.171	23.00	2.826
14.00	2.233	24.00	5.513	24.00	4.593	24.00	3.944	24.00	3.459	24.00	3.082
15.00	2.574	25.00	6.010	25.00	5.000	25.00	4.289	25.00	3.760	25.00	3.348
16.00	2.941	26.00	6.533	26.00	5.426	26.00	4.651	26.00	4.074	26.00	3.627
17.00	3.335	27.00	7.083	27.00	5.873	27.00	5.029	27.00	4.402	27.00	3.918
18.00	3.757	28.00	7.661	28.00	6.340	28.00	5.422	28.00	4.744	28.00	4.220
19.00	4.208	29.00	8.267	29.00	6.828	29.00	5.833	29.00	5.100	29.00	4.535
20.00	4.689	30.00	8.902	30.00	7.337	30.00	6.262	30.00	5.470	30.00	4.861
21.00	5.201	31.00	9.569	31.00	7.869	31.00	6.706	31.00	5.854	31.00	5.200
22.00	5.744	32.00	10.267	32.00	8.423	32.00	7.169	32.00	6.253	32.00	5.552
23.00	6.322	33.00	11.000	33.00	9.000	33.00	7.650	33.00	6.667	33.00	5.916
24.00	6.934	34.00	11.768	34.00	9.601	34.00	8.149	34.00	7.096	34.00	6.292
25.00	7.583	35.00	12.574	35.00	10.228	35.00	8.667	35.00	7.540	35.00	6.682
26.00	8.271	36.00	13.419	36.00	10.880	36.00	9.205	36.00	8.000	36.00	7.085
27.00	9.000	37.00	14.306	37.00	11.558	37.00	9.762	37.00	8.476	37.00	7.501
28.00	9.772	38.00	15.238	38.00	12.265	38.00	10.339	38.00	8.967	38.00	7.930
29.00	10.591	39.00	16.219	39.00	13.000	39.00	10.937	39.00	9.475	39.00	8.374
30.00	11.459			40.00	13.765	40.00	11.557	40.00	10.000	40.00	8.842
31.00	12.381	R = 60m		R = 70m		R = 80m		R = 90m		R = 100m	
32.00	13.361										
		1.00	0.008	1.00	0.007	1.00	0.006	1.00	0.006	1.00	0.005
R = 50m		2.00	0.033	2.00	0.029	2.00	0.025	2.00	0.022	2.00	0.020
		3.00	0.075	3.00	0.064	3.00	0.056	3.00	0.050	3.00	0.045
1.00	0.010	4.00	0.133	4.00	0.114	4.00	0.100	4.00	0.089	4.00	0.080
2.00	0.040	5.00	0.209	5.00	0.179	5.00	0.156	5.00	0.139	5.00	0.125
3.00	0.090	6.00	0.301	6.00	0.258	6.00	0.225	6.00	0.200	6.00	0.180
4.00	0.160	7.00	0.410	7.00	0.351	7.00	0.307	7.00	0.273	7.00	0.245
5.00	0.251	8.00	0.536	8.00	0.459	8.00	0.401	8.00	0.356	8.00	0.321
6.00	0.361	9.00	0.679	9.00	0.581	9.00	0.508	9.00	0.451	9.00	0.406
7.00	0.492	10.00	0.839	10.00	0.718	10.00	0.627	10.00	0.557	10.00	0.501
8.00	0.644	11.00	1.017	11.00	0.870	11.00	0.760	11.00	0.675	11.00	0.607
9.00	0.817	12.00	1.212	12.00	1.036	12.00	0.905	12.00	0.804	12.00	0.723
10.00	1.010	13.00	1.425	13.00	1.218	13.00	1.064	13.00	0.944	13.00	0.849
11.00	1.225	14.00	1.656	14.00	1.414	14.00	1.235	14.00	1.096	14.00	0.985
12.00	1.461	15.00	1.905	15.00	1.626	15.00	1.419	15.00	1.259	15.00	1.131
13.00	1.720	16.00	2.173	16.00	1.853	16.00	1.616	16.00	1.434	16.00	1.288
14.00	2.000	17.00	2.459	17.00	2.096	17.00	1.827	17.00	1.620	17.00	1.456
15.00	2.303	18.00	2.764	18.00	2.354	18.00	2.051	18.00	1.818	18.00	1.633
16.00	2.629	19.00	3.088	19.00	2.628	19.00	2.289	19.00	2.028	19.00	1.822
17.00	2.979	20.00	3.431	20.00	2.918	20.00	2.540	20.00	2.250	20.00	2.020
18.00	3.352	21.00	3.795	21.00	3.224	21.00	2.805	21.00	2.484	21.00	2.230
19.00	3.751	22.00	4.179	22.00	3.547	22.00	3.084	22.00	2.730	22.00	2.451
20.00	4.174	23.00	4.583	23.00	3.886	23.00	3.378	23.00	2.989	23.00	2.681
21.00	4.624	24.00	5.009	24.00	4.243	24.00	3.685	24.00	3.259	24.00	2.923
22.00	5.100	25.00	5.456	25.00	4.617	25.00	4.007	25.00	3.542	25.00	3.175
23.00	5.614	26.00	5.926	26.00	5.008	26.00	4.343	26.00	3.837	26.00	3.439
24.00	6 137	27.00	6.418	27.00	5.417	27.00	4.694	27.00	4.145	27.00	3.714
25.00	6.699	28.00	6.934	28.00	5.844	28.00	5.060	28.00	4.466	28.00	4.000
26.00	7.292	29.00	7.474	29.00	6.290	29.00	5.441	29.00	4.800	29.00	4.297
27.00	7.917	30.00	8.038	30.00	6.754	30.00	5.839	30.00	5.147	30.00	4.606
28.00	8.575	31.00	8.629	31.00	7.239	31.00	6.250	31.00	5 507	31.00	4.926
29.00	9.269	32.00	9.246	32.00	7.742	32.00	6.679	32.00	5.881	32.00	5.258
30.00	10.000	33.00	9.890	33.00	8.267	33.00	7.123	33.00	6.268	33.00	5 602
31.00	10.770	34.00	10.563	34.00	8.811	34.00	7.585	34.00	6.669	34.00	5.960
32.00	11.581	35.00	11.266	35.00	9.378	35.00	8.063	35.00	7.034	35.00	6.325
33.00	12.437	36.00	12.000	36.00	9 967	36.00	8.558	36.00	7.514	36.00	6.705
34.00	13.339	37.00	12.766	37.00	10.578	37.00	9.070	37.00	7.957	37.00	7.097
35.00	14.293	38.00	13.567	38.00	11.212	38.00	9.601	38.00	8.416	38.00	7.501
		39.00	14.404	39.00	11.871	39.00	10.150	39.00	8.889	39.00	7.919
		40.00	15.279	40.00	12.554	40.00	10.718	40.00	9.377	40.00	8.348

336. *Usage des tables.* — L'usage des tables ci-dessus est extrêmement simple. Soit à tracer un arc AMB (*fig.* 236) ayant AB comme corde ou ouverture, et CM comme flèche ou montée. On tracera la tangente xx au sommet M de l'arc, en menant une parallèle à AB, ou ce qui revient au même, une perpendiculaire à OM. On portera sur cette tangente, à droite et à gauche du point M, des distances égales de $0^m,50$ ou de 1 mètre selon les cas. Par les points de division on conduira des perpendiculaires à xx, sur lesquelles on portera les valeurs correspondantes des ordonnées fournies par la table ci-dessus. En réunissant tous les points obtenus, par une courbe continue, on aura l'arc de cercle cherché.

Les tables sont établies pour qu'on ait toujours les éléments nécessaires au tracé de l'arc complet. Cependant, si cet arc avait un trop grand développement pour qu'on pût en construire tous les points avec une même tangente Mx, comme en

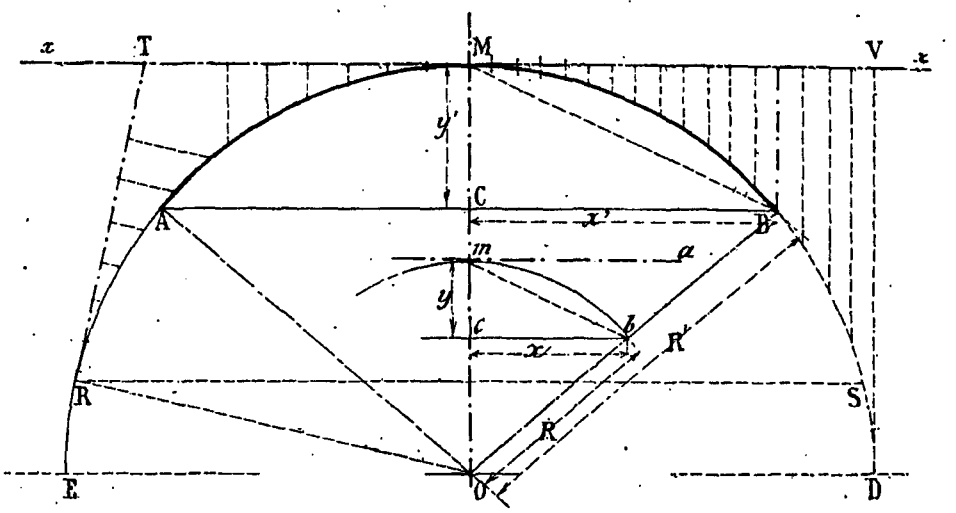


Fig. 236.

MR par exemple, on tracerait la tangente RT à l'extrémité R de l'arc et on opérerait sur la tangente RT pour la deuxième moitié RA de l'arc, après avoir opéré sur la tangente MT pour la première moitié.

L'usage des tables est applicable au cas d'un plein-cintre EMD; il suffit de pousser assez loin les abscisses comptées sur la tangente xx au sommet. Cependant, dans ce cas, il vaudrait mieux opérer sur deux tangentes : la tangente MV au sommet, et la tangente DV à la naissance D du plein-cintre, comme on l'a indiqué pour l'arc RAM.

337. *Autre table.* —La table précédente du n° 335, contient les coordonnées d'un arc de cercle pour un certain nombre de rayons usuels. Elle évite de faire d'assez longs calculs ; elle est par conséquent très utile quand le rayon donné de l'arc est un de ceux contenus dans la table.

Mais il arrive fréquemment que les données du problème sont : l'ouverture $2a$ et la flèche f. Le rayon qui résulte de ces données n'est pas, en général, un nombre entier, et même quand il est entier, il peut ne pas se trouver dans la table. Il faudrait donc avoir une autre table qui permettrait de calculer facilement et rapidement les coordonnées d'un arc de cercle de *rayon quelconque*. Telle est la table suivante que nous extrayons de l'ouvrage de M. Jacquet sur le *Tracé général des courbes* (1). (Cette table peut aussi servir au tracé des ellipses par points, comme on le verra un peu plus loin.)

(1) Dunod, éditeur.

Table des abscisses et ordonnées d'un quart de circonférence de 100 *mètres de rayon.*

Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées
m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
0.001	0.0000002	6.90	0.2383	15.50	1.2086	24.10	2.9475	32.70	5.4976	41.30	8.9260
0 002	0.0000004	7.00	0.2453	15.60	1.2243	24.20	2.9724	32.80	5.5322	41.40	8.9723
0.003	0.0000006	7.10	0.2524	15.70	1.2401	24.30	2.9974	32.90	5.5670	41.50	9.0179
0.004	0.0000009	7.20	0.2595	15.80	1.2561	24.40	3.0225	33.00	5.6019	41.60	9.0635
0.005	0.0000012	7.30	0.2668	15.90	1.2721	24.50	3.0477	33.10	5.6369	41.70	9.1094
0.006	0.0000015	7.40	0.2742	16.00	1.2883	24.60	3.0731	33.20	5.6721	41.80	9.1553
0.007	0.0000018	7.50	0.2817	16.10	1.3046	24.70	3.0985	33.30	5.7073	41.90	9.2014
0.008	0.0000022	7.60	0.2892	16.20	1.3209	24.80	3.1240	33.40	5.7427	42.00	9.2476
0.009	0.0000026	7.70	0.2969	16.30	1.3374	24.90	3.1497	33.50	5.7782	42.10	9.2939
0.01	0.000003	7.80	0.3047	16.40	1.3540	25.00	3.1754	33.60	5.8138	42.20	9.3404
0.02	0.000007	7.90	0.3125	16.50	1.3706	25.10	3.2013	33.70	5.8496	42.30	9.3870
0.03	0.000012	8.00	0.3205	16.60	1.3874	25.20	3.2273	33.80	5.8854	42.40	9.4338
0.04	0.000017	8.10	0.3286	16.70	1.4043	25.30	3.2534	33.90	5.9214	42.50	9.4807
0.05	0.000023	8.20	0.3368	16.80	1.4213	25.40	3.2796	34.00	5.9575	42.60	9.5277
0.06	0.000030	8.30	0.3451	16.90	1.4384	25.50	3.3059	34.10	5.9937	42.70	9.5748
0.07	0.000038	8.40	0.3534	17.00	1.4556	25.60	3.3323	34.20	6.0300	42.80	9.6221
0.08	0.000047	8.50	0.3619	17.10	1.4729	25.70	3.3589	34.30	6.0665	42.90	9.6696
0.09	0.000057	8.60	0.3705	17.20	1.4903	25.80	3.3855	34.40	6.1020	43.00	9.7171
0.10	0.000068	8.70	0.3792	17.30	1.5078	25.90	3.4123	34.50	6.1397	43.10	9.7648
0.20	0.0002	8.80	0.3880	17.40	1.5255	26.00	3.4392	34.60	6.1766	43.20	9.8126
0.30	0.0005	8.90	0.3968	17.50	1.5432	26.10	3.4661	34.70	6.2135	43.30	9.8606
0.40	0.0008	9.00	0.4058	17.60	1.5610	26.20	3.4932	34.80	6.2506	43.40	9.9087
0.50	0.0012	9.10	0.4149	17.70	1.5789	26.30	3.5204	34.90	6.2877	43.50	9.9570
0.60	0.0018	9.20	0.4241	17.80	1.5970	26.40	3.5477	35.00	6.3250	43.60	10.0054
0.70	0.0024	9.30	0.4334	17.90	1.6151	26.50	3.5752	35.10	6.3625	43.70	10.0539
0.80	0.0034	9.40	0.4428	18.00	1.6334	26.60	3.6027	35.20	6.4000	43.80	10.1025
0.90	0.0041	9.50	0.4523	18.10	1.6517	26.70	3.6304	35.30	6.4377	43.90	10.1513
1.00	0.0050	9.60	0.4619	18.20	1.6702	26.80	3.6581	35.40	6.4755	44.00	10.2002
1.10	0.0061	9.70	0.4716	18.30	1.6887	26.90	3.6860	35.50	6.5134	44.10	10.2493
1.20	0.0072	9.80	0.4814	18.40	1.7074	27.00	3.7140	35.60	6.5514	44.20	10.2985
1.30	0.0084	9.90	0.4913	18.50	1.7262	27 10	3.7421	35.70	6.5896	44.30	10.3478
1.40	0.0098	10.00	0.5013	18.60	1.7450	27.20	3.7703	35.80	6.6278	44.40	10.3973
1.50	0.0113	10.10	0.5114	18.70	1.7640	27.30	3.7986	35.90	6.6663	44.50	10.4469
1.60	0.0128	10.20	0.5216	18.80	1.7831	27.40	3.8270	36.00	6.7048	44.60	10.4967
1.70	0.0145	10.30	0.5319	18.90	1.8023	27.50	3.8556	36.10	6.7434	44.70	10.5466
1.80	0.0162	10.40	0.5423	19.00	1.8216	27.60	3.8843	36.20	6.7822	44.80	10.5967
1.90	0.0180	10.50	0.5528	19.10	1.8410	27.70	3.9130	36.30	6.8211	44.90	10.6469
2.00	0.0200	10.60	0.5634	19.20	1.8605	27.80	3.9419	36.40	6.8601	45.00	10.6972
2.10	0.0221	10.70	0.5741	19.30	1.8802	27.90	3.9709	36.50	6.8993	45.10	10.7476
2.20	0.0242	10.80	0.5849	19.40	1.8999	28.00	4.0000	36.60	6.9385	45.20	10.7982
2.30	0.0264	10.90	0.5958	19.50	1.9197	28.10	4.0292	36.70	6.9779	45.30	10.8490
2.40	0.0288	11.00	0.6068	19.60	1.9396	28.20	4.0586	36.80	7.0174	45.40	10.8999
2.50	0.0313	11.10	0.6180	19.70	1.9597	28.30	4.0880	36.90	7.0571	45.50	10.9509
2.60	0.0338	11.20	0.6292	19.80	1.9798	28 40	4.1176	37.00	7.0968	45.60	11.0020
2.70	0.0365	11.30	0.6405	19.90	2.0001	28.50	4.1473	37.10	7.1367	45.70	11.0533
2.80	0.0392	11.40	0.6519	20.00	2.0204	28.60	4.1770	37.20	7.1767	45.80	11.1048
2.90	0.0421	11.50	0.6634	20.10	2.0409	28.70	4.2070	37.30	7.2169	45.90	11.1564
3.00	0.0451	11.60	0.6751	20.20	2.0614	28.80	4.2370	37.40	7.2571	46.00	11.2081
3.10	0.0481	11.70	0.6868	20.30	2.0822	28.90	4.2671	37.50	7.2975	46.10	11.2600
3.20	0.0512	11.80	0.6986	20.40	2.1029	29.00	4.2973	37.60	7.3380	46.20	11.3120
3.30	0.0545	11.90	0.7106	20.50	2.1238	29.10	4.3277	37.70	7.3787	46.30	11.3642
3.40	0.0578	12.00	0.7226	20.60	2.1448	29.20	4.3582	37.80	7.4195	46.40	11.4165
3.50	0.0613	12.10	0.7347	20.70	2.1659	29.30	4.3888	37.90	7.4603	46.50	11.4689
3.60	0.0648	12.20	0.7470	20.80	2.1871	29.40	4.4195	38.00	7.5013	46.60	11.5215
3.70	0.0685	12.30	0.7593	20.90	2.2084	29.50	4.4503	38.10	7.5425	46.70	11.5743
3.80	0.0722	12.40	0.7718	21.00	2.2299	29.60	4.4812	38.20	7.5838	46.80	11.6272
3.90	0.0761	12.50	0.7843	21.10	2.2514	29.70	4.5123	38.30	7.6252	46.90	11.6802
4.00	0.0801	12.60	0.7970	21.20	2.2730	29.80	4.5434	38.40	7.6667	47.00	11.7334
4.10	0.0841	12.70	0.8097	21.30	2.2948	29.90	4.5747	38.50	7.7084	47.10	11.7867
4.20	0.0882	12.80	0.8226	21.40	2.3166	30.00	4.6061	38.60	7.7501	47.20	11.8402
4.30	0.0925	12.90	0.8355	21.50	2.3386	30.10	4.6376	38.70	7.7920	47.30	11.8938
4.40	0.0968	13.00	0.8486	21.60	2.3607	30.20	4.6692	38.80	7.8341	47.40	11.9475
4.50	0.1013	13.10	0.8618	21.70	2.3828	30.30	4.7009	38.90	7.8762	47.50	12.0014
4.60	0.1059	13.20	0.8750	21.80	2.4051	30.40	4.7328	39.00	7.9185	47.60	12 0555
4.70	0.1105	13.30	0.8884	21.90	2.4275	30.50	4.7648	39.10	7.9609	47.70	12.1097
4.80	0.1153	13.40	0.9019	22.00	2.4500	30.60	4.7968	39.20	8.0035	47.80	12.1640
4.90	0.1201	13.50	0.9155	22.10	2.4726	30.70	4.8291	39.30	8.0462	47.90	12.2185
5.00	0.1251	13.60	0.9291	22.20	2.4953	30.80	4.8614	39.40	8.0890	48.00	12.2731
5.10	0.1302	13.70	0.9429	22.30	2.5182	30.90	4.8938	39.50	8.1319	48.10	12.3279
5.20	0.1353	13.80	0.9568	22.40	2.5411	31.00	4.9264	39.60	8.1750	48.20	12.3829
5.30	0.1405	13.90	0.9708	22.50	2.5641	31.10	4.9590	39.70	8.2182	48.30	12.4370
5.40	0.1459	14.00	0.9849	22.60	2.5873	31.20	4.9918	39.80	8.2615	48.40	12.4932
5.50	0.1514	14.10	0.9991	22.70	2.6105	31.30	5.0247	39.90	8.3049	48.50	12.5486
5.60	0.1569	14.20	1.0133	22.80	2.6339	31.40	5.0577	40.00	8.3485	48.60	12.6041
5.70	0.1626	14.30	1.0277	22.90	8.6574	31.50	5.0908	40.10	8.3922	48.70	12.6598
5.80	0.1683	14.40	1.0422	23.00	2.6809	31.60	5.1241	40.20	8.4360	48.80	12.7156
5.90	0.1742	14.50	1.0568	23.10	2.7046	31.70	5.1575	40.30	8.4800	48.90	12.7716
6.00	0.1802	14.60	1.0715	23.20	2.7284	31.80	5 1909	40.40	8.5241	49.00	12.8277
6.10	0.1862	14.70	1.0864	23.30	2.7523	31.90	5.2245	40.50	8.5684	49.10	12.8840
6.20	0.1924	14.80	1.1013	23.40	2.7763	32.00	5.2583	40.60	8.6127	49.20	12.9405
6.30	0.1987	14.90	1.1163	23.50	2.8005	32.10	5.2921	40.70	8.6572	49.30	12.9971
6.40	0.2050	15.00	1.1314	23.60	2.8247	32.20	5.3260	40.80	8.7018	49.40	13.0538
6.50	0.2115	15.10	1.1466	23.70	2.8491	32.30	5.3601	40.90	8.7466	49.50	13.1107
6.60	0.2181	15.20	1.1620	23.80	2.8735	32.40	5.3943	41.00	8.7915	49.60	13.1678
6.70	0.2247	15.30	1.1774	23.90	2.8981	32.50	5.4286	41.10	8.8365	49.70	13.2250
6.80	0.2315	15.40	1.1929	24.00	2.9227	32.60	5.4630	41.20	8.8816	49.80	13.2823

Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées	Abscisses	Ordonnées
m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
49.90	13.3398	58.60	18.9689	67.30	26.0358	76.00	35.0077	84.70	46.8407	93.30	64.0124
50.00	13.3975	58.70	19.0113	67.40	26.1269	76.10	35.1248	84.80	47.0001	93.40	64.2727
50.10	13.4553	58.80	19.1139	67.50	26.2182	76 20	35.2423	84.90	47.1607	93.50	64.5352
50.20	13.5133	58.90	19.1867	67.60	26.3098	76.30	35.3602	85.00	47.3217	93.60	64.8000
50.30	13.5714	59.00	19.2597	67.70	26.4017	76.40	35.4784	85.10	47.4834	93.70	65.0671
50.40	13.6296	59.10	19.3328	67.80	26.4938	76.50	35.5970	85.20	47.6458	93.80	65.3365
50.50	13.6881	59.20	19.4062	67.90	26.5862	76.60	35.7159	85.30	47.8091	93.90	65.6083
50.60	13.7467	59.30	19.4798	68.00	26.6788	76.70	35.8353	85.40	47.9727	94.00	65.8826
50.70	13.8054	59.40	19.5535	68.10	26.7717	76.80	35.9550	85.50	48.1373	94.10	66.1594
50.80	13.8643	59.50	19.6273	68.20	26.8648	76.90	36.0751	85.60	48.3024	94.20	66.4389
50.90	13.9234	59.60	19.7016	68.30	26.9582	77.00	36.1956	85.70	48.4684	94.30	66.7207
51.00	13.9826	59.70	19.7759	68.40	27.0518	77.10	36.3165	85.80	48.6351	94.40	67.0055
51.10	14.0419	59.80	19.8504	68.50	27.1457	77.20	36.4378	85.90	48.8025	94.50	67.2930
51.20	14.1015	59.90	19.9251	68.60	27.2398	77.30	36.5594	86.00	48.9706	94.60	67.5833
51.30	14.1612	60.00	20.0000	68.70	27.3343	77.40	36.6814	86.10	49.1395	94.70	67.8766
51.40	14.2210	60.10	20.0751	68.80	27.4289	77.50	36.8039	86.20	49.3092	94.80	68.1730
51.50	14.2810	60.20	20.1504	68.90	27.5239	77.60	36.9267	86.30	49.4796	94.90	68.4724
51.60	14.3412	60.30	20.2259	69.00	27.6191	77.70	37.0499	86.40	49.6508	95.00	68.7751
51.70	14.4015	60.40	20.3016	69.10	27.7145	77.80	37.1736	86.50	49.8228	95.10	69.0809
51.80	14.4620	60.50	20.3775	69.20	27.8103	77.90	37.2976	86.60	49.9956	95.20	69.3902
51.90	14.5226	60.60	20.4536	69.30	27.9062	78.00	37.4221	86.70	50.1692	95.30	69.7030
52.00	14.5834	60.70	20.5298	69.40	28.0025	78.10	37.5469	86.80	50.3436	95.40	70.0193
52.10	14.6444	60.80	20.6063	69.50	28.0991	78.20	37.6722	86.90	50.5188	95.50	70.3394
52 20	14.7055	60.90	20.6830	69.60	28.1958	78.30	37.7978	87.00	50.6943	95.60	70.6633
52.30	14.7667	61.00	20.7599	69.70	28.2929	78.40	37.9239	87.10	50.8717	95.70	70.9912
52.40	14.8282	61.10	20.8369	69.80	28.3902	78.50	38.0504	87.20	51.0494	95.80	71.3232
52.50	14.8898	61.20	20.9142	69.90	28.4878	78.60	38.1774	87.30	51.2280	95.90	71.6594
52.60	14.9516	61.30	20.9917	70.00	28.5857	78.70	38.3047	87.40	51.4074	96.00	72.0000
52.70	15.0135	61.40	21.0694	70.10	28.6839	78.80	38.4325	87.50	51.5877	96.10	72.3452
52.80	15.0756	61.50	21.1473	70.20	28.7823	78.90	38.5607	87.60	51.7689	96.20	72.6951
52.90	15.1378	61.60	21.2254	70.30	28.8810	79.00	38.6893	87.70	51.9510	96.30	73.0499
53.00	15.2002	61.70	21.3037	70.40	28.9800	79.10	38.8184	87.80	52.1339	96.40	73.4098
53.10	15.2628	61.80	21.3822	70.50	29.0793	79.20	38.9479	87.90	52.3178	96.50	73.7751
53.20	15.3256	61.90	21.4609	70.60	29.1788	79.30	39.0778	88.00	52.5026	96.60	74.1458
53.30	15.3885	62.00	21.5398	70.70	29.2787	79.40	39.2082	88.10	52.6884	96.70	74.5224
53.40	15.4516	62.10	21.6189	70.80	29.3789	79.50	39.3391	88.20	52.8751	96.80	74.9050
53.50	15.5148	62.20	21.6983	70.90	29.4792	79.60	39.4703	88.30	53.0627	96.90	75.2939
53.60	15.5782	62.30	21.7778	71.00	29.5798	79.70	39.6021	88.40	53.2513	97.00	75.6895
53.70	15.6418	62.40	21.8576	71.10	29.6808	79.80	39.7343	88.50	53.4409	97.10	76.0921
53.80	15.7055	62.50	21.9375	71.20	29.7821	79.90	39.8669	88 60	53.6315	97.20	76.5019
53.90	15.7694	62.60	22.0177	71.30	29.8836	80.00	40.0000	88.70	53.8231	97.30	76.9195
54.00	15.8335	62.70	22.0981	71.40	29.9854	80.10	40.1336	88.80	54.0157	97.40	77.3452
54.10	15.8978	62.80	22.1787	71.50	30.0876	80.20	40.2676	88.90	54.2093	97.50	77.7795
54.20	15.9622	62.90	22.2595	71.60	30.1900	80.30	40.4021	89.00	54.4040	97.60	78.2230
54.30	16.0268	63.00	22.3405	71.70	30.2927	80.40	40.5371	89.10	54.5997	97.70	78.6761
54.40	16.0915	63.10	22.4217	71.80	30.3957	80.50	40.6725	89.20	54.7965	97.80	79.1395
54.50	16.1564	63.20	22.5032	71.90	30.4990	80.60	40.8085	89.30	54.9943	97.90	79.6140
54.60	16.2215	63.30	22.5848	72.00	30.6026	80.70	40.9449	89.40	55.1933	98.00	80.1003
54.70	16.2868	63.40	22.6667	72.10	30.7065	80.80	41.0817	89.50	55.3934	98.10	80.5992
54.80	16.3522	63.50	22.7488	72.20	30.8107	80.90	41.2191	89.60	55.5946	98.20	81.1119
54.90	16 4178	63.60	22 8311	72.30	30.9152	81.00	41.3570	89.70	55.7970	98.30	81.6394
55.00	16.4835	63.70	22.9136	72.40	31.0200	81.10	41.4954	89.80	56.0005	98.40	82.1832
55.10	16.5495	63.80	22.9964	72.50	31.1251	81.20	41.6347	89.90	56.2051	98.50	82.7446
55.20	16.6156	63.90	23.0793	72.60	31.2305	81.30	41.7736	90.00	56.4110	98.60	83.3255
55.30	16.6819	64.00	23.1625	72.70	31.3363	81.40	41.9135	90.10	56.6181	98.70	83.9280
55.40	16.7484	64.10	23.2459	72.80	31.4423	81.50	42.0539	90.20	56.8264	98.80	84.5546
55.50	16.8150	64.20	23.3295	72.90	31.5486	81.60	42.1948	90.30	57.0360	98.90	85.2084
55.60	16.8818	64.30	23.4134	73.00	31.6553	81.70	42.3362	90.40	57.2468	99.00	85.8933
55.70	16.9488	64.40	23.4975	73.10	31.7622	8 .80	42.4782	90.50	57.4588	99.10	86.6138
55.80	7.0159	64.50	23.5818	73.20	31.8695	81.90	42.6207	90.60	57.6722	99.20	87.3762
55.90	17.0832	64.60	23.6663	73.30	31.9771	82.00	42.7637	90.70	57.8869	99.30	88.1886
56.00	17.1507	64.70	23 7510	73.40	32.0851	82.10	42.9072	90.80	58.1030	99.40	89.0620
56.10	17.2184	64.80	23.8360	73.50	32.1933	82.20	43.0513	90.90	58.3204	99.50	90.0125
56.20	17.2863	64.90	23.9212	73.60	32.3018	82.30	43.1959	91.00	58.5392	99.60	91.0647
56.30	17.3543	65.00	24.0066	73.70	32.4107	82.40	43.3410	9 .10	58.7594	99.70	92.2598
56.40	17.4225	65.10	24.0922	73.80	32.5199	82.50	43.4867	91.20	58.9810	99.80	93.6786
56.50	17.4909	65.20	24.1780	73.90	32.6295	82.60	43.6330	91.30	59.2041	99.90	94.5290
56.60	17.5595	65.30	24.2642	74.00	32.7393	82.70	43.7798	91.40	59.4286	99.91	95.7543
56.70	17.6282	65.40	24.3505	74.10	32.8495	82.80	43.9272	91.50	59.6546	99.92	96.0008
56.80	17.6971	65.50	24.4371	74.20	32.9600	82.90	44.0753	91.60	59 8820	99.93	96.2590
56.90	17.7662	65.60	24.5239	74.30	33.0709	83.00	44.2237	91.70	60.1113	99.94	96.5304
57.00	17.8355	65.70	24.6109	74.40	33.1821	83.10	44.3728	91.80	60.3420	99.95	96.8181
57.10	17.9050	65.80	24.6982	74.50	33.2936	83.20	44.5224	91.90	60.5741	99.96	97.1719
57.20	17.9747	65.90	24.7857	74.60	33.4054	83.30	44.6727	92.00	60.8081	99.97	97.5507
57.30	18.0445	66.00	24 8734	74.70	33.5176	83.40	44.8236	92.10	61.0438	99.98	98.0001
57.40	18.1145	66.10	24.9614	74.80	33.6301	83.50	44.9750	92.20	61.2810	99.99	98.5858
57.50	18.1847	66.20	25.0496	74.90	33.7430	83.60	45.1271	92.30	61.5200	99.991	98.6584
57.60	18.2551	66.30	25.1381	75.00	33.8562	83.70	45.2797	92.40	61.7608	99.992	98.7514
57.70	18.3256	66.40	25.2267	75.10	33.9698	83.80	45.4330	92.50	62.0033	99.993	98.8168
57 80	18.3963	66.50	25.3157	75.20	34.0837	83.90	45.5869	92.60	62.2477	99.994	98.9046
57.90	18.4672	66.60	25.4048	75.30	34.1980	84.00	45.7414	92.70	62.4939	99.995	99.0000
58.00	18.5383	66.70	25.4943	75.40	34.3126	84.10	45.8965	92.80	62.7420	99 996	99.1056
58 10	18.6096	66.80	25.5839	75.50	34.4275	84.20	46.0523	92.90	62.9921	99.997	99.2254
58.20	18.6811	66.90	25.6738	75.60	34.5428	84.30	46.2086	93.00	63.2441	99.998	99.3675
58.30	18.7527	67.00	25.7639	75.70	34.6585	84.40	46.3657	93.10	63.4981	99 999	99.5528
58.40	18.8246	67.10	25.8543	75.80	34.7746	84.50	46.5234	93.20	63.7542	100.000	100.0000
58.50	18.8967	67.20	25.9449	75.90	34.8909	84.60	46.6817				

338. *Usage des tables.* — Soit un arc DBM (*fig.* 236) ayant un rayon R′ égal à 100 mètres, et un autre arc *bm* ayant un rayon quelconque R. On veut, au moyen des coordonnées calculées de l'arc DBM, construire les coordonnées de l'arc *bm*.

La similitude des triangles OCB et O*cb*, CMB et *cmb*, donne :

$$\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'} = \frac{R}{R'} = \frac{R}{100}$$

d'où on tire :

$$x' = \frac{x}{\frac{R}{100}}$$

et

$$y = y' \frac{R}{100}$$

D'autre part on a :

$$y' = R' - \sqrt{R'^2 - x'^2}.$$

Si, dans cette dernière formule, on attribue à l'abscisse x' une série de valeurs, pour R′ = 100 mètres, on aura une série de valeurs correspondantes de l'ordonnée y'. Ce sont ces valeurs de x' et y', calculées pour un rayon R′ = 100 mètres, qui sont contenues dans la table précédente. Il faut passer de ces coordonnées de l'arc DBM à celles de l'arc *bm*.

Pour construire ce dernier arc *bm* de rayon R, on se donnera des valeurs de l'abscisse x; on calculera les valeurs correspondantes de l'abscisse x' de l'arc de 100 mètres de rayon au moyen de la relation

$$x' = \frac{x}{\frac{R}{100}}$$

En regard de x', on trouvera dans la table, la valeur de l'ordonnée y', de l'arc DBM et on calculera enfin la valeur de l'ordonnée y de l'arc *bm* au moyen de la relation :

$$y = y' \frac{R}{100}.$$

Pour simplifier les calculs et ne pas avoir à effectuer chaque fois la division de x par le rapport $\frac{R}{100}$, pour avoir x', il convient de donner à x des valeurs qui soient des multiples de $\frac{R}{100}$.

339. *Exemple.* — Reprenons l'exemple du n° 333. Il s'agit de tracer un arc de cercle dont l'ouverture est $2a = 18$ mètres et la flèche $f = 2^m,50$. Par suite, le rayon de l'arc est :

$$R = \frac{a^2 + f^2}{2f} = 17^m,45.$$

Le rapport $\frac{R}{100}$ devient dans ce cas :

$$\frac{R}{100} = \frac{17,45}{100} = 0,1745.$$

Afin de simplifier les calculs, on prendra pour première abscisse x de l'arc cherché, un multiple de ce rapport 0,1745, soit par exemple

$$x = 10 \times 0,1745 = 1^m,745$$

et toutes les autres abscisses seront déterminées si on suppose les ordonnées également espacées de la quantité $1^m,745$. La deuxième abscisse aura pour valeur

$$2 \times 1,745 = 3^m,490,$$

la troisième :

$$3 \times 1,745 = 5^m,235$$

et ainsi de suite.

Pour la première abscisse, on aura :

$$x' = \frac{x}{\frac{R}{100}} = \frac{1,745}{0,1745} = 10.$$

Nous cherchons ce quotient $x' = 10$ dans la colonne des abscisses de la table, et nous trouvons en regard, dans la colonne des ordonnées, le nombre :

$$y' = 0,5013$$

qui représente la valeur de y' calculée au moyen de la relation :

$$y' = R' - \sqrt{R'^2 - x'^2}.$$

Enfin, la valeur correspondante de y, s'appliquant à l'arc de rayon $R = 17^m,45$, s'obtiendra en effectuant le calcul suivant :

$$y = y' \frac{R}{100} = 0,5013 \times 0,1745 = 0^m,087.$$

Pour une deuxième abscisse, on aurait :

$$x' = \frac{2x}{\frac{R}{100}} = \frac{2 \times 1,745}{0,1745} = 20.$$

En regard de $x' = 20$ la table donne $y' = 2,0204$.

Donc :

$y = 2{,}0204 \times 0{,}1745 = 0^m353$.

Pour les cinq premiers points de la courbe *bm* on aurait, en opérant comme nous venons de l'expliquer :

PREMIER POINT :

$x = 1{,}745$; $x' = 10$; $y' = 0{,}5013$; $y = 0{,}087$;

DEUXIÈME POINT :

$x = 3{,}490$; $x' = 20$; $y' = 2{,}0204$; $y = 0{,}353$;

TROISIÈME POINT :

$x = 5{,}235$; $x' = 20$; $y' = 4{,}6061$; $y = 0{,}804$;

QUATRIÈME POINT :

$x = 6{,}980$; $x' = 40$; $y' = 8{,}3485$; $y = 1{,}457$;

CINQUIÈME POINT :

$x = 8{,}725$; $x' = 50$; $y' = 13{,}3975$; $y = 2{,}345$.

Par conséquent, la courbe s'obtiendra en portant sur la tangente *ma* les abscisses x ci-dessus, $1^m{,}745$; $3^m{,}490$; $5^m{,}235$; $6{,}980$ et $8^m{,}725$ et en traçant, par les points ainsi fixés, des ordonnées correspondantes y respectivement égales à $0^m{,}087$; $0^m{,}353$; $0^m{,}804$; 1^m457 et $2^m{,}345$. La courbe passant par ces points est l'arc de cercle cherché.

On aurait des points plus rapprochés en prenant pour espacement des ordonnées un multiple de 0,1745 inférieur à $10 \times 0{,}1745$. On aurait pu prendre par exemple, $5 \times 0{,}1745$, ou $3 \times 0{,}1745$, ou $2 \times 0{,}1745$.

Remarquons, qu'en somme, pour passer des coordonnées d'un cercle de rayon R' à celles d'un cercle de rayon R, il suffit de multiplier les premières, relatives au rayon R', par le rapport $\frac{R}{R'}$. — On prendrait donc sur la table, des abscisses ayant des extrémités équidistantes, espacées d'une longueur l par exemple, et, en multipliant cette longueur l ainsi que les ordonnées correspondantes fournies par la table, par le rapport $\frac{R}{R'}$, on aurait les abscisses et les ordonnées du cercle de rayon R.

Chaque abscisse x du deuxième arc serait donc égale à l'abscisse x' de l'arc des tables multipliée par le rapport

$$\frac{R}{R'}, \text{ soit ici } \frac{R}{100} :$$

$$x = x' \frac{R}{100} = x' \times 0{,}1745$$

d'où $$x' = \frac{x}{0{,}1745}.$$

Les ordonnées correspondantes seraient données par :

$$y = y' \frac{R}{100} = y' \times 0{,}1745.$$

C'est, en effet, ce que nous avons fait. Seulement, nous avons eu soin, pour éviter les divisions $\frac{x}{0{,}1745}$, de choisir des abscisses x égales à des multiples de 0,1745, de sorte que x' devient un nombre entier, pour lequel il n'est plus nécessaire de faire de calcul.

Si on voulait opérer sur la corde *cb* au lieu de se servir de la tangente *ma*, on ferait le calcul de la même manière, mais chaque abscisse serait portée sur la corde *cb* à partir de *c*, et chaque ordonnée correspondante serait égale à la flèche *cm* diminuée de l'ordonnée calculée par rapport à la tangente.

En pratique, c'est en général ainsi que l'on fait, et, par conséquent, des tables qui donneraient les ordonnées par rapport à la corde de l'arc, éviteraient les soustractions dont nous venons de parler ; elles seraient, par suite, plus commodes que les précédentes.

III. — Tracé de l'ellipse.

TRACÉ D'UN MOUVEMENT CONTINU.

340. 1° *Tracé au cordeau.* — Ce tracé est basé sur la définition même de l'ellipse, à savoir que la somme $Fm + mF'$ (*fig.* 237) des distances d'un point m de cette courbe à deux points fixes F et F' est constante. Les deux points fixes F et F' sont les *foyers;* les distances Fm et $F'm$, sont des *rayons vecteurs;* et la somme des deux rayons vecteurs $Fm + mF'$ d'un même point m est égale au grand axe ($2a$).

Soient AB (*fig.* 237) l'ouverture de la voûte, ou grand axe de l'ellipse, et CM la *montée*, ou demi-petit axe.

La connaissance des foyers est indispensable pour le tracé de la courbe ; on commencera donc par déterminer leur position, en décrivant un arc de cercle du sommet M de la monté CM, comme centre, avec une ouverture de compas égale au

demi-grand axe AC. Cet arc de cercle rencontrera le grand axe AB aux deux points F et F′ qui seront les foyers.

Puis, fixant en F et F′ les extrémités d'un cordeau ayant une longueur égale au grand axe AB, on fait glisser un crayon le long du cordeau, en tenant toujours également tendues les deux parties variables F*m* et F′*m* de somme cons-

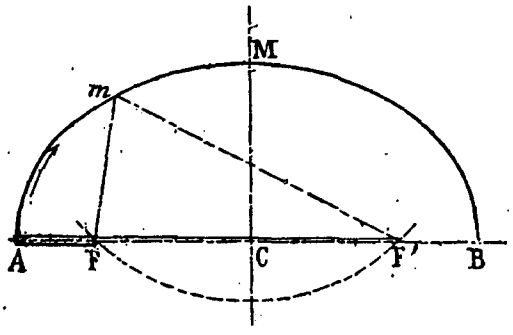


Fig. 237.

tante. Le crayon décrit et trace l'ellipse ayant AB comme grand axe et CM comme demi-petit axe.

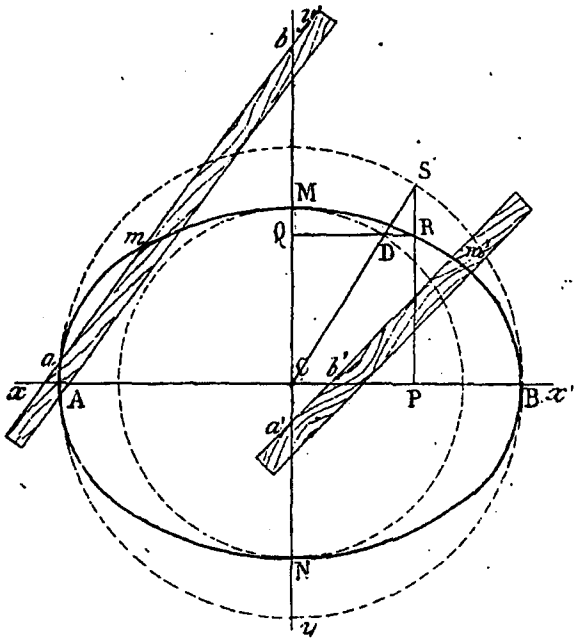


Fig. 238.

341. 2° *Tracé avec le compas à ellipse.* — Le compas à ellipse est fondé sur le principe suivant : lorsque les deux extrémités d'une droite *ab* (*fig.* 238) glissent sur deux axes rectangulaires *xx′*, *yy′*, un point intermédiaire *m* de cette droite décrit une ellipse dont les demi-axes sont *am* = CM et *mb* = AC. Si ces demi-axes, au lieu d'être ajoutés, comme sur la droite *ab*, sont au contraire retranchés, comme sur la droite *a′m′*, dont *a′m′* représente le demi-grand axe et *b′m′* le demi-petit axe, le point *m′* décrit encore une ellipse.

Le *compas à ellipse*, basé sur ce principe, permet de tracer l'ellipse d'un mouvement continu. Il est formé (*fig.* 239) de deux coulisses assemblées d'équerre, de manière que leurs axes puissent coïncider avec les deux axes AB et MN de l'ellipse à tracer,

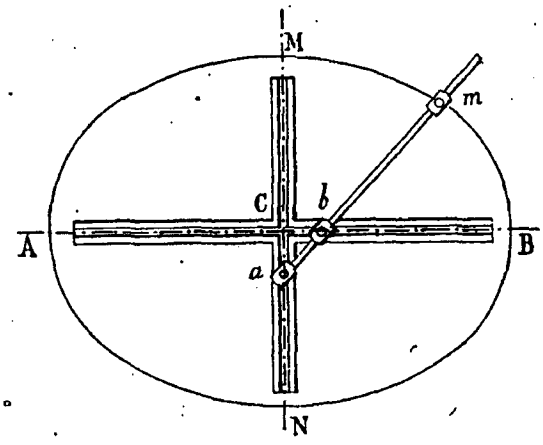


Fig. 239.

et d'une règle *am* garnie de deux curseurs *b* et *m*, que l'on peut fixer en deux points quelconques de la règle. Le curseur *b* porte une patte à pivot qui peut glisser dans la coulisse AB, et celui *m* une pointe ou un crayon qui trace la courbe quand on fait mouvoir la règle *am*.

A l'extrémité *a* de la règle se trouve un support à pivot qui glisse dans la coulisse MN. Ayant fixé les curseurs *b* et *m* de manière qu'on ait *am* = AC et *bm* = CM, si, après avoir fait coïncider les axes des coulisses avec les axes de l'ellipse, on fait tourner la règle *am*, le point *a* restera toujours sur l'axe MN et celui *b* sur l'axe AB, et l'on conçoit que le point *m* décrira l'ellipse.

TRACÉ PAR POINTS

342. *A l'aide d'une règle.* 1° *Avec la différence des demi-axes.* — Ce tracé, basé sur le principe que nous avons énoncé (n° 341), à propos du tracé avec le compas à ellipse se fait de la manière suivante :

On marque sur l'arête $a'm'$ d'une règle mince (*fig.* 238) trois points a', b', m', tels que l'on ait $a'm' = CB$ ou demi-grand axe, et $b'm' = CM$ ou demi-petit axe, d'où $a'b'$ est la différence des demi-axes. On fait ensuite mouvoir la règle de manière que le point b' reste constamment sur AB, et le point a' sur MN. A chaque position de la règle correspond un point m' appartenant à l'ellipse. On peut donc marquer autant de points qu'on voudra de la courbe, laquelle se trace enfin à la main, d'un trait continu.

C'est ce moyen qui est le plus fréquemment employé sur les chantiers.

2° *Avec la somme des demi-axes.* — Au lieu d'espacer les points sur l'arête de la règle comme ci-dessus, on peut prendre $am = CM$ (*fig.* 238) et $mb = AC$, c'est-à-dire ajouter les demi-axes au lieu de les retrancher. Faisant alors prendre à la règle diverses positions, de manière que le point a reste sur le grand axe xx', et le point b sur le petit yy', le point m donne autant de points de l'ellipse. Il suffit enfin de réunir tous ces points par une courbe continue comme précédemment.

Cette manière de tracer l'ellipse avec la somme des demi-axes est peut-être plus exacte que la précédente dans laquelle on se sert de leur différence, mais elle a l'inconvénient d'obliger à prolonger les axes en dehors des limites de la courbe, ce qui n'a pas lieu quand on se sert de la différence des demi-axes. Cette dernière est donc préférable, si on opère avec soin, puisqu'elle exige moins de place.

343. *Méthode des rayons vecteurs.* — Cette méthode est basée sur la définition même de l'ellipse, comme le tracé d'un mouvement continu à l'aide d'un cordeau (n° 340).

Soient AB (*fig.* 240) le grand axe ou *ouverture* de l'ellipse d'intrados, CM le demi-petit axe ou *montée* de la courbe, F et F' les foyers.

Comme on ne connait pas à priori la position de ces foyers, on la détermine d'abord en décrivant, de l'extrémité M du demi-petit axe comme centre, et avec une ouverture de compas égale au demi-grand axe AC, un arc de cercle qui coupe le grand axe aux deux points F et F', foyers cherchés.

Puis, on prend entre l'un des foyers F et le centre C un certain nombre de points a, b, c, d,... d'autant plus nombreux et rapprochés qu'on veut avoir un plus grand nombre de points de la courbe. — Ensuite, des foyers F et F' comme centres, avec des ouvertures de compas égales à aA, aB ; bA, bB ; cA, cB ;... on décrit des

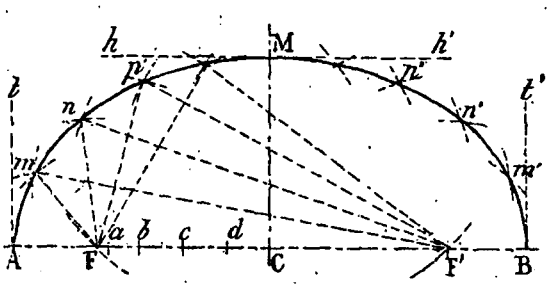


Fig. 240.

arcs de cercles qui se rencontrent respectivement aux points m, n, p,.... m', n', p',.... lesquels sont autant de points de la courbe cherchée.

On trace enfin l'ellipse à la main, en faisant passer une courbe continue par tous ces points et les extrémités A, B, M des axes.

Aux extrémités A et B la courbe doit être tangente aux verticales At, Bt', et au sommet M de la montée elle doit être tangente à l'horizontale hh'.

344. *Autre méthode.* — Voici une autre construction de l'ellipse par points, n'exigeant pas la détermination préalable des foyers. — Elle résulte de ce que toute ellipse ayant AB et CM (*fig.* 241) pour axes, peut être considérée comme étant la projection d'un cercle de diamètre AB sur le plan de l'ellipse, et que tout cercle de diamètre PN peut être considéré comme étant la projection sur son plan de diverses ellipses ayant le petit axe commun CM.

Du centre C (*fig.* 241) de la courbe, avec des ouvertures de compas égales au demi-grand axe AC et au demi-petit axe CM, on décrit deux demi-circonférences ADB et NMP.

Sur la demi-circonférence ADB, on prend autant de points a, b, c, d,... qu'on veut avoir de points de l'ellipse. — Les rayons qui joignent le centre C aux points a, b, c, d,... rencontrent la demi-circonférence NMP aux points correspondants a', b', c', d',...

Des point a, b, c, d,.... on mène des parallèles au demi-petit axe CM, et des

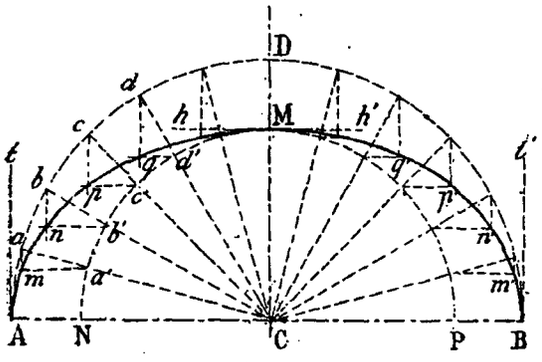


Fig. 241.

points correspondants a', b', c', d',.. des parallèles au grand axe AB. Ces droites se coupent respectivement en m, n, p, q,... qui sont des points de l'ellipse cherchée. On la trace à la main en faisant passer une courbe continue par tous ces points et les extrémités A, B, M des axes. Les verticales At et Bt sont tangentes à l'ellipse aux sommets A et B, et l'horizontale hh' est tangente à cette courbe au sommet M de la montée.

345. *Autre Méthode.* — Nous ne donnons cette méthode que pour mémoire, car on n'aura que rarement à l'employer, attendu qu'elle tient plus de place que les précédentes et n'offre aucun avantage bien réel comme compensation de cet inconvénient. Cette méthode est quelquefois appelée méthode des coordonnées, mais nous réserverons cette désignation pour celle du n° 347 qui consiste à déterminer la position d'une série de points de la courbe au moyen de leurs coordonnées rectangulaires obtenues par le calcul.

De l'une des extrémités A (*fig.* 242) de l'ouverture AB ou grand axe de la courbe, on mène une droite AD, ayant une inclinaison quelconque, et à laquelle on donne une longueur AD égale à deux fois le demi-petit axe CM. Sur cette droite comme diamètre, on décrit une demi-circonférence AFD, et on prend des points a, b, c, par lesquels on mène, d'une part, les perpendiculaires aa' bb' cc' à AD, et d'autre part, les parallèles am, bn, cp, à la droite DB. Ces parallèles rencontrent le grand axe AB aux points m, n, p. Élevant alors, de ces derniers points, des

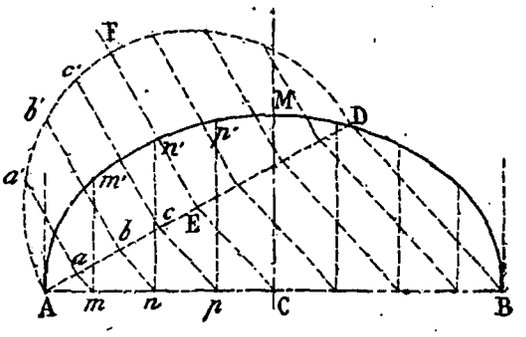


Fig. 242.

perpendiculaires à l'axe AB, et portant sur ces perpendiculaires des hauteurs mm', nn', pp', respectivement égales à aa', bb', cc', on obtient les points m', n', p', appartenant à l'ellipse.

Cette courbe se trace enfin à la main comme précédemment.

346. *Autre méthode.* — M. Maurice d'Ocagne, ingénieur des Ponts et Chaussées propose d'employer le procédé suivant pour le tracé de l'ellipse.

Sur le grand axe AB (*fig.* 243) de l'ellipse décrire, du centre O, une demi-circonférence AC'B. Joindre les extrémités A et B du grand axe à l'extrémité C du petit par les droites AC et BC. Pour obtenir un point de l'ellipse il suffit de prendre un point M quelconque sur la demi-circonférence AC'B, de mener par ce point une perpendiculaire MP au grand axe AB et une autre perpendiculaire MQ à l'oblique AC, de porter la distance PQ en PN. Le point N, ainsi obtenu, est un point de l'ellipse. La même opération, répétée

pour un nombre suffisant de points, permet de tracer exactement la courbe.

347. *Méthode des coordonnées.* — L'ellipse étant rapportée à ses deux axes, cette méthode consiste à déterminer un certain nombre de points de la courbe, en calculant les ordonnées qui correspondent

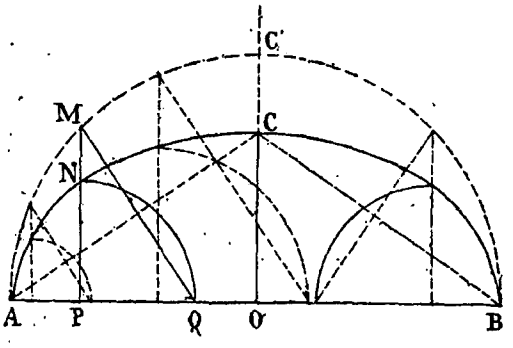


Fig. 243.

à un certain nombre d'abscisses. Cette méthode est la plus fréquemment employée en pratique.

Désignons par x l'abscisse CP = QR (*fig.* 238) d'un point R de l'ellipse, par y l'ordonnée correspondante RP, et par θ l'angle SCP.

Nous avons :

$$CP = CS \cos SCP$$

ou

$$x = a \cos \theta$$

et

$$\cos \theta = \frac{x}{a} \qquad (m)$$

puisque CS = CB.

D'autre part,

$$RP = QC = CD \sin QDC$$

ou

$$y = b \sin \theta \qquad (n)$$

puisque CD = CM = b et que angle QDC = angle SCP = θ.

Les deux relations (m) et (n) permettent le calcul dont il s'agit.

En effet, on connaît les demi-axes a et b de l'ellipse ; on se donnera une série de valeurs de l'abscisse x, et on en déduira les valeurs correspondantes de cos θ, avec la relation (m). On pourra donc avoir les valeurs de sin θ, qu'il suffira de multiplier par b pour obtenir les valeurs

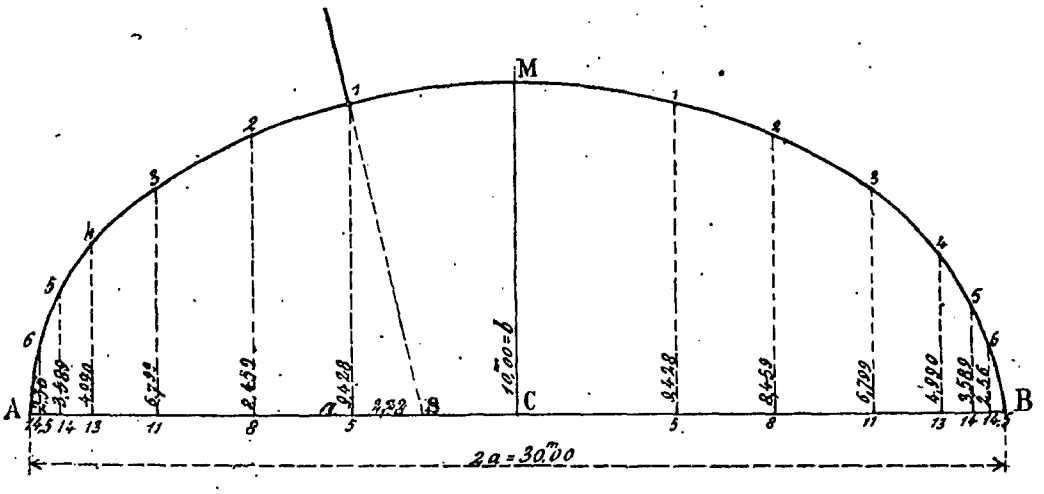


Fig. 244.

correspondantes de l'ordonnée y, d'après la relation (n).

Exemple. On désire tracer, par la méthode des coordonnées, une ellipse dont l'ouverture $2a$ = 30 mètres, et dont la montée b = 10 mètres. Soient AB (*fig.* 244) le grand axe et CM la montée. On prend sur le demi-grand axe CA un certain nombre de points dont les abscisses, à partir de l'origine C, sont : 5m,00 ; 8m,00 ; 11m,00 ; 13m,00 ; 14m,00 ; 14m,50, en ayant soin de les rapprocher de plus en plus à mesure qu'on s'approche de l'extrémité A de l'axe ; car la courbure de l'ellipse s'accentuant de plus en plus à mesure qu'on s'approche de cette extrémité, il est nécessaire

d'augmenter le nombre des points si on veut pouvoir tracer la courbe avec quelque exactitude.

La relation (m) donne pour les valeurs successives de cos θ qui correspondent à ces valeurs de x :

$$\frac{5,00}{15} = 0,33333, \quad \frac{13,00}{15} = 0,86667,$$
$$\frac{8,00}{15} = 0,53333, \quad \frac{14,00}{15} = 0,93333,$$
$$\frac{11,00}{15} = 0,73333, \quad \frac{14,50}{15} = 0,96667.$$

On cherche, dans les tables trigonométriques, dans la colonne *cosinus*, les valeurs ci-dessus, et on inscrit les valeurs correspondantes de *sinus*; on trouve :

0,94282; 0,84586; 0,67987; 0,49890; 0,35890; 0,25600. Multipliant alors ces valeurs par la montée $b = 10^m,00$, on obtient, d'après la relation (n) les valeurs des ordonnées y. Ces ordonnées auront donc pour valeurs : $9^m,428$; $8^m,459$; $6^m,799$; $4^m,989$; $3^m,589$ et $2^m,560$.

En portant ces longueurs sur les verticales menées des points correspondants, on a les positions des points 1, 2, 3, 4, 5, 6 de l'ellipse. A droite du centre C, on porte les mêmes abscisses et les mêmes ordonnées qu'à droite. Il ne reste plus qu'à joindre, à la main, tous les points par une courbe continue.

On voit que pour effectuer le tracé de l'ellipse par la méthode des coordonnées rectangulaires, il suffit d'avoir les tables des expressions trigonométriques naturelles telles que celles de Claudel, par exemple.

348. *Usage des tables.* — Dans le cas où on ne posséderait pas ces tables, on peut utiliser la table du numéro 337. En effet, la similitude des deux triangles CQD et CSP (*fig.* 238) donne :

$$\frac{QC}{PS} = \frac{CD}{SC}$$

ou,

$$\frac{y}{Y} = \frac{b}{a}$$

en désignant par y et Y les ordonnées de l'ellipse et du grand cercle qui correspondent à une même abscisse $x = CP$, et par b et a le demi-petit axe et le demi-grand axe de l'ellipse.

De la proportion précédente on tire :

$$y = Y\frac{b}{a}$$

ce qui signifie que, pour avoir l'ordonnée y d'un point de l'ellipse, il suffira de multiplier par le rapport $\frac{b}{a}$ l'ordonnée du grand cercle qui aurait même abscisse.

Au lieu d'opérer sur le cercle décrit sur le grand axe, ayant un rayon égal à a, on pourrait opérer sur le cercle décrit sur le petit axe, ayant un rayon égal à b, mais alors, il faudrait multiplier l'ordonnée Y' du petit cercle par le rapport inverse $\frac{a}{b}$:

$$y = Y'\frac{a}{b}.$$

Il faut remarquer que quand on a à tracer un quart d'ellipse comme MRB (*fig.* 238), on peut bien obtenir d'une manière satisfaisante la portion MR par la tangente au sommet M ; mais il arrive qu'entre les points R et B, les éléments constituant la courbe finissent par être tellement obliques à la direction des ordonnées, surtout aux approches du point B, que, par ce procédé, il devient à peu près impossible d'obtenir exactement les points les plus rapprochés des naissances de la courbe. L'emploi de la tangente verticale au point B est donc indispensable dans ce cas, et l'opération se fait comme nous l'avons expliqué pour le plein-cintre EMD (*fig.* 236), en employant deux tangentes MV au sommet et DV aux naissances. Quand on opérera sur la tangente verticale au point B (*fig.* 238), c'est évidemment la relation

$$y = Y'\frac{a}{b}$$

qu'il faudra employer.

Voici comment M. Jacquet explique l'application de la table du numéro 337, au tracé des ellipses.

Pour obtenir les ordonnées d'une ellipse dont les axes sont connus, nous venons de dire qu'il fallait multiplier les ordonnées du cercle décrit, ou supposé décrit, sur le grand axe comme diamètre, par le rapport du petit axe au grand axe. C'est-à-dire, si a et b sont l'un, le demi-

grand axe et l'autre le demi-petit axe d'une ellipse, et que Y représente l'ordonnée du cercle de rayon a, calculée par la table du numéro 337. l'ordonnée y de l'ellipse correspondant à la même abscisse s'obtiendra en faisant :

$$y = Y\frac{a}{b}.$$

On procédera ainsi toutes les fois que, en outre des ordonnées de l'ellipse, on aura besoin de connaître les ordonnées du cercle décrit sur le grand axe; il arrive assez souvent, en effet, qu'on ait besoin de l'une et de l'autre.

Mais, plus fréquemment encore, on n'a que faire des ordonnées du cercle.

Dans ce dernier cas, c'est-à-dire pour obtenir directement les ordonnées de l'ellipse par la table sans calculer les ordonnées du cercle de rayon a, nous allons faire voir qu'il suffit de multiplier les ordonnées de cette table par l'expression $\frac{b}{100}$, b étant le demi-petit axe de l'ellipse.

De sorte que l'ordonnée y d'une ellipse dont le demi-petit axe est b aura pour valeur :

$$y = y'\frac{b}{100},$$

y' étant, non pas l'ordonnée du cercle de rayon a, mais bien l'ordonnée des tables dont le rayon est $R = 100$.

Pour le démontrer, rappelons que pour trouver par la table l'ordonnée d'un cercle de rayon a, il faut multiplier y' des tables par le rapport $\frac{a}{100}$ (n° 338).

$$Y = y'\frac{a}{100}.$$

Donc l'ordonnée de l'ellipse sera :

$$y = Y\frac{b}{a} = y'\frac{a}{100}\frac{b}{a}$$

d'où, en réduisant :

$$y = y'\frac{b}{100};$$

expression infiniment plus simple et qui nous permet de dire que les ordonnées d'une ellipse se trouvent aussi rapidement et sans plus de difficulté que celles d'un cercle.

349. Exemple. — *Trouver les abscisses et ordonnées d'une ellipse dont l'ouverture est de* $34^m,50$ *et la montée de* $5^m,35$.

On a : $a = 17^m,25$ et $b = 5^m,35$.

Si nous voulions chercher, avec la table, les ordonnées du cercle de rayon $a = 17^m,25$ nous évaluerions d'abord le rapport $\frac{a}{100}$ (voir n° 338) :

$$\frac{a}{100} = \frac{17,25}{100} = 0^m,1725.$$

Nous pourrions choisir ce nombre comme première abscisse, mais outre qu'il fournirait des ordonnées trop rapprochées, on peut en trouver un qui soit plus commode:

En effet, si on multiplie $0^m,1725$ par 4, on obtient $0^m,69$, nombre convenable sous tous les rapports. La deuxième abscisse sera $1^m,38$ et la troisième $2^m,07$.

Cherchons, comme si nous voulions tracer le cercle de rayon a, les ordonnées de la table qui correspondent à ces abscisses, nous trouvons :

pour $x = 0,69$ . . . . . $y' = 0,0801$
— $x = 1,38$ . . . . . $y' = 0,3205$
— $x = 2,07$ . . . . . $y' = 0,7225$

et ainsi des autres. Pour obtenir les ordonnées de l'ellipse correspondant aux trois abscisses ci-dessus, il suffit de multiplier les trois valeurs de y', c'est-à-dire les ordonnées des tables, par l'expression $\frac{b}{100}$ dont la valeur est :

$$\frac{b}{100} = \frac{5,35}{100} = 0,0535$$

et l'on a :

pour $x = 0,69$ . . . . . $y = 0,0043$
— $x = 1,38$ . . . . . $y = 0.0171$
— $x = 2,07$ . . . . . $y = 0.0386$

Si donc, on veut tracer le quart d'ellipse AMB (*fig.* 245) uniquement par la tangente Bp à l'extrémité B du petit axe, on élèvera la perpendiculaire indéfinie Bp sur BC; on fera les distances Bx, Bx', Bm', etc., respectivement égales aux nombres $0^m,69$, $1^m,38$, $2^m,07$, etc., aux différents points x, x' m', etc. ainsi déterminés, on élèvera des perpendiculaires xy', $x'y''$, etc. qu'on fera respectivement égales en longueur aux nombres 0,0043,

0,0171, 0,0386, etc., trouvés ci-dessus, et on continuera ainsi jusqu'au point s qui sera la limite des abscisses.

Pour tracer ce même quart d'ellipse par le grand axe pris comme axe des abscisses, il suffira, pour obtenir les ordonnées xy', $x'y''$, PM, etc., de retrancher les valeurs des ordonnées xy, $x'y''$, m' M, etc., du demi-petit axe BC = 5m,35 ; la troisième ordonnée PM, par exemple, sera égale à BC — m'M ou à 5m,35 — 0m,0386 = 5m,3114, et ainsi de suite.

C'est du reste ce qu'on ferait aussi, dans le cas du tracé d'un arc de cercle, si on voulait opérer sur la corde au lieu de se servir de la tangente.

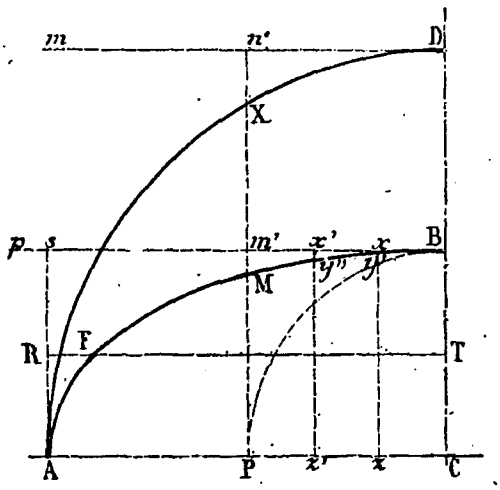


Fig. 245.

Pour les points de la partie AF du quart d'ellipse, la détermination effectuée comme ci-dessus pourrait ne pas présenter toute la précision désirable, à cause de l'obliquité de plus en plus grande des éléments de la courbe sur la direction des ordonnées à mesure qu'on approche de l'extrémité A. Les points de cette partie de l'ellipse sont alors déterminés, comme nous l'avons dit, en prenant la tangente As comme axe des abscisses x, le point A étant l'origine. — L'opération se fait d'ailleurs de la même manière que précédemment ; il faut seulement avoir soin, pour obtenir les ordonnées de la courbe, de multiplier celles des tables par le rapport $\frac{a}{100}$ au lieu de $\frac{b}{100}$: $y = y' \frac{a}{100}$.

350. *Remarque.* — Nous ajouterons que c'est toujours par la méthode des coordonnées rectangulaires qu'on trace l'ellipse sur l'épure grandeur d'exécution.

« Il y a lieu de remarquer d'ailleurs, dit M. Croizette-Desnoyers, que pour les voûtes dont les surbaissements sont exactement exprimés par les fractions $^1/_3$, $^1/_4$ et $^1/_5$, qui sont à peu près les seules employées pour les ellipses, le calcul des ordonnées devient extrêmement simple, car leurs valeurs sont égales à celles des ordonnées d'un cercle, multipliées par un coefficient qui varie seulement avec le surbaissement.

En effet, de l'équation générale de l'ellipse, on tire :

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$$

et par suite, pour les divers surbaissements, on a :

Surbaissement de $^1/_3$:

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{3} \quad \ldots \quad y = \frac{2}{3}\sqrt{a^2 - x^2}$$

Surbaissement de $^1/_4$:

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{2} \quad \ldots \quad y = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - x^2}$$

Surbaissement de $^1/_5$:

$$\frac{b}{a} = \frac{2}{5} \quad \ldots \quad y = \frac{2}{5}\sqrt{a^2 - x^2}.$$

Et comme $\sqrt{a^2 - x^2}$ est la valeur de l'ordonnée du cercle dont le diamètre serait égal au grand axe de l'ellipse, on voit qu'il suffit de multiplier les ordonnées de ce cercle par $^2/_3$, $^1/_2$, $^2/_5$ et que l'on peut même préparer d'avance, très facilement, des tables dont on n'aura plus qu'à multiplier les résultats par l'ouverture de la voûte, pour obtenir de suite les ordonnées.

Dans le cas de l'ellipse à $^1/_4$ le tracé sur un dessin devient extrêmement simple, puisqu'il suffit de décrire un demi-cercle au-dessus du grand axe de la voûte et de prendre la moitié de chacune des ordonnées de ce cercle. »

Cela revient en somme à multiplier les ordonnées du cercle ayant l'ouverture

de l'ellipse comme diamètre par le rapport $\frac{b}{a}$, c'est-à-dire par le double du surbaissement $\frac{b}{2a}$.

C'est ce que nous avons fait en appliquant la table du numéro 337. En effet, les ordonnées y' de la table étant calculées pour un rayon de 100 mètres, nous calculons d'abord les ordonnées du cercle de rayon égal à a, en multipliant y' par le rapport $\frac{a}{100}$: $\quad Y = y' \frac{a}{100}$.

Puis, pour avoir les ordonnées de l'ellipse ayant une ouverture égale à $2a$ nous multiplions, les ordonnées Y du cercle de rayon a par le double $\frac{b}{a}$ du surbaissement $\frac{b}{2a}$: $\quad y = Y \frac{b}{a} = y' \frac{a}{100} \frac{b}{a}$.

On voit qu'en opérant comme nous l'avons fait au numéro 348, nous profitons de la simplification qui résulte de la disparition du facteur a dans les deux termes de la fraction du deuxième membre de l'égalité précédente. Il reste, en effet :

$$y = y' \frac{b}{100}$$

et nous n'avons pas besoin de passer par les ordonnées Y du cercle de rayon $= a$, pour avoir celles de l'ellipse, puisque nous avons de suite ces dernières, en multipliant les ordonnées de la table par le rapport $\frac{b}{100}$.

TRACÉ DES JOINTS NORMAUX A L'ELLIPSE

351. *Par les bissectrices des angles des rayons vecteurs.* — Pour appareiller les voûtes elliptiques il faut pouvoir mener des normales à l'ellipse d'intrados par des points divisant la courbe en un nombre impair de parties égales.

On sait que la bissectrice de l'angle formé par les deux rayons vecteurs d'un même point est normale à l'ellipse en ce point. On pourra donc utiliser cette propriété pour conduire les joints normaux à l'ellipse d'intrados.

Il suffira, pour cela, ayant préalablement effectué la division en voussoirs de la courbe, de joindre les points de division n, p, q, (*fig.* 246) aux foyers F et F' et de construire ensuite les bissectrices des angles Fn F', Fp F', Fq F',... pour avoir les normales cherchées nN, pP, qQ,...

On remarquera que cette manière de procéder suppose la connaissance de la position des foyers F et F'. Elle s'appliquera donc surtout au cas où la courbe elle-même aura été tracée par une méthode exigeant aussi la détermination préalable des foyers. — Ou, dans le cas contraire, on fera cette détermination indispensable.

Si on a de la place en dessous de ligne AB des naissances, on peut, après avoir construit les bissectrices d'un côté seulement de l'axe vertical CM, les prolonger jusqu'à leurs rencontres 1, 2, 3, 4.... avec cet axe, et se servir de ces points pour

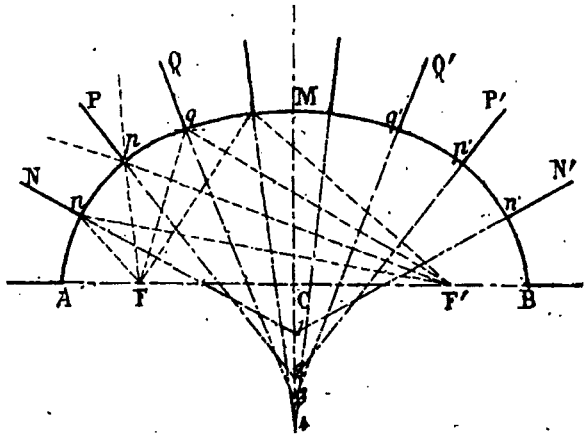


Fig. 246.

tracer, par symétrie, les joints n'N', p'P', q'Q' de l'autre côté.

Dans le cas où on ne pourrait utiliser ces points de rencontre, il vaudrait mieux prolonger les rayons vecteurs en dehors de la courbe, et construire les bissectrices qui seraient elles mêmes les joints, sans qu'il soit nécessaire de les prolonger.

352. *Méthode de M. Maurice d'Ocagne.* — M. Maurice d'Ocagne, propose d'employer pour le tracé des joints normaux à l'ellipse, le procédé suivant qui nous paraît remplir toutes les conditions voulues de simplicité et de dimensions restreintes, puisque toutes les constructions tiennent dans le rectangle des axes.

On divise préalablement l'ellipse d'in-

trados en autant de divisions égales qu'on désire avoir de voussoirs (en nombre impair) par les points M_1, M_2, M_3... (*fig.* 247). On trace le rectangle des axes ADEC et on mène les diagonales AB, OD, CB, OE. Des points de division M_1. M_2, M_3... on conduit des verticales jusqu'à leurs rencontres L_1, L_2, L_3... avec les diagonales OD et OE qui partent du centre O. De ces points L_1, L_2, L_3, on mène des perpendiculaires aux autres diagonales AB et CB qui joignent les extrémités des axes. Ces perpendiculaires viennent rencontrer le grand axe AC aux points N_1, N_2, N_3... qu'il suffit de joindre aux points de division correspondants M_1, M_2, M_3... pour avoir les normales à l'ellipse, c'est-à-dire les joints qu'il s'agissait de construire.

Nous ajouterons qu'on peut se dispenser de faire les construtions des deux côtés de l'axe vertical OB, car, ayant déterminé les points N_1, N_2, N_3... d'un côté seulement, les points N_1, N_2, N_3,... sont symétriques par rapport au centre O et s'obtiennent facilement au moyen d'arcs de cercles décrits du centre O, comme cela est indiqué sur la figure.

353. M. Heude, ingénieur en chef des

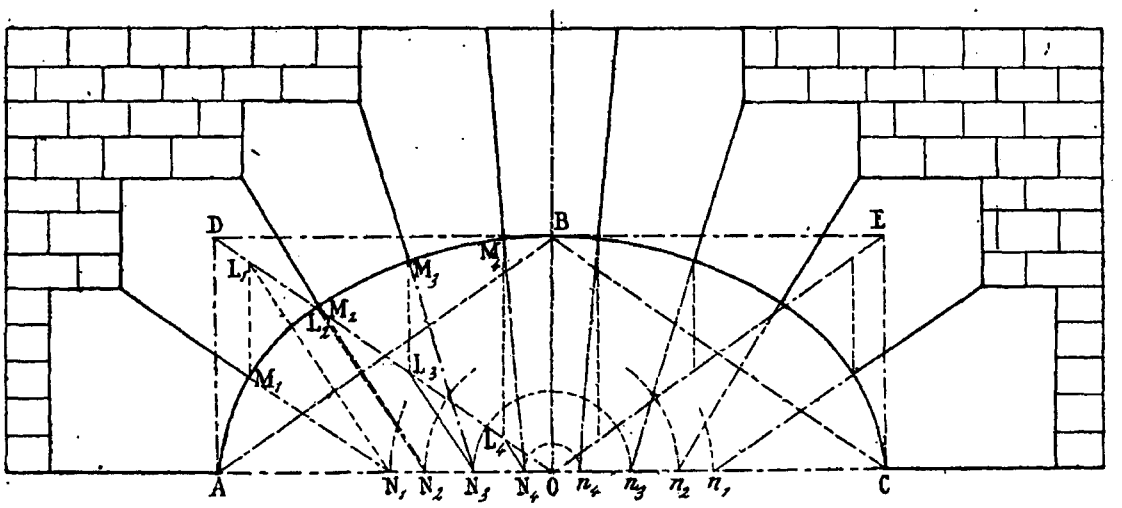


Fig. 247.

ponts et chaussées, trouvant que le procédé de M. d'Ocagne, pour tracer les normales, n'était pas encore assez simple, parce qu'il faut abaisser, de points donnés, des perpendiculaires à une ligne donnée, ce que les ouvriers arrivent rarement à faire sans erreur, a employé maintes fois un procédé beaucoup plus simple, qu'il décrit dans les *Annales des ponts et chaussées* (Octobre 1888).

Le procédé de M. Heude repose sur le principe théorique suivant: la distance du centre O de l'ellipse (*fig.* 248) au point de rencontre N de la normale MN à un point quelconque M avec le grand axe OA, et une fraction constante de l'abscisse MD de ce dernier point.

En effet, l'équation de la tangente à un point $x'y'$ est:

$$a^2yy' + b^2xx' = a^2b^2 ;$$

l'équation de la normale MN est :

$$y - y' = \frac{a^2y'}{b^2x'}(x - x').$$

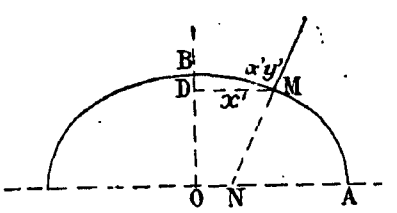


Fig. 248.

Pour avoir le point de rencontre N de cette normale avec l'axe des x, on fait

$$y = 0$$

et l'on a $$x = \frac{a^2 - b^2}{a^2}x',$$

ou $$ON = \frac{a^2 - b^2}{a^2}DM.$$

Si l'ellipse est surbaissée au quart, par exemple, c'est-à-dire si

$$b = \frac{1}{2}a,$$

on a $$ON = \frac{3}{4}DM.$$

Si le surbaissement est quelconque, on a:

$$ON = mDM,$$

et m est facile à calculer, puisqu'il ne dépend que de a et de b.

Une fois que m est déterminé, rien n'est plus facile que de tracer les normales sur l'épure.

On trace les deux axes OA, OB (*fig.* 249), on fixe les points M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, sur la courbe.

On mesure

D_1M_1, D_2M_2, ... D_6M_6 et on détermine N_1, N_2, ... N_6

en prenant $ON_1 = mD_1M_1$,

$ON_2 = mD_2M_2$,

. . . . . .

$ON_6 = mD_6M_6$.

On joint N_1M_1, N_2M_2,... N_6M_6 et ce sont les normales.

Enfin, en prenant sur l'axe des x, $OC = ma$, on a le point C qui est le centre du cercle osculateur de l'ellipse au point A.

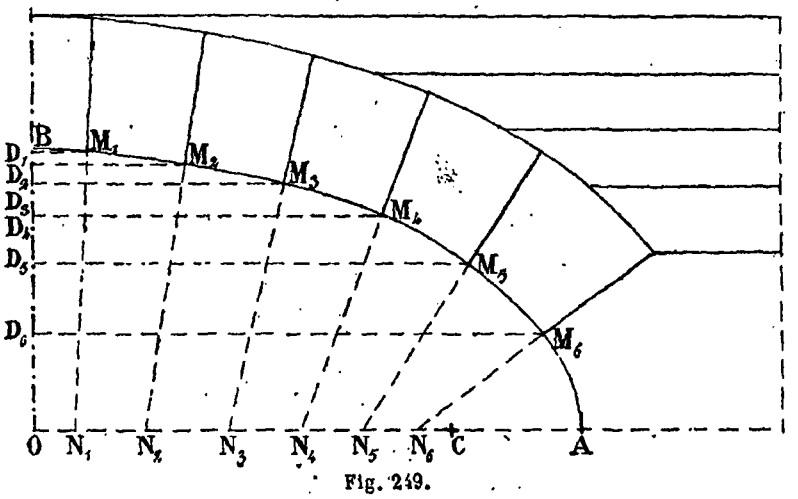


Fig. 249.

En exécution sur le chantier, l'axe vertical OB est toujours tracé sur le poinçon du cintre, il est facile de fixer une planche suivant OA et d'y tracer au crayon la ligne des naissances ou l'axe des x.

Ayant calculé à l'avance ou sur place les distances ON_1, ON_2,... ON_6, on enfonce des pointes aux points N_1, N_2... N_6 et en tendant de l'extrados, une ficelle attachée à N_1, par exemple, et passant par M_1, le maçon peut, lors de la pose des voussoirs, déterminer exactement la direction de chacun de ses joints.

M. Heude qui a construit un assez grand nombre de ponts en ellipse a toujours employé ce procédé qui lui a bien réussi. Il vient de le prescrire pour la construction d'un petit pont vicinal, en maçonnerie ordinaire; les voussoirs n'étaient pas taillés d'avance; des ouvriers fort peu exercés, à qui l'on avait donné simplement les valeurs de m, ont déterminé successivement sans aucune difficulté, sur la ligne des naissances, la position des points N_1, N_2... N_6, correspondant à tous les joints, ce qui leur a permis de poser chacun d'eux suivant la normale en se servant d'une simple ficelle tendue, comme il vient d'être expliqué ci-dessus.

354. *Méthode de M. L. Galen.* — Voici une autre méthode, pour le tracé des joints normaux à l'ellipse. Elle est due à M. L. Galen, Ingénieur des arts et manufactures, et dérive du mouvement instantané d'une figure plane dans son plan. — Comme la méthode de M. Maurice d'Ocagne, celle-ci fournit aussi un moyen simple et facile de tracer la normale, tout en se contenant dans d'assez étroites limites (1).

Du centre O de l'ellipse (*fig.* 250) on décrit une circonférence *mnp* ayant pour

(1) Pour la justification de cette méthode, consulter les *Annales des chemins vicinaux* (1887).

rayon la différence OA — OB des demi-axes. — De chaque point de division M_1, M_2, M_3, .. de l'ellipse d'intrados, avec une ouverture de compas égale au demi-petit axe OB, on trace des arcs de cercles qui viennent couper le grand axe aux points L_1, L_2, L_3,... De ces derniers points on mène des verticales qui rencontrent la circonférence *mnp* aux points N_1, N_2,

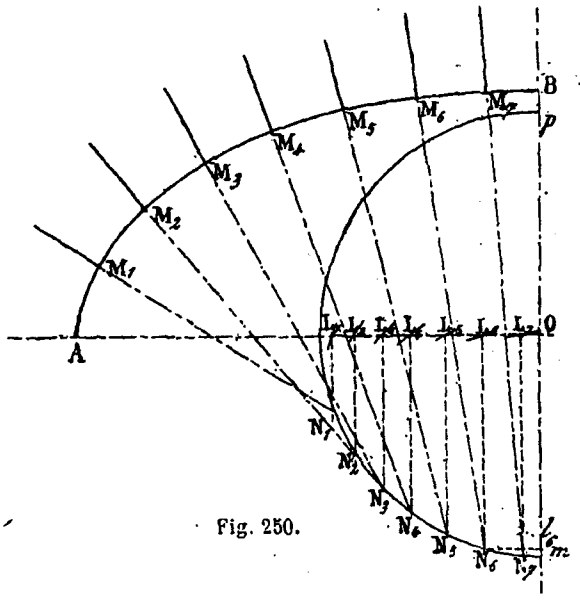


Fig. 250.

N_3,... Il suffit de joindre ces points aux points de division correspondants de l'ellipse pour avoir les normales $N_1 M_1$, $N_2 M_2$, $N_3 M_3$, .. qu'il s'agissait de construire.

On remarquera que pour les arcs décrits des points M_7, M_6,..., placés près de la clef, la rencontre avec l'axe OA se fait sous des angles très petits, de sorte qu'il peut y avoir hésitation sur la position exacte des points L_7, L_6,... On aura plus de précision dans la détermination de ces points en décrivant, avec une ouverture de compas égale au demi grand axe OA, des arcs coupant le petit axe. Ainsi, l'arc décrit de M_6, comme centre, coupe l'axe O*m* au point l_6. Par ce point on mène l'horizontale $l_6 N_6$, jusqu'à sa rencontre N_6, avec la circonférence *mnp*. La droite $N_6 M_6$, est la normale à l'ellipse au point M_6. On opère de la même manière pour les autres points de division placés près de la clef.

355. *Détermination des normales par le calcul.* — Ayant préalablement fixé sur l'ellipse d'intrados, autant de divisions égales (en nombre impair) qu'on veut avoir de voussoirs dans le bandeau de la voûte, on peut facilement tracer les joints normaux par ces points en calculant pour chacun d'eux la valeur de la *sous-normale*.

Cette valeur de la sous-normale a pour expression

$$s = \frac{b^2}{a} \cos \theta \qquad (p)$$

dans laquelle, b et a sont la montée et la demi-ouverture, et cos θ a pour valeur :

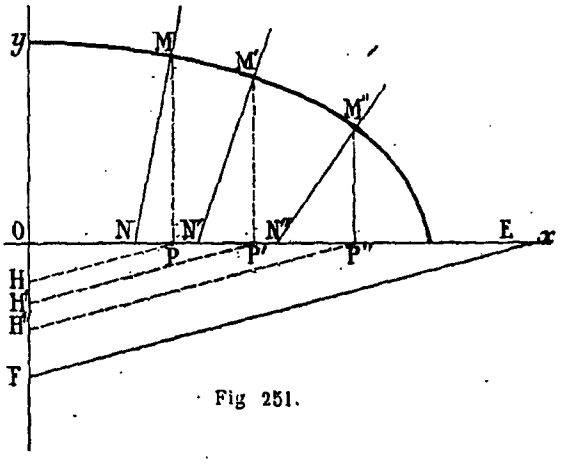


Fig 251.

$$\cos \theta = \frac{x}{a}$$

x, étant l'abscisse du point de division considéré, mesurée à partir du centre de l'ellipse.

Soit, par exemple, 1 (*fig.* 244), un point de division par lequel on veut mener une normale à l'ellipse. — L'abscisse x de ce point est égale 5 mètres. Par conséquent, on aura pour valeur de cos θ, si la demi-ouverture a est de 15 mètres :

$$\cos \theta = \frac{x}{a} = \frac{5{,}00}{15{,}00} = 0{,}33333.$$

Donc la relation (*p*) ci-dessus, donnera pour valeur de la sous-normale, si la montée b est égale à 10 mètres :

$$s = \frac{100}{15}\, 0{,}33333 = 2^{m},22.$$

On portera cette valeur $2^{m}.22$ en as, sur l'axe AB de l'ellipse, à partir du pied a de l'ordonnée du point 1. En joignant le point s au point 1, on aura la normale cherchée. On opèrera de la même manière pour les autres points.

356. *Méthode de M. Croizette-Desnoyers.* — M. l'Ingénieur en chef Croizette-Desnoyers, qui a construit un grand nombre de voûtes elliptiques, notamment pour les ponts de Chalonnes et de Nantes, a employé, pour le tracé des *normales*, une méthode très simple qu'il explique de la manière suivante dans son *Traité des ponts* (1).

« Pour le tracé des normales, qu'il est très important de faire avec beaucoup d'exactitude, puisqu'elles donnent la direction des joints, on peut sur un dessin se borner à diviser en deux parties égales l'angle des rayons vecteurs, mais, sur l'épure en grand, cette division des angles serait difficile à faire exactement, et il est nécessaire de calculer directement la valeur de la sous-normale qui correspond à chaque abscisse. Il résulte des propriétés de l'ellipse qu'entre l'abscisse x d'un point M (*fig.* 251) et la sous-normale $s = \text{PN}$, on a la relation : $\frac{s}{x} = \frac{b^2}{a^2}$.

Il suffit donc de calculer une seule fois ce rapport et de le multiplier par la valeur de x pour avoir immédiatement la valeur de la sous-normale.

Dans les ellipses surbaissées à $^1/_3$, $\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$, $\frac{b^2}{a^2} = 0{,}444\ldots$, et par conséquent la sous-normale s a pour valeur :

$$s = 0{,}444\,x.$$

De même, pour les ellipses à $^1/_4$, on trouve : $s = \frac{1}{4}\,x = 0{,}25\,x$,

et pour les ellipses à $^1/_5$,

$$s = \frac{4}{25}\,x = 0{,}16\,x.$$

Cette méthode revient à celle du numéro précédent.

On peut également obtenir la série des sous-normales par construction graphique : ainsi, en prenant les points E et F (*fig.* 251) tels que l'on ait :

$$\frac{\text{OF}}{\text{OE}} = \frac{b^2}{a^2}$$

il suffira de mener la ligne PH parallèle à EF pour que OH soit égale à la sous-normale du point M. — La construction, pour obtenir la direction des joints correspondants à la division des voussoirs se fait très rapidement puisque, après avoir abaissé les ordonnées MP, M'P', M''P'' de ces points, il suffit de mener par leurs pieds des parallèles à EF et de reporter ensuite, à partir des points P, P' P'', des longueurs PN, P'N', P''N'' égales à OH, OH', OH''. Mais cette construction ne donnerait pas des résultats suffisamment exacts sur l'épure en grand, et il est bien préférable d'employer les valeurs calculées des sous-normales.

357. *Méthode de Déjardin.* — Voici enfin, pour terminer, une méthode qui donne la possibilité de tracer l'ellipse assez facilement quand l'ouverture est petite.

Le tracé de la courbe est d'une exécution pratique très simple. On détermine préalablement la position des foyers F et F' (*fig.* 252), ce qui est facile, en décrivant du sommet M de la montée CM, avec un rayon égal à la demi-ouverture, un arc de cercle qui rencontre l'axe AB aux deux points F et F'.

On prépare une équerre RST dont les deux branches RS et ST doivent avoir des longueurs au moins égales à F'5 et 5M. On fait glisser l'une des branches RS contre l'un des foyers F pendant que le sommet S de l'angle droit reste placé sur la demi-circonférence ANB, décrite sur l'ouverture AB comme diamètre. Dans chaque position de l'équerre, l'autre côté ST est une tangente à la courbe. En faisant occuper à la branche qui passe par le foyer, successivement les positions F'1, F'2, F'3, F'4..., l'autre branche prend les positions correspondantes $1t$, $2t$, $3t$, $4t$, qui sont autant de tangentes à la courbe cherchée. Il suffit de tracer ces tangentes enveloppantes de la courbe pour pouvoir tracer celle-ci sans aucune difficulté.

Une fois l'ellipse ainsi tracée, on fait disparaître les lignes de construction, on divise la courbe en autant de parties égales qu'on veut avoir de voussoirs dans l'arc, et on peut se servir encore de la même équerre pour tracer les joints normaux. En effet, en plaçant l'équerre dans la position RST, de manière que sa branche ST passe par le point de division m, on remarque que la normale mb à

(1) Dunod, éditeur.

l'ellipse est un parallèle au côté RS de l'équerre. Il suffira donc de tracer la droite RS et de lui mener un parallèle par le point m pour avoir la normale en ce point.

Nous le répétons, cette construction n'est applicable que dans le cas d'une ellipse de petite ouverture. Pour les grandes ellipses, les seuls procédés vraiment pratiques pour le tracé de la courbe et des joints normaux sont la méthode des coordonnées rectangulaires et le calcul des sous-normales, ainsi que la méthode de M. Heude.

IV. — Tracé des anses de panier à trois centres.

358. Les arcs de cercles dont se compose une anse de panier doivent évidemment se raccorder tangentiellement, et, de plus, ils doivent être décrits avec des rayons convenablement proportionnés si on veut que la courbe soit bien continue, sans apparence d'inflexions aux points de raccord.

La tangence des arcs à leurs extrémités

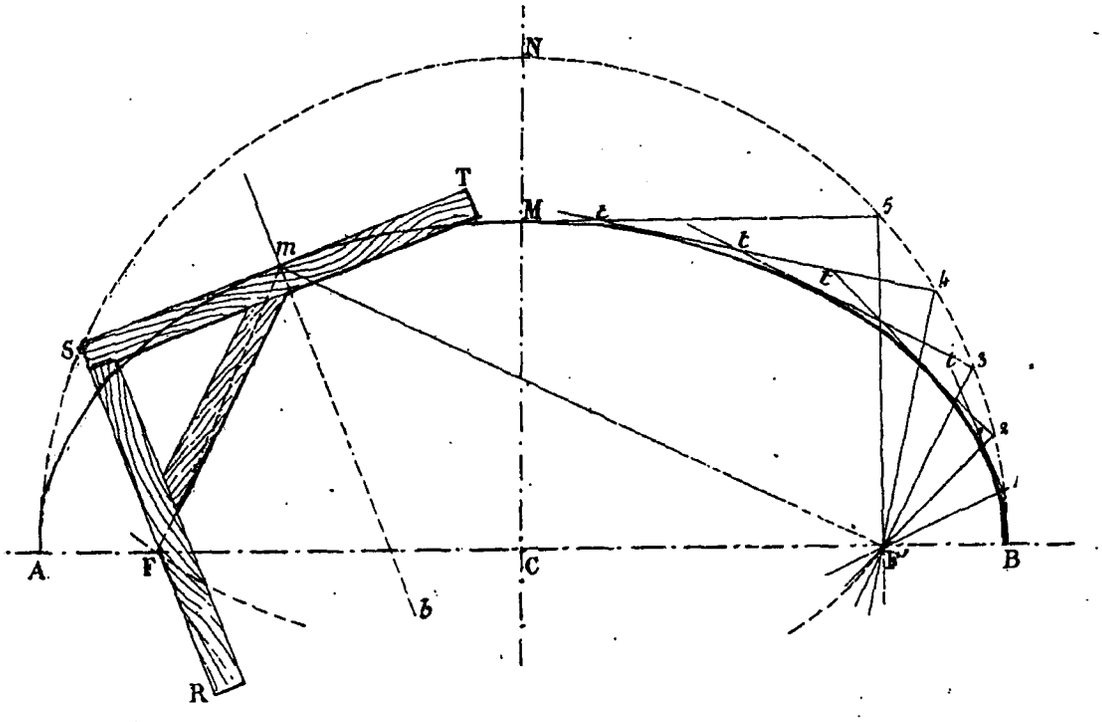


Fig. 252.

est facilement réalisée en prenant les centres de deux arcs consécutifs sur le même rayon commun partant du point de contact des deux arcs.

Quant à la proportionalité qu'il est indispensable de donner aux rayons successifs, on l'obtient de plusieurs manières. Il s'agit de faire pour ainsi dire un balancement convenable des rayons et des angles, dans le but de réaliser la meilleure continuité de la courbe, et plusieurs méthodes ont été proposées pour cela.

Les angles que les rayons font entre eux peuvent être égaux, ou variables suivant une loi déterminée, ou quelconques.

Les longueurs des rayons peuvent varier en progression arithmétique comme dans la méthode Lerouge, et on donne aux angles des valeurs soit égales entre elles, soit quelconques, soit encore variant aussi en progression arithmétique. La progression arithmétique des rayons et l'égalité des angles constitue la méthode Lerouge.

La méthode Michal consiste à donner aux rayons des valeurs égales aux rayons de courbure qu'aurait une ellipse de

même ouverture et de même montée que l'anse de panier, les angles des rayons étant égaux, etc...

Lorsque l'ouverture et la montée d'une arche sont données, on ne peut construire sur elles qu'une seule ellipse, tandis qu'on peut construire une infinité d'anses de panier, en faisant varier les données, angles et rayons, autant qu'on le veut. C'est probablement à cause de cette élasticité que les architectes sont assez souvent portés à préférer l'anse de panier à l'ellipse, car, si l'ellipse se construit géométriquement sur ses deux axes sans qu'on puisse rien y changer, l'anse de panier se prête à des formes très diverses ce qui laisse plus de latitude au goût de l'architecte.

Mais si on considère que lorsqu'on trace une anse de panier, ce qu'on recherche avant tout est d'en faire une imitation de l'ellipse aussi fidèle que possible, on voit qu'il vaut mieux adopter franchement cette dernière courbe qui ne présente du reste aucune difficulté sérieuse, ni pour le tracé de la courbe, ni pour la construction des joints normaux. La seule objection qu'on puisse faire à l'emploi de l'ellipse est qu'il faut autant de panneaux que de voussoirs pour l'exécution. Cette sujétion ne doit pas, selon nous, faire renoncer à une courbe qui est de beaucoup préférable à l'anse de panier. D'ailleurs, quand le nombre des rayons de cette courbe est supérieur à trois, et surtout quand la courbe d'extrados n'est pas concentrique à celle d'intrados, la complication augmente et ne faut-il pas aussi dans ce cas, qui est très fréquent, un grand nombre de panneaux différents.

« L'emploi de l'anse de panier à un grand nombre de centres, dit Dupuit, ne nous paraît pas rationnel. Déjà Gauthey, dans son *Traité de la construction des ponts*, trouvait qu'il était inutile d'en employer plus de cinq. En effet, en multipliant les centres, on arrive à un tracé qui se confond à peu près avec celui de l'ellipse. Ainsi si on compare l'anse de panier du pont de Neuilly à l'ellipse, on voit que la différence des deux courbes est bien faible et qu'elle a dû même être complètement effacée par le tassement qui s'est opéré au décintrement. Reste donc la facilité du tracé de l'épure de grandeur naturelle ; or, sous ce rapport, l'ellipse ne le cède en rien à l'anse de panier à un grand nombre de centres. Tous les traités de géométrie analytique contiennent une foule de procédés très simples pour le tracé de l'ellipse Nous ne citerons que celui qui consiste à réduire les ordonnées du cercle dans le rapport constant $\frac{b}{a}$; le mieux est d'ailleurs de construire la courbe au moyen de coordonnées calculées à l'avance ; on a donc autant de points qu'on veut pour le tracé de l'intrados ; on peut, par des moyens très simples, mener des normales et des tangentes aux points déterminés. Le tracé de l'épure ne présente donc aucune difficulté ; aussi aujourd'hui abandonne-t-on les anses de panier pour y substituer des ellipses. C'est ce qu'on a fait à Paris pour les derniers ponts construits (Notre-Dame, de l'Alma, au Change, Louis-Philippe et de Bercy) et pour divers ponts construits dans les départements. Nous croyons que l'usage de l'anse de panier est dû à l'ignorance scientifique des architectes qui ont été appelés à construire les premiers ponts. Si simple que soit le tracé d'une ellipse, il repose cependant sur quelques connaissances théoriques qui autrefois étaient peu répandues ; l'usage une fois introduit, il s'est continué par habitude et par routine comme beaucoup d'autres. Cet usage ne s'appuyant sur aucune raison sérieuse disparaîtra nécessairement avec le temps, mais il a occupé une place trop grande dans la construction des ponts pour que nous ayions cru devoir le passer sous silence. Au reste, qu'on adopte l'anse de panier des architectes ou l'ellipse des géomètres, les résultats sous le rapport mécanique ou économique sont les mêmes, car les courbes d'intrados diffèrent trop peu entre elles, pour qu'il soit possible d'en tenir compte. »

Comme Dupuit, nous pensons qu'on devrait, dans la construction des ponts, abandonner définitivement l'anse de panier, pour lui substituer l'ellipse.

Quoi qu'il en soit, comme on construit encore des anses de panier et qu'on en

construira encore probablement pendant longtemps, nous allons indiquer les divers moyens employés pour les tracer, en commençant par celles à trois centres.

Nous supposerons d'abord que l'ouverture seule est imposée. La montée restant indéterminée, résultera de la méthode employée pour le tracé de la courbe.

OVALE ANTIQUE

359. On désigne ainsi les courbes à trois centres, dont Héron d'Alexandrie a indiqué le tracé plus d'un siècle avant notre ère.

Les deux rayons extrêmes de l'arc au sommet sont inclinés à 2 pour 1 sur la verticale, il en résulte que l'angle que ces deux rayons font entre eux est d'environ 53 degrés. — La *montée est indéterminée*, de sorte qu'on peut tracer plusieurs ovales de montées différentes sur la même ouverture.

Pour tracer la courbe sur une ouverture donnée AC (*fig.* 253), on décrit

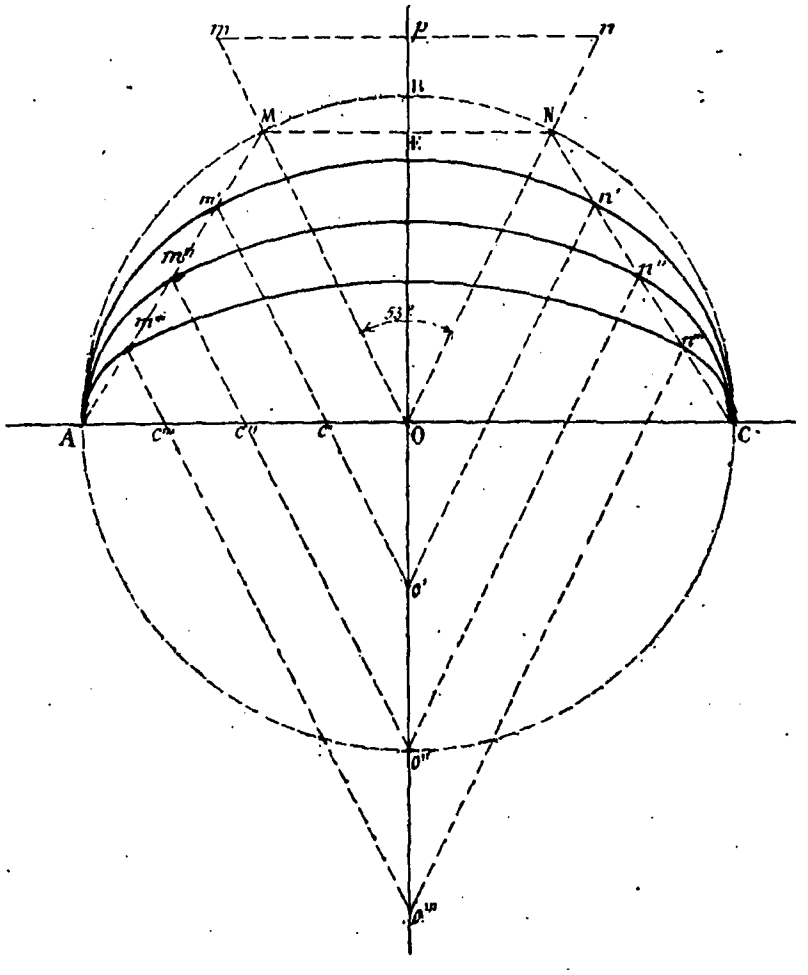


Fig. 253

d'abord une demi-circonférence ABC sur cette ouverture comme diamètre. Sur l'axe vertical OB prolongé, on prend un point p par lequel on mène une horizontale mn. On mesure sur cette horizontale, à droite et à gauche du point p, une longueur $pm = pn$, égale à la moitié de la hauteur Op. En joignant mO et nO, on forme un triangle isocèle mOn dont la base mn est égale à la hauteur Op, et

dont les deux côtés mO et nO sont inclinés à 2 pour 1 sur la verticale Op. Ces deux côtés rencontrent la demi circonférence ABC en deux points M et N. On trace la corde AM, et on la divise en quatre parties égales par les points m', m'', m'''.

En conduisant, par le point m', une parallèle $m'o'$ au côté mO du triangle isocèle précédemment construit, cette parallèle, par ses intersections avec les axes AC et BO prolongé, détermine les centres c' et o' des arcs qui serviront à tracer la courbe. L'arc Am' a son centre au point c', et l'arc au sommet $m'En'$ a son centre au point o'.

On obtiendrait d'autres courbes à trois centres, ayant des montées moindres que la précédente, en opérant sur les autres points de division m'', m''', de la corde AM.

Ces ovales n'ont pas été appliquées aux arches des ponts dans l'antiquité. Elles ont été employées seulement pour la construction d'autres voûtes. C'est ainsi que la courbe $Am'En'C$ ayant la plus forte montée a été utilisée dans les voûtes du palais de Tibère.

On a là une méthode pour le tracé des courbes à trois centres qui peut être généralisée et servir à une infinité d'ovales, en faisant varier les rapports $\frac{mp}{Op}$ et le nombre des divisions de la corde AM. — C'est ainsi que la méthode d'Huygens (n° 369), dérive de celle de Héron d'Alexandrie, et que la méthode de M. Michal (n° 379) est la généralisation de celle d'Huygens.

Nous allons voir maintenant quels sont les divers autres tracés qui peuvent être employés quand l'ouverture seule est imposée.

Problème.

360. *Décrire une anse de panier à trois centres dont on a seulement l'ouverture* AB. — *1er moyen.* — Plusieurs moyens peuvent être employés selon qu'on veut faire la courbe plus ou moins aplatie. Un premier moyen consiste à diviser l'ouverture AB (*fig.* 254) en trois parties égales AO_1, O_1O_2, O_2B, par les deux points O_1 et O_2, qu'on prend comme centres des deux arcs partant des naissances de la courbe. Ces arcs AD et BE, ont donc, comme rayon, le tiers de l'ouverture :

$$O_1A = O_2B = \frac{AB}{2}.$$

Prolongés en dessous de AB, ils donnent, par leur rencontre O_3, le centre du troisième arc DE. En joignant O_3O_1, O_3O_2 et en prolongeant ces droites jusqu'à leurs rencontres D et E avec les arcs déjà tracés, on obtient en même temps, le rayon $O_3D = O_3E$ de l'arc DE et les points D et E de tangence de cet arc avec les deux autres. La courbe ADMEB est l'anse de panier demandée.

Il est facile de voir que les rayons successifs O_1A, O_3D, O_3E et O_2B font entre eux des angles égaux à 60 degrés.

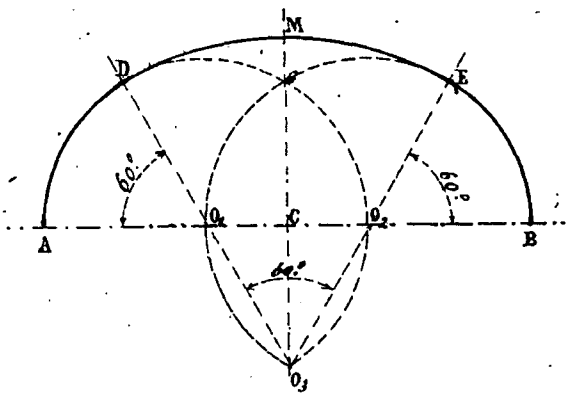


Fig. 254.

De plus, la hauteur CM, ou montée m de la courbe, est dans un rapport constant avec la demi-ouverture $AC = a$. La valeur de m, en fonction de a, est :

$$m = \frac{a}{3}(4 - \sqrt{3}).$$

En effet :

$$CM = O_3M - O_3C.$$

Or,

$$O_3M = O_3D = 2 \times O_1A = 2 \times \frac{2a}{3} = \frac{4a}{3},$$

et

$$O_3C = \sqrt{(O_3O_1)^2 - (O_1C)^2} = \sqrt{\left(\frac{2a}{3}\right)^2 - \left(\frac{a}{3}\right)^2}.$$

$$= \sqrt{\frac{3a^2}{9}} = \frac{a}{3}\sqrt{3}.$$

Donc

$$CM = m = \frac{4a}{3} - \frac{a}{3}\sqrt{3},$$

$$m = \frac{a}{3}(4 - \sqrt{3}),$$

ou $$m = 0{,}763\,a.$$

361. 2° *moyen.* — Au lieu de partager l'ouverture AB en trois parties égales, on peut la partager en quatre parties égales AO_1, O_1C, CO_2 et O_2B (*fig.* 255). Les deux points O_1 et O_2 sont pris comme centres

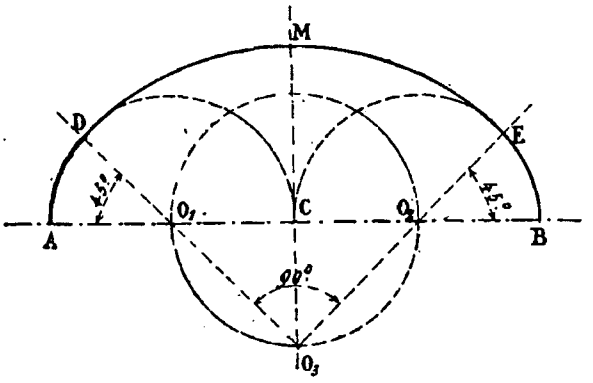


Fig. 255.

des deux arcs AD et BE partant des naissances, et ayant, comme rayon, le quart de l'ouverture AB. Le centre O_3 du troisième arc DME s'obtient en portant sur l'axe MC prolongé, à partir du point C, une distance CO_3 égale au quart de AB. On trace O_3O_1, O_3O_2 et on prolonge jusqu'aux rencontres D et E avec les deux premiers arcs. Ces points sont les points de tangence des arcs AD et BE avec le troisième arc DME dont le rayon est égal à O_3D ou O_3E.

Ici les angles que font entre eux les rayons successifs de l'anse, ne sont plus égaux. Les rayons O_1A et O_3D ainsi que les rayons O_2B et O_2E font des angles de 45 degrés, tandis que les deux rayons O_3D et O_3E font un angle de 90 degrés.

La montée $m = CM$ est encore dans un rapport constant avec la demi-ouverture $AC = a$. On a :

$$f = a\sqrt{2}.$$

En effet, $CM = MO_3 - CO_3$

Or, $MO_3 = DO_3 = DO_1 + O_1O_3$

et comme $DO_1 = \frac{a}{4}$

et $O_1O_3 = \sqrt{2\left(\frac{a}{4}\right)^2}$

on a d'abord :

$$MO_3 = \frac{a}{4} + \frac{a}{4}\sqrt{2}.$$

D'autre part,

$$CO_3 = \frac{a}{4}.$$

Donc :

$$CM = \frac{a}{4} + \frac{a}{4}\sqrt{2} - \frac{a}{4}$$

et par conséquent,

$$f = \frac{a}{4}\sqrt{2},$$

ou $$f = 0{,}371\,a.$$

362. 3° *moyen.* — Les tracés que nous venons d'indiquer sont complètement arbitraires. On peut, en effet, quelle que soit

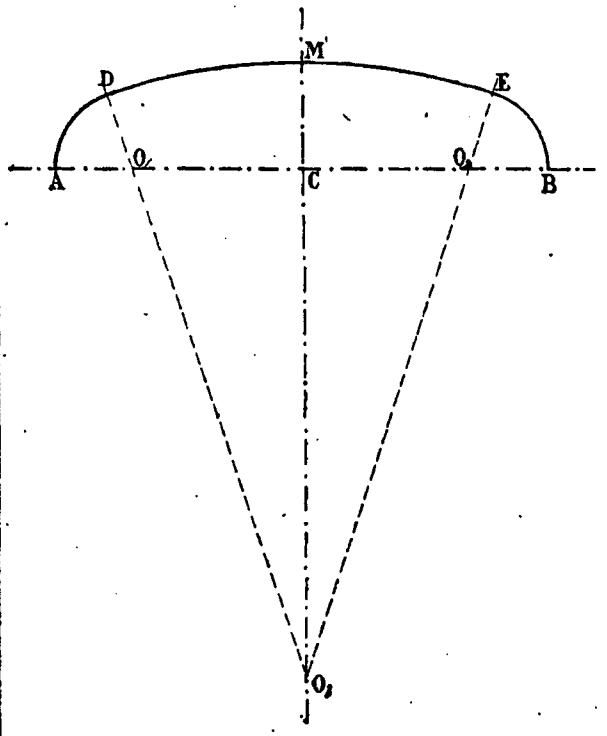


Fig. 256.

la demi-ouverture AB, si la montée n'est pas imposée, prendre les centres des deux

premiers arcs en des points quelconques de la ligne des naissances et déterminer le centre du troisième arc en donnant plus ou moins de développement aux deux premiers.

Ainsi pour construire une anse très aplatie ADMEB (*fig.* 256) on décrira, avec un petit rayon, les deux arcs AD et BE, auxquels on donnera un développement tel que le rayon DO_3 du troisième arc soit suffisamment grand. Le centre de ce dernier arc est fourni par la rencontre, sur l'axe vertical, des deux rayons DO_1 et DO_2 prolongés jusqu'en O_3.

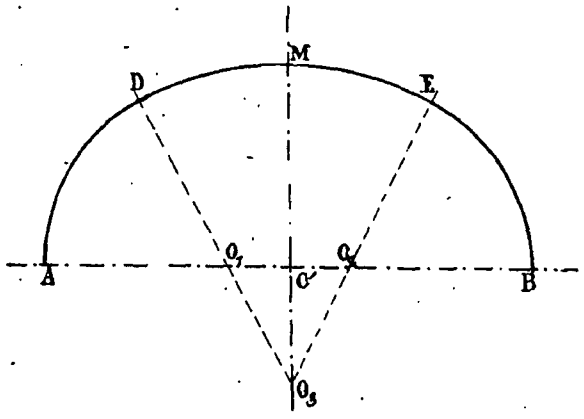


Fig. 257.

Nous devons faire remarquer qu'on ne doit pas aplatir outre mesure l'anse de panier et qu'il convient de ne pas donner au plus grand rayon une valeur supérieure à une fois et demie l'ouverture afin d'obtenir une stabilité satisfaisante.

Au contraire, si on veut une anse de panier se rapprochant davantage de la demi-circonférence, on prend les centres O_1 et O_3 (*fig.* 257) des deux premiers arcs beaucoup plus rapprochés du milieu C de l'ouverture. Ayant mesuré l'arc BE égal à l'arc AD, on joint DO_1 et EO_2 ; on prolonge jusqu'en O_3 qui est le centre du troisième arc DME.

Dans ces deux derniers tracés, dans lesquels la montée n'est pas fixée, il n'y a plus aucune relation constante entre les angles et les rayons des arcs composant la courbe. — Les rayons font des angles quelconques entre eux et les longueurs de ces rayons sont également quelconques.

363. 4° *moyen.* — Supposons que l'arche dont on a à faire le tracé ait à laisser passer un gabarit rectangulaire *d* D E *e* (*fig.* 258). Le problème revient alors à circonscrire une anse de panier au rectangle donné. — On peut s'imposer la condition que les premiers arcs montent jusqu'aux sommets D et E du rectangle.

Trois cas peuvent alors se présenter:

1° L'ouverture ni la montée ne sont fixées d'avance;

2° L'ouverture seulement est imposée;

3° La montée seulement est fixée.

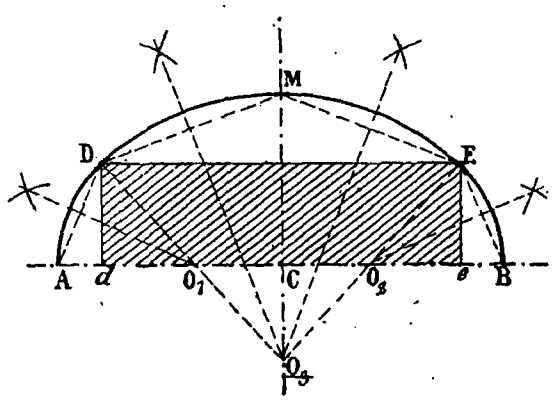


Fig. 258.

Dans le premier cas, c'est-à-dire lorsque ni l'ouverture ni la montée ne sont imposées, la position des centres des premiers arcs est quelconque, pourvu qu'elle soit comprise entre les deux points *d* et *e*. On peut, par exemple, choisir les points O_1 et O_2, milieux des distances *d*C et *e*C, et le centre O_3 de l'arc au sommet s'en déduit facilement en conduisant les droites DO_1 et EO_2 qu'on prolonge jusqu'en O_3.

Dans le deuxième cas, c'est-à-dire quand l'ouverture est fixée, la montée restant indéterminée, on obtient les centres O_1 et O_2 des premiers arcs au moyen des perpendiculaires élevées sur les milieux des cordes AD et BE. Le centre O_3 en résulte en joignant DO_1, EO_2 et en prolongeant jusqu'en O_3 sur l'axe vertical.

Enfin, au lieu de se donner les centres O_1 et O_2 comme dans le premier cas, où l'ou-

verture AB comme dans le deuxième, on pourrait s'imposer le sommet M de la montée, et alors, les droites perpendiculaires sur les milieux des cordes DM et ME fourniraient le centre O_3 par leur intersection sur l'axe vertical. On en déduirait les centres O_1 et O_2 en joignant O_3 D et O_3E. Les longueurs O_1 D et O_2 E seraient les rayons des premiers arcs de l'ovale.

364. *Remarque.* — Dans les problèmes que nous venons de résoudre, pour le tracé des anses à trois centres *quand l'ouverture seulement est donnée*, on voit qu'il y a trois quantités indéterminées : les deux rayons et la montée, ou l'un des rayons, l'angle que font deux rayons consécutifs et la montée. Quand on se donne deux de ces quantités, le tracé peut se faire et la troisième quantité en résulte.

Jusqu'à présent nous nous sommes donné seulement les rayons et les angles qu'ils font entre eux. La montée, inconnue à priori, s'est trouvée déduite du tracé lui-même.

Dans les problèmes qui vont suivre, nous nous donnerons, en outre de l'ouverture que nous supposons toujours connue, la montée et l'une des autres quantités indéterminées : soit la grandeur d'un rayon, soit les angles que les rayons font entre eux.

Problème.

365. *Décrire une anse de panier à trois centres, connaissant l'ouverture, la montée et le rayon des arcs aux naissances.*

Soient AB et CM (*fig.* 259) l'ouverture et la montée connues de l'anse de panier à tracer. On connait, en outre, le rayon des arcs aux naissances. Ce rayon, porté en AO′ et BO″, détermine les centres O′ et O″ des premiers arcs qui peuvent alors être décrits en A*a*′ et en B*b*′.

Le problème revient à tracer un arc de cercle passant par le sommet M de la montée, ayant son centre sur l'axe vertical et tangent aux deux arcs A*a*′ et B*b*′. Ou, en d'autres termes, il s'agit de trouver sur l'axe MC prolongé le centre d'un arc de cercle tangent à l'horizontale *x* M au point M et tangent à l'arc de cercle A*a*′.

On sait résoudre ce problème. Il suffit de porter en M*m* une longueur égale au

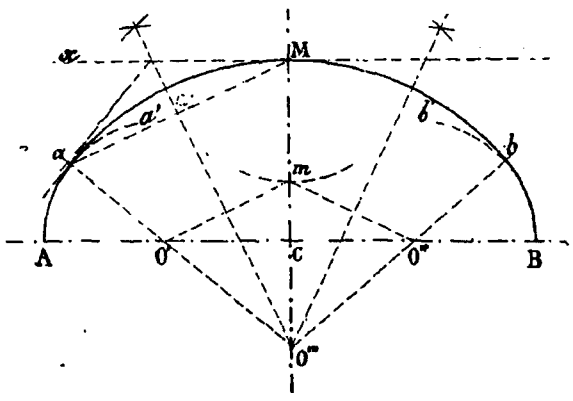


Fig. 259.

rayon AO′ de l'arc A*a*′, de joindre O′*m* et d'élever sur le milieu de O′*m* une perpendiculaire qui vient rencontrer la droite MC prolongée au point O‴. Ce point est le centre de l'arc de cercle cherché, dont le rayon sera O‴M. Le point de tangence *a* des deux arcs A*a*′ et M*a* s'obtiendra en joignant O‴O′ et en prolongeant jusqu'en *a*. La construction est identique de l'autre côté de l'axe O‴M.

Problème.

366. *Décrire une anse de panier à trois centres connaissant l'ouverture, la montée et le rayon de l'arc au sommet.*

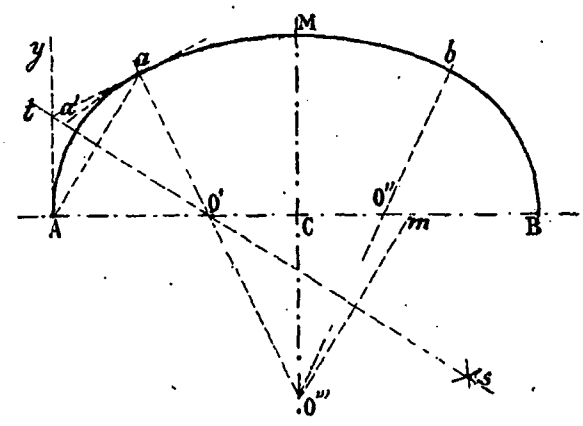


Fig. 260.

AB et CM (*fig.* 260) étant l'ouverture et la montée de l'anse de panier à tracer,

on porte en MO‴ la longueur connue du rayon de l'arc au sommet, et on a en O‴ le centre de cet arc. — Il faut trouver les centres O′ et O″ des deux arcs aux naissances.

Ces arcs devront être tangents aux verticales menées par les extrémités A et B de l'ouverture, le problème revient, par conséquent, à trouver le centre O′ d'un arc de cercle tangent à Ay au point A et à l'arc de cercle a′ M.

Supposons le problème résolu, et soit O′ le centre cherché. Le point de tangence a serait donné par la droite O″O′ prolongée. Les deux tangentes at et At seraient égales, et la perpendiculaire tO′ élevée sur le milieu de la corde Aa passerait par le centre O′. Nous ne connaissons pas la corde Aa, mais nous pouvons construire une droite O‴m ayant même perpendiculaire en son milieu que A a. Pour que le triangle O‴ O′m remplisse la condition que nous venons d'énoncer, c'est-à-dire pour que la perpendiculaire élevée sur le milieu de sa base O‴ m se confonde avec celle élevée sur le milieu de la corde Aa, il faut qu'il soit semblable au triangle aO′A et, par conséquent, qu'il soit isocèle comme lui, c'est-à-dire qu'on devra avoir O″O′ = mO′. Comme on a AO′ = aO′ et mO′ = O‴O′, il faudra que AO′ + O′m = aO′ + O′O‴ ou bien: Am = aO‴. Or aO‴ est égal au rayon connu O‴M. Donc on aura le point m en portant en Am une longueur égale à ce rayon. Joignant alors O‴m et élevant au milieu de cette droite la perpendiculaire st, on aura le centre O′ cherché. Le point de tangence a sera fourni par la droite O‴O′ prolongée jusqu'en a.

Problème.

367. *Décrire une anse de panier à trois centres connaissant l'ouverture, la montée et sachant que les angles que les rayons font entre eux, sont égaux* (60 *degrés*).

1re *Solution.* — Porter la montée CM (*fig.* 261), en Bm et sur la différence Cm des demi-axes de l'anse, construire le triangle équilatéral Cms. Rabattre la hauteur hs de ce triangle en hO″. Le point O″ est le centre de l'arc aux naissances. Porter CO″ en CO′ pour avoir le centre O′ de l'autre arc aux naissances. Le centre O‴ de l'arc au sommet sera donné par la contruction, sur la distance O′O″ du triangle équilatéral O′O‴O″.

Puisque le triangle O′O‴O″, formé par les trois sommets, est équilatéral, on voit que les rayons feront bien entre eux des angles de 60 degrés. Pour justifier la construction, il reste à montrer que O″B ou O″E étant le rayon du premier arc, la longueur O″E sera celui de l'arc au sommet. Cet arc devant passer par le sommet de la montée M on devra avoir par conséquent

$$O‴E = O‴M;$$

c'est ce qu'il faut démontrer.

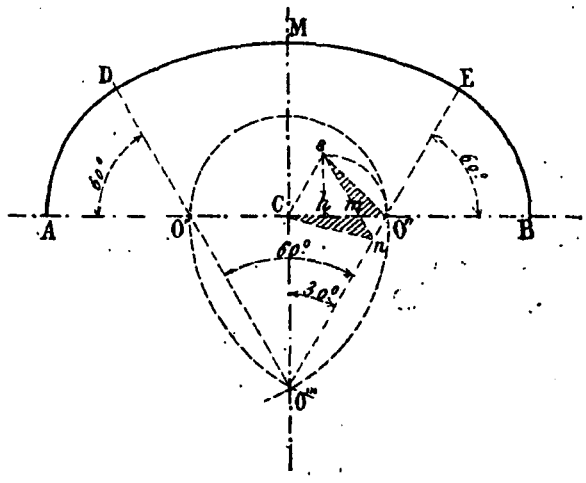


Fig. 261.

Or, par construction, Bm = CM, et, le petit triangle m O″n, obtenu en prolongeant sm, étant équilatéral, on a m O″ = nO″. Par suite,

$$Bm = BO″ + O″n = En$$

Il reste donc, pour démontrer que EO‴ = MO‴, à faire voir que nO‴ = CO‴.

Joignons Cn. Les deux côtés CO‴ et nO‴ seront en effet égaux si le triangle CO‴n est isocèle.

L'angle au sommet CO‴n étant égal à 30 degrés, il faut pour que le triangle soit isocèle que l'angle nCO″ soit égal à $\frac{180 - 30}{2} = 75$ degrés. Ce qui revient à dire que l'angle O″Cn doit être égal à 90 — 75 = 15 degrés.

Cela a lieu en effet, car, si nous considérons les deux triangles Cmn et smO'', nous voyons qu'ils sont égaux comme ayant leurs trois côtés égaux chacun à chacun.

D'autre part, le triangle $hs\,O''$ est isocèle rectangle par construction et, par conséquent l'angle $hs\,O''$ est égal à 45 degrés. Si de cet angle nous retranchons l'angle hsm égal à $\frac{60}{2} = 30$ degrés, il nous reste 15 degrés pour l'angle msO''. Donc son égal $O''Cn$ est aussi égal à 15 degrés, et la construction se trouve ainsi justifiée.

368. 2e *Solution.* — Cette deuxième solution est beaucoup plus simple que la

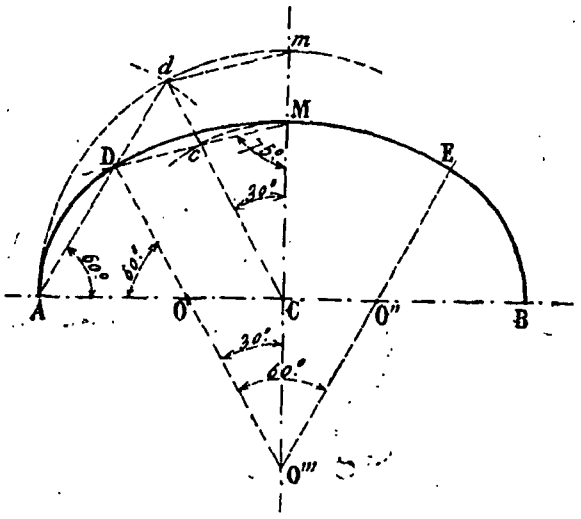


Fig. 262.

précédente. Si nous supposons le problème résolu, nous voyons que le triangle AO'D (*fig.* 262) est équilatéral, puisque l'angle au sommet O' doit être de 60 degrés et que les deux côtés AO' et O'D sont égaux comme rayons d'un même arc de cercle AD.

Par conséquent la corde AD fait un angle de 60 degrés avec l'axe horizontal AB. En traçant la droite AD nous aurons une première ligne sur laquelle le point D doit se trouver.

Si nous considérons maintenant le triangle $DO'''M$, nous voyons qu'il est isocèle puisque ses deux côtés $O'''D$ et $O'''M$ sont les rayons d'un même arc de cercle DM. De plus, l'angle $DO'''M'$ est égal à $\frac{60}{2} = 30$ degrés. Donc, l'angle que fait la corde DM avec l'axe vertical MO''' a pour valeur :

$$\frac{180 - 30}{2} = 75 \text{ degrés.}$$

En construisant la droite MD, partant du sommet M de la montée et faisant avec la verticale un angle de 75 degrés, on aura une deuxième ligne sur laquelle doit se trouver le point D. Ce point sera donc déterminé par la rencontre des deux droites AD et MD.

De ce point D, ainsi déterminé, on mènera la droite $DO'O'''$ inclinée de 60 degrés sur l'horizontale.

Les points de rencontre de cette droite avec AB en O' et avec MC prolongée en O''' seront les centres des arcs composant l'anse de panier.

De ce qui précède on déduit le tracé suivant : sur la demi-ouverture AC, construire le triangle équilatéral ACd, en décrivant des points A et C, avec une longueur égale à AC, deux arcs qui se coupent au point d. Du sommet M de la montée, mener la droite MD faisant un angle de 75 degrés avec la verticale MC. Pour cela, comme le triangle $DO''M$ doit être isocèle et que, par suite, le triangle cCM doit l'être aussi, il suffit de décrire du centre C, un arc Mc qui vient couper Cd au point c. Tracer Mc et prolonger jusqu'en D qui est le point de tangence des deux arcs. De D mener une parallèle $DO'O'''$ à dC. Les points O' et O''' sont les centres cherchés.

Cette construction est celle qui est le plus fréquemment employée pour le tracé des anses de panier à trois centres. Elle est en général présentée un peu autrement sous le nom de méthode d'Huygens.

MÉTHODE D'HUYGENS

369. Cette méthode, souvent employée pour le tracé des anses de panier à trois centres, ne diffère pas de la précédente ; elle est seulement présentée un peu autrement et peut être considérée comme dérivant du tracé indiqué par Héron d'Alexandrie (n° 359).

L'inclinaison du rayon MO (*fig.* 253) sur la verticale, qui était d'environ $\frac{53^0}{2}$ dans ce tracé, est portée à 30 degrés par Huygens, de sorte que les deux rayons extrêmes de l'arc au sommet font entre eux un angle de 60 degrés. Il en résulte que ces rayons font aussi des angles de 60 degrés avec l'axe horizontal de la courbe. Les anses de panier décrites par cette méthode rentrent donc dans la catégorie des anses dont les rayons font entre eux des angles égaux.

Dans le tracé d'Héron d'Alexandrie, on déterminait les centres et les rayons des arcs, en divisant la corde AM (*fig.* 253) en quatre parties égales et les points de division m', m'', m''', servaient à cette détermination au moyen de parallèles menées à la droite mO. Dans le tracé d'Huygens, la division de la corde AM se fait proportionnellement aux longueurs de la demi-ouverture et de la montée.

Le tracé de l'anse de panier à trois centres par la méthode d'Huygens consiste à diviser d'abord la demi-circonférence ANB (*fig.* 263), décrite sur l'ouverture AB comme diamètre, en trois parties égales An, nq, qB. Chacun des arcs ainsi obtenu est de 60 degrés. On joint An, nN, Nq, qB,

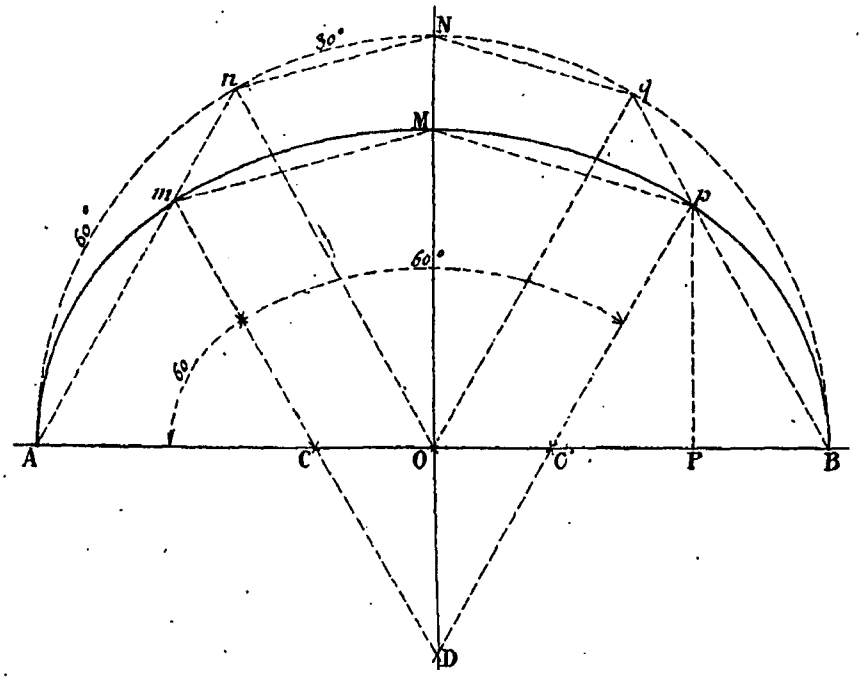


Fig. 263.

et on conduit les rayons nO et qO. Par le sommet M de la montée on mène les droites Mm et Mp, respectivement parallèles aux cordes Nn et Nq qui partent de l'extrémité du rayon vertical de la demi-circonférence. Ces droites rencontrent les cordes An et Bq qui partent des extrémités A et B du diamètre horizontal, en des points m et p par lesquels on trace les droites mCD et pC'D respectivement parallèles aux rayons nO et qO. Les points C, C', D, sont les centres des arcs composant l'anse de panier. Les points m et p sont les points de tangence.

La construction que nous venons d'indiquer revient à celle du numéro précédent (*fig.* 262), et on verra un peu plus loin (n° 379), comment cette méthode a été généralisée par M. Michal pour la rendre applicable aux anses à cinq, sept, neuf, ou un plus grand nombre de centres.

370. Pour le tracé des épures en gran-

deur d'exécution, on peut se dispenser d'effectuer la construction géométrique complète qui vient d'être expliquée. Il suffit de calculer la grandeur du premier rayon, ce qui est facile et simplifie beaucoup l'opération.

Désignons par $2a$ l'ouverture de l'anse, par f sa montée et par x la longueur à calculer du premier rayon aux naissances.

L'ouverture $2a$ ou AB (*fig.* 263) a pour valeur :

$$2a = 2x + CC'$$

Le triangle CC'D étant équilatéral, on a :

$$CC' = C'D$$

Donc :

$$2a = 2x + C'D.$$

Or,

$$C'D = pD - pC',$$

$$C'D = MD - x$$

et

$$MD = MO + OD$$

$$= f + OD$$

Donc,

$$C'D = f - x + OD.$$

En outre, la similitude des deux triangles rectangles DOC' et pPC' donne :

$$\frac{OD}{pP} = \frac{OC'}{C'P}$$

Dans le triangle rectangle pPC' on a :

$$pP = \sqrt{(pC')^2 - C'P)^2}$$

$$= \sqrt{x^2 - \frac{x^2}{4}}$$

$$= \sqrt{\frac{3x^2}{4}}$$

$$= \frac{x}{2}\sqrt{3}$$

et comme

$$O'C = a - x$$

et

$$C'P = \frac{x}{2}$$

la proportion ci-dessus devient :

$$\frac{OD}{\frac{x}{2}\sqrt{3}} = \frac{a-x}{\frac{x}{2}}$$

d'où on tire $OD = \sqrt{3}\,(a - x)$.

La valeur de C'D peut donc s'écrire :

$$C'D = f - x + \sqrt{3}\,(a - x)$$

et par conséquent, l'égalité

$$2a = 2x + C'D$$

devient :

$$2a = 2x + f - x + \sqrt{3}\,(a - x)$$

ou, en mettant x en facteur commun :

$$x\,(1 - \sqrt{3}) = 2a - f - a\sqrt{3}$$

et enfin

$$x = \frac{a - f}{1 - \sqrt{3}} + a$$

ou, en multipliant les deux facteurs du rapport $\frac{a-f}{1-\sqrt{3}}$ par $1 + \sqrt{3}$:

$$x = a - \frac{(a - f)\,(1 + \sqrt{3})}{2}$$

$$x = a - 1{,}366\,(a - f).$$

Telle est la valeur du rayon des premiers arcs aux naissances.

Si on voulait avoir celle du rayon intermédiaire au sommet, on écrirait d'abord que ce rayon X a pour expression :

$$X = MD = f + OD,$$

Or, la valeur de OD trouvée ci-dessus est :

$$OD = \sqrt{3}\,(a - x)$$

En remplaçant x par sa valeur précédemment établie :

$$x = a - (a - f)\,\frac{1 + \sqrt{3}}{2},$$

il vient :

$$X = f + \sqrt{3}\left[a - a + (a - f)\,\frac{1 + \sqrt{3}}{2}\right],$$

ou,

$$X = f + \sqrt{3}\,(a - f)\,\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{1}{2}[2f + \sqrt{3}a\,(1 + \sqrt{3}) - \sqrt{3}f(1 + \sqrt{3})]$$

$$= \frac{1}{2}[2f + a\sqrt{3} + 3a - f\sqrt{3} - 3f]$$

$$= \frac{1}{2}[2a + a\,(1 + \sqrt{3}) - f\,(1 + \sqrt{3})]$$

$$= a + (a - f)\,\frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

ou enfin,

$$X = a + 1{,}366\,(a - f).$$

Les longueurs des deux rayons x et X ont donc pour expressions :

$$x = a - 1{,}366\,(a - f)$$

$$X = a + 1.366\,(a - f).$$

On remarquera que la somme des deux rayons $x + X$ est égale à l'ouverture $2a$, ce qu'on aurait pu prévoir par de simples considérations géométriques. En effet, AC est égal au rayon x, et CB est égal au rayon X puisque cette longueur BC se compose de

$$CC' + C'B = DC' + C'p = Dp = X.$$

Problème.

371. *Construire sur l'épure grandeur d'exécution, une anse de panier à trois centres par la méthode d'Huygens, sachant que l'ouverture est de* 12 *mètres et la flèche de* $3^m,80$.

On calculera d'abord le petit rayon x :

$$\begin{aligned} x &= a - 1{,}366\,(a - f) \\ &= 6{,}00 - 1{,}366\,(6{,}00 - 3{,}80) \\ &= 6{,}00 - 1{,}366 \times 2{,}20 \\ &= 6.00 - 3{,}005 \\ &= 2^m,995. \end{aligned}$$

La construction est alors des plus

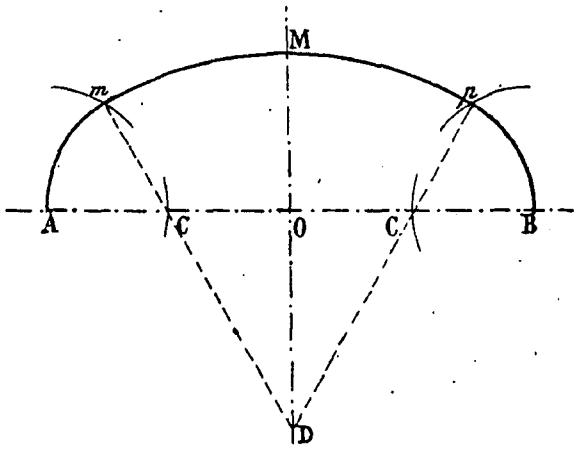


Fig. 264.

simples. Avec une longueur de tringle égale à $2^m,995$, on décrira, du point A comme centre (*fig.* 264), un arc en C et m qui coupera l'axe AB au point C. Ce point est le centre du premier arc. Par conséquent, de ce point, avec la même longueur, on décrira l'arc Am. L'intersection m de ce dernier arc avec le premier, est le point de tangence. Le point de tangence p s'obtiendrait de la même manière. En joignant mC et pC' et en prolongeant jusqu'en D, on a le centre de l'arc au sommet qu'il suffit de décrire avec une longueur de tringle égale à

$$Dm = DM = Dp.$$

Comme vérification du centre D, on peut calculer le rayon X et s'assurer que la distance DM est bien égale à la longueur calculée.

Si on déterminait de suite les deux rayons x et X par le calcul, on porterait x en AC et Am ainsi qu'en BC' et Bp, puis X en MD. On pourrait alors décrire les arcs et, comme vérification, on s'assurerait que les droites mC et pC' prolongées vont bien se rencontrer au centre D de l'arc au sommet.

Mais cela n'est même pas nécessaire. Nous avons fait remarquer, en effet, que $x + X = 2a$, d'où

$$X = 2a - x.$$

Par conséquent, ayant calculé seulement le petit rayon x, et ayant fait la construction que nous venons d'indiquer pour avoir les centres C, C' et les points de tangence m et p, il suffira de mesurer CB ou AC' et de porter cette longueur en MD pour avoir le centre D.

372. La construction d'une anse de panier à trois centres se trouve ainsi réduite à sa plus simple expression. Elle consiste, en résumé, à calculer d'abord le petit rayon au moyen de la relation

$$x = a - 1{,}366\,(a - f);$$

à décrire, des extrémités A et B de l'ouverture, des arcs de cercle en C et m, C' et p; à tracer, avec la même longueur de tringle, les arcs aux naissances Am et Bp, dont les points m et p sont les points de tangence; à mesurer ensuite CB ou C'A et à porter cette longueur en MD. Le point D est le centre de l'arc au sommet, duquel on décrit, avec la même longueur MD, l'arc mMp qui doit se raccorder avec les précédents aux points m et p.

MÉTHODE DE BOSSUT

373. Dans une anse de panier, la continuité de la courbe sera d'autant plus parfaite, que les rayons des arcs successifs différeront moins entre eux. On peut profiter de l'indétermination qui existe entre les éléments de l'anse, pour chercher à réaliser cette parfaite continuité en réduisant

sant au minimum la différence des rayons. C'est ce qu'a fait Bossut, et la construction à laquelle il a été conduit pour arriver à ce résultat, est si simple qu'elle a été pendant longtemps employée et l'est encore par le plus grand nombre des appareilleurs.

AB et OM (*fig.* 265) étant l ouverture et la montée de la courbe, on trace la diagonale MB. On en retranche

$$Mn = MN = a - f$$

et, sur le milieu de la partie restante nB, on construit une perspendiculaire qui rencontre les axes aux points C' et D. Ces points sont les centres des arcs de l'anse. On porte OC' en OC pour avoir le centre C.

374. — La différence entre les rayons x et X étant réduite au minimum, il en résulte que ce tracé est celui qui donne l'anse de panier à trois centres se rapprochant le plus de l'ellipse. — Il faut néanmoins remarquer qu'elle s'en éloigne encore très sensiblement, car pour arriver au

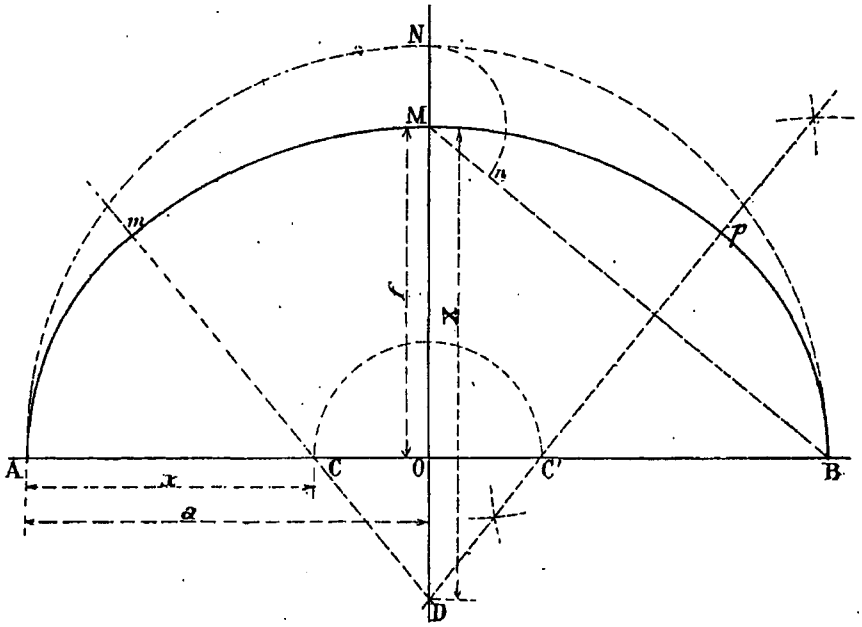


Fig. 265.

contour de l'ellipse avec une plus grande approximation il faudrait augmenter le nombre des centres. Mais avec trois centres seulement la méthode de Bossut est celle qui, à ce point de vue, donne la meilleure solution du problème.

Désignons par a la demi-ouverture AO ou OB (*fig.* 265) ; par f la flèche OM; par x et X les rayons AC ou C'B et DM·

Le triangle rectangle OCD, donne :

$$\overline{OD}^2 + \overline{OC}^2 = \overline{CD}^2,$$

ou

$$(X - f)^2 + (a - x)^2 = (X - x)^2$$

d'où on tire

$$\frac{X}{x} = \frac{\frac{1}{2}(a^2 + f^2) - ax}{fx - x^2}.$$

Pour avoir la valeur minimum de ce rapport, on prendra la dérivée du second membre de l'équation et on l'égalera à zéro ; on a ainsi :

$$x = \frac{f\sqrt{a^2 + f^2}}{\sqrt{a^2 + f^2} + (a - f)}$$

pour valeur du premier rayon.

Celle du second s'en déduit facilement, on trouve :

$$X = \frac{a\sqrt{a^2 + f^2}}{\sqrt{a^2 + f^2} - (a - f)}.$$

375. Enfin, pour terminer ce qui est relatif au tracé des anses de panier à trois centres, nous aurions à parler de la *méthode de M. Lerouge*. Cette méthode consiste à adopter une progression arith-

métique pour les longueurs successives des rayons, et des angles égaux compris entre ces rayons. — En outre, on s'est imposé la condition que la différence des rayons ne dépasse jamais la longueur du rayon le plus petit. — Cette méthode, qui donne de bons résultats, est applicable aux anses d'un nombre quelconque de centres aussi bien qu'à celles n'en ayant que trois. Elle sera examinée un peu plus loin (Voir n° 388).

V. — Tracé des anses de panier à cinq centres.

MÉTHODE DE M. BLOCH

376. Avant de donner la méthode de M. Michal et celle de M. Lerouge, nous allons indiquer quelques tracés, en commençant par ceux que propose M. R. Bloch, ingénieur des ponts et chaussées, pour les anses de panier à cinq centres (*Annales des Ponts et Chaussées* 1884).

M. Bloch examine d'abord le cas des *anses de panier à cinq centres avec des rayons en progression arithmétique et des angles au centre quelconques.*

Pour résoudre ce problème, on connaît l'ouverture $2a$, la flèche f, le premier rayon r et la progression, c'est-à-dire la différence δ des longueurs de deux rayons consécutifs. On peut, avec ces éléments, déterminer immédiatement la position du premier et du troisième centre.

En effet, on aura le premier centre c, en portant la longueur du premier rayon r en Ac (*fig.* 266), et le troisième centre c'' sur l'axe vertical MC prolongé, en mesurant une longueur Mc'' égale à $r + 2\delta$.

Pour déterminer le deuxième centre c', on joindra $c''c$ et, sur le milieu de la droite $c''c$ on élèvera la perpendiculaire H L. Avec une ouverture de compas égale à la différence δ, on décrira, du centre c'', un arc de cercle qui coupera HL au point c'. Ce point est le deuxième centre cherché.

En effet, joignons $c''c'$ et prolongeons jusqu'en m'. Décrivons de c'' comme centre, avec un rayon égal à c''M, l'arc de cercle Mm'. Le rayon de cet arc a pour valeur $r + 2\delta$. Joignons $c'c$, et prolongeons jusqu'en m. Décrivons de c' comme centre, avec un rayon égal à $c'm'$ l'arc de cercle $m'm$. Cet arc a pour rayon une longueur égale à $r + \delta$, et il est tangent au précédent en m'.

Comme $c'c$ est égal à $c''c'$ ou δ, on voit que l'arc $m'm$ se raccordera avec l'arc Am au point m.

On remarquera que le tracé ne sera possible qu'autant que la différence δ de deux rayons consécutifs ou $c''c'$ sera plus grand que la moitié de la distance

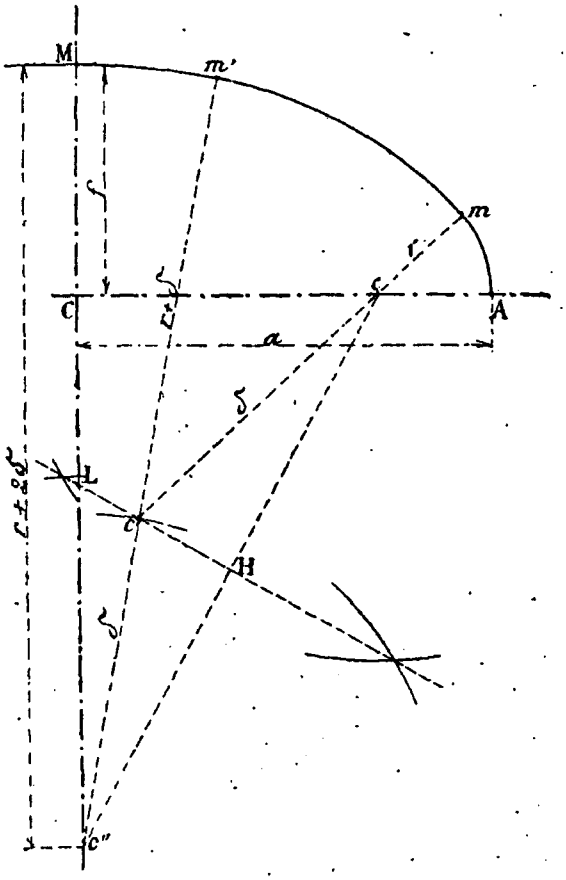


Fig. 266.

$c''c$, car, s'il en était autrement, l'arc de cercle décrit de c'' comme centre ne rencontrerait plus la perpendiculaire HL et il n'y aurait plus de solution possible.

Cette condition peut s'exprimer ainsi :

$$\delta > \frac{(a-r)^2 + (r-f)^2}{4(f-r)}.$$

377. M. Bloch se propose ensuite de *tracer une anse de panier à cinq centres avec des angles au centre donnés et en particulier ces angles en progression arithmétique.*

On connaît la demi-ouverture a, la

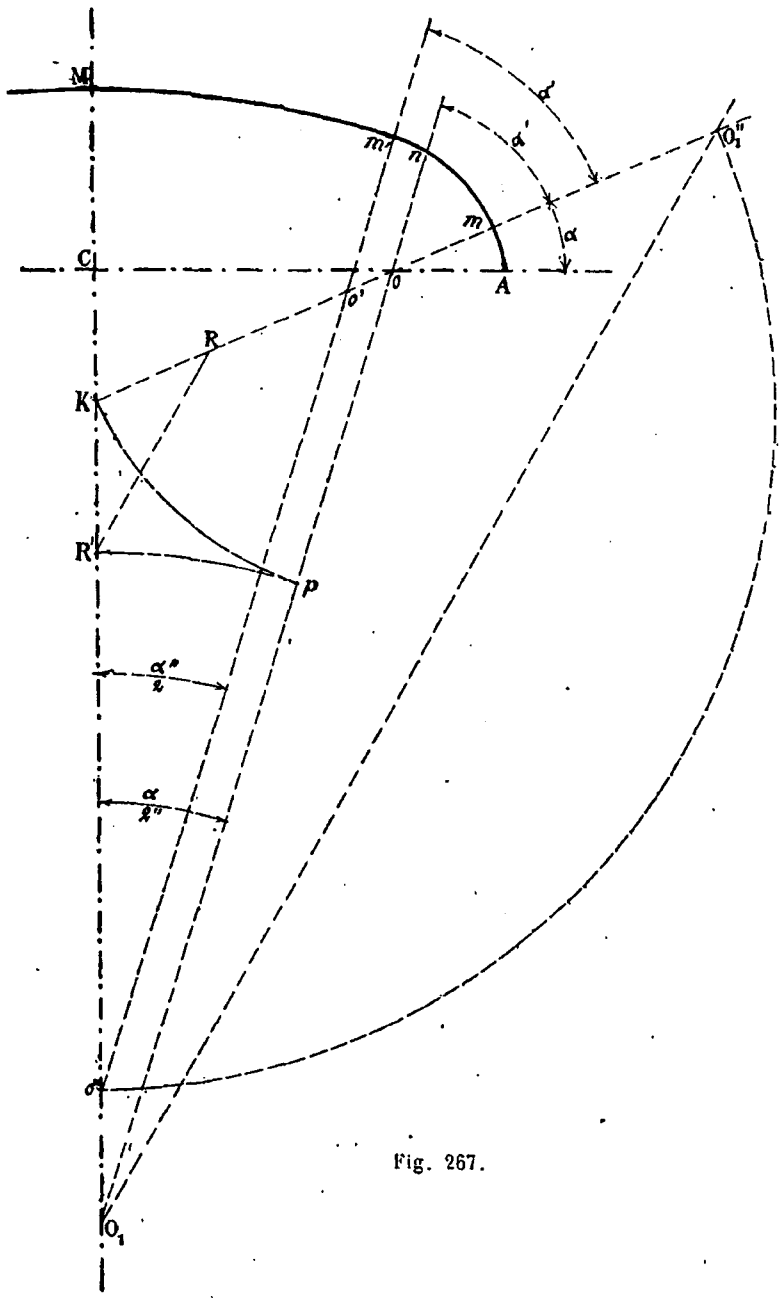


Fig. 267.

flèche f, le premier rayon r, et les angles α, α' et α'' que les rayons font entre eux.

La somme des deux premiers angles et de la moitié du troisième doit évidemment être égale à un angle droit. On aura donc d'abord

$$\alpha + \alpha' + \frac{\alpha''}{2} = 90^0.$$

Portons sur la demi-ouverture AC (*fig.* 267), une longueur Ao égale à r et formons l'angle A*om* égal au premier angle donné α. — Si, sur m o on forme

l'angle $m\,o\,n$ égal au deuxième angle α', la droite $n\,o$ sera une parallèle à la direction du deuxième rayon cherché $o'm'$. Supposons pour un instant qu'on ait trouvé le centre o' placé sur la parallèle $m'o'$ à la droite $n\,o$, et que les droites $m'o'$ et $n\,o$ soient prolongées jusqu'à leurs rencontres o'' et O_1 avec l'axe vertical MCO_1. On a les relations suivantes :

$$mo' + o'o'' = o''M = MK + Ko''$$

et

$$MK + Ko'' = mK - Ko' + o'o'',$$

ce qui peut s'écrire :

$$mK - MK = Ko' + Ko'' - o'o'' \quad (m)$$

D'autre part, les deux triangles semblables $o''Ko'$ et O_1Ko donnent :

$$\frac{Ko''}{KO_1} = \frac{Ko'}{Ko} = \frac{o''o'}{O_1o},$$

ou, en additionnant terme à terme les deux premiers rapports, et en retranchant ceux du troisième :

$$\frac{Ko''}{KO_1} = \frac{Ko'' + Ko' - o''o'}{KO_1 + Ko - O_1o},$$

d'où on tire :

$$Ko'' + Ko' - o'o'' = \frac{Ko''}{KO_1}(KO_1 + Ko - O_1o). \quad (n)$$

On remarque que le premier terme de cette égalité (n) est égal au deuxième terme de la relation (m) ; on aura donc :

$$mK - MK = \frac{Ko''}{KO_1}(KO_1 + Ko - O_1o),$$

d'où

$$\frac{mK - MK}{KO_1 + Ko - O_1o} = \frac{Ko''}{KO_1}. \quad (N)$$

Dans cette expression toutes les longueurs sont connues, sauf Ko''. Elles résultent en effet du tracé des droites $m\,o\,K$ et $n\,o\,O_1$ qu'on peut faire avec les données r, α et α'. — On pourrait donc calculer Ko'', et par là fixer la position du centre inconnu o'', en exprimant chacune de ces longueurs en fonction des quantités connues a, f, r, α et α' et en tirant la valeur de Ko'' de la formule (N). En prenant alors $o''o'm'$ parallèle à O_1on on déterminerait le centre o'. On connaîtrait donc les trois centres o, o' et o'', et le tracé de la courbe serait facile.

Au lieu d'effectuer ce calcul qui serait assez long, on peut le remplacer par une construction graphique simple déduite de la formule ci-dessus.

On obtiendra d'abord le terme $mK - MK$, en portant sur mK une longueur mR égale à MK. On a :

$$RK = mK - MK.$$

Quant au terme $KO_1 + Ko - O_1o$, qui peut s'écrire $KO_1 - (O_1o - Ko)$, on aura sa valeur en ramenant d'abord oK en op, puis en ramenant O_1p en O_1R'. La longueur KR' est égale, en effet, à

$$KR' = KO_1 - R'O_1 = KO_1 - pO_1$$
$$= KO_1 - (oO_1 - po)$$
$$= KO_1 - (oO_1 - Ko)$$

Par conséquent, la formule (N), établie ci-dessus, peut maintenant s'écrire :

$$\frac{RK}{KR'} = \frac{Ko''}{KO_1}.$$

Du point O_1, menons une parallèle à $R'R$ jusqu'à sa rencontre O_1'' avec la droite KRo prolongée. Nous aurons deux triangles semblables $R'KR$ et O_1KO_1'' qui donneront

$$\frac{RK}{KR'} = \frac{KO_1''}{KO_1}.$$

En comparant cette proportion à la précédente, on voit que

$$KO_1'' = Ko''$$

Pour avoir le centre o'', il suffira donc de décrire du point K comme centre, avec un rayon égal à KO_1'', un arc de cercle $O_1''o''$ qui fournira le point o'' par sa rencontre avec l'axe vertical MCO_1. Le centre o' s'en déduira facilement, menant du point o'' une parallèle à O_1o qui viendra rencontrer la droite Ko au point o'.

En résumé, le tracé se fera de la manière suivante :

Porter le premier rayon r en Ao. Tracer la droite moK faisant l'angle α avec Ao, et la droite noO_1 faisant l'angle α avec mo. Ramener oK en op, puis O_1p en O_1R'.

Porter en mR une longueur égale à MK. Joindre $R'R$ et mener à cette droite la parallèle O_1O_1''. Ramener enfin KO_1'' en Ko'' et conduire la droite $o''o'm'$ parallèle à O_1on. Les points o,o',o'', sont les centres cherchés. Les points de tangence des arcs sont placés en m' et m.

MÉTHODE DE LA COLLECTION LITHOGRAPHIQUE

378. Le tracé des anses de panier à cinq centres, indiqué dans l'ancienne collection lithographique des ponts et chaussées (routes et ponts, planche 75) est susceptible de fournir de bonnes solutions, et il est en outre très commode parce qu'il laisse l'ingénieur libre de faire varier les rayons pour ainsi dire à volonté.

Soient AB (*fig.* 268) l'ouverture égale à $2a$ et CM la montée égale à f. Si on suppose le problème résolu et si on désigne par r, r', r'' les trois rayons cA, $c'm$, $c''n$, on aura pour les distances des centres:

$$cc' = r' - r$$

et

$$c'c'' = r'' - r'$$

En additionnant membre en membre ces deux égalités, il vient:

$$cc' + c'c'' = r'' - r$$

On se donne à volonté le plus grand rayon r'' et le plus petit r. En portant r en Ac et r'' en Mc'', on a les centres des deux

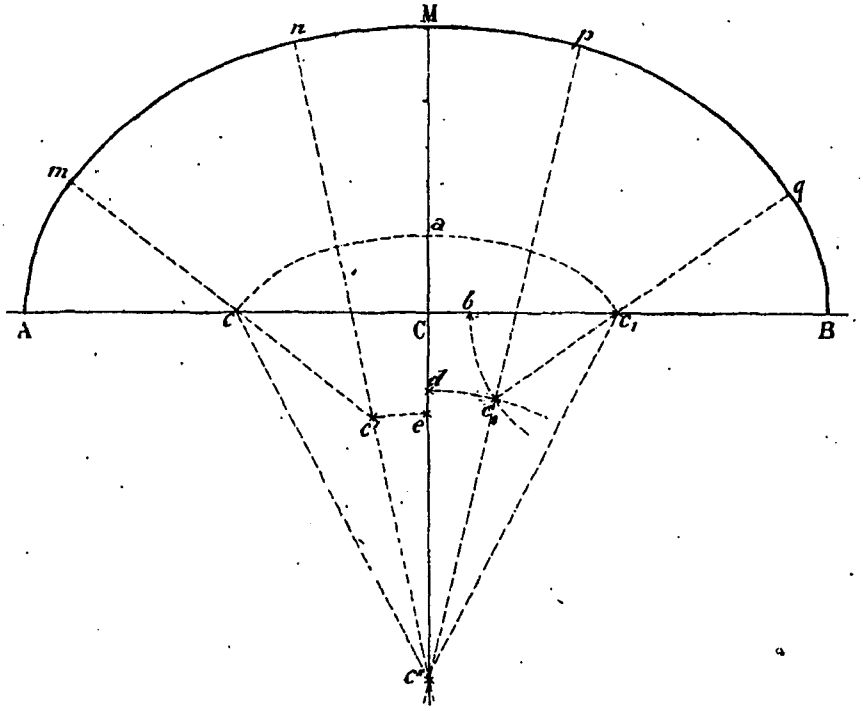


Fig. 268.

arcs correspondants. Les deux rayons r et r'' étant fixés, il en résulte que la différence $r'' - r$ est une quantité constante. La somme $cc' + c'c''$ est donc aussi constante et, par conséquent, le point c' est situé sur une ellipse dont les deux points c et c'' seraient les foyers et cc', $c'c''$ deux rayons vecteurs.

Néanmoins le rayon intermédiaire r' reste indéterminé, et on peut lui donner une valeur quelconque comprise entre r et r''.

Assez souvent on détermine ce rayon de la manière suivante. On porte en Ma une longueur égale au petit rayon $Ac = r$. On divise ensuite la distance ac'', qui est égale à la différence $r'' - r$ des deux rayons extrêmes, en deux parties égales par le point e. Cette demi-différence:

$$\frac{r'' - r}{2} = ae = ec''$$

est prise comme rayons vecteurs égaux de l'ellipse sur laquelle le point c' doit se trouver. On décrit donc des points c et c'' connus, avec un rayon égal à la quantité ci-dessus, deux arcs de cercle qui se rencontrent au point cherché c'. Les points c, c', c'' sont les centres de l'anse.

Nous ferons remarquer que la construction de M. Bloch indiquée au numéro 376 (*fig.* 266) revient à celle-ci. Car, dans la méthode de M. Bloch, on se donne également les deux rayons extrêmes r et $r+2\delta$ qu'on porte en Ac et Mc″ (*fig.* 266), et le point c' est déterminé de la même manière. En effet, dans la méthode de la collection lithographique, le tracé effectué a pour résultat la construction d'un triangle isocèle $cc'c''$ (*fig.* 268), dont les deux côtés égaux cc' et $c'c''$ ont pour longueur la quantité $\frac{r''-r}{2}$. Dans la méthode de M. Bloch on a aussi construit un triangle isocèle $cc'c'$ (*fig.* 266) dont les deux côtés cc' et $c'c''$ sont égaux à la demi-différence des deux rayons extrêmes :

$$\frac{(r+2\delta)-r}{2}=\delta.$$

Le tracé que nous venons d'indiquer d'après la collection lithographique n'est donc autre chose que la construction d'une anse de panier à cinq centres ayant des rayons en progression arithmétique.

Quelquefois on opère autrement pour avoir le centre c' (*fig.* 268) du rayon moyen. On se propose d'avoir un rayon intermédiaire qui soit une moyenne proportionnelle entre les deux rayons extrêmes :

$$r'=\sqrt{rr''}$$

Ayant calculé r', on porte sa valeur en Md et en Bb. On a ainsi :

$$c''d=r''-r'$$

et

$$c_1b=r'-r.$$

Des deux points c_1 et c'' pris comme centres, avec des rayons respectivement égaux à c_1b et $c''d$, on décrit deux arcs de cercles qui se rencontrent au point c_2, lequel est le centre cherché du rayon intermédiaire.

Dans le premier tracé on a déterminé le centre c' en divisant en deux parties égales la différence $r''-r$ des deux rayons extrêmes ; dans le deuxième, on a déterminé ce centre en s'imposant la condition que le rayon moyen r' soit moyenne proportionnelle entre les deux rayons extrêmes. Mais on pourrait se donner une toute autre valeur du rayon moyen r' complètement arbitraire, à condition toutefois qu'il soit toujours compris entre r et r''.

On dispose en somme des trois rayons de la courbe, ce qui a l'avantage de permettre de donner au petit rayon une valeur plus grande que celle du rayon de courbure de l'ellipse correspondante, d'où résulte un léger accroissement du débouché, et de donner en outre au grand rayon une valeur au contraire plus petite que celle du rayon de courbure de la même ellipse à son sommet, procurant à la voûte une meilleure stabilité.

Quelques essais suffisent en général pour arriver à un tracé très satisfaisant comme effet. Cependant lorsque l'anse de panier a un grand surbaissement, il est indispensable d'augmenter le nombre des rayons.

VI. — Tracé des anses de panier par la méthode de M. Michal.

379. La méthode graphique de M. Michal, inspecteur général des ponts et chaussées, est la généralisation aux courbes ayant un nombre quelconque de centres de la méthode de Huygens dont nous avons indiqué le tracé appliqué à une anse à trois centres (n° 369). L'ouverture et la montée sont données. Les arcs dont se composent les anses tracées par cette méthode tendent de plus en plus à se confondre avec les arcs des ellipses qui auraient même ouverture et même montée, à mesure qu'on augmente le nombre des centres.

De plus, les débouchés obtenus sont plus considérables que ceux des ellipses correspondantes, parce que le rayon des naissances est toujours plus grand que le rayon de courbure correspondant des ellipses. — Enfin, pour les plus grands surbaissements usités, le grand rayon de l'arc au sommet ne dépasse pas une fois et demie la grandeur de l'ouverture, condition qui assure à l'appareil toute la solidité convenable. La méthode de M. Michal s'applique aux anses ayant un nombre quelconque de centres. Mais en général ce nombre n'est presque jamais supérieur à 11.

380. *Anses à cinq centres, les rayons comprenant entre eux des angles égaux.* — Soient AB (*fig.* 269) l'ouverture et CM la montée de l'arche. — On partage la demi-circonférence ANB, décrite sur l'ouverture AB comme diamètre, en cinq parties égales et on mène, par les points de division, les rayons DC, EC, FC, GC qui font entre eux des angles égaux de 36 degrés. Après avoir conduit les cordes AD, DE, EN, NF, FG et GB, on porte sur l'axe AB à partir des extrémités A et B, deux longueurs égales $Ar = Br$. Ces longueurs sont celles du premier rayon qu'on détermine comme nous allons l'indiquer un peu plus loin.

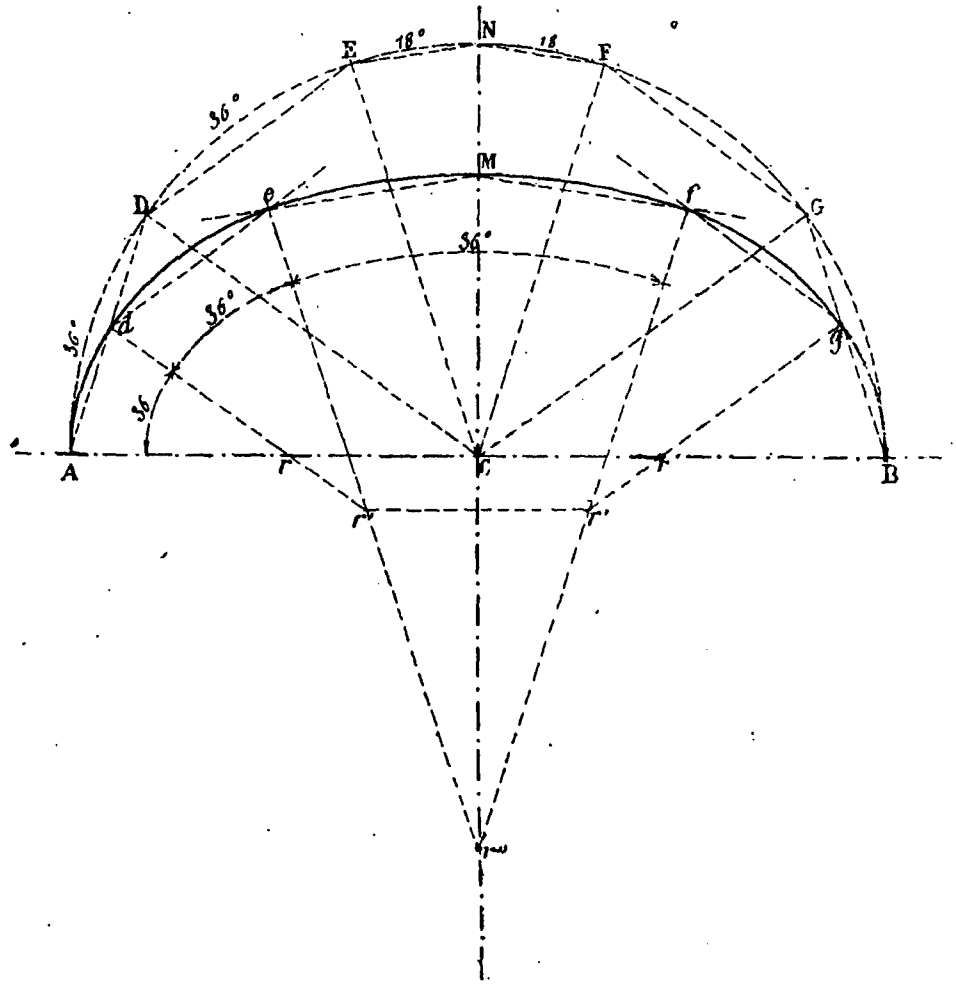


Fig. 269.

Puis, par les points r,r, on mène les parallèles rd et rg aux rayons CD et CG. Ces parallèles vont rencontrer les cordes AD et BG aux points d et g par lesquels on conduit les parallèles de et gf aux cordes suivantes DE et GF. D'autre part, du sommet M de la montée, on trace les droites Me et Mf respectivement parallèles aux cordes NE et NF. Ces parallèles rencontrent les précédentes aux points e et f. Enfin, en menant par ces deux derniers points les droites er'' et fr'' parallèlement aux rayons EC et FC, on obtient les centres et les rayons cherchés.

Les centres sont placés en r, r', r'' et les rayons ont pour grandeurs : $rA = rB$,

$r'd = r'g$, $r''e = r''f$. — Tous ces rayons font entre eux des angles de $\frac{180}{5} = 36$ degrés, comme il est facile du reste de s'en rendre compte par la similitude des triangles.

On voit que lorsque l'ouverture et la montée sont connues, et que les rayons consécutifs doivent faire des angles égaux entre eux, les centres et les rayons des arcs qui composent l'anse en résultent, si on se donne le premier rayon.

Voyons comment ce premier rayon est déterminé dans la méthode de M. Michal. — On cherche à fixer la longueur des rayons de manière à ce que les anses de panier construites avec ces rayons approchent le plus possible des ellipses qui auraient même ouverture et même montée. — Pour cela, on adopte pour longueur de chacun de ces rayons le rayon de courbure qui, dans l'ellipse correspondante, partagerait en deux parties égales chacun des arcs de l'anse de panier. — Voici comment M. Michal détermine ces rayons.

La question est ramenée à obtenir une formule au moyen de laquelle on puisse, connaissant l'équation d'une ellipse, déterminer la longueur des rayons de courbure en fonction de l'angle qu'ils font avec le grand axe et des autres éléments de l'ellipse.

Désignant par a la demi-ouverture et par m la montée de l'anse de panier à tracer, l'équation de l'ellipse correspondante rapportée à ses axes principaux comme axes des x et des y est :

$$a^2y^2 + m^2x^2 = a^2m^2$$

Or, le rayon de courbure R d'une courbe quelconque a pour expression

$$R = \frac{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}}{y''}$$

dans laquelle y' et y'' représentent les dérivées premières et secondes de la courbe, au point où elle est roncentrée par le rayon de courbure.

D'autre part, si nous désignons par k la tangente de l'angle que fait un rayon de courbure donné avec l'axe des x, la condition exprimant que k est la tangente d'une ligne normale à la courbe nous donnera :

$$y' = -\frac{1}{k}.$$

Et comme les dérivées y' et y'' doivent être tirées de la première équation, nous aurons les deux relations :

$$y' = -\frac{m^2x}{a^2y}$$

pour la première dérivée, et

$$y'' = \frac{m^2x}{a^2y^2}y' - \frac{m^2}{a^2y^2}$$

pour la deuxième.

Enfin, en éliminant x, y, y' et y'' entre ces cinq équations, il vient :

$$R = \left(\frac{1 + k^2}{a^2 + m^2k^2}\right)^{\frac{3}{2}} a^2m^2$$

pour l'expression du rayon de courbure d'une ellipse ayant une ouverture égale à $2a$ et une montée égale à m, ce rayon faisant avec l'axe des x un angle dont la tangente serait égale à k.

La formule précédente est d'un calcul très facile par les logarithmes et s'applique à une anse de panier d'un nombre quelconque de centres. M. Michal, pour éviter les calculs aux constructeurs a dressé des tables relatives aux anses à cinq, sept et neuf centres, avec lesquelles il est facile, au moyen de simples opérations arithmétiques, de trouver les rayons nécessaires au tracé d'une anse ayant une ouverture et une montée connues.

M. Michal fait observer que les tableaux supposent qu'on doit adopter des courbes à cinq, à sept ou à neuf centres, selon que le surbaissement $\left(\text{rapport } \frac{m}{2a}\right)$ varie de 0,36 à 0,30 pour les courbes à cinq centres; de 0,33 à 0,25 pour les courbes à sept centres, et de 0,25 à 0,20 pour les courbes à neuf centres. Mais ces limites n'ont rien d'absolu et peuvent être modifiées selon les circonstances.

Nous donnons d'abord le tableau relatif aux anses à cinq centres.

TABLEAU POUR LES COURBES A CINQ CENTRES (*Angles égaux*).

SURBAISSEMENT $\frac{m}{2a}$	RAPPORT DU PREMIER RAYON r à la demi-ouverture a $\frac{r}{a}$	OBSERVATIONS
0.36	0.556	Les rayons sont supposés faire entre eux des angles égaux ; cet angle est ici de $\frac{180°}{5} = 36°$.
0.35	0.530	
0.34	0.504	
0.33	0.477	
0.32	0.450	
0.31	0.423	
0.30	0.396	

Pour se servir de cette table on calculera d'abord le surbaissement, en divisant la montée par l'ouverture :

$$\frac{m}{2a}.$$

Le quotient sera égal à l'un des nombres de la première colonne. Le nombre correspondant de la deuxième colonne, multiplié par la demi-ouverture a donnera la valeur du premier rayon dont on doit faire usage. C'est le rayon qui a été porté en Ar et Br (*fig.* 269).

Si, par exemple, l'ouverture AB est égale à $2a = 20$ mètres, et la montée CM à $m = 7$ mètres, le surbaissement aura pour valeur :

$$\frac{m}{2a} = \frac{7{,}00}{20{,}00} = 0{,}35$$

En regard du chiffre 0,35 de la première colonne du tableau, nous trouvons $\frac{r}{a} = 0{,}530$. Par conséquent, le premier rayon à porter sur l'épure sera :

$r = a \times 0{,}530 = 10{,}00 \times 0{,}530 = 5^m30$.

381. *Anses à cinq centres, les rayons comprenant entre eux des arcs égaux.* — M. Michal a cherché en outre, par le tâtonnement, les éléments du tableau ci-dessous pour tracer des anses de panier à cinq centres dans l'hypothèse particulière d'*arcs successifs presqu'égaux*.

TABLEAU POUR LES COURBES A CINQ CENTRES (*Arcs égaux*).

SURBAISSEMENT $\frac{m}{2a}$	ANGLE DU PREMIER RAYON AVEC LA LIGNE HORIZONTALE DES NAISSANCES α	ANGLE DU DEUXIÈME RAYON AVEC LE PREMIER α'	ANGLE DU DERNIER RAYON AVEC LA VERTICALE $\frac{\alpha''}{2}$	RAPPORT DU PREMIER RAYON AVEC LA DEMI-OUVERTURE $\frac{r}{a}$	OBSERVATIONS.
	Degrés minutes	Degrés minutes	Degrés		
0.36	49 0	32 0	9	0.600	On s'est proposé, dans ces tableaux supplémentaires, d'arriver à rendre, autant égaux que possible, tous les arcs successifs de la courbe à anse de panier.
0.35	50 20	30 40	9	0.578	
0.34	51 40	29 20	9	0.557	
0.33	53 0	28 0	9	0.535	
0.32	54 20	26 40	9	0.513	
0.31	55 40	25 20	9	0.492	
0.30	57 0	24 0	9	0.470	

L'application de ce tableau se fait comme il a été expliqué pour le tableau précédent.

Ainsi, par exemple, pour une voûte ayant une ouverture égale à 20 mètres et une montée égale à 7 mètres, on aura d'abord comme surbaissement :

$$\frac{m}{2a} = \frac{7{,}00}{20{,}00} = 0{,}35.$$

En regard de ce chiffre dans la première colonne du tableau ci-dessus, nous trouvons dans la cinquième colonne un rapport $\frac{r}{a} = 0{,}578$. Par conséquent le premier rayon r aura pour valeur :

$$r = 10{,}00 \times 0\ 578 = 5^m{,}78.$$

De plus, les deuxième, troisième et quatrième colonnes fournissent les angles que les rayons font entre eux :

$\alpha = 50°20'$; $\alpha' = 30°40'$; $\frac{\alpha''}{2} = \frac{18°}{2} = 9°$.

Avec ces données on pourra facilement

effectuer le tracé de l'anse en opérant de la manière suivante.

Autour du centre C (*fig.* 270) de la courbe, on conduira des rayons CD, CE, faisant les angles inscrits dans le tableau, Le rayon CD fera un angle de 50° 20′ avec l'horizontale AC ; le rayon CE, un angle de 30° 40′ avec le rayon CD, et un angle de 9 degrés avec la verticale ; ces trois angles ayant une somme égale à 90 degrés.

En A*r* on portera la valeur trouvée pour le premier rayon, soit une longueur de 5^{m},78. Du point *r* on mènera *rd* parallèle à CD, jusqu'à sa rencontre avec la corde AD. Puis des points *d* et M, on tracera les deux droites *de* et Me respectivement parallèles aux cordes DE et NE. Ces deux droites se coupent en un point *e* par lequel on mène *er′r″* parallèle au rayon CE. Les points *r*, *r′*, *r″* sont les centres et *d*, *e*, les points de tangence.

On voit que la construction ne diffère

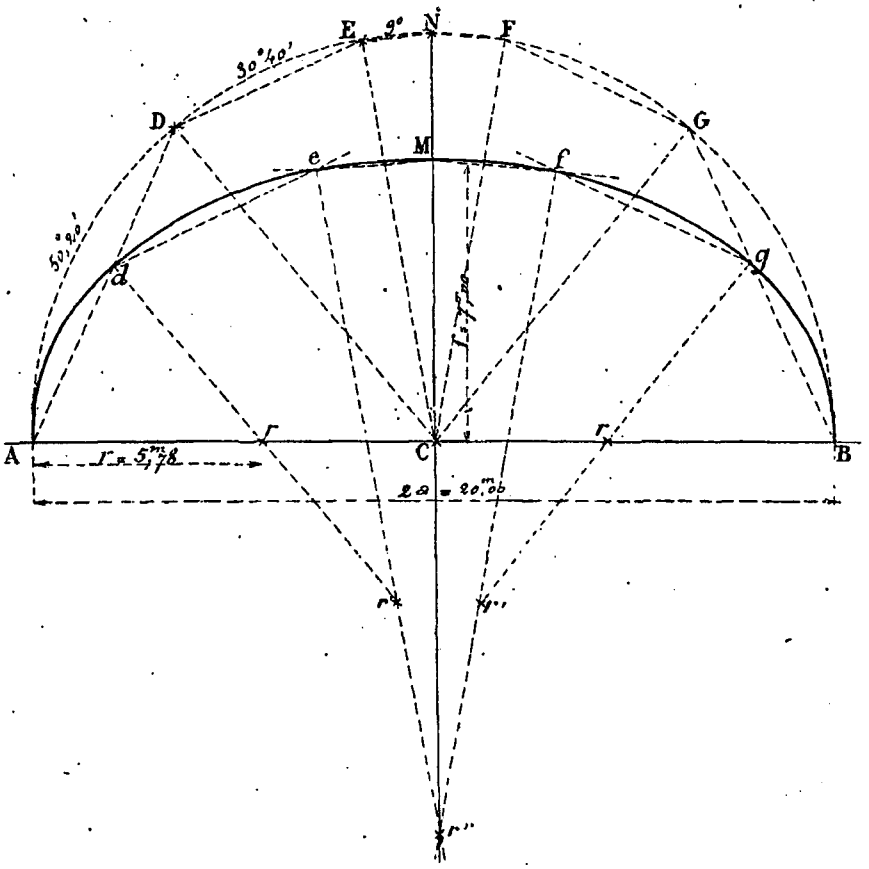


Fig. 270.

pas de celle indiquée pour le cas où les angles au centre sont égaux (n° 380) (*fig.* 269), dès que les rayons CD, CE ont été tracés avec les angles du tableau, et que la longueur du premier rayon, calculée avec le chiffre de la cinquième colonne, a été portée en A*r*.

382. *Anses à sept centres, les rayons comprenant entre eux des angles égaux.* — Les rayons faisant entre eux des *angles égaux*, il en résulte que cet angle a, pour l'anse à sept centres, une valeur égale à $\frac{180°}{7} = 25°43'$.

Le tracé permettra de déterminer les deux derniers rayons, quand on connaîtra les deux premiers. Ces deux premiers rayons ont été calculés par M. Michal, dans l'hypothèse qu'ils aient mêmes valeurs que les rayons de cour-

bure correspondants d'une ellipse ayant même ouverture et même montée que l'anse de panier. Ces rayons, calculés pour des surbaissements variant de 0,33 à 0,25 sont consignés dans le tableau ci-dessous.

TABLEAU POUR LES COURBES A SEPT CENTRES

(*Angles égaux*).

SURBAISSEMENT $\frac{m}{2a}$	RAPPORT du premier rayon à la demi-ouverture $\frac{r}{a}$	RAPPORT du deuxième rayon à la demi-ouverture $\frac{r'}{a}$	OBSERVATIONS
0.33	0.455	0.630	Les rayons font entre eux des angles égaux. Cet angle est ici $\frac{180}{7} = 25°43'$
0.32	0.431	0.604	
0.31	0.406	0.578	
0.30	0.383	0.551	
0.29	0.359	0.525	
0.28	0.336	0.498	
0.27	0.312	0.472	
0.26	0.289	0.445	
0 25	0.265	0.419	

A l'aide des chiffres de ce tableau, on tracera facilement l'anse de panier à sept centres comme on l'a fait pour l'anse à cinq centres.

Ainsi, soit à tracer une anse de panier à sept centres ayant une ouverture $2a = 20$ mètres et une montée $m = 6^m,40$. On calculera d'abord le surbaissement.

$$\frac{m}{2a} = \frac{6,40}{20} = 0,32.$$

En regard du surbaissement 0,32, le tableau donne :

$$\frac{r}{a} = 0,431,$$

et

$$\frac{r'}{a} = 0,604.$$

Par conséquent :

$$r = 0,431 \times 10,00 = 4^m,31$$

et $r' = 0,604 \times 10,00 = 6^m,04$

Avec ces données on effectue le tracé

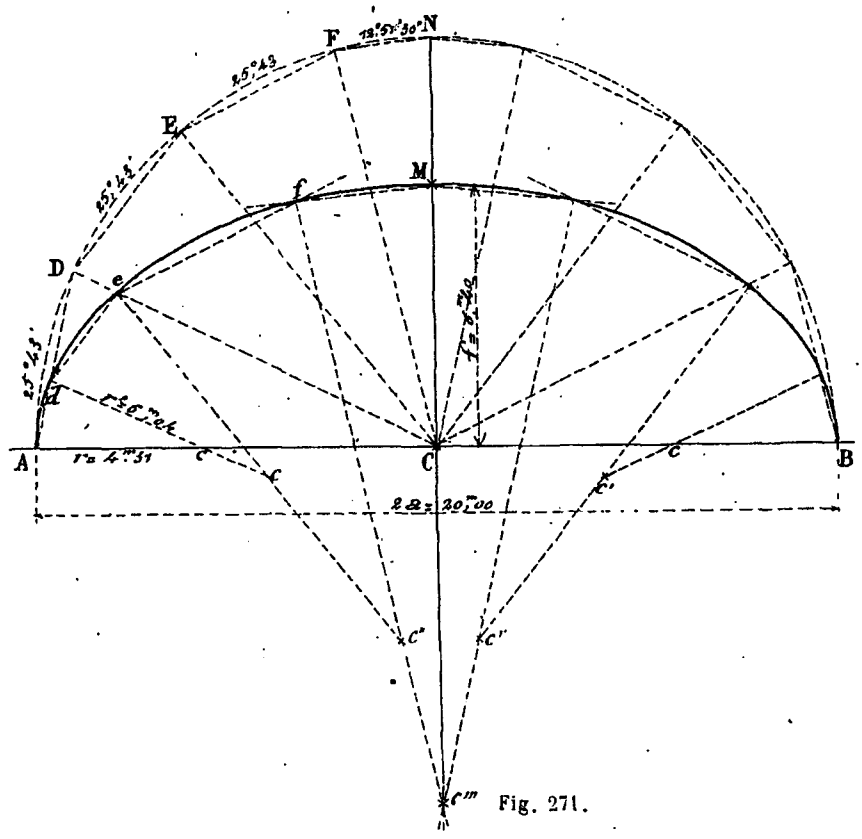


Fig. 271.

ainsi qu'il suit : On trace, sur l'ouverture AB (*fig.* 271) une demi circonférence qu'on divise en sept parties égales AD, DE, EF,... On conduit les rayons CD, CE,

CF,... et les cordes AD, DE, EF, FN,... Sur l'ouverture, on porte en Ac et Bc la valeur trouvée pour le premier rayon, $r = 4^m,31$. On a ainsi le premier centre c, par lequel on trace une droite cd, parallèle au rayon CD, qui va rencontrer la corde AD au point d; ce point est le point de tangence des deux premiers arcs. Sur la droite dc prolongée, on porte en dc' une longueur égale au deuxième rayon, $r' = 6^m,04$. Le point c' ainsi obtenu est le deuxième centre, par lequel on mène $c'e$, parallèle au rayon suivant CE, jusqu'à sa rencontre e avec la droite de parallèle à la corde DE. Ou bien, on porte simplement en $c'e$ la longueur $c'd$. On a ainsi le point de tangence e du deuxième et du troisième arc. La construction se continue alors comme pour l'anse de panier à cinq centres, en traçant ef et Mf respectivement parallèles aux cordes EF et NF. En conduisant la droite fc''' parallèlement au rayon CF, on détermine les deux centres c'' et c'''. On a ainsi les centres, les rayons, et les points de tangence de tous les arcs dont l'ensemble forme l'anse de panier qu'il s'agissait de tracer.

383. *Anses à sept centres, les rayons comprenant entre eux des arcs égaux.* — Quand on veut tracer une anse de panier à sept centres avec des *arcs presque égaux* compris entre les rayons consécutifs, les données du problème sont fournies par le tableau ci-dessous, qui permet de calculer les deux premiers rayons r et r' et qui donne les angles que les rayons font entre eux, pour des surbaissements variant de 0,33 à 0,25.

TABLEAU POUR LES COURBES A SEPT CENTRES (*Arcs égaux*).

SURBAISSEMENT $\frac{m}{2a}$	ANGLE du premier rayon avec la ligne horizontale des naissances α		ANGLE du deuxième rayon avec le premier α'		ANGLE du troisième rayon avec le deuxième α''		ANGLE du dernier rayon avec la verticale $\frac{\alpha'''}{2}$	RAPPORT du premier rayon avec la demi-ouverture $\frac{r}{a}$	RAPPORT du deuxième rayon avec la demi-ouverture $\frac{r'}{a}$	OBSERVATIONS
	degrés	minutes	degrés	minutes	degrés	minutes	Degrés			
0.33	43	0	23	0	18	0	6	0.500	0.900	Même observation qu'au tableau du numéro 381.
0.32	43	37	22	52	17	30	6	0.480	0.887	
0.31	44	15	22	45	17	0	6	0.460	0.875	
0.30	44	58	22	37	16	30	6	0.440	0.862	
0.29	45	30	22	30	16	0	6	0.420	0.850	
0.28	46	7	22	22	15	30	6	0.400	0.837	
0.27	46	45	22	15	15	0	6	0.380	0.825	
0.26	47	23	22	7	14	30	6	0.360	0.812	
0.25	48	0	22	0	14	0	6	0.340	0.800	

Le tracé de l'anse de panier à sept centres, avec des arcs égaux, se ferait de la même manière que celui indiqué au numéro 381 (*fig.* 270) pour l'anse à cinq centres. Ayant décrit une demi-circonférence sur l'ouverture de la courbe comme diamètre, on conduirait, par le centre, des rayons faisant entre eux les angles fournis par le tableau ci-dessus en regard du surbaissement de la courbe préalablement calculé. On tracerait les cordes correspondantes. Puis on porterait le premier rayon, donné par la sixième colonne, à partir de l'extrémité de l'ouverture. On aurait le premier centre c par lequel on conduirait une parallèle au premier rayon de la demi-circonférence jusqu'à sa rencontre avec la première corde. De ce point de rencontre, on porterait sur le rayon dc prolongé, une longueur égale au deuxième rayon fourni par la septième colonne. On obtiendrait ainsi le deuxième centre, par lequel on mènerait une parallèle au deuxième rayon de la demi-circonférence jusqu'à sa rencontre avec la deuxième corde. Enfin, les autres centres se détermineraient comme dans tous les tracés de la méthode de M. Michal.

384. *Anses à neuf centres les rayons comprenant entre eux des angles égaux.* — Le tableau suivant, applicable aux anses de panier à neuf centres, dont les rayons comprennent entre eux des angles égaux, a été calculé pour des surbaissements variant de 0,25 à 0,20. Il permet de déterminer les trois premiers rayons et, par conséquent, de construire l'anse puisque le tracé donne les deux autres rayons.

TABLEAU POUR LES COURBES A NEUF CENTRES (*Angles égaux*).

SURBAISSEMENT $\frac{m}{2a}$	RAPPORT du premier rayon à la demi-ouverture $\frac{r}{a}$	RAPPORT du deuxième rayon à la demi-ouverture $\frac{r'}{a}$	RAPPORT du troisième rayon à la demi-ouverture $\frac{r''}{a}$	OBSERVATIONS
0.25	0.259	0.341	0.597	Les rayons font entre eux des angles égaux. Cet angle est ici égal à $\frac{180}{9} = 20°$.
0.24	0.240	0.318	0.556	
0.23	0.222	0.296	0.535	
0.22	0.203	0.276	0.504	
0.21	0.185	0.251	0.474	
0.20	0 166	0.228	0.443	

La figure 272 montre comment les données du tableau ci-dessus ont permis de tracer une anse à neuf centres, ayant une ouverture $2a = 20^m,00$ et une flèche $m = 5^m,00$.

Le surbaissement a pour valeur :

$$\frac{m}{2a} = \frac{5,00}{20,00} = 0,25.$$

Par suite, d'après le tableau, on devra attribuer aux rayons les valeurs suivantes :

$$r = 10,00 \times 0,259 = 2^m,59$$
$$r' = 10,00 \times 0,341 = 3^m,41$$
$$r'' = 10,00 \times 0,597 = 5^m,97.$$

Porter $r = 2^m,59$ en Ar_1 (*fig.* 272), mener $r_1 b$ parallèle à RB et tracer l'arc A*b*. Porter $r' = 3^m,41$ en br_3, mener $r_3 c$ parallèle à RC et tracer l'arc *bc*. Porter $r'' = 5^m,97$ en cr_5, mener $r_5 d$ parallèle à RD et tracer l'arc *cd*. Enfin, conduire les deux droites *de* et *he* respectivement parallèles aux cordes DE et HE. De leur point de rencontre *e* mener une parallèle $er_7\ r_9$ au rayon RE. Tracer les arcs *de* et *ehe'* des centres r_7 et r_9 ; et comme tout est symétrique par rapport à l'axe vertical RH, l'anse à neuf centres sera complètement tracée.

385. *Anses à neuf centres, les rayons comprenant entre eux des arcs égaux.* — Le tableau ci-dessous, établi pour les anses de panier à neuf centres avec *arcs presqu'égaux*, permet de calculer les trois premiers rayons, et donne en outre les angles que les rayons doivent faire entre eux pour que les arcs correspondants soient à peu près égaux.

TABLEAU POUR LES COURBES A NEUF CENTRES (*Arcs égaux*).

SURBAISSEMENT $\frac{m}{2a}$	ANGLE du premier rayon avec la ligne horizontale des naissances α		ANGLE du deuxième rayon avec le premier α'		ANGLE du troisième rayon avec le deuxième α''		ANGLE du quatrième rayon avec le troisième α'''		ANGLE du quatrième rayon avec la verticale $\frac{\alpha'''}{2}$	RAPPORT du premier rayon avec la demi-ouverture $\frac{r}{a}$	RAPPORT du deuxième rayon avec la demi-ouverture $\frac{r'}{a}$	RAPPORT du troisième rayon avec la demi-ouverture $\frac{r''}{a}$
	degrés	minutes	degrés	minutes	degrés	minutes	degrés	minutes	degrés			
0.25	48	0	20	0	10	0	9	0	3	0.320	0.800	1.450
0.24	49	12	19	24	9	48	8	36	3	0.304	0.800	1.490
0.23	50	24	18	48	9	36	8	12	3	0.288	0.800	1.530
0.22	51	36	18	12	9	24	7	48	3	0.272	0.800	1.570
0.21	52	48	17	36	9	12	7	24	3	0.256	0.800	1.610
0.20	54	0	17	0	9	0	7	0	3	0.240	0.800	1.650

Nous allons appliquer les données du tableau précédent au tracé d'une anse de panier à neuf centres, ayant une ouverture $2a = 20$ mètres et une montée

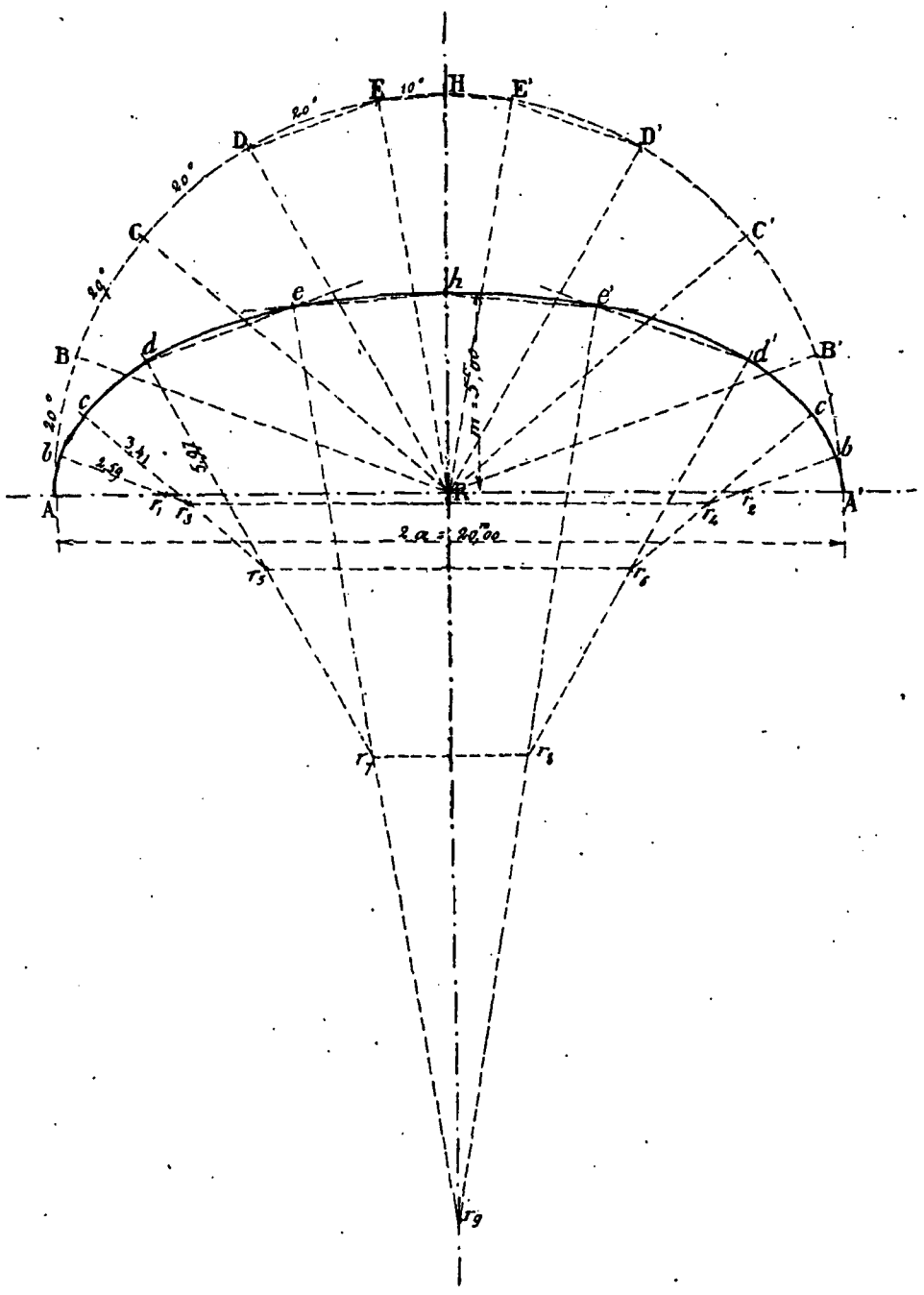


Fig. 272.

$m = 5$ mètres. Le surbaissement sera :

$$\frac{m}{2a} = \frac{5{,}00}{20{,}00} = 0{,}25$$

C'est donc la première ligne du tableau qui fournira les éléments du tracé :

$$\alpha = 48°0',$$

$$\alpha' = 20^{0}0',$$
$$\alpha'' = 10^{0}0',$$
$$\alpha''' = 9^{0}0',$$
$$\frac{\alpha''''}{3} = 3^{0}0',$$
$$r = 10{,}00 \times 0{,}320 = 3^{m},20,$$
$$r' = 10{,}00 \times 0{,}800 = 8^{m},00,$$
$$r'' = 10{,}00 \times 1{,}450 = 14^{m},50.$$

Tracer une demi-circonférence sur l'ouverture AA′ (*fig.* 273) comme diamètre, conduire les rayons RB, RC, RD, RE faisant avec l'horizontale RA et entre eux les angles α, α', α'', α'''. Porter $r = 3^{m},20$ en Ar_1 et par le centre r_1 mener la droite br_1r_3 parallèle au premier rayon RB. Décrire l'arc Ab. Porter $r' = 8$ mètres en br_3

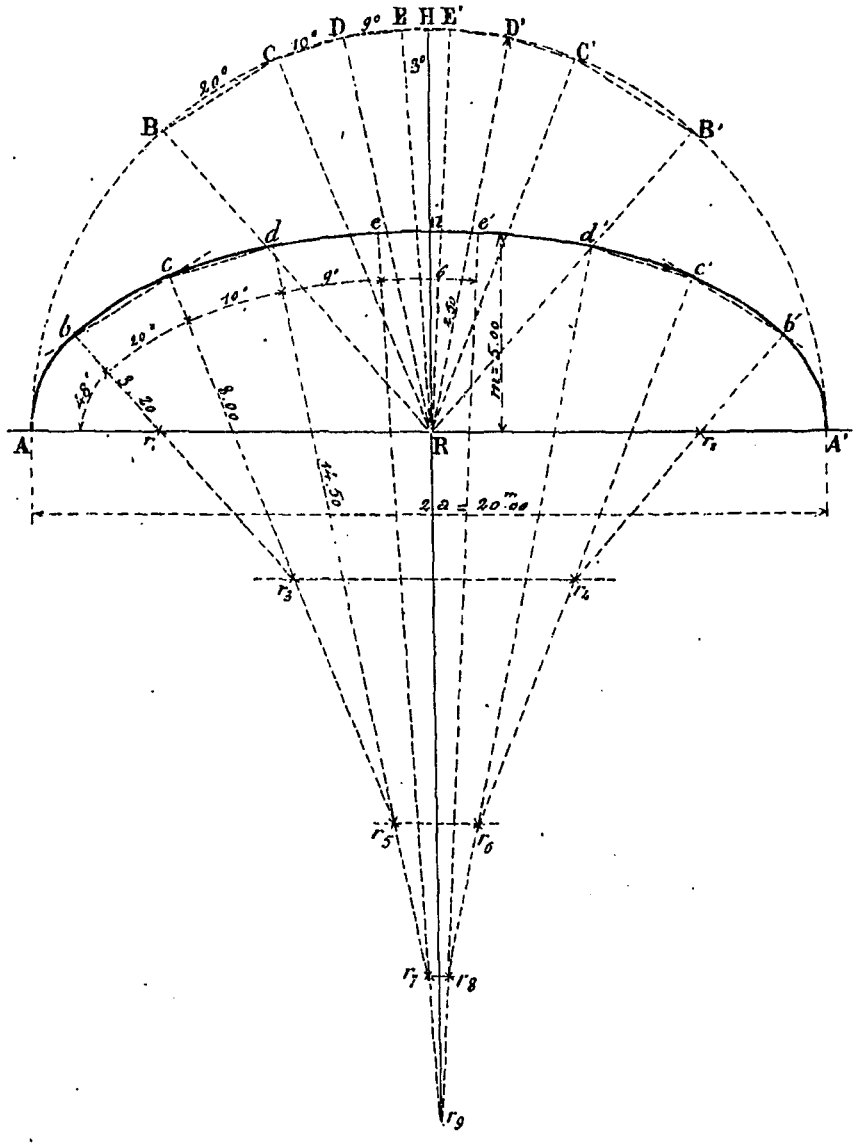


Fig. 273.

et du centre r_3 conduire la droite cr_3r_5 parallèle au deuxième rayon RC. Décrire l'arc bc avec r_3b comme rayon. Porter $r'' = 14^{m},50$ en cr_5 et du centre r_5 tracer la droite dr_5r_7 parallèle au troisième rayon RD. Du point r_5 comme centre dé-

crire l'arc *cd* avec r_5c comme rayon. Enfin, des points *d* et *h* mener parallèlement aux cordes DE et HE, les droites *de* et *he* qui se rencontrent au point *e*. De ce point tracer la droite er_7r_9 parallèle au rayon RH. Les points r_7 et r_9 ainsi déterminés sont les deux autres centres cherchés, et on peut facilement compléter la construction de l'anse.

386. *Première remarque sur la méthode de M. Michal.* — Sur l'épure, la mesure des angles fournis par les tableaux, lorsqu'on veut tracer les anses avec des arcs presque égaux, est très difficile à faire avec une précision suffisante, tandis que la division de la circonférence en un nombre quelconque de parties égales est une opération facile qu'on peut faire avec toute l'exactitude désirable. C'est donc surtout dans le cas des anses avec angles égaux compris entre les rayons que la méthode de M. Michal est pratique.

Pour appliquer la méthode au tracé des

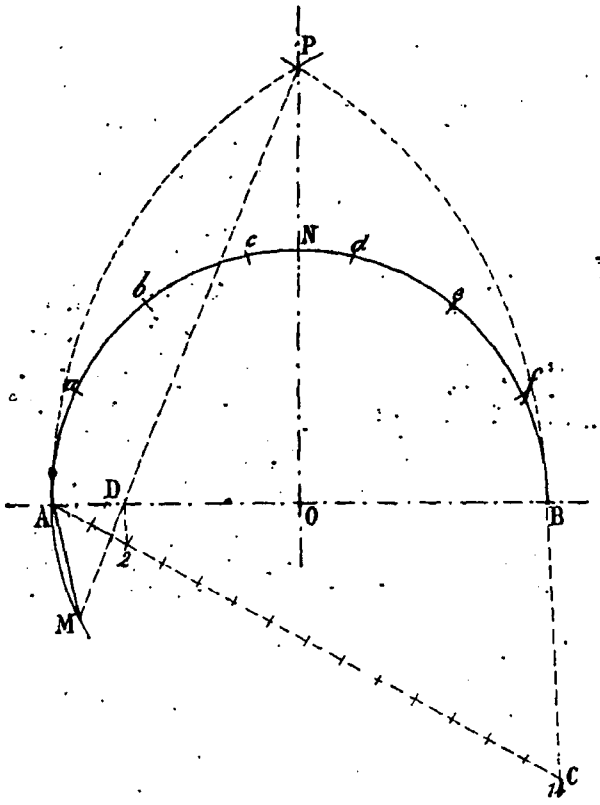


Fig. 274.

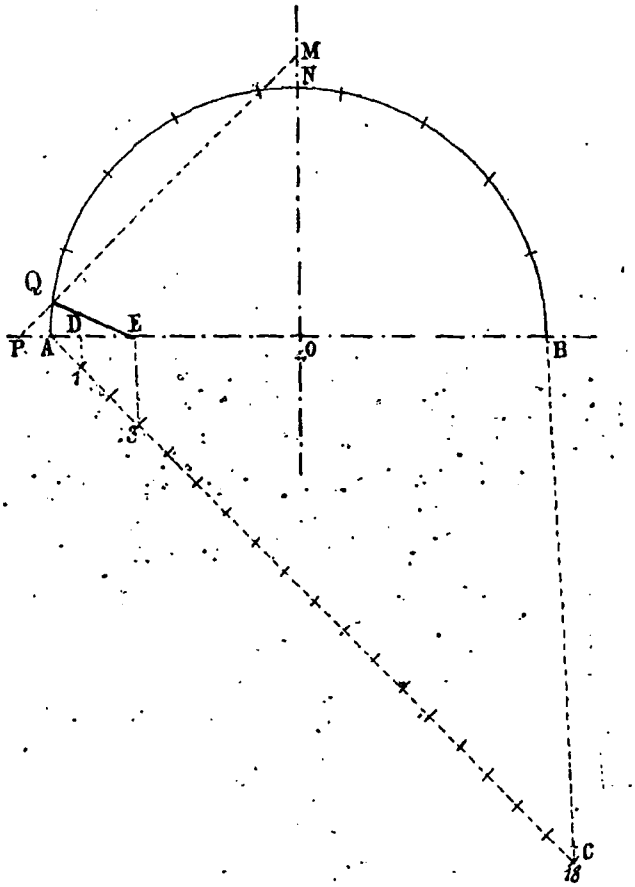


Fig. 275.

anses de panier, *les rayons comprenant entre eux des angles égaux*, il faut d'abord diviser la demi-circonférence décrite sur l'ouverture comme diamètre, en autant de parties égales qu'on veut avoir de centres pour l'anse.

Voici deux constructions qu'on pourra employer indifféremment et qui permettront de faire rapidement cette division sans tâtonner.

Veut-on diviser la demi-circonférence en *sept parties égales*, par exemple, pour le tracé d'une anse à sept centres? On divisera d'abord l'ouverture AB (*fig.* 274) en autant de parties égales qu'il y en aurait dans la circonférence entière, soit 14,

oit en tâtonnant avec une ouverture de compas, soit géométriquement avec une division proportionnelle. Dans ce dernier cas, on conduirait, de l'une des extrémités du diamètre AB, la droite inclinée *quelconque* AC sur laquelle on porterait, avec une ouverture de compas *arbitraire*, quatorze longueurs égales. Après avoir marqué exactement la *deuxième division* 2, on tracerait CB et par le point 2 on lui mènerait la parallèle 2D. Le point D serait ainsi la deuxième des 14 divisions du diamètre AB. Nous ne faisons la construction que pour le point 2 seulement (*quel que soit le nombre de divisions à obtenir*) parce que ce point est seul utile.

Ensuite, des extrémités A et B de l'ouverture, décrire, avec une longueur égale à AB, deux arcs de cercle qui se rencontrent au point P Joindre PD et prolonger jusqu'au point M de rencontre avec la circonférence. La corde AM divise la demi-circonférence en sept parties égales. Il suffit alors de la porter sept fois sur ANB, en A*a*, *ab*, *bc*, *cd*, *de*, *ef*, et *f*B.

On peut encore, pour diviser la circonférence en un nombre quelconque de parties égales, employer le moyen suivant.

Soit à diviser la demi-circonférence en *neuf parties égales*, pour le tracé d'une anse à neuf centres. On divisera d'abord, comme précédemment, le diamètre AB (*fig.* 275) en autant de parties égales qu'il y en aurait dans la circonférence entière, soit 18. — On marquera, sur le diamètre AB, seulement les points 1 et 3 reportés en D et E parallèlement à CB. Puis, on portera en NM et AP, aux extrémités des deux diamètres perpendiculaires, les longueurs NM et AP égales à une division AD du diamètre. On joindra MP et, par le point de rencontre Q de cette droite avec la circonférence, on conduira QE qui sera la longueur à porter neuf fois sur la demi-circonférence ANB.

Quel que soit le nombre de divisions égales à obtenir, c'est toujours sur les points 1 et 3 qu'on doit opérer.

387. *Deuxième remarque sur la méthode de M. Michal.* — Dans les tracés que nous avons faits, d'après cette méthode, les deux derniers rayons sont déterminés par des intersections de lignes. Or, on voit que ces lignes se rencontrent sous des angles très obtus ou très aigus, surtout pour les anses à sept et à neuf centres. — Ainsi les droites *de* et *he* (*fig.* 272 et 273) se coupent suivant un angle obtus très ouvert, ce qui enlève toute précision à la position de leur point de rencontre *e*. Il en est de même des rencontres du rayon er_7r_9 avec le rayon précédent et avec la verticale Ces droites se coupant sous un angle très aigu, les points d'intersection sont forcément peu précis. En outre, la droite *he* doit être menée parallèlement à une corde HE dont la longueur est fort petite, de sorte que la direction de *he* n'étant pas parfaitement déterminée peut donner lieu aussi à une certaine indécision dans la position du point *e*.

D'ailleurs, l'auteur de la méthode écrit lui-même : « On pourrait n'arriver que d'une manière approchée au tracé de la courbe, si on se contentait de déterminer les derniers rayons par des intersections de lignes, qui sont loin de se rencontrer à angle droit; mais il est facile de voir qu'au moyen de toutes les autres données on peut calculer, soit par la trigonométrie, soit par des procédés de géométrie analytique, ces derniers rayons, et par conséquent tracer de la manière la plus exacte une anse de panier quelconque. »

M. Michal donne, pour faire ces calculs, les formules ci-dessous, s'appliquant aux anses dont les rayons font entre eux des *angles égaux*.

$$R_1 = \frac{m_1(\operatorname{tang}\varphi_2 + \operatorname{tang}\varphi_1) - a_1 \operatorname{tang}\varphi\,(\operatorname{tang}\varphi_2 - \operatorname{tang}\varphi_1)}{\cos\varphi_3\,(\operatorname{tang}\varphi_1 - \operatorname{tang}\varphi)\,(\operatorname{tang}\varphi_3 - \operatorname{tang}\varphi_2)},$$

$$R_2 = \frac{m_1 + a_1 \operatorname{tang}\varphi_1}{\cos\varphi_3\,(\operatorname{tang}\varphi_1 - \operatorname{tang}\varphi)}.$$

Dans ces formules, les lettres ont les significations suivantes :

R_1, longueur de l'avant-dernier rayon;

R_2, longueur du dernier rayon;

φ et φ_1, angles que la corde du sommet et celle qui la précède font avec l'horizontale ;

φ_2 et φ_3, angles que l'avant-dernier et

le dernier rayons font avec l'horizontale;

a_1, distance de l'avant-dernier point à l'axe vertical de la courbe;

m_1, distance du sommet de la courbe à l'horizontale qui passe par l'avant-dernier point.

VII. Tracé des anses de panier par la méthode de M. Lerouge.

388. Dans la méthode de M. Michal que nous venons d'examiner, on voit que les rayons des arcs qui constituent les anses de panier sont très différents l'un de l'autre. Or, la combinaison la plus convenable serait évidemment celle qui conduirait à des courbes dont les longueurs des rayons varieraient le moins possible, car alors la courbure de l'anse variant graduellement, cette courbe s'écarterait peu de l'ellipse dont la courbure varie d'une façon continue depuis l'extrémité du grand axe jusqu'à celle du petit.

La progression arithmétique pour les longueurs successives des rayons remplirait le but, mais elle laisse dans l'indétermination l'ouverture des angles correspondants.

En supposant les angles égaux entre eux, les développements des arcs seraient comme les rayons, en progression arithmétique. C'est sur ces données que M. Lerouge, ingénieur en chef des ponts et chaussées base sa méthode: *progression arithmétique des rayons, angles égaux compris entre les rayons.*

Les formules générales établies dans cette hypothèse permettent de déterminer immédiatement les rayons, les développements des voûtes et les surfaces de leurs débouchés, à cause des éléments dont elles se composent. Nous ne donnerons pour le moment que celles relatives aux rayons, qui nous sont seuls utiles pour le tracé des courbes. On trouvera les autres un peu plus loin.

389. *Anses à trois centres.* — En désignant par a la demi-ouverture de l'anse de panier, par m sa montée, par s le surbaissement égal au rapport $\frac{m}{2a}$, par r_1, le plus petit rayon, par r_2 le grand rayon de l'arc au sommet et par δ la raison arithmétique de la progression que suivent les rayons successifs, M. Lerouge arrive aux relations suivantes pour les anses de panier à trois centres :

$$\delta = 2a\ (1{,}366025 - s \times 2{,}732051)$$
$$r_1 = 2a\ (s \times 1{,}366025 - 0{,}183013)$$
$$r_2 = 2a\ (1{,}183013 - s \times 1{,}366025)$$

Considérant que les courbes tracées dans ces conditions offriraient un coup d'œil désagréable si la différence entre les rayons successifs devenait plus grande que le plus petit, M. Lerouge détermine le cas où il convient de cesser de les employer. S'imposant alors comme limite de la différence δ entre deux rayons consécutifs : $\delta = r_1$

il en tire la valeur minimum du surbaissement s.

Ainsi on devra cesser de faire usage des anses de panier à trois centres lorsque le surbaissement sera inférieur à :

$$s = \frac{m}{2a} = 0{,}378.$$

Dans ce cas il faudrait employer un plus grand nombre de centres.

Le tableau suivant, applicable aux anses de panier à trois centres, contient, pour des surbaissements variables depuis le minimum 0,38 jusqu'à 0,50 :

1° Le rapport de la raison arithmétique δ ou différence entre deux rayons consécutifs, à l'ouverture $2a$;

2° Le rapport des rayons successifs à l'ouverture.

TABLEAU POUR LES ANSES A TROIS CENTRES

SURBAISSEMENT $s = \frac{m}{2a}$	DIFFÉRENCE entre les rayons successifs, l'ouverture étant prise pour unité $\frac{\delta}{2a}$	RAPPORT des rayons successifs à l'ouverture pour les	
		premier rayon $\frac{r_1}{2a}$	deuxième rayon $\frac{r_2}{2a}$
0.38	0.327486	0.336077	0.663923
0.39	0.300526	0.349737	0.650263
0.40	0.273205	0.363397	0.636603
0.41	0.245885	0.377058	0.622942
0.42	0.218564	0.390718	0.609282
0.43	0.191244	0.404378	0.595622
0.44	0.163923	0.418038	0.581962
0.45	0.136603	0.431699	0.568301
0.46	0.109282	0.445359	0.554641
0.47	0.081962	0.459019	0.540981
0.48	0.054641	0.472679	0.527321
0.49	0.027321	0.486340	0.513660
0.50	0.000000	0.500000	0.500000

M. Lerouge compare ensuite l'anse de panier, décrite par sa méthode, à une

ellipse ayant même ouverture et même montée, pour voir en quoi ces courbes diffèrent entre elles.

Il établit que le rayon ρ du cercle osculateur en un point de l'ellipse dont les coordonnées sont x et y, a pour expression :

$$\rho = \mp \frac{(a^2 - x^2 + 4s^2x^2)^{\frac{3}{2}}}{2sa^2}$$

Si on fait x égal à zéro, ce qui correspond au sommet de la courbe, on a, pour le plus grand rayon de l'anse :

$$\rho_1 = 2a \times \frac{1}{4s}$$

et, en faisant au contraire x égal à la demi-ouverture, on trouve pour expression du plus petit rayon ρ' aux naissances :

$$\rho' = 2a \times 2s^2.$$

En comparant cette dernière formule à la relation précédemment écrite, qui donne la valeur du premier rayon r_1 de l'anse, on voit que, dans les courbes à trois centres, le plus petit rayon sera toujours plus grand que le moindre rayon de courbure de l'ellipse correspondante, car c'est seulement quand $s = 0{,}183$ qu'il y a égalité entre eux.

Le plus grand rayon de courbure de l'ellipse ne sera pas toujours plus grand que le plus grand rayon à la clef de l'anse correspondante.

Par conséquent, l'anse à trois centres décrite par la méthode de M. Lerouge se trouvera dans de meilleures conditions que l'ellipse au double point de vue du débouché immédiatement au-dessus des naissances et de la stabilité de la voûte.

Dans les anses à trois centres les angles que les rayons font entre eux sont égaux à $\frac{180}{3} = 60$ degrés.

Le tracé d'une anse de panier à trois centres est extrêmement facile avec les données fournies par le tableau ci-dessus. Nous expliquerons les constructions à faire pour une anse de panier à sept centres (n° 392). Quel que soit le nombre des centres de l'anse, le tracé se fait de la même manière.

390. *Anses à cinq centres.* — Pour les anses de panier à cinq centres, la raison arithmétique δ et les trois rayons r_1, r_2, r_3 sont donnés par les relations suivantes :

$$\delta = 2a\,(0{,}761\,179 - s \times 1{,}522\,358)$$
$$r_1 = 2a\,(s \times 1{,}702\,048 - 0{,}351\,024)$$
$$r_2 = 2a\,(s \times 0{,}179\,690 + 0{,}410\,153)$$
$$r_3 = 2a\,(1{,}171\,334 - s \times 1{,}342\,668)$$

En s'imposant la condition que la valeur limite de la différence δ entre deux rayons consécutifs, ne soit pas supérieure à r_1, on en déduit pour valeur limite inférieure du surbaissement :

$$s = 0{,}345$$

Par conséquent, lorsque le surbaissement $s = \frac{m}{2a}$ sera inférieur à 0,345, on devra cesser de faire usage des anses à cinq centres. Il sera nécessaire dans ce cas d'augmenter le nombre des centres.

TABLEAU POUR LES ANSES A CINQ CENTRES

SURBAISSEMENT $S = \frac{m}{2a}$	DIFFÉRENCE ENTRE LES RAYONS SUCCESSIFS l'ouverture étant prise pour unité $\frac{\delta}{2a}$	RAPPORT DES RAYONS SUCCESSIFS à l'ouverture pour les		
		PREMIER RAYON $\frac{r_1}{2a}$	DEUXIÈME RAYON $\frac{r_2}{2a}$	TROISIÈME RAYON $\frac{r_3}{2a}$
0.35	0.228354	0.244693	0.473047	0.701401
0.36	0.213130	0.261713	0.474843	0.687974
0.37	0.197907	0.278734	0.476640	0.674547
0.38	0 182683	0.295754	0.478437	0.661120
0.39	0.167459	0.312775	0.480234	0.647693
0.40	0.152236	0.329795	0.482031	0.634267
0.41	0.137012	0.346816	0.483828	0.620840
0.42	0.121789	0.363836	0.485625	0.607413
0.43	0.106565	0.380857	0.487422	0.593987
0.44	0.091341	0.397877	0.489219	0.580560
0.45	0.076898	0.414898	0.491016	0.567133
0.46	0.060894	0.431918	0.492812	0.553707
0.47	0.045671	0.448939	0.494609	0.540280
0.48	0.030447	0.465959	0.496406	0.526853
0.49	0.015224	0.482980	0.498203	0.513427
0.50	0.000000	0.500000	0.500000	0.500000

Le tableau ci-contre donne les éléments nécessaires au tracé des anses de panier à cinq centres.

En comparant, comme précédemment, les formules qui donnent les rayons de l'anse de panier aux naissances et au sommet, à celles qui représentent les rayons de courbure de l'ellipse correspondante aux mêmes points, on remarque que le premier rayon de l'anse à cinq centres sera presque toujours supérieur au plus petit rayon de courbure de l'ellipse, car l'égalité de ces rayons se produit lorsque le surbaissement a pour valeur : $s = 0{,}351$

Le tracé de l'anse de panier à cinq centres avec les chiffres fournis par le tableau précédent, se fait très simplement en opérant comme nous allons l'indiquer pour les anses à sept centres (n° 392).

Les angles que les rayons successifs font entre eux sont égaux à $\frac{180}{5} = 36$ degrés.

391. *Anses à sept centres.* — Les formules qui donnent la raison arithmétique δ, pour les anses de panier à sept centres et les quatre premiers rayons r_1, r_2, r_3, r_4, sont :

$$\delta = 2a\,(0{,}533\,264 - s \times 1{,}066\,527)$$
$$r_1 = 2a\,(s \times 1{,}863\,203 - 0{,}431\,601)$$
$$r_2 = 2a\,(s \times 0{,}796\,674 + 0{,}101\,663)$$
$$r_3 = 2a\,(0{,}634\,927 - s \times 0{,}269\,853)$$
$$r_4 = 2a\,(1{,}168\,190 - s \times 1{,}366\,381)$$

Si on s'impose, comme pour les anses à trois et à cinq centres, la condition que la valeur limite de la raison arithmétique δ, ou différence de deux rayons consécutifs, soit inférieure au plus petit rayon r_1 de l'anse, on en déduit, pour limite inférieure du surbaissement des anses de panier à sept centres : $s = 0{,}329$.

Il faudra donc, quand le surbaissement de l'anse devra être inférieur à 0,329, faire usage d'une anse ayant un nombre de centres supérieur à sept.

La comparaison de la formule donnant le rayon r_1 de l'anse aux naissances avec celle qui représente le plus petit rayon de courbure de l'ellipse correspondante, montre que, contrairement à ce qui arrive pour les anses à trois et à cinq centres, le rayon de l'anse sera plus petit que celui de l'ellipse. Ce résultat est en faveur de l'ellipse, en ce qui concerne le débouché immédiatement au-dessus des naissances; il s'accentue de plus en plus à mesure qu'on augmente le nombre des centres de l'anse de panier.

Les éléments nécessaires au tracé des anses à sept centres, sont fournis par le tableau ci-dessous :

TABLEAU POUR LES ANSES A SEPT CENTRES

SURBAISSEMENT $s = \frac{m}{2a}$	DIFFÉRENCE entre les rayons successifs, l'ouverture étant prise pour unité $\frac{\delta}{2a}$	RAPPORT DES RAYONS SUCCESSIFS A L'OUVERTURE POUR LES			
		PREMIER RAYON $\frac{r_1}{2a}$	DEUXIÈME RAYON $\frac{r_2}{2a}$	TROISIÈME RAYON $\frac{r_3}{2a}$	QUATRIÈME RAYON $\frac{r_4}{2a}$
0.33	0.181310	0.183256	0.364565	0.545875	0.727185
0.34	0.170644	0.201888	0.372532	0.543177	0.713821
0.35	0.159979	0.220520	0.380499	0.540478	0.700457
0.36	0.149314	0.239152	0.388466	0.537779	0.687093
0.37	0.138649	0.257784	0.396432	0.535081	0.673729
0.38	0.127983	0.276416	0.404399	0.532382	0.660366
0.39	0.117318	0.295048	0.412366	0.529684	0.647002
0.40	0.106653	0.313680	0.420333	0.526985	0.633638
0.41	0.095987	0.332312	0.428300	0.524287	0.620274
0.42	0.085322	0.350944	0.436267	0.521588	0.606910
0.43	0.074657	0.369576	0.444234	0.518890	0.593547
0.44	0.063992	0.388208	0.452200	0.516191	0.580183
0.45	0.053326	0.406840	0.460166	0.513493	0.566819
0.46	0.042661	0.425472	0.468134	0.510794	0.553455
0.47	0.031996	0.444104	0.476100	0.508096	0.540091
0.48	0.021331	0.462736	0.484067	0.505397	0.526728
0.49	0.010665	0.481368	0.492033	0.502699	0.513364
0.50	0.000000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000

Les rayons successifs de l'anse de panier à sept centres font entre eux des angles égaux à $\frac{180}{7} = 25°,43'$.

392. *Tracé de l'anse à sept centres.* — Soit à tracer une anse de panier à sept centres, ayant une ouverture $2a = 10$ mètres, et une montée $m = 3^m,40$. Le surbaissement s a pour valeur :

$$s = \frac{m}{2a} = \frac{3,40}{10} = 0,34.$$

On trouvera donc les éléments nécessaires au tracé, dans les colonnes du tableau précédent, en regard du surbaissement 0,34 inscrit dans la première colonne :

On a :

$$\frac{\delta}{2a} = 0,170644,$$

$$\frac{r_1}{2a} = 0,201888,$$

$$\frac{r_2}{2a} = 0,372532,$$

$$\frac{r_3}{2a} = 0,543177,$$

$$\frac{r_4}{2a} = 0,713821,$$

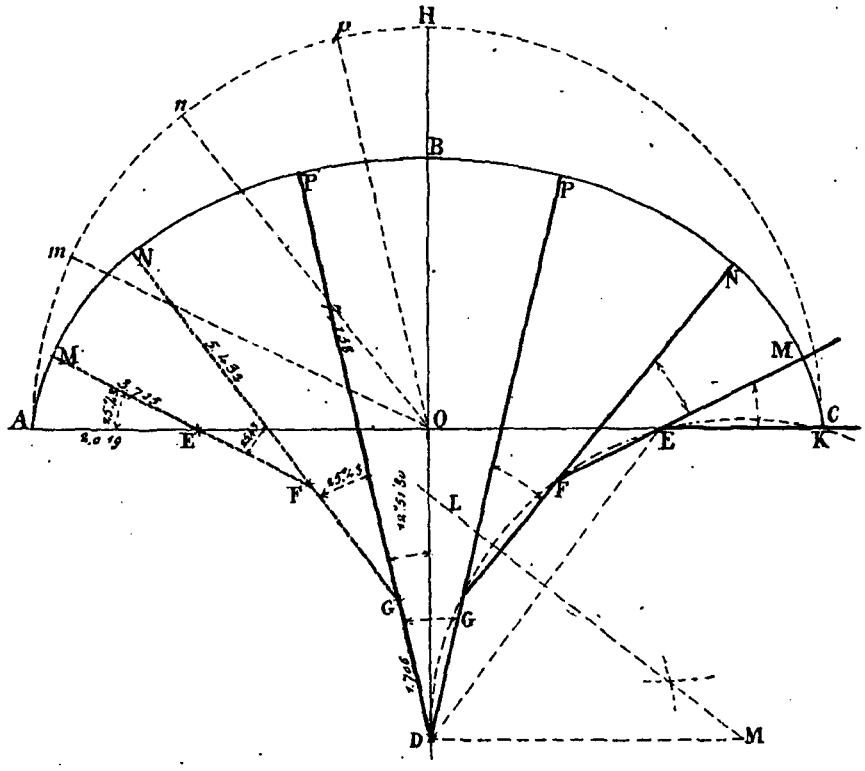


Fig. 276.

En multipliant ces chiffres par $2a = 10,00$, on aura les valeurs de la raison arithmétique δ et des quatre rayons r_1, r_2, r_3 et r_4 :

$$\delta = 1^m,706,$$
$$r_1 = 2^m,019,$$
$$r_2 = 3^m,725,$$
$$r_3 = 5^m,432,$$
$$r_4 = 7^m,138.$$

Pour effectuer le tracé, on décrit d'abord, sur l'ouverture AC (*fig.* 276) comme diamètre, une demi-circonférence AHC qu'on divise en autant de parties égales que l'anse doit avoir de centres ; soit sept parties dans le cas particulier qui nous occupe. On mène ensuite les rayons de ces points de division : O*m*, O*n*, O*p*,..... Puis on porte en AE une longueur égale

au premier rayon $r_1 = 2^m,019$. Du premier centre E, on mène EM parallèle au premier rayon O*m* et on décrit l'arc AM. Sur ME prolongée, on porte en MF une longueur égale au deuxième rayon $r_2 = 3^m725$. Du deuxième centre F on conduit FN parallèle au rayon correspondant O*n*, et on décrit l'arc MN tangent au premier en M. Sur NF prolongée on porte le troisième rayon $r_3 = 5^m432$, en NG, et du troisième centre ainsi déterminé on conduit GP parallèle au rayon correspondant O*p* et on décrit le troisième arc NP tangent au précédent en N. Enfin, sur PG prolongée on porte une longueur PD égale au quatrième rayon $r_4 = 7^m,138$. Le centre D qui en résulte doit être situé sur l'axe vertical BOD, si les constructions ont été faites exactement. De ce quatrième centre D, on décrit l'arc au sommet PBP. On opère de la même manière de l'autre côté de l'axe vertical.

Quel que soit le nombre des centres de l'anse, le tracé que nous venons d'indiquer est évidemment applicable, en faisant usage des chiffres contenus dans les tableaux relatifs à ces nombres de centres.

393. *Remarque.* — Sur l'épure grandeur d'exécution, le tracé préalable de la demi-circonférence sur l'ouverture de la courbe, n'est pas toujours facile, surtout pour les grandes ouvertures, et si on devait avoir recours à une construction par points, il vaudrait mieux s'y prendre autrement. D'autre part, la division de très grandes demi-circonférences en un certain nombre de parties égales, peut aussi présenter quelques difficultés.

Dans ces conditions, il vaudrait mieux opérer de la façon suivante. Tous les rayons devant faire des angles égaux, on construirait cet angle sur un tracé à part avec des dimensions faciles. Ainsi, pour l'anse à sept centres, on décrirait une demi-circonférence avec une tringle de 3, 4 ou 5 mètres de longueur; on le diviserait en sept parties égales et l'angle de deux rayons consécutifs serait l'angle cherché égal à $\frac{180}{7} = 25°43'$. On préparerait un biveau à branches suffisamment longues ayant cette ouverture de 25°43', en se basant sur deux rayons consécutifs de l'épure réduite. C'est ce biveau qui servirait au tracé de la courbe sur l'épure grandeur d'exécution.

Ainsi, ayant porté la longueur du premier rayon $r_1 = 2^m,019$ de C en E (*fig.* 276), on placerait le sommet du biveau au point E, en faisant coïncider l'un de ses côtés avec EC. L'autre côté donnerait la droite EM, qu'il suffirait alors de prolonger pour avoir le point M où l'arc KM doit s'arrêter et pour pouvoir porter ensuite, de M en F la longueur du deuxième rayon $r_2 = 3^m,725$. Le deuxième centre F étant ainsi déterminé, on placerait le sommet du même biveau au point F en faisant coïncider l'un de ses côtés avec la droite FE. L'autre côté du biveau donnerait la droite FN, laquelle, prolongée de part et d'autre, permettrait de fixer l'extrémité N du deuxième arc MN et le troisième centre G. Et ainsi de suite.

Arrivé au dernier centre D, qui doit être placé sur l'axe vertical BOD de la courbe, on vérifierait enfin si l'angle PDP est bien égal à celui du biveau transporté au sommet D.

394. *Anses à neuf centres.* — Pour les anses à neuf centres, la raison arithmétique δ et les cinq rayons sont donnés par les formules :

$$\delta = 2a\ (0{,}411511 - s \times 0{,}823023)$$
$$r_1 = 2a\ (s \times 1{,}938294 - 0{,}479147)$$
$$r_2 = 2a\ (s + 1{,}135271 - 0{,}067636)$$
$$r_3 = 2a\ (s + 0{,}312248 + 0{,}343876)$$
$$r_4 = 2a\ (0{,}755387 - s \times 0{,}510774)$$
$$r_5 = 2a\ (1{,}166898 - s \times 1{,}333797)$$

La valeur du surbaissement pour laquelle la différence δ entre deux rayons consécutifs atteindrait la valeur du plus petit rayon r_1 est :

$$s = 0{,}321$$

Par conséquent, lorsque la voûte devra avoir un surbaissement inférieur à 0,321, on fera bien de ne plus employer les anses à neuf centres, et de prendre une anse à onze centres.

Pour le tracé des anses de panier à neuf centres, on se servira des données contenues dans le tableau suivant. Ce tracé se ferait du reste comme nous l'avons expliqué pour les anses à sept centres (n° 392).

TABLEAU POUR LES ANSES A NEUF CENTRES

SURBAISSEMENT $\frac{m}{2a}$	DIFFÉRENCE entre les rayons successifs, l'ouverture étant prise pour unité $\frac{\delta}{2a}$	RAPPORT DES RAYONS SUCCESSIFS A L'OUVERTURE POUR LES				
		PREMIER RAYON $\frac{r_1}{2a}$	DEUXIÈME RAYON $\frac{r_2}{2a}$	TROISIÈME RAYON $\frac{r_3}{2a}$	QUATRIÈME RAYON $\frac{r_4}{2a}$	CINQUIÈME RAYON $\frac{r_5}{2a}$
0.32	0.148144	0.147507	0.295651	0.443795	0.591939	0.740083
0.33	0.139914	0.167090	0.307004	0.446918	0.586832	0.726745
0.34	0.131684	0.186673	0.318357	0.450040	0.581724	9.713407
0.35	0.123453	0.206256	0.329709	0.453163	0.576616	0.700069
0.36	0.115223	0.225839	0.341062	0.456285	0.570508	0.685732
0.37	0.106993	0.245422	0.352415	0.459408	0.566401	0.673394
0.38	0.098763	0.265005	0.363767	0.462530	0.561293	0.660056
0.39	0.090532	0.284588	0.375120	0.465653	0.556185	0.646718
0.40	0.082302	0.304171	0.386473	0.468775	0.551077	0.633380
0.41	0.074072	0.323754	0.397826	0.471898	0.545970	0.620042
0.42	0.065842	0.343336	0.409178	0.475020	0.540862	0.606704
0.43	0.057612	0.362919	0.420531	0.478143	0 535754	0.593366
0.44	0.049381	0.382502	0.431884	0.481265	0.530646	0.580028
0.45	0.041151	0.402085	0.443236	0.484388	0.525539	0.566690
0.46	0.032921	0.421668	0.454589	0.487510	0.520431	0 553352
0.47	0.024691	0.441251	0.465942	0.490633	0.515323	0.540014
0.48	0.016460	0.460834	0.477295	0.493755	0.510215	0.526676
0.49	0.008230	0.480417	0.488647	0.496878	0.505108	0.513338
0.50	0.000000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000

395. *Anses à onze centres.* — La raison arithmétique δ et les 6 rayons sont donnés par les formules suivantes :

$$\delta = 2a\,(0{,}325365 - s \times 0{,}670730)$$
$$r_1 = 2a\,(s \times 2{,}021136 - 0{,}510568)$$
$$r_2 = 2a\,(s \times 1{,}350406 - 0{,}175203)$$
$$r_3 = 2a\,(s \times 0{,}679676 + 0{,}160162)$$
$$r_4 = 2a\,(0{,}495527 + s \times 0{,}008946)$$
$$r_5 = 2a\,(0{,}830892 - s \times 0{,}661785)$$
$$r_6 = 2a\,(1{,}166257 - s \times 1{,}332515)$$

La valeur limite inférieure du surbaissement pour laquelle on doit cesser de faire des anses à onze centres est $s = 0,314$, si on veut que la différence δ entre deux rayons consécutifs reste inférieure au plus petit rayon r_1.

Le tableau ci-dessous fournit tous les éléments nécessaires au tracé des anses de panier à onze centres, tracé qui se fait comme il a été expliqué au n° 302, pour les anses à sept centres.

TABLEAU POUR LES ANSES A ONZE CENTRES

SURBAISSEMENT $\frac{m}{2a}$	DIFFÉRENCE entre les rayons successifs, l'ouverture étant prise pour unité $\frac{\delta}{2a}$	RAPPORT DES RAYONS SUCCESSIFS A L'OUVERTURE POUR LES					
		PREMIER RAYON $\frac{r_1}{2a}$	DEUXIÈME RAYON $\frac{r_2}{2a}$	TROISIÈME RAYON $\frac{r_3}{2a}$	QUATRIÈME RAYON $\frac{r_4}{2a}$	CINQUIÈME RAYON $\frac{r_5}{2a}$	SIXIÈME RAYON $\frac{r_6}{2a}$
0.32	0.120731	0.136196	0.256927	0.377658	0.498390	0.619121	0.739853
0.33	0.114024	0.156407	0.270431	0.384455	0.498479	0.612503	0.726527
0.34	0.107317	0.176618	0.283935	0.391252	0.498569	0.605886	0.713202
0.35	0.100610	0 196830	0.297439	0.398049	0.498658	0.599268	0.699877
0.36	0.093902	0.217041	0.310943	0.404845	0.498748	0.592650	0.686552
0.37	0.087195	0.237252	0.324447	0.411642	0.498837	0.586032	0 673227
0.38	0.080488	0.257464	0.337951	0.418439	0.498927	0.579414	0 659902
0.39	0.073780	0.277675	0.351455	0.425236	0.499016	0.572796	0.646577
0.40	0.067073	0.297886	0.364959	0.432032	0.499105	0.566179	0.633251
0.41	0.060366	0.318098	0.378464	0.438829	0.499193	0.559561	0.619926
0.42	0.053658	0.338309	0.391968	0.445626	0.499284	0.552943	0.606601
0.43	0.046951	0.358521	0.405472	0.452423	0.499374	0.546325	0.593276
0.44	0.040244	0.378732	0.418976	0.459219	0.499463	0.539707	0.589951
0.45	0.033537	0.398943	0.432478	0.466016	0.499553	0.533089	0.566626
0.46	0.026829	0.419155	0.445981	0.472813	0.499642	0.526471	0.553301
0.47	0.020122	0.439366	0.459488	0.479610	0.499732	0.519854	0.539975
0.48	0.013415	0.459577	0.472992	0.486406	0.499821	0.513236	0.526650
0.49	0.006707	0.479789	0.486496	0.493203	0.499910	0.506618	0.513325
0.50	0.000000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000

396. *Anses à quinze centres.* — Il est rare qu'on dépasse onze centres pour les anses de panier. Cependant, pour de très grandes ouvertures et lorsque le surbaissement est relativement petit, ou peut avoir à construire des anses à quinze centres. — Pour calculer les éléments de ces dernières, M. Lerouge donne les formules suivantes :

$$\delta = 2a\,(0{,}245030 - s \times 0{,}490060)$$
$$r_1 = 2a\,(s \times 2{,}099115 - 0{,}549557)$$
$$r_2 = 2a\,(s \times 1{,}609055 - 0{,}304527)$$
$$r_3 = 2a\,(s \times 1{,}118996 - 0{,}059498)$$
$$r_4 = 2a\,(s \times 0{,}628936 + 0{,}185532)$$
$$r_5 = 2a\,(s \times 0{,}138877 + 0{,}430562)$$
$$r_6 = 2a\,(0{,}675592 - s \times 0{,}351183)$$
$$r_7 = 2a\,(0{,}920622 - s \times 0{,}841243)$$
$$r_8 = 2a\,(1{,}165652 - s \times 1{,}331303)$$

Pour que la différence δ entre deux rayons consécutifs ne soit pas supérieure au plus petit rayon r_1 de l'anse, il faut que le surbaissement ne soit pas inférieur à

$$s = 0{,}307.$$

Quant aux valeurs des éléments nécessaires au tracé des anses à quinze centres, on peut les tirer du tableau ci-dessous. (Pour le tracé, voir n° 392.)

TABLEAU POUR LES ANSES A QUINZE CENTRES

SURBAISSEMENT $\frac{m}{2a}$	DIFFÉRENCE entre les rayons successifs, l'ouverture étant prise pour unité $\frac{\delta}{2a}$	RAPPORT DES RAYONS SUCCESSIFS A L'OUVERTURE POUR LES PREMIER RAYON $\frac{r_1}{2a}$	DEUXIÈME RAYON $\frac{r_2}{2a}$	TROISIÈME RAYON $\frac{r_3}{2a}$	QUATRIÈME RAYON $\frac{r_4}{2a}$	CINQUIÈME RAYON $\frac{r_5}{2a}$	SIXIÈME RAYON $\frac{r_6}{2a}$	SEPTIÈME RAYON $\frac{r_7}{2a}$	HUITIÈME RAYON $\frac{r_8}{2a}$
0.31	0.033112	0.101169	0.194280	0.287391	0.380502	0.473613	0.566725	0.659837	0.752948
0.32	0.088211	0.122160	0.210370	0.298581	0.386792	0.475002	0.563213	0.651424	0.739635
0.33	0.083310	0.143151	0.226461	0.309771	0.393081	0.476391	0.559701	0.643012	0.726322
0.34	0.078410	0.164142	0.242552	0.320961	0.399370	0.477780	0.556190	0.634599	0.713009
0.35	0.073509	0.185133	0.258642	0.332151	0.405660	0.479168	0.552678	0.626187	0.699696
0.36	0.068608	0.206124	0.274733	0.343341	0.411949	0.480557	0.549166	0.617774	0.686383
0.37	0.063708	0.227115	0.290823	0.354531	0.418238	0.481946	0.545654	0.609362	0.673070
0.38	0.057807	0.248107	0.306914	0.365721	0.424528	0.483335	0.542142	0.600949	0.659757
0.39	0.053907	0.269098	0.323004	0.376911	0.430817	0.484723	0.538630	0.592537	0.646444
0.40	0.049006	0.290089	0.339095	0.388100	0.437106	0.486112	0.535119	0.584125	0.633131
0.41	0.044105	0.311080	0.355185	0.399290	0.443396	0.487501	0.531607	0.575712	0.619817
0.42	0.039205	0.332071	0.371276	0.410480	0.449685	0.488889	0.528095	0.567299	0.616504
0.43	0.034304	0.353062	0.387366	0.421670	0.455974	0.490278	0.524583	0.558887	0.593191
0.44	0.029404	0.374053	0.403457	0.432860	0.462264	0.491667	0.521071	0.550475	0.579878
0.45	0.024503	0.395044	0.417547	0.444050	0.468553	0.493056	0.517559	0.542062	0.566565
0.46	0.019602	0.416035	0.435638	0.455240	0.474843	0.494445	0.514047	0.533650	0.553252
0.47	0.014702	0.437027	0.451728	0.466430	0.481132	0.495833	0.510536	0.525237	0.539939
0.48	0.009801	0.458018	0.467819	0.477620	0.487421	0.497222	0.507024	0.516825	0.526626
0.49	0.004901	0.479009	0.483910	0.488810	0.493711	0.498611	0.503512	0.508412	0.513313
0.50	0.000000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000	0.500000

VIII. — Tracé des anses de panier par la méthode graphique de M. Lerouge.

397. M. Lerouge fait suivre la méthode qui vient d'être exposée, d'une méthode *graphique* pour les courbes en anse de panier à un nombre quelconque de centres. « Je pense, dit-il, qu'il peut être utile d'indiquer un moyen graphique de décrire les courbes ; je vais faire connaître celui qui me parait applicable.

Si l'on remarque que ce système tend à substituer à l'ellipse la développante d'un arc de cercle, on reconnaîtra bientôt que de chaque côté de la verticale passant par le milieu du grand arc de la courbe ou de l'ouverture de l'arche, tous les centres sont les sommets d'un polygone régulier inscrit dans une portion de cercle ; et que dans la partie de ce polygone située au-dessous du plan des naissances, le nombre des côtés est déterminé par le nombre des arcs différents à décrire, non compris le plus grand. Il est encore évident que la verticale correspondant au milieu de la

voûte est tangente aux deux arcs de cercle dans lesquels ces polygones doivent être inscrits. Ainsi, le problème consiste à déterminer, sur le plan des naissances, les deux centres des petits arcs, et sur la verticale, le point de tangence commun. Pour y parvenir, nous ferons observer que si, sur l'ouverture comme diamètre, on décrit au-dessous des naissances une demi-circonférence, dans laquelle on inscrira un polygone régulier, ayant un nombre de côtés égal à celui des centres

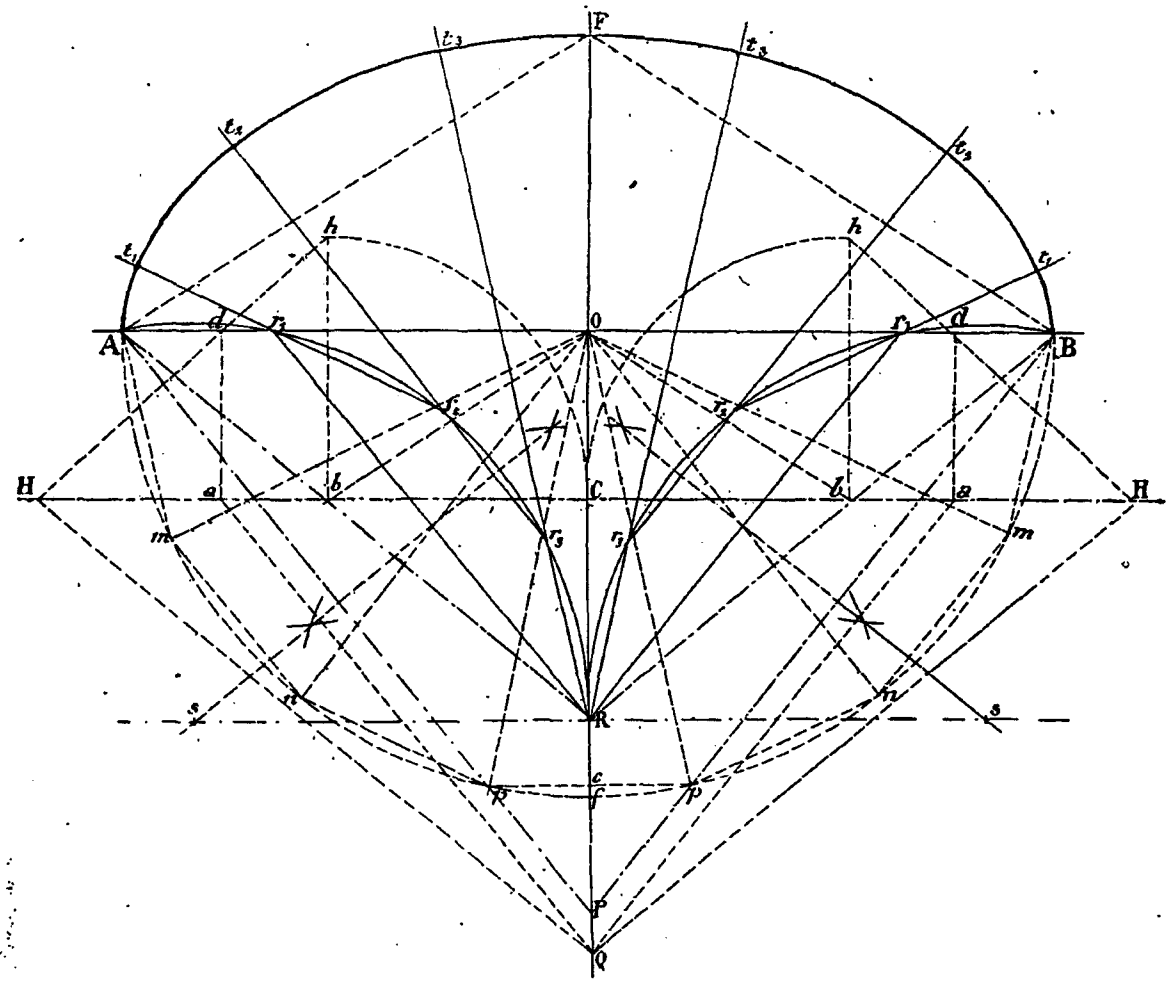


Fig. 277.

de l'anse de panier, les deux parties de ces polygones placées de chaque côté de la verticale, déduction faite du demi-côté perpendiculaire à cette ligne, sont semblables à ceux au moyen desquels on doit développer cette anse de panier, et tellement disposées, que les cordes qui les sous-tendent sont parallèles entre elles, à raison de ce que les angles qu'elles font avec deux verticales tangentes aux cercles correspondants sont opposés, et ont chacun pour mesure la moitié d'un arc de la division. »

De ces propriétés résulte une construction graphique assez simple que nous allons expliquer pour une anse de panier à sept centres. Il est entendu que le procédé s'applique à une anse ayant un nombre impair quelconque de centres.

Soient AB (*fig.* 277) l'ouverture de l'anse à tracer et OF sa montée. On conduit d'abord les deux cordes AF et BF

de l'anse, puis, sur l'ouverture AB, on décrit, en-dessous, une demi-circonférence qu'on divise en autant de parties égales que la courbe doit avoir de centres. On trace les cordes Am, mn, np, pp,... et les rayons Om, On, Op,... Cela fait, on trace les cordes ApP et BpP qui partent des extrémités de l'ouverture AB et qui passent par les deux points de division p, p, les plus rapprochés de l'axe vertical. Ces deux cordes se rencontrent au point P sur l'axe. Sur ce même axe, et à partir du centre O, on développe la partie Amnp du polygone inscrit dans l'arc de cercle sous-tendu par la corde Ap. On obtient ainsi le point Q. On a :

$$OQ = Am + mn + np.$$

Ensuite, on porte en OC une longueur égale à la distance Qc qui sépare le point Q précédemment déterminé du point c de rencontre de la corde pp avec l'axe vertical. Par le point C on mène l'horizontale HCH parallèle à la ligne des naissances AB.

Puis, du point Q, on conduit deux droites Qa, Qa, parallèles aux cordes PpA et PpB, jusqu'à leurs rencontres a, a, avec l'horizontale HCH et, du centre O, on mène les deux droites Ob, Ob, parallèles aux cordes AF et BF de l'anse, jusqu'à leurs points d'intersection b, b, avec la même horizontale HCH.

Par les points a et b on élève les verticales ad, bh et on donne à ces dernières bh une hauteur égale à bC, au moyen des arcs de cercle Ch décrits de b comme centres avec un rayon égal à bC. On joint les points h,d, et on prolonge jusqu'aux points H,H, de rencontre avec l'horizontale HCH.

Après cela, on joint H,H, au point Q par les droites HQ, auxquelles on mène, par les extrémités A et B de l'ouverture, les parallèles AR, BR qui se rencontrent au point R sur l'axe vertical.

Le point R ainsi déterminé est le centre du grand arc de l'anse à son sommet.

Pour avoir les centres r_4, r_4, des premiers arcs aux naissances, il suffit de mener par le point R les deux droites Rr_4 parallèles aux cordes ApP, BpP. Ces droites vont rencontrer la ligne AB des naissances aux points r_4, r_4 qui sont les centres cherchés des petits arcs de l'anse.

En décrivant de chaque côté de la verticale deux arcs tangents à cette ligne au point R et passant par les points r_4, on aura le cercle dans lequel doit être inscrit le polygone régulier semblable à celui sous-tendu par les cordes Ap et Bp, ayant un nombre de côtés égal à celui-ci et dont les sommets seront les centres cherchés. Les centres s, s, de ces arcs de cercle se détermineront en élevant, sur le milieu de chaque corde Rr_4, une perpendiculaire qu'on prolongera jusqu'à sa rencontre avec l'horizontale sRs. Les côtés de ces polygones se trouveront sur la direction des rayons correspondants de l'anse de panier et respectivement parallèles à ceux tirés du centre O, aux différentes divisions de la demi-circonférence.

Ainsi, les droites R$r_3 t_3$ tirées parallèlement aux rayons Op, donneront les centres r_3 par leurs rencontres avec les arcs de cercle Rr_4. Les droites $r_3 r_2 t_2$, menées par les points r_3 précédemment obtenus, parallèlement aux rayons On, rencontreront les arcs de cercle Rr_4 aux points r_2 qui seront les centres suivants de l'anse, et ainsi de suite. Il est alors facile de tracer les arcs de la courbe puisqu'on a les centres des différents arcs de cercles dont elle se compose et les rayons entre lesquels ces arcs sont compris.

« Cette construction graphique, dit M. Lerouge, n'est que le cas particulier d'un autre plus général, dans lequel on ferait augmenter les rayons et varier les angles dans des rapports déterminés à l'avance. Seulement on ne pourrait pas y appliquer le calcul avec la même facilité. Il faudrait alors, au moyen des angles donnés, construire des polygones provisoires servant de développées pour déterminer la direction des cordes qui les sous-tendent, et en déduire ensuite, au moyen des parallèles, les centres extrêmes, et par suite les polygones définitifs. »

En somme, la méthode graphique de M. Lerouge, applicable à une anse ayant un nombre impair quelconque de centres, est assez simple. Mais elle ne nous paraît pas très pratique pour l'exécution de l'épure grandeur d'exécution en raison

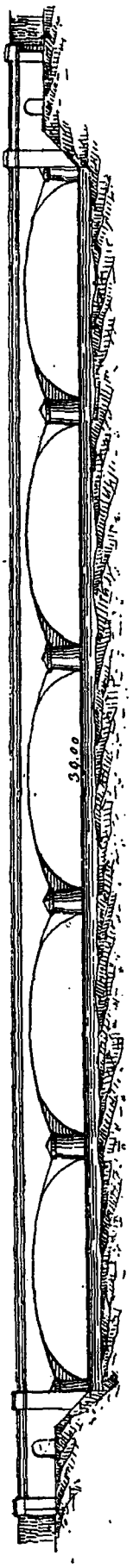


Fig. 278. — Pont de Neuilly, sur la Seine.

du grand nombre de constructions géométriques qu'elle comporte, et en définitive l'usage des tableaux est préférable.

Néanmoins, si l'application entière du tracé précédent n'est pas commode pour la construction des anses de panier, on peut l'utiliser comme vérification de la construction faite avec l'usage des tableaux calculés par M. Lerouge. Ainsi, ayant exécuté le tracé d'une anse, comme nous l'avons expliqué au numéro 392, on peut s'assurer que tous les centres D, G, F, E,... (*fig.* 276) se trouvent placés sur l'arc de cercle tangent à l'axe vertical au centre D du grand arc et passant par le centre E du petit. Pour cela, on joint les deux centres extrêmes D et E et, sur le milieu de la droite DE, on élève une perpendiculaire qui va rencontrer l'horizontale conduite par D au point M. En décrivant de ce point M comme centre, un arc de cercle avec MD pour rayon, tous les centres obtenus doivent être placés sur cet arc.

On pourrait aussi se servir de cette construction pour tracer l'anse, en n'utilisant que les deux rayons extrêmes préalablement calculés. Le plus petit rayon porté en CE, donnerait le point E, et le plus grand, porté en BD, donnerait le point D. En traçant l'horizontale DM et la perpendiculaire ML au milieu de la corde DE, on aurait le centre M de l'arc de cercle en question. Il suffirait alors, pour avoir les autres centres, de conduire successivement les cordes DG, GF, FE,... respectivement parallèles aux rayons correspondants de la demi-circonférence décrite sur l'ouverture AC.

Ce que nous venons de dire pour l'anse de panier à sept centres, s'appliquerait du reste à une anse ayant un nombre quelconque de centres. Par conséquent on a là, un moyen très simple de construire une anse de panier quelconque, quand on se donne le plus petit rayon aux naissances et le plus grand rayon au sommet de la courbe.

IX. — Anse de panier à onze centres du pont de Neuilly.

398. Le pont de Neuilly sur la Seine, bâti d'après les dessins de Perronet en 1768-1774 sous la surveillance de Chezy, se compose de cinq arches ayant chacune 39 mètres d'ouverture et un surbaissement de $^1/_4$. Le croquis ci-contre (*fig.* 278), en représente la disposition d'ensemble. La courbe d'intrados des arches est une anse de panier à onze centres. Sur les têtes la courbe est un arc de cercle tracé en prolongement du grand arc au sommet de l'anse de panier. L'arc de cercle des têtes et l'anse de l'intrados sont raccordés au moyen de cornes de vache.

Les rayons de l'anse d'intrados ont été déterminés par Perronet de la manière suivante :

Sur l'ouverture AB (*fig.* 279) la longueur Bc_1 du premier rayon a été prise arbitrairement égale à $6^m,50$. Puis on a divisé la distance c_1O de ce centre au centre O de la courbe en 5 parties proportionnelles aux nombres 1, 2, 3, 4 et 5 par les points 1, 2, 3, 4 et 5.

Cette distance Oc_1 a été portée trois fois sur l'axe vertical au-dessous du point O. Le point D' ainsi obtenu a été considéré comme devant être le centre du grand arc au sommet M de l'anse. — La longueur OD' a été divisée en 5 parties

égales par les points m, m_1, m_2. m_3. En joignant les points m et c_1, m_1 et 1, m_2 et 2, m_3 et 3, D′ et 4, on a des droites qui se rencontrent aux points c_2, c_3, c_4, c_5. Ces points ont été pris, avec les deux autres c_1 et D′, pour les centres des arcs successifs devant composer la courbe.

Il est évident que les arcs Ba, ab bd,... décrits successivement des centres c_1, c_2, c_3,... ne pouvaient conduire que par ha-

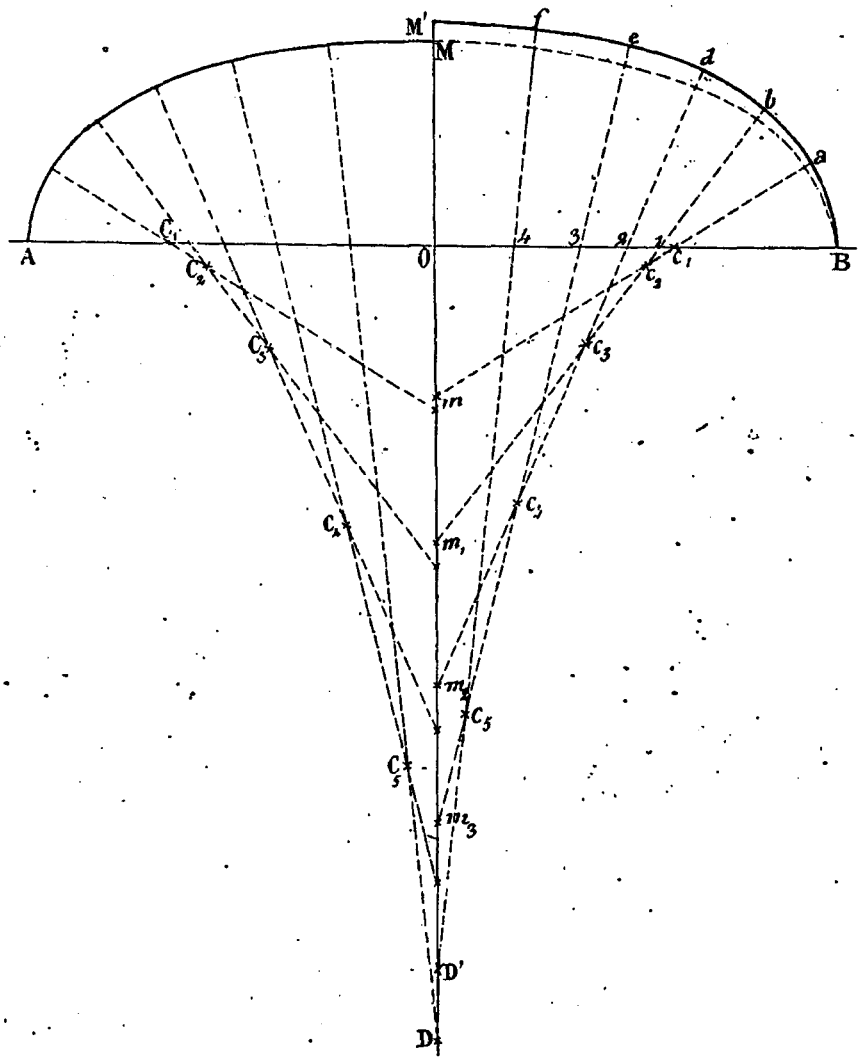


Fig. 279.

sard, au sommet M de la courbe préalablement fixé. C'est, en effet, ce qui est arrivé; la courbe ainsi décrite est tombée en un point M′ placé un peu au-dessus du point M.

Cette méthode, suivie pour le tracé de la courbe du pont de Neuilly, est générale et peut être appliquée à une anse de panier quelconque. — Dans cette méthode tout est plus ou moins arbitraire: la longueur Bc_1 du premier rayon, la manière de diviser la distance Oc_1, le rapport de OD′ à Oc_1 et enfin le mode de division de OD′. La position du sommet M′ de la

courbe étant une résultante de ces diverses données, il arrive généralement que ce point M' ne tombe pas à la hauteur M qu'on s'était préalablement imposée. — Il faut alors modifier la courbe de manière que la coïncidence désirée se produise.

Pour cela, on peut calculer les valeurs que les rayons doivent avoir pour que le point M', résultant du tracé, et le point M, fixé d'avance, soient situés à la même hauteur sur l'axe vertical. — C'est en opérant comme nous allons l'indiquer qu'on a trouvé que, pour le pont de Neuilly, le premier rayon devait être de $6^m,50$.

Considérons d'une part la courbe définitive, tracée de manière que la coïncidence des deux points se produise parfaitement au sommet M de la montée; désignons l'ouverture par $2a$, la montée par m, par x la distance du centre O de la courbe au centre C_1 du premier arc, et par y la distance du même centre O au centre D du grand arc de l'anse (*fig.* 279).

Considérons d'autre part la courbe telle qu'elle résulte d'un premier tracé par tâtonnements avec des rayons arbitraires; désignons par l et par h les distances Oc_1 et OD' analogues aux distances x et y de la courbe définitive.

En outre, représentons par d le développement du polygone $c_1c_2\ldots$ D' dans la courbe d'essai et par z celui du polygone analogue $C_1C_2\ldots$ D dans la courbe réelle :

Nous avons :

$$z + a - x = y + m$$

puisque $y + m$ n'est autre chose que le grand rayon de l'anse et que ce rayon est évidemment égal au plus petit $a - x$ additionné de la somme z des quantités C_1C_2, $C_2C_3\ldots$ dont il s'accroît successivement.

Supposons maintenant que la figure définitive, construite sur les lignes x et y, soit semblable à celle qui est obtenue avec les rayons arbitraires.

On devra avoir :

$$\frac{x}{y} = \frac{l}{h},$$

d'où

$$y = x\frac{h}{l}.$$

De même

$$\frac{z}{x} = \frac{d}{l}$$

d'où l'on tire

$$z = x\frac{d}{l}.$$

En portant ces valeurs de y et de z dans la première relation, il vient :

$$x\frac{d}{l} + a - x = x\frac{h}{l} + m$$

ou

$$x\left(\frac{d}{l} - \frac{h}{l} - 1\right) = m - a$$

et enfin :

$$x = \frac{l(m-a)}{d-h-l}.$$

On voit que, après qu'on aura fait un premier tracé avec des dimensions arbitraires l et h, tous les termes de l'expression ci-dessus seront connus, puisque a et m sont la demi-ouverture et la montée fixée d'avance, l et h sont les données arbitraires du tracé et d est le développement du polygone obtenu avec ces valeurs de l et h. On pourra donc calculer exactement la valeur de x pour laquelle le tracé donnera la coïncidence cherchée au sommet de la voûte.

C'est ainsi que le premier rayon $a - x = AC_1$ (*fig.* 279) de l'anse de panier du pont de Neuilly a été calculé et a été trouvé égal à $6^m,50$.

Il est facile de voir qu'au point de vue du débouché immédiatement au-dessus des naissances, l'anse à onze centres de ce pont est plus avantageuse que l'ellipse qui aurait même ouverture et même montée. En effet, on sait que le plus petit rayon de courbure d'une ellipse a pour expression :

$$\rho = \frac{b^2}{a}$$

à l'extrémité de son grand axe.

Or, si on fait, dans cette expression, $a = \frac{39^m,00}{2}$ et $b = \frac{2a}{4} = \frac{39.00}{2}$, pour placer l'ellipse dans les mêmes conditions que l'anse de Perronet, on trouve :

$$\rho = \frac{b^2}{a} = \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{a} = \frac{a^2}{4a} = \frac{a}{4}.$$

ou

$$\rho = \frac{19{,}50}{4} = 4^m\,87.$$

Il en résulte, qu'à partir des naissances, l'ellipse est enveloppée par l'anse de panier.

X. — Anses de panier qui ne sont point décrites avec des arcs de cercles.

399. La difficulté de tracer sur l'épure en grand, d'une manière parfaitement exacte, la courbe que l'on a projetée, quand elle est composée de plusieurs arcs de cercles, a fait proposer différentes manières de décrire les anses de panier, dans lesquelles cet embarras disparaît presque entièrement.

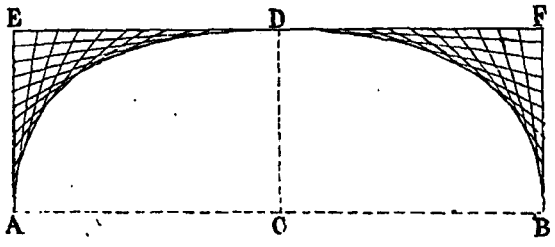


Fig. 280.

Les charpentiers emploient ordinairement pour raccorder les deux côtés d'un angle AED (*fig.* 280), une courbe dont le tracé consiste à partager les deux côtés de l'angle en un même nombre de parties égales, et à joindre les points de division par des lignes qu'on regarde comme des tangentes à la courbe, et qui, en les supposant infiniment rapprochées, déterminent la courbe elle-même par leurs intersections successives. En faisant la même opération pour l'angle BFD, on aura une portion de courbe égale à la première, et qui achèvera le tracé de l'arche ADB.

On a depuis longtemps remarqué que la courbe tracée par cette méthode était une portion de parabole dont le sommet est situé entre les points A et D. Elle donne beaucoup plus de déboucné qu'une anse de panier composée de trois arcs de cercles, ou un plein-cintre qui seraient construits sur les mêmes axes. Ainsi elle offre de l'avantage, tant sous ce rapport que sous celui de la facilité de son tracé. Mais elle présente un inconvénient, relativement à l'aspect plus ou moins agréable que ces sortes de courbes peuvent offrir : en effet, on sait que dans la parabole, la valeur du rayon de courbure est un *minimum* au sommet de la courbe, et à raison de l'endroit où ce sommet se trouve ici placé, il s'ensuit que la courbure ne va pas en diminuant uniformément depuis les naissances jusqu'au point le plus élevé de l'arche.

XI. — Tracé des courbes ogivales.

400. Les courbes ogivales ont été tracées de bien des manières différentes par les anciens constructeurs, avec deux et même quelquefois avec quatre centres. —

Dans les ogives à deux centres, ces points peuvent être placés sur la ligne des naissances, en-dessus de cette ligne ou en-dessous. La position de ces points n'est pas seulement variable en hauteur ; elle varie aussi beaucoup dans le sens de la largeur. Ainsi, les centres peuvent être situés entre l'axe vertical de la voûte et ses naissances, sur les naissances elles-mêmes, ou bien en dehors des naissances. — Enfin, les arcs ogives sont quelquefois décrits avec un nombre de centres supérieur à deux, comme le seraient des portions d'anses de panier qui se rencontreraient sous un angle quelconque au sommet.

OGIVES A DEUX CENTRES

401. *Ogives obtuses ou mousses.* — L'ogive obtuse ou mousse est celle qui est décrite de deux centres C,C′ (*fig.* 281) compris entre l'axe vertical OM et les naissances A et B. Les deux arcs AM et BM qui composent cette ogive se rencontrent au sommet M sous un angle d'autant plus ouvert que les centres C et

C' sont plus rapprochés du milieu O de l'ouverture. — A la limite, lorsque les centres C et C' tendent vers le milieu O, les tangentes aux deux arcs à leur point de rencontre M, se rapprochent de plus en plus jusqu'à se confondre quand les centres C et C' arrivent à coïncider avec le milieu O. La courbe devient alors un plein-cintre, et la montée se réduit à la demi-ouverture.

Lorsque, au contraire, les centres se rapprochent des naissances A et B, la montée OM augmente, et l'angle que font les deux arcs à leur point d'intersection M diminue. Cet angle est enfin égal à 60 degrés quand les centres sont placés sur les naissances; la montée devient alors égale à la hauteur d'un triangle équilatéral construit sur l'ouverture AB comme côté.

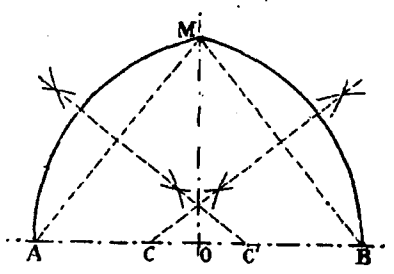


Fig. 281.

L'*ogive obtuse* a été construite de la manière suivante par les architectes

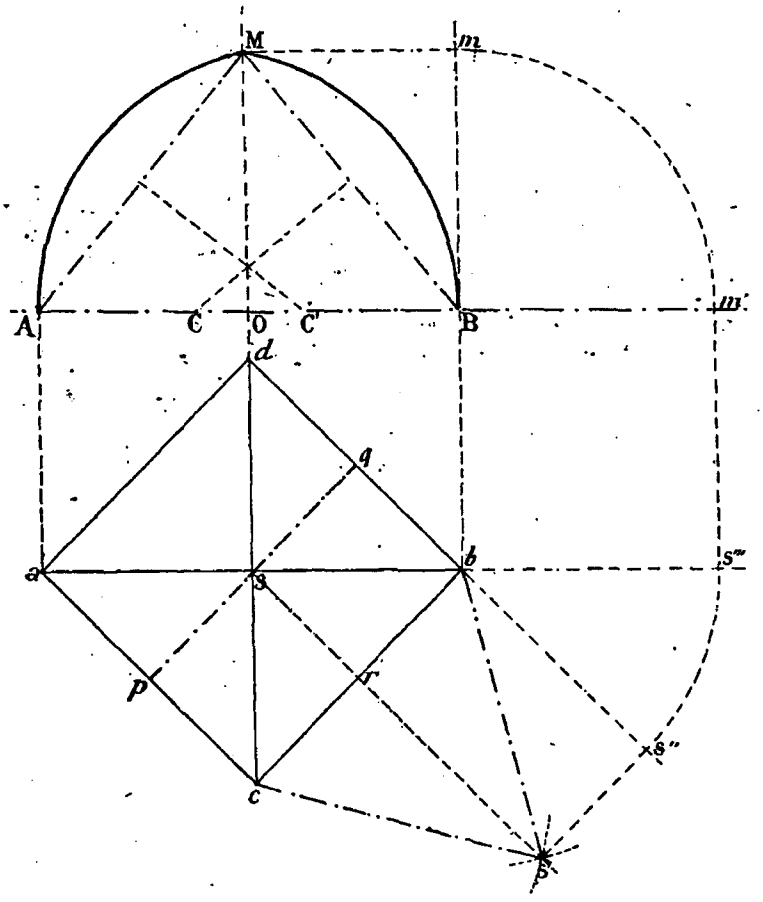


Fig. 282.

d'Alexandrie. On trace d'abord un triangle isocèle ABM (*fig.* 281) ayant $2\,^1/_2$ de hauteur OM pour 4 de base AB, et on élève des perpendiculaires sur les milieux des côtés AM et BM de ce triangle. Ces droites rencontrent la ligne des nais-

sances AB aux deux points C et C′ qui sont les centres des arcs de l'ogive.

402. Les constructeurs du moyen âge attribuaient des proportions parfaites à la pyramide droite à base carrée dont la section verticale faite par le sommet, parallèlement à l'un des côtés de la base, était un triangle équilatéral. Aussi cette section équilatérale a t-elle été fréquemment employée comme base de construction des ogives dites *équilatérales*. La section faite par le sommet, suivant la diagonale du carré de base de la pyramide, a aussi été employée pour le tracé des ogives.

Soit, en projection horizontale, une pyramide à base carrée *acbd* (*fig.* 282). Faisons une section verticale *pq*, passant

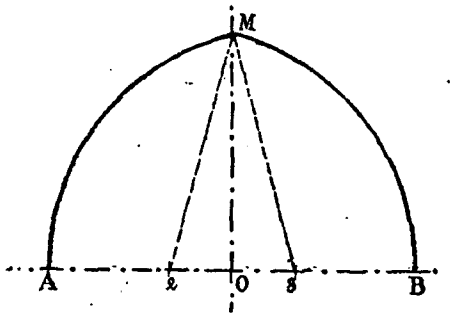


Fig. 283.

par le sommet *s*, et rabattons cette section en *cbs′*. Le triangle *cbs′* est équilatéral par hypothèse. Une autre section verticale passant également par le sommet, mais contenant une des diagonales du carré de base, *ab*, par exemple, sera un triangle isocèle ayant une base AB égale à la diagonale *ab*, et une hauteur OM égale à la hauteur de la pyramide ou à la hauteur *rs′* du triangle équilatéral *b cs′*.

Le triangle isocèle ABM étant construit dans ces conditions, on trace l'ogive sur ce triangle, en décrivant les deux arcs BM et AM des deux centres C et C′, déterminés par les intersections avec la ligne des naissances AB, des perpendiculaires élevées sur les milieux des côtés AM et BM. — La forme de cette ogive se rapproche, du reste, beaucoup de la précédente.

403. Quelquefois, on prend pour rayon des arcs qui composent l'ogive une fraction de l'ouverture déterminée à l'avance.

On peut, par exemple, diviser l'ouverture A B (*fig.* 283) en trois parties égales A 2, 23, 3 B, et prendre pour centres des arcs les deux points de division 2 et 3. — On obtient de cette manière l'*ogive en tiers point*, ainsi désignée parce qu'on divise l'ouverture en trois parties égales et qu'on prend pour centre le troisième point 3 ou *tiers point*.

L'ogive en tiers point tracée dans ces conditions diffère très peu de celle qui a été décrite sur le plan diagonal de la pyramide à section médiane équilatérale (n° 402).

404. Au lieu de diviser l'ouverture en

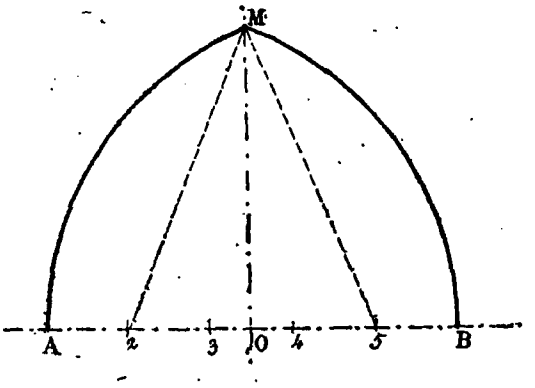


Fig. 284.

trois parties égales comme précédemment, on pourrait la diviser en cinq parties par les points 2, 3, 4, et 5 (*fig.* 284), et prendre les deux points extrêmes 2 et 5 comme centres des arcs de l'ogive. On aurait alors une ogive qu'on pourrait appeler en *quinte point*.

405. *Ogive équilatérale.* — Cette ogive, qui fut surtout employée pendant le XIVe siècle, est celle qu'on rencontre le plus souvent dans la construction des ponts dont les arches affectent la forme ogivale. C'est celle dont l'effet architectural est le plus satisfaisant. On devra donc s'en rapprocher le plus possible, quand on aura à faire emploi de l'ogive dans un ouvrage d'art, sauf à examiner s'il n'y a pas lieu de la modifier eu égard aux charges que la voûte aura à supporter et aux conditions de résistance auxquelles elle aura à satisfaire.

Pour décrire l'ogive équilatérale, il suffit de prendre comme centres des deux arcs qui composent la courbe, les deux extrémités A et B de l'ouverture (*fig.*285). — Le triangle ABM est donc équilatéral, d'où le nom de l'ogive. Les deux arcs se coupent au sommet M sous un angle de 180 — 60 = 120 degrés.

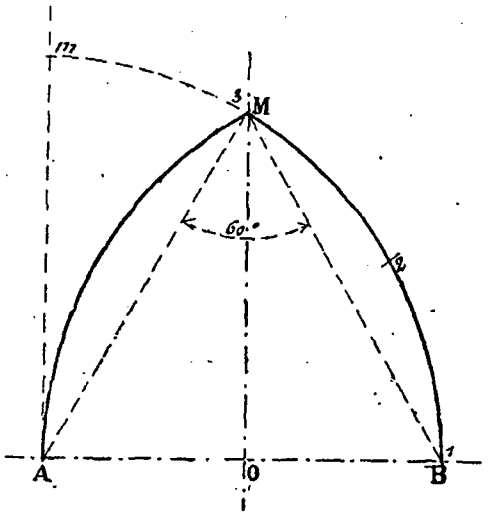


Fig. 285.

L'ogive ainsi décrite a son sommet très élevé au-dessus des naissances; les arcs se rencontrent au sommet suivant un angle aigu toujours plus petit que 120 degrés. On l'appelle quelquefois *ogive à lancette*. Elle a été surtout en usage à la fin du XIIe et au commencement du XIIIe siècle, mais pour des édifices et jamais pour les ponts.

407. Dans les ogives précédentes, les centres des arcs sont placés sur la ligne

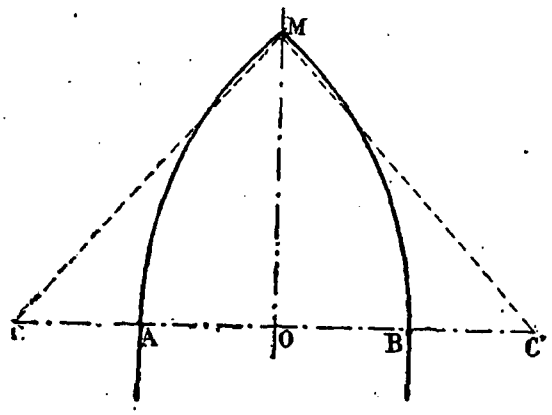


Fig. 286.

L'ogive équilatérale est aussi appelée en *tiers point*, comme celle du numéro 403 (*fig.* 283). On la désigne ainsi parce que si on prolonge l'un des arcs BM jusqu'à la verticale A*m* élevée à l'extrémité A de la ligne des naissances, le point sommet M divise l'arc B*m* en trois parties égales; le sommet de l'ogive est le tiers point de l'arc B*m*. Cependant, il vaut mieux réserver cette désignation pour l'ogive du numéro 403 (*fig.* 283), et appeler simplement ogive équilatérale, celle représentée par la figure 285.

406. Parmi les ogives à deux centres on peut encore citer celles dont les centres C et C' (*fig.* 286). sont situés sur la ligne des naissances, en dehors des extrémités A et B de l'ouverture.

Les rayons des arcs composant la courbe sont donc ici plus grands que l'ouverture, tandis qu'ils étaient égaux à l'ouverture dans l'ogive équilatérale (n° 404) et plus petits que cette ouverture dans les ogives obtuses (n°s 401 à 404).

des naissances. Assez souvent les centres sont placés au-dessous des naissances et la courbe d'intrados est alors formée par une ogive incomplète. Le Pont-Rouge (désigné en Russie sous le nom de Krast-Nemoust) présente deux grandes arches dont l'une est tracée dans ces conditions. Ce pont, situé sur la route de Tiflis à Tauris, paraît avoir été construit vers le milieu du XIe siècle. Il se compose de quatre arches dissemblables dont la plus grande a 29^m^, 80 d'ouverture. Il est entièrement construit en briques, sauf les avant-becs des piles qui sont en pierre. Le croquis (*fig.* 287) montre l'ensemble de la plus grande arche accompagnée d'une petite arche intermédiaire.

« La courbe d'intrados de la grande arche, dit M. Dieulafoy, dans sa *notice sur la construction des ponts en Perse* (*Annales des ponts et chaussées de* 1883), est formée de deux arcs de cercle dont les centres sont situés au-dessous de la ligne des naissances et à une distance de cette ligne

égale au tiers de la montée de la voûte. Si l'on divise hypothétiquement l'ouverture de l'ogive en 12 parties égales, c'est de la 5e et de la 7e division comme centres que les arcs de cercle sont décrits. Les autres arches sont tracées plus simplement, les courbes de tête affectent la forme de l'ogive en tiers-point si usitée

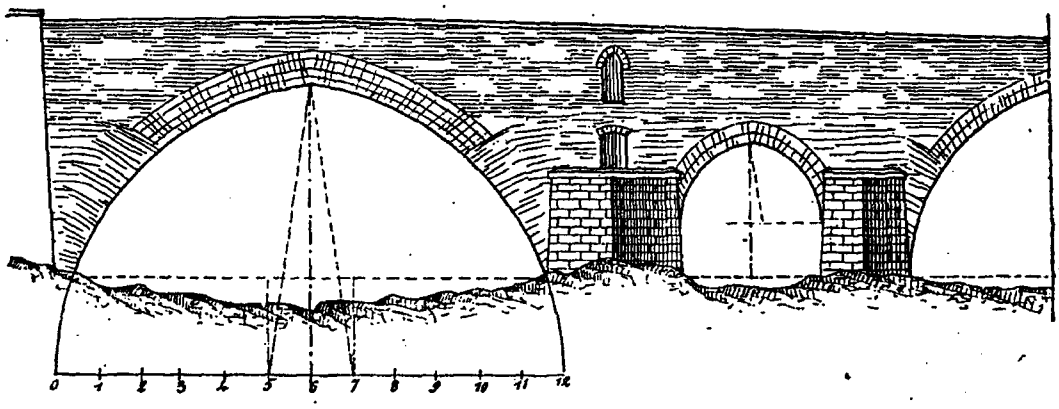


Fig. 287. — Pont-Rouge (Krasi-Nemoust).

en France au XIIe siècle et à la même époque employée en Perse toutes les fois que la hauteur de la chaussée en permet l'usage. »

408. Lorsque les centres C et C' (*fig.* 288) des arcs composant l'ogive sont placés au

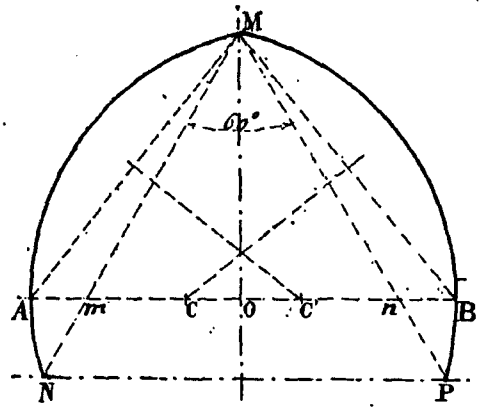


Fig. 288.

contraire au-dessus de la ligne des naissances NP et que ces arcs se continuent jusqu'au niveau des naissances, on a une *ogive outrepassée*.

Le tracé employé autrefois pour construire une ogive outrepassée, consistait à décrire d'abord une ogive par le procédé indiqué au n° 402 (*fig.* 282). On fixait alors le niveau des naissances NP (*fig.* 288), en menant du sommet M, deux droites M*m*N

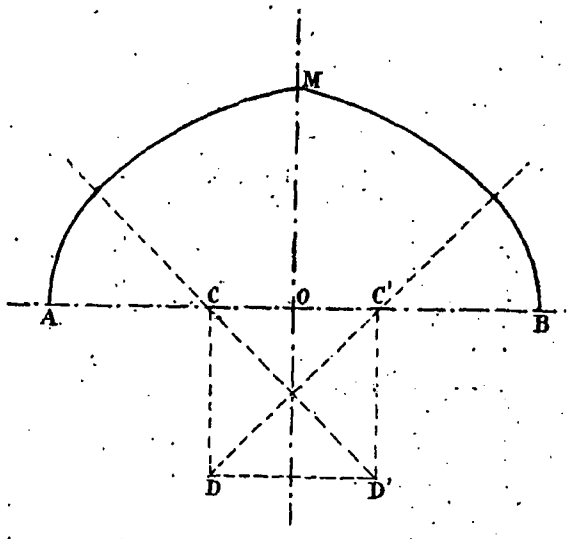


Fig. 289.

et M*n*P faisant chacune un angle de 30 degrés avec l'axe vertical, de manière à former un triangle équilatéral *m*M*n*. Les côtés de ce triangle, prolongés jusqu'à leurs points de rencontre N et P avec les prolongements des arcs de l'ogive déterminaient la ligne des naissances NP.

OGIVES A QUATRE CENTRES

409. Les ogives à quatre centres ne sont autre chose que des anses de panier brisées au sommet de la voûte. Celles qui étaient en usage au XVe siècle se construisaient de la manière suivante.

On divisait l'ouverture AB (*fig.* 289) en trois parties égales et, sur le tiers CC' placé au milieu, on construisait, au-dessous de la ligne des naissances, un carré CDD'C'

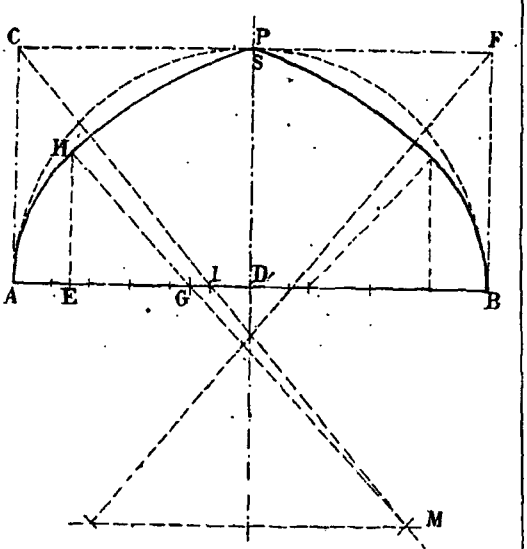


Fig. 290.

dont les quatre sommets étaient les quatre centres de la courbe ogivale.

On voit que dans l'ogive ainsi tracée, la montée OM est plus petite que la demi-ouverture OA de l'arche. — On a donc ici une *ogive surbaissée*.

410. Les *ogives persanes* sont analogues à la précédente. Elles sont ordinairement décrites au moyen de quatre centres; mais la montée est égale à la demi-ouverture comme dans le plein-cintre.

Nous empruntons ce qui suit au très intéressant mémoire déjà cité de M. l'ingénieur des ponts et chaussées, Dieulafoy, sur la construction des ponts en Perse.

« J'ai pu me procurer l'épure très simple de l'ogive persane et je la joins à titre de renseignement à cette notice. Le traceur construit tout d'abord sur l'ouverture AB (*fig.* 290) un rectangle tel que le petit côté

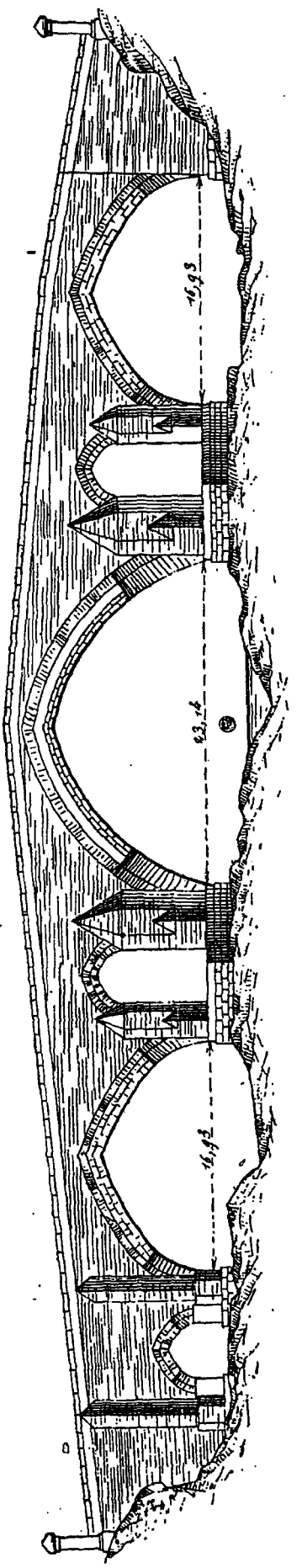


Fig. 291. — Pont de la Jeune-Fille (Dokhtarè-Pol), sur le Kisilou-Sou.

AC égale $AD = \frac{AB}{2}$. Il divise AD en quatre parties égales. Du point G déterminé de telle sorte que $GD = AE = \frac{AD}{4}$ il décrit un arc de cercle et l'arrête à l'intersection de la perpendiculaire élevée sur AB par le point E. Il porte alors à partir du point D une longueur $DI = \frac{AD}{4}$, joint IC et prolonge cette ligne d'une longueur IM = CI. Du point M comme centre, avec MH comme rayon, il décrit à partir du point H un nouvel arc de cercle qu'il prolonge jusqu'en P. La courbe jarrette en H et passe au-dessus du point S milieu de la ligne CF, mais cette double erreur, comme j'ai pu m'en assurer par le calcul, est absolument insignifiante et négligeable. »

On trouve cette courbe ogivale dans un grand nombre de ponts construits en Perse, et notamment dans les deux arches latérales du Pont de la Jeune-Fille (Dokhtarè-Pol) construit sur le Kisilou-Sou, le seul fleuve de la Perse septentrionale.

« Une grande arche ogivale de 23m,94 de portée flanquée symétriquement de deux arches latérales de 16m,93 d'ouverture (*fig.* 291) livrent passage aux eaux de la rivière fort profonde et infranchissable à gué pendant cinq mois de l'année. Les piles évidées sont protégées par deux avant-becs prismatiques exécutés comme tout l'ensemble de l'ouvrage en briques de petite dimension. »

«... Je dois appeler l'attention sur les combinaisons numériques qui relient entre elles les principales dimensions de l'ouvrage. La hauteur de tous les arcs, par exemple, est égale à la moitié de leur ouverture. La séparation des maçonneries des reins et du sommet s'établit à l'intersection de la douelle et d'un plan horizontal divisant la flèche en deux parties égales; l'épaisseur des piles est égale au demi-diamètre de l'arche centrale, la demi-ouverture des arches latérales est à la largeur des piles dans le rapport 1 à $\sqrt{2}$, c'est-à-dire dans le rapport du côté à la diagonale du carré. La longueur du pont atteint cinq fois l'ouverture de la grande arche, sa largeur aux naissances est égale au douzième de cette dernière dimension,

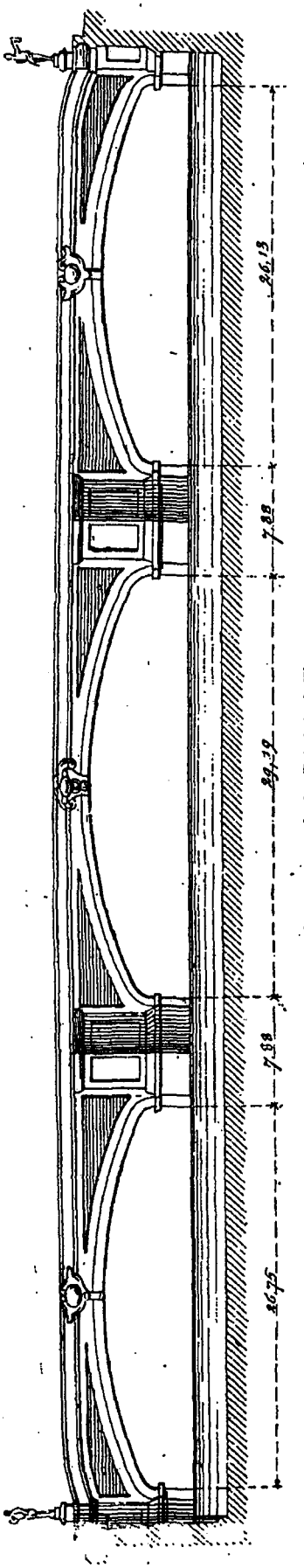


Fig. 292. — Pont de la Trinité, à Florence.

les pyramidons surmontant les avant et les arrière-becs se projettent verticalement suivant un triangle équilatéral et la hauteur de la base sur laquelle ils reposent est exactement égale à une fois et demie sa largeur. Ce mode de régler les dimensions des édifices, usité en Perse au temps des Achéménides, a été invariablement suivi jusqu'au milieu du XVIIIe siècle. »

« La courbe centrale affecte la forme d'une ogive à deux centres; les arches latérales sont tracées au contraire avec quatre centres suivant le procédé généralement adopté en Perse depuis le XIIIe siècle. Ce monument est donc une œuvre de période de transition antérieure à cette époque. »

XII. — Courbe du pont de la Trinité, à Florence.

411. Le pont de la Trinité à Florence a été construit par l'architecte Ammanati en 1570. Il se compose de trois arches (*fig.* 292). L'arche centrale a 29^m^,19 d'ouverture et 4^m^,57 de flèche. Ce pont est très remarquable par la hardiesse et l'élégance des arches. On ne sait pas exactement par quel procédé géométrique la courbe d'intrados à été tracée.

M. l'ingénieur Malibran qui a rapporté en France les dessins du pont de la Trinité, a trouvé, en faisant construire en 1869 un pont biais au-dessus du boulevard du Transit à Paris pour le chemin de fer de Limours, que la courbe d'intrados de ce dernier pont, composée de deux portions d'ellipse, avait très sensiblement la même forme que celle du pont de Florence.

La courbe de ce beau pont participe à la fois de l'ellipse et de l'ogive; les deux parties dont elle se compose se rencontrent au sommet sous un angle d'environ 174 degrés. — Quoique l'épure primitive n'ait pu être retrouvée, on est arrivé, à la suite de nombreuses recherches, à reproduire assez exactement cette courbe au moyen de plusieurs centres, de la manière suivante, indiquée dans la collection du portefeuille de l'École des ponts et chaussées.

Le premier rayon de la courbe aux naissances, ac_1 ou bc_1 (*fig.* 293) est égal à la huitième partie de la demi-ouverture ao. Le développement du premier arc, ayant cette longueur comme rayon, correspond à un angle de 60 degrés. En construisant un triangle équilatéral c_1oc_2 sur ce qui reste de la demi-ouverture, on a le deuxième centre de la courbe au sommet c_2 de ce triangle. Pour avoir le troisième centre, on joint à ce sommet c_2 la division 3 de la demi-ouverture ao et on prolonge d'une longueur c_2c_3 égale à 21 fois une des divisions de ao. Le troisième centre c_3 ainsi déterminé tombe de l'autre côté de l'axe vertical de l'arche. Il en résulte que la courbe complète est décrite au moyen de six centres, et qu'au sommet de la voûte, les arcs tracés des troisièmes centres se rencontrent suivant un angle assez prononcé. Cet angle est masqué en partie

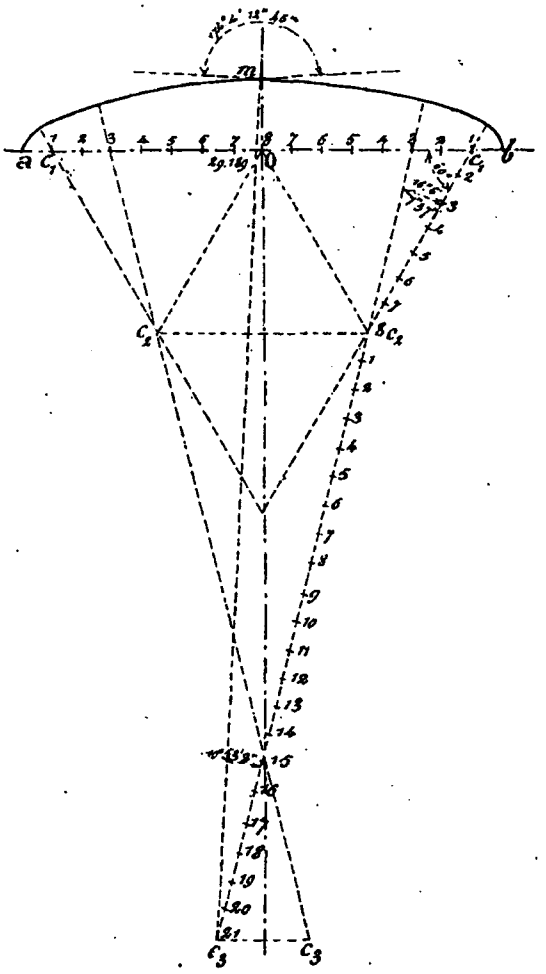


Fig. 293.

par un cartouche en marbre blanc, mais l'effet de la voûte n'eut pas été moins satisfaisant si on eut laissé cet angle apparent. Il donne aux arcs du sommet une certaine vigueur qui s'allie bien avec le peu d'épaisseur des voûtes à la clef.

« Tout cela est absolument empirique. dit M. Degrand, et, sans contester qu'on puisse décrire ainsi une courbe semblable à celle du pont de Florence, nous croyons plus volontiers, que ce n'est qu'après avoir d'abord tracé à la main, sur son dessin, la courbe répondant le mieux, pour l'ensemble du monument, à l'effet désiré, que l'architecte a cherché le moyen de la reproduire en grand, sur l'épure d'éxécution, en la composant d'un certain nombre d'arcs de cercle ».

§ II. — *CHOIX DE LA COURBE D'INTRADOS*

412. La forme *plein-cintre* est celle qui, au point de vue de l'effet architectural et au point de vue de la stabilité, donne les résultats les plus satisfaisants. Son appareil est des plus simples et son exécution est très facile. Elle devra donc être préférée à toute autre, et c'est en effet celle qui est le plus fréquemment employée.

Il ne faudrait pas conclure de ce que nous venons de dire que le plein-cintre doit toujours être employé. Dans certains cas, en effet, l'usage du plein-cintre présenterait des inconvénients graves et l'on doit alors rechercher une courbe répondant mieux aux conditions générales à satisfaire.

Ainsi, par exemple, lorsque, pour permettre le passage des bateaux jusqu'au moment où le niveau des plus hautes eaux navigables est atteint, on relève le plein-cintre sur des pieds-droits, et que, d'autre part, les abords du pont se trouvent ainsi placés très bas au-dessous du sommet de la voûte, de fortes rampes et pentes deviennent nécessaires pour le passage de la voie de communication supérieure et, dans ce cas, il vaut mieux faire usage d'une courbe d'intrados surbaissée.

Mais quand on dispose d'une hauteur suffisante et que, par suite, l'inconvénient dont nous venons de parler ne se produit pas, on doit donner la préférence au plein-cintre. Si la hauteur est insuffisante, on a recours aux courbes surbaissées.

413. On fait alors assez fréquemment usage de *l'arc de cercle*. Cette courbe d'intrados se prête bien à des surbaissements compris entre les limites extrêmes 1/3 et 1/10. Plus le surbaissement est petit, plus la poussée sur les culées est forte et plus aussi le cube de maçonnerie à faire entrer dans ces culées est considérable. On devra donc, par raison d'économie, donner à l'arc de cercle le plus grand surbaissement possible eu égard au niveau des plus hautes crues. Lorsqu'on disposera d'une hauteur suffisante entre le niveau des plus hautes crues et la clef de voûte, des surbaissements de 1/3 à 1/4 conviendront parfaitement. Si ce surbaissement ne permettait pas de réaliser le débouché superficiel nécessaire on aurait recours à un surbaissement plus petit, 1/6 à 1/8 par exemple. Jusque là, l'exécution de la voûte est facile et les épaisseurs des culées ne sont pas trop exagérées. Mais, autant que possible, on ne doit pas aller au-delà d'un surbaissement de 1/10 afin de rester dans des conditions pratiques pour l'exécution de l'ouvrage et pour les épaisseurs des culées.

L'arc de cercle satisfait toujours au débouché maximum quand on peut placer ses naissances au niveau des plus hautes crues. Mais lorsque cette condition ne peut être remplie, le débouché superficiel diminue très rapidement à mesure que le niveau de l'eau s'élève. C'est pour remédier à cet inconvénient et aussi pour diminuer la poussée sur les culées qu'on remplace assez souvent l'arc de cercle par l'ellipse.

414. L'ellipse se raccorde tangentiellement avec les pieds-droits. A ce point de vue son emploi est plus rationnel que celui de l'arc de cercle. De plus, à sur-

baissement égal, elle présente plus de débouché que l'arc de cercle.

Les surbaissements qui conviennent aux ellipses sont compris entre $^1/_3$ et $^1/_5$. Ceux qui sont exprimés exactement par les fractions $^1/_3$, $^1/_4$ et $^1/_5$ sont les plus fréquemment employés.

Quand les ellipses à construire sur l'épure grandeur d'exécution sont petites, c'est-à-dire quand leur ouverture ne dépasse pas 5 à 6 mètres, on les trace généralement soit avec un compas à ellipse d'un mouvement continu (n° 341), soit par points, au moyen d'une règle, d'après la somme ou la différence des demi-axes. (n° 342).

Mais quand les ellipses sont grandes ces procédés ne peuvent plus être appliqués. On emploie alors le plus souvent la méthode des coordonnées qui est à la fois très simple et très expéditive. Les tables du numéro 337 viennent encore faciliter l'usage de la méthode, comme nous l'avons expliqué au numéro 348. Quant au tracé des joints normaux à la courbe d'intrados, ce qu'il y a de plus simple et de plus exact consiste à calculer les sous-normales (n°s 355 et 356).

En somme, par la méthode des coordonnées, le tracé de l'ellipse grandeur d'exécution ne présente aucune difficulté; il en est de même du tracé des joints par le calcul des sous-normales.

415. *Les anses de panier* ont été en usage dès la plus haute antiquité, tandis que l'emploi des ellipses est relativement récent. Elles ont été pendant longtemps en honneur, et un très grand nombre de ponts ont été construits avec cette courbe. Les architectes de cette époque attachaient une grande importance aux diverses manières de tracer les anses de panier et, des recherches tentées dans le but d'en trouver de nouvelles, sont résultés de nombreux procédés plus ou moins empiriques. MM. Michal et Lerouge ont généralisé ces procédés en s'imposant des conditions rationnelles pour le tracé, et ils sont arrivés à des méthodes applicables à des anses d'un nombre impair quelconque de centres, dont l'usage est facilité par des tableaux calculés pour une série de surbaissements.

Le nombre des centres d'une anse de panier doit être d'autant plus grand que le rapport de la montée à l'ouverture, ou surbaissement, est plus petit.

D'après M. Michal, le nombre des centres à employer pour les divers surbaissements sont :

5 centres pour un surbaissement compris entre 0,36 et 0,30 ;

7 centres pour un surbaissement compris entre 0,33 et 0,25;

9 centres pour un surbaissement compris entre 0,25 et 0,20.

D'après M. Lerouge ce nombre doit être de :

5 centres pour un surbaissement inférieur à 0,38.

7 centres pour un surbaissement inférieur à 0,35 ;

9 centres pour un surbaissement inférieur à 0,33 ;

11 centres pour un surbaissement inférieur à 0,32 ;

15 centres pour un surbaissement inférieur à 0,31.

On voit que le nombre des centres augmente rapidement à mesure que le surbaissement diminue. On peut alors se demander si, dans ces conditions, l'anse de panier offre réellement un avantage quelconque sur l'ellipse de même ouverture et de même montée. Pour notre compte nous ne le pensons pas.

416. Voyons, en effet, quels sont les avantages et les inconvénients de ces deux courbes.

Le plus petit rayon de l'anse de panier est presque toujours plus grand que le plus petit rayon de courbure de l'ellipse correspondante, aux naissances. Il en résulte un léger accroissement du débouché en faveur de l'anse de panier, immédiatement au-dessus des naissances. Cet accroissement est si faible, que nous ne pouvons, véritablement, le considérer comme un avantage sérieux. Il suffit, pour s'en convaincre, de tracer sur les mêmes axes, l'ellipse et l'anse de panier par les procédés en usage. Et du reste, quel est le but des divers tracés proposés pour l'anse de panier ? N'est-il pas d'imiter le plus exactement possible la courbe

elliptique. Et si on pouvait arriver à une imitation parfaite que deviendrait l'accroissement du débouché ? N'est-ce pas d'ailleurs ce qui arrive pour les anses de panier décrites par la méthode de M. Lerouge ? Nous avons vu, en effet, que pour les anses à trois centres tracées par ce procédé, le plus petit rayon de l'anse est *toujours plus grand* que le plus petit rayon de courbure de l'ellipse correspondante (n° 389); que pour les anses à cinq centres, cette différence se produit *presque toujours* puisque l'égalité des deux rayons a lieu pour un surbaissement égal à 0,351 (n° 390); mais qu'au contraire, lorsque le nombre des centres est supérieur à cinq, le rayon de l'anse de panier est *toujours plus petit* que celui de l'ellipse correspondante (n° 391), et l'ellipse devient alors plus avantageuse que l'anse de panier au point de vue du débouché.

Il est vrai qu'en fin de compte on est maître de donner au premier rayon de l'anse une valeur toujours supérieure à celle du plus petit rayon de courbure de l'ellipse correspondante ; on peut même accentuer la différence dans une très large mesure. Il est donc toujours possible, en appliquant quelques-uns des tracés précédemment indiqués, de donner à l'anse de panier un débouché sensiblement plus grand que celui de l'ellipse qui serait construite sur les mêmes axes. Mais on obtient alors des courbes fort disgracieuses qui produiraient un très mauvais effet dans l'ensemble de l'ouvrage.

Par conséquent, ou bien on construira une anse de panier présentant un accroissement appréciable du débouché sur l'ellipse correspondante, et alors l'effet produit par une telle courbe sera désastreux; ou bien on cherchera à se rapprocher le plus possible de l'ellipse et alors la différence des débouchés deviendra insignifiante.

Si, d'une part, on considère que le léger accroissement de débouché, dû à l'emploi de l'anse de panier, est infiniment petit par rapport au débouché total et que, d'autre part, il suffirait, soit de surélever les naissances de l'ellipse correspondante d'une quantité excessivement petite, soit d'élargir l'ouverture de quelques centimètres, pour établir l'égalité entre les deux débouchés, on voit, qu'en somme, l'avantage dont nous parlons ne doit pas être pris en sérieuse considération dans le choix de la courbe d'intrados.

Le seul avantage réel que les courbes à plusieurs centres peuvent avoir sur l'ellipse, est la possibilité laissée à l'architecte de faire varier la forme de la courbe pour ainsi dire à volonté. Sur deux axes donnés on ne peut, en effet, construire qu'une seule ellipse, tandis qu'on peut tracer une infinité d'anses de panier, en faisant varier les rayons et les angles qu'ils font entre eux.

L'architecte a donc plus de latitude dans la recherche de la courbe qui, d'après lui, produira le meilleur effet architectural dans l'ensemble de l'ouvrage. Il peut tracer cette courbe à la main et, après avoir obtenu le profil qui lui paraît le plus satisfaisant, il n'aura qu'à la reproduire au moyen de plusieurs centres. C'est probablement ainsi qu'a opéré l'architecte Ammanati pour établir la courbe d'intrados du pont de la Trinité, à Florence, et on a vu (n° 411) combien cette courbe est hardie, élégante et vigoureuse tout à la fois.

Nous reconnaissons donc qu'il y a là un avantage en faveur des courbes à plusieurs centres, mais dans certains cas particuliers seulement. Car, dans la généralité des cas, on est conduit à choisir une anse de panier se rapprochant beaucoup de l'ellipse et alors il ne faut pas hésiter à adopter franchement cette dernière courbe.

Si la courbe elliptique n'a pas remplacé plus tôt les anses de panier dans la construction des ponts, cela tient évidemment à ce que les architectes qui ont établi les premiers ponts ne possédaient pas les quelques connaissances théoriques relatives à cette courbe.

Un autre avantage qui peut paraître avoir une certaine importance en faveur des anses de panier est que, pour l'exécution en pierre de taille des arches ayant de telles courbes d'intrados, le nombre des panneaux pour la coupe est très restreint, tandis que pour les voûtes elliptiques, il faut autant de panneaux différents qu'il y a de voussoirs dans un

demi-arc. — Cela est vrai pour les petites ouvertures et les grands surbaissements parce qu'alors l'anse de panier n'ayant que trois ou cinq centres, le nombre des panneaux est réduit à deux ou trois. Pour les grandes ouvertures et les petits surbaissements, le nombre des centres étant plus considérable, le nombre des panneaux nécessaires augmente. Cependant il y aurait évidemment encore avantage en faveur de l'anse de panier.

Mais il faut remarquer que ce que nous venons de dire n'est vrai que lorsque les courbes d'intrados et d'extrados de la voûte sont concentriques. Tous les panneaux relatifs au même arc sont alors semblables et il suffit d'avoir autant de panneaux qu'il y a de rayons différents. Cela suppose encore que chaque arc contient un nombre entier de voussoirs, car s'il y avait des voussoirs placés à cheval sur les points de tangence de deux arcs consécutifs, il faudrait des panneaux spéciaux pour ces voussoirs.

Très souvent les courbes d'intrados et d'extrados sont excentriques et alors chaque voussoir a une tête différente de celle du voussoir voisin. Il faut donc dans ce cas, pour la taille de la pierre, même lorsque la courbe d'intrados est une anse de panier, autant de panneaux de tête qu'il y a de voussoirs dans la moitié de la voûte. A ce point de vue, l'avantage de l'anse de panier sur l'ellipse disparait complètement

Les courbes d'intrados elliptiques sont très élégantes ; leur forme est parfaitement rationnelle ; elles ne présentent aucun point d'inflexion désagréable à l'œil, puisque le rayon de courbure varie d'une manière insensible et continue depuis les naissances jusqu'au sommet ; leur tracé en grandeur d'exécution est des plus simples à faire avec toute la précision désirable au moyen de la méthode des coordonnées rectangulaires ; il en est de même des joints normaux à la courbe, qui se tracent facilement et exactement au moyen du calcul des sous-normales.

Au contraire, les anses de panier sont disgracieuses parce que le rayon de courbure varie brusquement d'un arc au suivant en produisant un jarret parfaitement perceptible à l'œil, malgré la tangence des arcs, à moins qu'on multiplie le nombre des centres, ce qui enlève à l'anse de panier les quelques avantages qu'elle pourrait avoir sur l'ellipse.

Le tracé des anses de panier n'est du reste pas aussi facile que cela peut paraître à première vue. Il ne présente évidemment aucune difficulté sur le papier, mais sur l'épure grandeur d'exécution il n'en est plus ainsi. Quand l'ouverture est petite, on peut bien encore exécuter les constructions avec des règles et des tringles ayant des dimensions suffisantes mais, pour de grandes ouvertures, les arcs du sommet de la voûte ont de très grands rayons qu'on ne peut plus tracer par ce moyen. Il faut alors avoir recours à des tracés par points, après avoir préalablement déterminé les coordonnées des points de tangence, et on peut dire que, dans ce cas, le tracé de l'anse de panier devient beaucoup plus compliqué et difficile que celui de l'ellipse.

Après avoir lu ce qui précède le lecteur conclura certainement avec nous, que l'ellipse est de beaucoup préférable à l'anse de panier pour la construction des arches des ponts. C'est d'ailleurs ce que les constructeurs modernes ont pensé, car on ne fait que rarement aujourd'hui des ponts en anse de panier.

L'anse de panier ne peut être employée avec quelque avantage que pour de faibles ouvertures et lorsque les courbes d'intrados et d'extrados sont concentriques. Le tracé de l'épure grandeur d'exécution se fait alors assez facilement et quelques panneaux suffisent pour la taille de la pierre. Dans tous les autres cas, on devra lui préférer l'ellipse.

Quoique les anses de panier soient beaucoup moins employées aujourd'hui, nous nous sommes assez longuement expliqué sur leurs différents tracés, parce que ces tracés sont utiles à connaître, non pas pour la construction de nouveaux ponts, mais plutôt pour la réparation des anciens, parmi lesquels s'en trouvent un très grand nombre exécutés avec des arches en anses de panier diversement tracées.

Cependant, si on avait à construire des

ponts avec l'anse de panier comme courbe d'intrados, les méthodes à employer seraient, de préférence, celles de Huygens (n° 369), Bossut (n° 373) et Lerouge (n° 388) pour les anses à trois centres, et celles de Michal et de Lerouge (n° 379 à 396) pour les anses ayant cinq ou un plus grand nombre de centres, en donnant la préférence à celle de M. Lerouge. Spécialement pour les anses à cinq centres, on pourrait employer avantageusement la méthode *de la collection lithographique des ponts et chaussées* (n° 378).

417. Quant aux courbes ogivales, leur usage est forcément restreint à cause de la grande hauteur de la clef au-dessus des naissances relativement à l'ouverture. On a vu cependant que dans beaucoup de ponts construits en Perse, les ogives ont une montée égale à la demi-ouverture, comme dans le plein-cintre. Mais alors il vaudrait mieux employer le plein-cintre. Dans d'autres courbes ogivales, comme celles du pont de la Trinité, à Florence, et du pont biais construit au-dessus du boulevard du Transit, à Paris, par l'ingénieur Malibran, le rapport de la montée à l'ouverture est assez faible ; mais les courbes elliptiques rempliraient mieux le but, sauf dans certains cas particuliers

En somme, l'ogive ne peut être employée que lorsqu'on dispose de beaucoup de hauteur, comme dans un viaduc par exemple, et encore, dans ce cas, son usage ne serait pas toujours rationnel.

Il est vrai, en effet, que les courbes ogivales surhaussées sont celles qui résistent le mieux aux lourdes charges *concentrées sur la clef* tout en ne donnant naissance qu'à de faibles efforts au renversement sur les pieds-droits. Mais lorsque la charge peut être transmise aux reins de la voûte, celle-ci se trouve placée dans de mauvaises conditions de résistance.

« On sait, dit M. Dieulafoy, dans son *mémoire sur la construction des ponts* en Perse, que par leur nature les courbes brisées transmettent imparfaitement d'un arc à l'autre les pressions développées sur les reins et tendent à s'ouvrir au sommet, sous l'influence de la composante verticale de la pression en ce point sans qu'aucune force autre que la charge sur les claveaux et l'adhérence des mortiers puisse s'opposer à ce mouvement. Si l'équilibre statique en vue duquel une voûte en ogive a été construite vient à être rompu, l'arc se trouve dans les conditions les plus défavorables pour résister aux forces nouvelles qui le sollicitent et peut même s'effondrer. »

La forme ogivale convient donc éminemment aux voûtes qui ont à supporter une charge concentrée à la clef, mais très imparfaitement à celles qui doivent résister à une charge répartie sur toute la longueur. A ce point de vue, l'exemple que nous avons donné au numéro 326 (*fig.* 227) de l'emploi de voûtes ogivales dans les fondations des viaducs du Point-du-Jour, est très rationnel, puisque les voûtes ne sont chargées qu'à leur sommet.

Un avantage des courbes ogivales est de procurer une grande économie dans l'établissement des cintres. Quand on construit une voûte, les voussoirs d'une assise ne tendent à glisser sur ceux de l'assise inférieure que lorsque le plan de joint est incliné d'environ 15 degrés sur l'horizontale. Il en résulte qu'une ogive très surhaussée, dont l'arc n'aurait que 15 degrés, pourrait être exécutée sans cintre. Lorsque le surhaussement est moins grand et que l'arc formant la moitié de la voûte est supérieur à 15 degrés, un cintre devient en général nécessaire, mais il peut en tous cas rester très léger et par conséquent très économique.

La Perse étant un pays où les eaux superficielles sont fort rares, il est difficile d'y faire prospérer les arbres. Aussi, les premiers Aryens qui arrivèrent en Perse durent-ils apprendre à se passer des cintres dans les constructions qu'ils eurent à édifier. On comprend que, par suite du défaut de cintres, les Perses ne purent pas employer le pierre de taille dans la construction des voûtes, quoique ces matériaux fussent abondants et de bonne qualité. C'est pour cela que les ponts sont en maçonnerie de briques, et que la courbe ogivale a été adoptée par les constructeurs de ce pays, à l'exclusion de toute autre.

Les constructeurs portugais ont aussi fait usage de l'ogive dans les ouvrages

ayant une grande hauteur, probablement pour la même raison.

« L'emploi de l'ogive permet encore, dit M. Résal, de remédier facilement, en cours d'exécution, aux tassements anormaux que peut subir un cintre mal conçu et mal établi ; un remaniement peu important du parement, permet de régulariser l'intrados, sauf à modifier l'angle au sommet, ce qui n'a d'inconvénient ni au point de vue de la solidité, ni au point de vue de l'aspect. Pour une voûte à intrados continu, le problème est plus difficile à résoudre d'une manière satisfaisante, et un mouvement important du cintre peut produire dans la courbe d'intrados des jarrets malaisés à corriger ou à dissimuler.

Il est probable qu'il faut voir là le motif qui a déterminé l'emploi presque exclusif de l'ogive, durant le moyen âge, à une époque où les constructeurs, peu expérimentés, avaient tout lieu de craindre l'insuffisance de leurs cintres, d'autant plus que, les travaux de construction durant à cette époque de longues années, les ouvrages en charpente avaient le temps de pourrir et de s'affaisser par relâchement des assemblages, ce qui, d'après ce qui vient d'être dit, ne pouvait guère présenter d'inconvénient pour la construction des ogives. »

418. En *résumé*, les courbes d'intrados le plus fréquemment employées aujourd'hui sont le plein-cintre, l'arc de cercle et l'ellipse, cette dernière devant presque toujours être préférée aux anses de panier.

Avec le plein-cintre, on obtient un effet architectural très satisfaisant et les arches construites avec cette courbe d'intrados se trouvent dans de bonnes conditions de stabilité. On devra donc presque toujours faire usage du plein-cintre quand les circonstances locales n'obligeront pas à donner à la voûte une montée inférieure à sa demi-ouverture, d'autant plus que le tracé de l'appareil et l'exécution de la voûte plein cintre sont simples et faciles.

Quand, à cause de la hauteur dont on dispose, les naissances du plein cintre devraient être placées au niveau de l'étiage et que le débouché décroîtrait trop rapidement pendant les crues, on doit avoir recours à des voûtes surbaissées telles que celles en arc de cercle ou elliptiques.

L'arc de cercle permet généralement de placer les naissances de la voûte au niveau des plus hautes eaux ; on a alors le maximum du débouché possible pour une même ouverture. Cette courbe d'intrados convient surtout pour des surbaissements de $^1/_4$ à $^1/_8$. Le tracé de son appareil et son exécution sont encore des plus simples. Pour les surbaissements que nous venons d'indiquer les épaisseurs des culées restent dans les limites acceptables. Mais en pratique on ne doit pas, avec l'arc de cercle, dépasser un surbaissement de $^1/_{10}$, car au-delà, l'exécution devient plus délicate, et les épaisseurs de maçonnerie des culées, nécessaires pour résister aux poussées, sont énormes et par conséquent trop dispendieuses.

Lorsque les naissances de l'arc de cercle peuvent être atteintes et dépassées par les plus hautes eaux des crues, le débouché décroît très rapidement avec la hauteur du niveau des eaux et cette courbe d'intrados doit être remplacée par une autre courbe surbaissée offrant une décroissance moins rapide du débouché.

L'ellipse remplit parfaitement le but. Son aspect est souvent plus agréable que celui de l'arc de cercle, à cause du raccord de ses extrémités tangentiellement avec les parements des pieds-droits. Pour une même ouverture et une même montée, elle produit moins de poussée sur les pieds-droits que l'arc de cercle. Le tracé de son appareil ne présente pas de sérieuse difficulté. Les surbaissements qui conviennent aux arches elliptiques sont $^1/_3$, $^1/_4$ et $^1/_5$.

Comme nous l'avons expliqué, l'ellipse doit être préférée aux anses de panier, sauf de très rares exceptions.

Les courbes ogivales possèdent de précieuses qualités qui permettent de les employer avec grand avantage dans certains cas spéciaux. Par exemple, lorsque la voûte doit supporter des charges concentrées à la clef, ou bien lorsqu'on n'a pas sous la main les bois qui seraient nécessaires pour l'établissement de cintres suffisamment résistants pour la construction des autres genres de voûtes.

§ III. — *DÉVELOPPEMENTS ET DÉBOUCHÉS SUPERFICIELS DES DIVERSES COURBES D'INTRADOS*

419. Nous ne pouvons pas terminer ce qui est relatif aux courbes d'intrados sans donner les quelques indications qui suivent sur le calcul de leurs développements et de leurs débouchés superficiels. Lorsqu'on a à déterminer le débouché d'un pont, il faut en effet savoir évaluer le périmètre mouillé et la section d'écoulement du courant et, dans cette évaluation, il est nécessaire de faire intervenir le développement de la courbe d'intrados ainsi que la surface libre que cette courbe offre au passage du courant, lorsque le niveau des eaux s'élève au-dessus des naissances.

Ce que nous allons dire trouvera également son application dans la confection des métrés, pour l'évaluation des parements vus des voûtes et pour le calcul de leur cube de maçonnerie, comme on le verra plus loin. (*Article III. — Avant-métrés et devis*).

I. — Développements et débouchés superficiels du plein-cintre et de l'arc de cercle.

PLEIN-CINTRE

420. La longueur développée d'une demi-circonférence a pour expression :

$$d = \pi R,$$

ou

$$d = \frac{\pi D}{2},$$

en désignant par d le développement cherché, par R le rayon ou par D le diamètre et par π le rapport de la circonférence entière au diamètre ($\pi = 3{,}14\ 159$).

La surface d'un demi-cercle a pour expression :

$$S = \frac{\pi R^2}{2},$$

ou

$$S = \frac{\pi D^2}{8},$$

S, étant la surface cherchée, et les autres lettres ayant la même signification que ci-dessus.

Il sera donc facile, quand on connaîtra l'ouverture D ou la demi-ouverture R d'une arche plein-cintre, de calculer le développement d de la courbe d'intrados ou la surface S du débouché total.

Afin de faciliter ces calculs et permettre une évaluation rapide, nous donnons ci-après (pages 398 et 399) une table contenant les développements et les surfaces des débouchés des arches plein-cintre pour des ouvertures variant de 10 en 10 centimètres depuis $0^m,50$ jusqu'à 30 mètres et de 0,50 en 0,50 depuis 30 mètres jusqu'à 50 mètres.

Usage des tables.

421. Il est à peine nécessaire d'expliquer l'usage des tables, tant elles sont d'une application simple et facile.

S'agit-il, par exemple, de trouver, le développement et le débouché superficiel total d'une arche en plein-cintre ayant une ouverture $2a = 18$ mètres, ou un rayon $R = 9$ mètres, on cherchera cette ouverture de $18^m,00$ dans la première colonne du tableau, et en regard de ce chiffre, on trouvera dans la deuxième colonne un développement de la courbe d'intrados

$$d = 28^m,275$$

et dans la troisième colonne, un débouché superficiel total

$$S = 127^{mq},2348.$$

Si l'ouverture donnée n'était pas dans la table, comme $2a = 22^m,44$, par exemple, on prendrait les chiffres correspondant aux deux ouvertures, $22^m,40$ et $22^m,50$ qui comprennent l'ouverture donnée, et on ferait leurs différences, avec lesquelles il serait facile de calculer exactement le développement et le débouché superficiel

TABLEAU DES DÉVELOPPEMENTS ET DES DÉBOUCHÉS SUPERFICIELS DES PLEINS-CINTRES (n° 420)

OUVERTURE de l'arche plein-cintre	DÉVELOPPEMENT de la courbe d'intrados	DÉBOUCHÉ superficiel	OUVERTURE de l'arche plein-cintre	DÉVELOPPEMENT de la courbe d'intrados	DÉBOUCHÉ superficiel	OUVERTURE de l'arche plein-cintre	DÉVELOPPEMENT de la courbe d'intrados	DÉBOUCHÉ superficiel	OUVERTURE de l'arche plein-cintre	DÉVELOPPEMENT de la courbe d'intrados	DÉBOUCHÉ superficiel
m.	m.	m.q.	m.	m.	m.q.	m.	m.	m.q.	m.	m.	m. q.
0.50	0.785	0.0982	4.70	7.383	8.6747	8.90	13.980	31.1057	13.10	20.578	67.3911
0.60	0.942	0.1414	4.80	7.540	9.0478	9.00	14.137	31.8087	13.20	20.735	68.4239
0.70	1.100	0.1924	4.90	7.697	9.4287	9.10	14.294	32.5194	13.30	20.892	69.4646
0.80	1.257	0.2513	5.00	7.854	9.8175	9.20	14.451	33.2380	13.40	21.049	70.5131
0.90	1.414	0.3181	5.10	8.011	10.2141	9.30	14.608	33.9646	13.50	21.206	71.5694
1.00	1.571	0.3927	5.20	8.168	10.6186	9.40	14.766	34.6989	13.60	21.363	72.6336
1.10	1.728	0.4752	5.30	8.325	11.0309	9.50	14.923	35.4411	13.70	21.520	73.7057
1.20	1.885	0.5655	5.40	8.482	11.4511	9.60	15.080	36.1912	13.80	21.677	74.7856
1.30	2.042	0.6637	5.50	8.639	11.8791	9.70	15.237	36.9491	13.90	21.834	75.8734
1.40	2.199	0.7697	5.60	8.796	12.3150	9.80	15.394	37.7148	14.00	21.991	76.9690
1.50	2.356	0.8836	5.70	8.954	12.7588	9.90	15.551	38.4885	14.10	22.148	78.0725
1.60	2.513	1.0053	5.80	9.111	13.2104	10.00	15.708	39.2700	14.20	22.306	79.1839
1.70	2.670	1.1349	5.90	9.268	13.6698	10.10	15.865	40.0592	14.30	22.463	80.3031
1.80	2.827	1.2723	6.00	9.425	14.1372	10.20	16.022	40.8564	14.40	22.620	81.4301
1.90	2.985	1.4176	6.10	9.582	14.6123	10.30	16.179	41.6615	14.50	22.777	82.5650
2.00	3.142	1.5708	6.20	9.739	15.0953	10.40	16.337	42.4744	14.60	22.934	83.7078
2.10	3.299	1.7318	6.30	9.896	15.5862	10.50	16.494	43.2949	14.70	23.091	84.8584
2.20	3.456	1.9016	6.40	10.053	16.0849	10.60	16.650	44.1237	14.80	23.248	86.0168
2.30	3.613	2.0773	6.50	10.210	16.5915	10.70	16.808	44.9601	14.90	23.405	87.1831
2.40	3.770	2.2619	6.60	10.367	17.1060	10.80	16.965	45.8044	15.00	23.562	88.3573
2.50	3.927	2.4543	6.70	10.524	17.6283	10.90	17.122	46.6566	15.10	23.719	89.5395
2.60	4.084	2.6546	6.80	10.681	18.1584	11.00	17.279	47.5166	15.20	23.876	90.7294
2.70	4.241	2.8627	6.90	10.839	18.6964	11.10	17.436	48.3845	15.30	24.033	91.9271
2.80	4.398	3.0787	7.00	10.996	19.2423	11.20	17.593	49.2602	15.40	24.190	93.1327
2.90	4.555	3.3026	7.10	11.153	19.7960	11.30	17.750	50.1438	15.50	24.348	94.3460
3.00	4.712	3.5343	7.20	11.310	20.3575	11.40	17.907	51.0352	15.60	24.505	95.5652
3.10	4.869	3.7738	7.30	11.467	20.9269	11.50	18.064	51.9345	15.70	24.662	96.7966
3.20	5.027	4.0212	7.40	11.624	21.5042	11.60	18.221	52.8416	15.80	24.819	98.0336
3.30	5.184	4.2765	7.50	11.781	22.0893	11.70	18.379	53.7566	15.90	24.976	99.2784
3.40	5.341	4.5396	7.60	11.938	22.6823	11.80	18.536	54.6791	16.00	25.133	100.5312
3.50	5.498	4.8105	7.70	12.095	23.2832	11.90	18.693	55.6101	16.10	25.290	101.7917
3.60	5.655	5.0894	7.80	12.252	23.8918	12.00	18.850	56.5487	16.20	25.447	103.0601
3.70	5.812	5.3760	7.90	12.409	24.5084	12.10	19.007	57.4950	16.30	25.604	104.3361
3.80	5.969	5.6705	8.00	12.566	25.1328	12.20	19.164	58.4494	16.40	25.761	105.6205
3.90	6.126	5.9729	8.10	12.723	25.7650	12.30	19.321	59.4115	16.50	25.918	106.9125
4.00	6.283	6.2832	8.20	12.881	26.4051	12.40	19.478	60.3814	16.60	26.075	108.2124
4.10	6.440	6.6012	8.30	13.038	27.0531	12.50	19.635	61.3593	16.70	26.233	109.5201
4.20	6.597	6.9272	8.40	13.195	27.7089	12.60	19.792	62.3449	16.80	26.390	110.8356
4.30	6.754	7.2610	8.50	13.352	28.3725	12.70	19.949	63.3385	16.90	26.547	112.1590
4.40	6.911	7.6026	8.60	13.509	29.0440	12.80	20.106	64.3398	17.00	26.704	113.4903
4.50	7.069	7.9521	8.70	13.666	29.7234	12.90	20.264	65.3491	17.10	26.861	114.8294
4.60	7.226	8.3095	8.80	13.823	30.4106	13.00	20.421	66.3662	17.20	27.018	116.1763

TABLEAU DES DÉVELOPPEMENTS ET DES DÉBOUCHÉS SUPERFICIELS DES PLEINS-CINTRES (n° 420) (*suite*)

OUVERTURE de l'arche plein-cintre	DÉVELOPPEMENT de la courbe d'intrados	DÉBOUCHÉ superficiel	OUVERTURE de l'arche plein-cintre	DÉVELOPPEMENT de la courbe d'intrados	DÉBOUCHÉ superficiel	OUVERTURE de l'arche plein-cintre	DÉVELOPPEMENT de la courbe d'intrados	DÉBOUCHÉ superficiel	OUVERTURE de l'arche plein-cintre	DÉVELOPPEMENT de la courbe d'intrados	DÉBOUCHÉ superficiel
m.	m.	m.q.	m.	m.	m.q.	m.	m.	m..q	m.	m.	m.p.
17.30	27.175	117.5311	21.50	33.772	181.53	25.70	40.370	259.38	29.90	46.967	351.08
17.40	27.332	118.8933	21.60	33.929	183.22	25.80	40.527	261.40	30.00	47.124	353.43
17.50	27.489	120.2643	21.70	34.087	184.92	25.90	40.684	263.43	30.50	47.910	365.31
17.60	27.646	121.6427	21.80	34.244	186.63	26.00	40.841	265.47	31.00	48.695	377.39
17.70	27.803	123.0289	21.90	34.401	188.34	26.10	40.998	267.51	31.50	49.480	389.66
17.80	27.960	124.4230	22.00	34.558	190.07	26.20	41.155	269.57	32.00	50.266	402.13
17.90	28.118	125.8250	22.10	34.715	191.80	26.30	41.312	271.63	32.50	51.051	414.79
18.00	28.275	127.2348	22.20	34.872	193.54	26.40	41.469	273.70	33.00	51.837	427.65
18.10	28.432	128.6524	22.30	35.029	195.29	26.50	41.626	275.78	33.50	52.622	440.71
18.20	28.589	130.0779	22.40	35.186	197.04	26.60	41.783	277.86	34.00	53.407	453.96
18.30	28.746	131.5113	22.50	35.343	198.81	26.70	41.941	279.95	34.50	54.193	467.41
18.40	28.903	132.9525	22.60	35.500	200.58	26.80	42.098	282.05	35.00	54.978	481.06
18.50	29.060	134.4015	22.70	35.657	202.36	26.90	42.255	284.16	35.50	55.764	494.90
18.60	29.217	135.8584	22.80	35.814	204.14	27.00	42.412	286.28	36.00	56.549	508.94
18.70	29.374	137.3232	22.90	35.971	205.94	27.10	42.569	288.40	36.50	57.334	523.18
18.80	29.531	138.7958	23.00	36.129	207.74	27.20	42.726	290.54	37.00	58.120	537.62
18.90	29.688	140.2763	23.10	36.286	209.55	27.30	42.883	292.68	37.50	58.905	552.24
19.00	29.845	141.7647	23.20	36.443	211.37	27.40	43.040	294.83	38.00	59.691	567.06
19.10	30.002	143.2608	23.30	36.600	213.19	27.50	43.197	296.98	38.50	60.476	582.08
19.20	30.160	144.7649	23.40	36.757	215.03	27.60	43.354	299.14	39.00	61.261	597.30
19.30	30.317	146.2768	23.50	36.914	216.87	27.70	43.511	301.32	39.50	62.047	612.71
19.40	30.474	147.7965	23.60	37.071	218.72	27.80	43.668	303.50	40.00	62.832	628.32
19.50	30.632	149.3241	23.70	37.228	220.58	27.90	43.825	305.68	40.50	63.618	644.13
19.60	30.788	150.8596	23.80	37.385	222.44	28.00	43.983	307.88	41.00	64.403	660.13
19.70	30.945	152.4029	23.90	37.542	224.32	28.10	44.140	310.08	41.50	65.188	676.33
19.80	31.102	153.9541	24.00	37.699	226.20	28.20	44.297	312.29	42.00	65.974	692.72
19.90	31.259	155.5131	24.10	37.856	228.09	28.30	44.454	314.51	42.50	66.759	709.32
20.00	31.416	157.0800	24.20	38.014	229.98	28.40	44.611	316.74	43.00	67.544	726.10
20.10	31.573	158.66	24.30	38.171	231.89	28.50	44.768	318.97	43.50	68.330	743.09
20.20	31.730	160.24	24.40	38.328	233.80	28.60	44.925	321.21	44.00	69.115	760.27
20.30	31.887	161.83	24.50	38.485	235.72	28.70	45.082	323.46	44.50	69.901	777.64
20.40	32.044	163.43	24.60	38.642	237.65	28.80	45.239	325.72	45.00	70.686	795.22
20.50	32.202	165.03	24.70	38.799	239.58	28.90	45.396	327.99	45.50	71.471	812.99
20.60	32.359	166.65	24.80	38.956	241.52	29.00	45.553	330.26	46.00	72.257	830.95
20.70	32.516	168.27	24.90	39.113	243.48	29.10	45.760	332.54	46.50	73.042	849.12
20.80	32.673	169.90	25.00	39.270	245.44	29.20	45.868	334.83	47.00	73.828	867.47
20.90	32.829	171.54	25.10	39.427	247.41	29.30	46.025	337.13	47.50	74.613	886.03
21.00	32.987	173.18	25.20	39.584	249.38	29.40	46.182	339.44	48.00	75.398	904.78
21.10	33.144	174.84	25.30	39.741	251.37	29.50	46.339	341.75	48.50	76.184	923.73
21.20	33.301	176.50	25.40	39.898	253.36	29.60	46.496	344.07	49.00	76.969	942.87
21.30	33.458	178.17	25.50	40.056	255.36	29.70	46.653	346.40	49.50	77.755	962.21
21.40	33.615	179.84	25.60	40 213	256.36	29.80	46.810	348.73	50.00	78.540	981.75

cherchés, en interpolant par la méthode des variations proportionnelles.

ARC DE CERCLE

422. Représentons l'ouverture d'une arche en arc de cercle par $2a$, sa flèche par f, son rayon par R et son angle au centre par 2α. Ces diverses quantités sont liées par les deux relations suivantes (n° 329) (*fig.*230)

$$R = \frac{a^2 + f^2}{2f}, \qquad (1)$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{R}. \qquad (2)$$

Développement de l'arc de cercle.

423. Le développement de l'arc de cercle dépend du rayon R et de l'amplitude de l'angle au centre 2α.

Ordinairement on connait l'ouverture $2a$ de l'arche et sa montée f. Avec ces données on pourrait donc calculer d'abord le rayon R, puis l'angle α, avec les deux relations ci-dessus. On en déduirait le développement de l'arc de cercle.

En effet, le développement de la circonférence entière, correspondant à un angle de 360 degrés est :

$$2\pi R.$$

Pour un degré, le développement sera :

$$\frac{2\pi R}{360}$$

et pour 2α degrés :

$$d = \frac{4\pi R\alpha}{360},$$

$$d = R\,\frac{\pi}{90}\,\alpha,$$

ou $$d = 0{,}0349\ R\alpha. \qquad (3)$$

Ce développement est donc proportionnel au rayon R et à l'angle α.

Si, dans la formule précédente, on fait R = 1 mètre, et si on donne à l'angle α des valeurs égales à 1, 2, 3... 60 minutes, puis 1, 2, 3... 180 degrés, on aura le développement d qui correspondra à ces divers angles pour un rayon de 1 mètre.

Les tables ci-contre (page 401), établies dans ces conditions, permettent de calculer rapidement le développement d'un arc de cercle quand on connait son rayon et son angle au centre.

Voici comment on fait usage de ces tables :

Problème.

424. *Soit à trouver le développement de la courbe d'intrados d'une arche en arc de cercle dont on connaît le rayon* $R = 12^m,65$ *et l'angle au centre* $2\alpha = 110°,33'$.

Les tables ci-contre donnent, pour un rayon de 1 mètre, les développements suivants :

pour 110°	1m,91986
pour 33'	0m,00960
pour 110°33'	1m,92946

L'arc de cercle considéré ayant un rayon de 12m65, son développement aura donc pour valeur :

$$1{,}92946 \times 12{,}65 = 24^m408$$

425. *Remarque sur les tables du numéro* 423. — Les tables dont nous venons de faire usage pour calculer le développement d'un arc de cercle sont très commodes puisque les seules opérations à faire consistent à additionner le développement correspondant au nombre de degrés de l'angle au centre avec le développement qui correpond au nombre de minutes. et à multiplier la somme par le rayon, quelle que soit la valeur de ce rayon.

Ces tables s'appliquent donc à un rayon quelconque, pourvu que l'angle au centre soit donné en degrés et en minutes seulement.

Mais en général l'angle α n'est pas une donnée du problème. Le plus souvent on connait l'ouverture $2a$ et la flèche ou montée f. Par conséquent, si on veut employer les tables ci-contre pour le calcul du développement d'un arc de cercle, il faut préalablement calculer la valeur de l'angle α avec la formule (2) ci-dessus, et il est alors bien rare que le résultat soit obtenu en nombre entier de minutes. S'il y a des secondes, les tables ne peuvent plus donner directement le développement cherché. On doit avoir recours à une interpolation par la méthode des variations proportionnelles. Nous devons ajouter cependant, qu'en pratique, les résultats fournis par les tables sont presque toujours suffisants.

PREMIÈRE TABLE POUR LES DEGRÉS (n° 423)

ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC	ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC	ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC	ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC	ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC	ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC
Degrés	m.	Degrés	m.	Degrés	m.	Degrés	m.	Degrés	m.	Degrés	m.
1	0.01745	31	0.54105	61	1.06465	91	1.58825	121	2.11185	151	2.63545
2	0.03491	32	0.55851	62	1.08210	92	1.60570	122	2.12930	152	2.65290
3	0.05236	33	0.57596	63	1.09956	93	1.62316	123	2.14676	153	2.67035
4	0.06981	34	0.59341	64	1.11701	94	1.64061	124	2.16421	154	2.68781
5	0.08727	35	0.61087	65	1.13446	95	1.65806	125	2.18166	155	2.70526
6	0.10472	36	0.62832	66	1.15192	96	1.67552	126	2.19912	156	2.72271
7	0.12217	37	0.64577	67	1.16937	97	1.69297	127	2.21657	157	2.74017
8	0.13963	38	0.66322	68	1.18682	98	1.71042	128	2.23402	158	2.75762
9	0.15708	39	0.68068	69	1.20428	99	1.72788	129	2.25148	159	2.77507
10	0.17453	40	0.69813	70	1.22173	100	1.74533	130	2 26893	160	2.79253
11	0.19199	41	0.71558	71	1.23918	101	1.76278	131	2.28638	161	2.80998
12	0.20944	42	0.73304	72	1.25664	102	1.78024	132	2.30384	162	2.82743
13	0.22689	43	0.75049	73	1.27409	103	1.79769	133	2.32129	163	2.84489
14	0.24435	44	0.76794	74	1.29154	104	1.81514	134	2.33874	164	2.86234
15	0.26180	45	0.78540	75	1.30900	105	1.83260	135	2.35620	165	2.87979
16	0.27925	46	0.80285	76	1.32645	106	1.85005	136	2.37365	166	2.89725
17	0.29671	47	0.82031	77	1.34390	107	1.86750	137	2.39110	167	2.91470
18	0.31416	48	0.83776	78	1.36136	108	1.88496	138	2.40856	168	2.93215
19	0.33161	49	0.85521	79	1.37881	109	1.90241	139	2.42601	169	2.94961
20	0.34907	50	0.87266	80	1.39626	110	1.91986	140	2.44346	170	2.96706
21	0.36652	51	0.89012	81	1.41372	111	1.93732	141	2.46091	171	2.98451
22	0.38397	52	0.90757	82	1.43117	112	1.95477	142	2.47837	172	3.00197
23	0.40143	53	0.92502	83	1.44862	113	1.97222	143	2.49582	173	3.01942
24	0.41888	54	0.94248	84	1.46608	114	1.98968	144	2.51327	174	3.03687
25	0.43633	55	0.95993	85	1.48353	115	2.00713	145	2.53073	175	3.05433
26	0.45379	56	0.97738	86	1.50098	116	2.02458	146	2.54818	176	3.07178
27	0.47124	57	0.99484	87	1.51844	117	2.04204	147	2.56563	177	3.08923
28	0.48869	58	1.01229	88	1.53589	118	2.05949	148	2.58309	178	3.10669
29	0.50615	59	1.02974	89	1.55334	119	2.07694	149	2.60054	179	3.12414
30	0.52360	60	1.04720	90	1.57080	120	2.09440	150	2.61799	180	3.14159

DEUXIÈME TABLE POUR LES MINUTES (n° 424)

ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC	ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC	ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC	ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC	ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC	ANGLE AU CENTRE	DÉVELOPPEMENT de L'ARC
Minut.	m.	Minut.	m.	Minut.	m.	Minut.	m.	Minut.	m.	Minut.	m.
1	0.00029	11	0.00320	21	0.00611	31	0.00902	41	0.01183	51	0.01484
2	0.00058	12	0.00349	22	0.00640	32	0.00931	42	0.01222	52	0.01513
3	0.00087	13	0.00378	23	0.00669	33	0.00960	43	0.01251	53	0.01542
4	0.00116	14	0.00407	24	0.00698	34	0.00989	44	0.01280	54	0.01571
5	0.00145	15	0.00436	25	0.00727	35	0.01018	45	0.01309	55	0.01600
6	0.00175	16	0.00465	26	0.00756	36	0.01047	46	0.01338	56	0.01629
7	0.00204	17	0.00495	27	0.00785	37	0.01076	47	0.01367	57	0.01658
8	0.00233	18	0.00524	28	0.00814	38	0.01105	48	0.01396	58	0.01687
9	0.00262	19	0.00553	29	0.00844	39	0.01134	49	0.01425	59	0.01716
10	0.00291	20	0.00582	30	0.00873	40	0.01164	50	0.01454	60	0.01745

426. Au lieu de donner au rayon R, dans la formule (3) (n° 423) une valeur fixe de 1 mètre et de calculer les développements correspondant à des angles variables de 1 à 60 minutes et de 1 à 180 degrés, on peut attribuer à ce rayon une série de valeurs et calculer seulement le développement correspondant à une seconde, une minute et un degré.

La table suivante donne, pour des rayons variant de 0m,25 à 100 mètres, les développements d'arcs de 1 seconde, de 1 minute et de 1 degré. Elles peuvent donc être très utiles dans certains cas.

TABLE SERVANT A TROUVER L'ARC CORRESPONDANT A UN ANGLE DONNÉ

pour des rayons de 0m,25 à 100 mètres.

RAYON R	LONGUEUR DE L'ARC CORRESPONDANT A un angle au centre de : $1^\circ = \frac{2\pi R}{360}$	$1' = \frac{2\pi R}{21\,600}$	$1'' = \frac{2\pi R}{1\,296\,000}$	RAYON R	LONGUEUR DE L'ARC CORRESPONDANT A un angle au centre de : $1^\circ = \frac{2\pi R}{360}$	$1' = \frac{2\pi R}{21\,600}$	$1'' = \frac{2\pi R}{1\,296\,000}$
m.				m.			
0.25	0.00436332	0.00007272	0.00000121	2.00	0.03490659	0.00058178	0.00000970
0.30	0.00523599	0.00008727	0.00000145	2.50	0.04363323	0.00072722	0.00001212
0.35	0.00610865	0.00010181	0.00000170	3.00	0.05235988	0.00087266	0 00001454
0.40	0.00698132	0.00011636	0.00000194	3.50	0.06108652	0.00101811	0.00001697
0.45	0.00785398	0.00013090	0.00000218	4.00	0.06981317	0.00116355	0.00001939
0.50	0.00872665	0.00014544	0.00000242	4.50	0.07853982	0.00130900	0.00002182
0.55	0.00959931	0.00015999	0.00000267	5.00	0.08726646	0.00145444	0.00002424
0.60	0.01047198	0.00017453	0.00000291	5.50	0.09599311	0.00159989	0.00002666
0.65	0.01134464	0.00018908	0.00000315	6.00	0.10471976	0.00174533	0.00002909
0.70	0.01221730	0.00020362	0.00000339	6.50	0.11344640	0.00189077	0.00003151
0.75	0.01308997	0.00021817	0.00000364	7.00	0.12217305	0.00203622	0.00003394
0.80	0.01396263	0.00023271	0.00000388	7.50	0.13089967	0.00218166	0.00003636
0.85	0.01483530	0.00024726	0.00000411	8.00	0.13962634	0.00232711	0.00003879
0.90	0.01570796	0.00026180	0.00000436	9.00	0.15007963	0.00261799	0.00004363
0.95	0.01658063	0.00027634	0.00000461	10.00	0.17453293	0.00290888	0.00004848
1.00	0.01745329	0.00029089	0.00000485	12.00	0.20943951	0.00349066	0.00005818
1.10	0.01919862	0.00031998	0.00000533	15.00	0.26179939	0.00436332	0.00007272
1.20	0.02094395	0.00034907	0.00000582	20.00	0.34906585	0.00581776	0.00009696
1.30	0.02268928	0.00037815	0.00000630	25.00	0.43633231	0.00727221	0.00012120
1.40	0.02443461	0.00040724	0.00000679	30.00	0.52359878	0.00872665	0.00014544
1.50	0.02617994	0.00043633	0.00000727	40.00	0.69813170	0.01163553	0.00019393
1.60	0.02792527	0.00046542	0.00000776	50.00	0.87266463	0.01454441	0.00024241
1.70	0.02967060	0.00049451	0.00000824	60.00	1.04719755	0.01745329	0.00029089
1.80	0.03141593	0.00052360	0.00000873	70.00	1.22173048	0.02036217	0.00033937
1.90	0.03316126	0.00055269	0.00000921	100.00	1.74532925	0.02908882	0.00048481

Problème.

427. *Calculer le développement d'un arc de cercle ayant* 15 *mètres de rayon et un angle au centre de* 96°, 25′, 40″. En faisant usage de la table précédente on trouve, en regard du rayon 15 mètres, les développements suivants :

pour 1°. 0m,26180
pour 1′. 0m,00436
pour 1″. 0m,00007

Le développement correspondant à l'angle donné de 96°, 25′, 40″ aura donc pour valeur :

pour 96°. . . 0,26180 × 96 = 25m,1328
pour 25′ . . . 0,00436 × 25 = 0m,1090
pour 40″. . . 0,00007 × 40 = 0m,0028

pour 96°, 25′ 45″. 25m,245

428. *Remarque.* — La table du numéro 426, ne peut être employée pratiquement que pour les rayons inscrits dans la première colonne. Si on avait, par exemple, à calculer le développement d'un arc ayant un rayon de 12m,50, la table ne donnerait pas directement les longueurs des arcs correspondants de 1 degré, 1 minute et une seconde. Il fau-

drait faire la différence de ces longueurs pour les deux rayons 12 mètres et 15 mètres qui comprennent le rayon donné, et diviser ces différences proportionnellement aux rayons, afin d'obtenir les longueurs correspondant au rayon donné de $12^m,50$; ce qui du reste ne dispenserait pas des autres opérations. Le calcul avec la table serait alors aussi long qu'un calcul direct. Cette table du numéro 426 ne pourra donc être employée avantageusement que lorsque le rayon donné se trouve inscrit dans la première colonne. Il est vrai qu'elle donne les développements des secondes, tandis que les tables de la page 401 ne fournissent que ceux relatifs aux degrés et aux minutes.

C'est un bien faible avantage, attendu que pour les rayons généralement en usage, le développement correspondant à une fraction de minute est assez petit pour pouvoir être négligé.

Problème.

429. *Calculer le développement de la courbe d'intrados d'une arche en arc de cercle dont on connaît l'ouverture et la montée* :

Ouverture : $2a = 30^m,00$;

Montée : $f = 8^m,00$.

Dans les exemples précédents, nous avons supposé que le rayon de l'arc de cercle et son angle au centre étaient connus. Les tables de la page 401 nous permettaient alors de calculer très simplement le développement de l'arc.

Mais ordinairement le problème ne se pose pas ainsi. On connaît l'ouverture et la montée et les autres éléments du problème sont inconnus. Dans ces conditions, si on veut faire usage des tables des pages 401 et 402 il faut préalablement calculer le rayon R et l'angle au centre 2α d'après les formules (1) et (2) (n° 422) :

$$R = \frac{a^2 + f^2}{2f}$$

$$\sin \alpha = \frac{a}{R}.$$

Avec les données ci-dessus, on a :

$$R = \frac{(15.00)^2 + (8,00)^2}{2 \times 8,00} = 18^m,063$$

$$\sin \alpha = \frac{15,00}{18,063} = 0,83042.$$

En cherchant dans les tables des expressions trigonométriques naturelles, l'angle qui correspond à cette valeur de $\sin \alpha$, on trouve : $\alpha = 56°9'$.

Par conséquent, l'angle au centre pour l'arc de cercle total est : $2\alpha = 112°18'$.

Les tables de la page 401 donnent alors pour les développements d'un arc de $1^m,00$ de rayon :

pour 112°.	$1^m,95477$
pour 18′.	$0^m,00524$
pour 112°18′.	$1^m,95001$

Le développement de l'arc de $18^m,063$ sera donc :

$$1,95 \times 18,063 = 35^m,323.$$

430. *Remarque.* — On voit, par l'exemple que nous venons de traiter, qu'on est obligé, pour se servir des tables de la page 401, de faire préalablement la détermination du rayon R et de l'angle au centre 2α. Ces calculs ne sont pas très longs ni bien difficiles, mais ils prennent toujours un temps précieux et exposent à des erreurs. C'est pour cela que nous donnons la table suivante qui permet de déterminer facilement les éléments inconnus du problème quels que soient les éléments connus.

Cette table fournira rapidement le développement de l'arc, la montée et l'ouverture d'une arche en arc de cercle, dont on connaîtra le rayon et l'angle au centre, ou bien, elle permettra de déterminer immédiatement l'angle au centre et le développement de l'arc quand on connaîtra l'ouverture et la montée et qu'on aura préalablement calculé le rayon, ce qui est le cas le plus général.

431. Cette table est de la plus grande utilité dans les applications journalières. Elle donne, pour un rayon de 100 mètres, et pour tous les angles variant de minute en minute, depuis 1 degré jusqu'à 90 degrés, la valeur de la flèche ou montée, celle de la demi-ouverture ou demi-corde de l'arc, et enfin le développement de l'arc.

Elle se prête très facilement aux calculs qu'on peut avoir à faire sur les éléments qui entrent dans la détermination d'un arc de cercle, (voir l'usage des tables, n° 432).

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
1° 0′	0.004	0.873	1.745	2° 11′	0.018	1.905	3.811	3° 21′	0.043	2.923	5.847
1	0.004	0.887	1.774	12	0.019	1.920	3.840	22	0.043	2.938	5.876
2	0.004	0.902	1.804	13	0.019	1.934	3.869	23	0.044	2.952	5.905
3	0.004	0.916	1.833	14	0.019	1.949	3.898	24	0.044	2.967	5.934
4	0.004	0.931	1.862	15	0.020	1.963	3.927	25	0.045	2.981	5.963
5	0.004	0.945	1.891								
				16	0.020	1.978	3.956	26	0.045	2.996	5.992
6	0.005	0.960	1.920	17	0.020	1.992	3.985	27	0.046	3.010	6.021
7	0.005	0.975	1.949	18	0.020	2.007	4 014	28	0.046	3.025	6.051
8	0.005	0.989	1.978	19	0.021	2.021	4.043	29	0.046	3.039	6.080
9	0.005	1.004	2.007	20	0.021	2.036	4.072	30	0.047	3.054	6.109
10	0.005	1.018	2.036								
				21	0.021	2.051	4.102	31	0.047	3.069	6.138
11	0.005	1.033	2.065	22	0.022	2.065	4.131	32	0.048	3.083	6.167
12	0.005	1.047	2.094	23	0.022	2.080	4.160	33	0.048	3.098	6.196
13	0.006	1.062	2.123	24	0.022	2.094	4.189	34	0.049	3.112	6.225
14	0.006	1.076	2.153	25	0.023	2.109	4.218	35	0.049	3.127	6.254
15	0.006	1.091	2.182								
				26	0.023	2.123	4.247	36	0.050	3.141	6.283
16	0.006	1.105	2.211	27	0.023	2.138	4.276	37	0.050	3.156	6.312
17	0.006	1.120	2.240	28	0.023	2.152	4.305	38	0.051	3.170	6.341
18	0.006	1.135	2.269	29	0.024	2.167	4.334	39	0.051	3.185	6.370
19	0.007	1.149	2.298	30	0.024	2.181	4.363	40	0.052	3.199	6.400
20	0.007	1.164	2.327								
				31	0.024	2.196	4.392	41	0.052	3.214	6.429
21	0.007	1.178	2.356	32	0.025	2.211	4.422	42	0.053	3.228	6.458
22	0.007	1.193	2.385	33	0.025	2.225	4.451	43	0.053	3.243	6.487
23	0.007	1.207	2.414	34	0.025	2.240	4.480	44	0.054	3.257	6.516
24	0.007	1.222	2.443	35	0.026	2.254	4.509	45	0.054	3.272	6.545
25	0.008	1.236	2.473								
				36	0.026	2.269	4.538	46	0.055	3.286	6.574
26	0.008	1.251	2.502	37	0.026	2.283	4.567	47	0.055	3.301	6.603
27	0.008	1.265	2.531	38	0.027	2.298	4.596	48	0.055	3.316	6.632
28	0.008	1.280	2.560	39	0.027	2.312	4.625	49	0.056	3.330	6.661
29	0.008	1.295	2.589	40	0.027	2.327	4.654	50	0.056	3.345	6.690
30	0.009	1.309	2.618								
				41	0.028	2.341	4.683	51	0.057	3.359	6.720
31	0.009	1.324	2.647	42	0.028	2.356	4.712	52	0.057	3.374	6.749
32	0.009	1.338	2.676	43	0.028	2.371	4.742	53	0.058	3.388	6.778
33	0.009	1.353	2.705	44	0.029	2.385	4.771	54	0.058	3.403	6.807
34	0.009	1.367	2.734	45	0.029	2.400	4.800	55	0.059	3.417	6.836
35	0.010	1.382	2.763								
				46	0.029	2.414	4.829	56	0.059	3.432	6.865
36	0.010	1.396	2.793	47	0.030	2.429	4.858	57	0.060	3.446	6.894
37	0.010	1.411	2.822	48	0.030	2.443	4.887	58	0.060	3.461	6.923
38	0.010	1.425	2.851	49	0.030	2.458	4.916	59	0.061	3.475	6.952
39	0.010	1.440	2.880	50	0.031	2.472	4.945				
40	0.011	1.455	2.909								
				51	0.031	2.487	4.974	4° 0′	0.061	3.490	6.981
41	0.011	1.469	2.938	52	0.031	2.502	5.003	1	0.062	3.505	7.010
42	0.011	1.484	2.967	53	0.032	2.516	5.032	2	0 062	3.519	7.039
43	0.011	1.498	2.996	54	0.032	2.531	5.062	3	0.063	3.534	7.069
44	0.011	1.513	3.025	55	0.032	2.545	5.091	4	0.063	3 548	7.098
45	0.012	1.527	3.054					5	0.064	3.563	7.127
				56	0.033	2.560	5.120				
46	0.012	1.542	3.083	57	0.033	2.574	5.149	6	0.064	3.577	7.156
47	0.012	1.556	3.113	58	0.033	2.589	5.178	7	0.065	3.592	7.185
48	0.012	1.571	3.142	59	0.034	2.604	5.207	8	0.065	3.606	7.214
49	0.013	1.585	3.171					9	0.066	3.621	7.243
50	0.013	1.600	3.200					10	0.066	3.635	7.272
				3° 0′	0.034	2.618	5.236				
51	0.013	1.615	3.229	1	0.034	2.633	5.265	11	0.067	3.649	7.301
52	0.013	1.629	3.258	2	0.035	2.647	5.294	12	0.067	3.664	7.330
53	0.013	1.644	3.287	3	0.035	2.662	5.323	13	0.068	3.679	7.359
54	0.014	1.658	3.316	4	0.036	2.676	5.352	14	0.068	3.693	7.389
55	0.014	1.673	3.345	5	0.036	2.691	5.381	15	0.069	3.708	7.418
56	0.014	1.687	3.374	6	0.037	2.705	5.411	16	0.069	3.722	7.447
57	0.014	1.702	3.403	7	0.037	2.720	5.440	17	0.070	3.737	7.476
58	0.015	1.716	3.433	8	0.037	2.734	5.469	18	0.071	3.752	7.505
59	0.015	1.731	3.462	9	0.038	2.749	5.498	19	0.071	3.766	7.534
				10	0.038	2.763	5.527	20	0.072	3.781	7.563
2° 0′	0.015	1.745	3.491								
1	0.015	1.760	3.520	11	0.039	2.778	5.556	21	0.072	3.795	7.592
2	0.016	1.775	3.549	12	0.039	2.792	5.585	22	0.073	3.810	7.621
3	0.016	1.789	3.578	13	0.040	2.807	5.614	23	0.073	3.824	7.650
4	0.016	1.804	3.607	14	0.040	2.821	5.643	24	0.074	3.839	7.679
5	0.017	1.818	3.636	15	0.040	2.836	5.672	25	0.074	3.853	7.709
6	0.017	1.833	3.665	16	0.041	2.850	5.701	26	0.075	3.868	7.738
7	0.017	1.847	3.694	17	0.041	2.865	5.731	27	0.075	3.882	7.767
8	0.018	1.862	3.723	18	0.042	2.880	5.760	28	0.076	3.897	7.796
9	0.018	1.876	3.752	19	0.042	2.894	5.789	29	0.076	3.911	7.825
10	0.018	1.891	3.782	20	0.043	2.909	5.818	30	0.077	3.926	7.854

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
4° 31′	0.078	3.941	7.883	5° 41′	0.123	4.958	9.919	6° 51′	0.179	5.974	11.956
32	0.078	3.955	7.912	42	0.124	4.972	9.948	52	0.180	5.989	11.985
33	0.079	3.970	7.941	43	0.124	4.987	9.978	53	0.181	6.003	12.014
34	0.079	3.984	7.970	44	0.125	5.001	10.007	54	0.182	6.018	12.043
35	0.080	3.999	7.999	45	0.126	5.016	10.036	55	0.183	6.032	12.072
36	0.081	4.013	8.029	46	0.127	5.030	10.065	56	0.184	6.047	12.101
37	0.081	4.028	8.058	47	0.127	5.045	10.094	57	0.184	6.061	12.130
38	0.082	4.042	8.087	48	0.128	5.060	10.123	58	0.185	6.076	12.159
39	0.082	4.057	8.116	49	0.129	5.074	10.152	59	0.186	6.090	12.188
40	0.083	4.071	8.145	50	0.130	5.089	10.181				
41	0.084	4.086	8.174	51	0.130	5.103	10.210	7° 0′	0.187	6.105	12.217
42	0.084	4.100	8.203	52	0.131	5.118	10.239	1	0.188	6.119	12.246
43	0.085	4.115	8.232	53	0.132	5.132	10.268	2	0.189	6.134	12.275
44	0.085	4.129	8.261	54	0.133	5.147	10.298	3	0.190	6.148	12.305
45	0.086	4.144	8.290	55	0.133	5.161	10.327	4	0.191	6.163	12.334
46	0.087	4.158	8.319	56	0.134	5.176	10.356	5	0.191	6.177	12.363
47	0.087	4.173	8.349	57	0.135	5.190	10.385	6	0.192	6.192	12.392
48	0.088	4.188	8.378	58	0.135	5.205	10.414	7	0.193	6.206	12.421
49	0.088	4.202	8.407	59	0.136	5.219	10.443	8	0.194	6.221	12.450
50	0.089	4.217	8.436					9	0.195	6.235	12.479
51	0.090	4.231	8.465	6° 0′	0.137	5.234	10.472	10	0.196	6.250	12.508
52	0.090	4.246	8.494	1	0.138	5.248	10.501	11	0.197	6.264	12.537
53	0.091	4.260	8.523	2	0.139	5.263	10.530	12	0.198	6.279	12.566
54	0.091	4.275	8.552	3	0.139	5.277	10.559	13	0.199	6.293	12.595
55	0.092	4.289	8.581	4	0.140	5.292	10.588	14	0.200	6.308	12.625
56	0.093	4.304	8.610	5	0.141	5.306	10.617	15	0.200	6.322	12.654
57	0.093	4.318	8.639	6	0.142	5.321	10.647	16	0.201	6.337	12.683
58	0.094	4.333	8.669	7	0.143	5.335	10.676	17	0.202	6.351	12.712
59	0.094	4.347	8.698	8	0.143	5.350	10.705	18	0.203	6.366	12.741
				9	0.144	5.364	10.734	19	0.204	6.380	12.770
5° 0′	0.095	4.362	8.727	10	0.145	5.379	10.763	20	0.205	6.395	12.799
1	0.096	4.377	8.756	11	0.146	5.393	10.792	21	0.206	6.409	12.828
2	0.096	4.391	8.785	12	0.147	5.408	10.821	22	0.207	6.424	12.857
3	0.097	4.406	8.814	13	0.147	5.422	10.850	23	0.208	6.438	12.886
4	0.098	4.420	8.843	14	0.148	5.437	10.879	24	0.209	6.453	12.915
5	0.098	4.435	8.872	15	0.149	5.451	10.908	25	0.209	6.467	12.945
6	0.099	4.449	8.901	16	0.150	5.466	10.937	26	0.210	6.482	12.974
7	0.100	4.464	8.930	17	0.151	5.480	10.967	27	0.211	6.496	13.003
8	0.100	4.478	8.959	18	0.151	5.495	10.996	28	0.212	6.511	13.032
9	0.101	4.493	8.988	19	0.152	5.509	11.025	28	0.213	6.525	13.061
10	0.102	4.507	9.018	20	0.153	5.524	11.054	30	0.214	6.540	13.090
11	0.102	4.522	9.047	21	0.154	5.538	11.083	31	0.215	6.555	13.119
12	0.103	4.536	9.076	22	0.155	5.553	11.112	32	0.216	6.569	13.148
13	0.104	4.551	9.105	23	0.155	5.567	11.141	33	0.217	6.584	13.177
14	0.104	4.565	9.134	24	0.156	5.582	11.170	34	0.218	6.598	13.206
15	0.105	4.580	9.163	25	0.157	5.596	11.199	35	0.219	6.613	13.235
16	0.106	4.594	9.192	26	0.158	5.611	11.228	36	0.220	6.627	13.265
17	0.106	4.609	9.221	27	0.159	5.625	11.257	37	0.221	6.642	13.294
18	0.107	4.624	9.250	28	0.159	5.640	11.286	38	0.222	6.656	13.323
19	0.108	4.638	9.279	29	0.160	5.654	11.316	39	0.223	6.671	13.352
20	0.108	4.653	9.308	30	0.161	5.669	11.345	40	0.224	6.685	13.381
21	0.109	4.667	9.338	31	0.162	5.684	11.374	41	0.225	6.700	13.410
22	0.110	4.682	9.367	32	0.163	5.698	11.403	42	0.226	6.714	13.439
23	0.110	4.696	9.396	33	0.164	5.713	11.432	43	0.227	6.729	13.468
24	0.111	4.711	9.425	34	0.164	5.727	11.461	44	0.228	6.743	13.497
25	0.112	4.725	9.454	35	0.165	5.742	11.490	45	0.229	6.758	13.526
26	0.112	4.740	9.483	36	0.166	5.756	11.519	46	0.230	6.772	13.555
27	0.113	4.754	9.512	37	0.167	5.771	11.548	47	0.230	6.787	13.585
28	0.114	4.769	9.541	38	0.168	5.785	11.577	48	0.231	6.802	13.614
29	0.114	4.783	9.570	39	0.169	5.800	11.606	49	0.232	6.816	13.643
30	0.115	4.798	9.599	40	0.170	5.814	11.636	50	0.233	6.831	13.672
31	0.116	4.813	9.628	41	0.171	5.829	11.665	51	0.234	6.845	13.701
32	0.116	4.827	9.658	42	0.171	5.843	11.694	52	0.235	6.860	13.730
33	0.117	4.842	9.687	43	0.172	5.858	11.723	53	0.236	6.874	13.759
34	0.118	4.856	9.716	44	0.173	5.872	11.752	54	0.237	6.889	13.788
35	0.119	4.871	9.745	45	0.174	5.887	11.781	55	0.238	6.903	13.817
36	0.119	4.885	9.774	46	0.175	5.901	11.810	56	0.239	6.918	13.846
37	0.120	4.900	9.803	47	0.176	5.916	11.839	57	0.240	6.932	13.875
38	0.121	4.914	9.832	48	0.177	5.931	11.868	58	0.241	6.947	13.905
39	0.122	4.929	9.861	49	0.178	5.945	11.897	59	0.242	6.961	13.934
40	0.122	4.943	9.890	50	0.178	5.960	11.926				

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
8° 0'	0.243	6.976	13.963	9° 11'	0.321	8.005	16.028	10° 21'	0.408	9.020	18.064
1	0.244	6.990	13.992	12	0.322	8.020	16.057	22	0.410	9.034	18.093
2	0.245	7.005	14.021	13	0.323	8.034	16.086	23	0.411	9.049	18.122
3	0.246	7.019	14.050	14	0.324	8.049	16.115	24	0.412	9.063	18.151
4	0.247	7.034	14.079	15	0.326	8.063	16.144	25	0.413	9.078	18.181
5	0.248	7.048	14.108								
				16	0.327	8.078	16.173	26	0.415	9.092	18.210
6	0.249	7.063	14.137	17	0.328	8.092	16.202	27	0.416	9.107	18.239
7	0.250	7.077	14.166	18	0.329	8.107	16.232	28	0.417	9.121	18.268
8	0.252	7.092	14.195	19	0.330	8.121	16.261	29	0.419	9.136	18.297
9	0.253	7.106	14.224	20	0.331	8.136	16.290	30	0.420	9.150	18.326
10	0.254	7.121	14.254								
				21	0.333	8.150	16.319	31	0.421	9.164	18.355
11	0.255	7.135	14.283	22	0.334	8.165	16.348	32	0.423	9.179	18.384
12	0.256	7.150	14.312	23	0.335	8.179	16.377	33	0.424	9.193	18.413
13	0.257	7.164	14.341	24	0.336	8.194	16.406	34	0.425	9.208	18.442
14	0.258	7.179	14.370	25	0.337	8.208	16.435	35	0.427	9.222	18.471
15	0.259	7.193	14.399								
				26	0.338	8.223	16.464	36	0.428	9.237	18.501
16	0.260	7.208	14.428	27	0.340	8.237	16.493	37	0.429	9.251	18.530
17	0.261	7.222	14.457	28	0.341	8.252	16.522	38	0.431	9.266	18.559
18	0.262	7.237	14.486	27	0.342	8.266	16.552	39	0.432	9.280	18.588
19	0.263	7.251	14.515	30	0.343	8.281	16.581	40	0.433	9.295	18.617
20	0.264	7.266	14.544								
				31	0.344	8.295	16.610	41	0.435	9.309	18.646
21	0.265	7.280	14.574	32	0.346	8.310	16.639	42	0.436	9.324	18.675
22	0.267	7.295	14.603	33	0.347	8.324	16.668	43	0.437	9.338	18.704
23	0.268	7.309	14.632	34	0.348	8.339	16.697	44	0.439	9.353	18.733
24	0.269	7.324	14.661	35	0.349	8.353	16.726	45	0.440	9.367	18.762
25	0.270	7.338	14.690								
				36	0.351	8.368	16.755	46	0.441	9.382	18.791
26	0.271	7.353	14.719	37	0.352	8.382	16.784	47	0.443	9.396	18.821
27	0.272	7.367	14.748	38	0.353	8.397	16.813	48	0.444	9.411	18.850
28	0.273	7.382	14.777	39	0.354	8.411	16.842	49	0.445	9.425	18.879
29	0.274	7.396	14.806	40	0.356	8.426	16.872	50	0.447	9.440	18.908
30	0.275	7.411	14.835								
				41	0.357	8.440	16.901	51	0.448	9.454	18.937
31	0.276	7.425	14.864	42	0.358	8.455	16.930	52	0.449	9.469	18.966
32	0.277	7.440	14.894	43	0.360	8.469	16.959	53	0.451	9.483	18.995
33	0.278	7.454	14.923	44	0.361	8.484	16.988	54	0.452	9.498	19.024
34	0.279	7.469	14.952	45	0.362	8.498	17.017	55	0.453	9.512	19.053
35	0.280	7.483	14.981								
				46	0.363	8.513	17.046	56	0.455	9.527	19.082
36	0.282	7.498	15.010	47	0.365	8.527	17.075	57	0.456	9.541	19.111
37	0.283	7.512	15.039	48	0.366	8.542	17.104	58	0.457	9.556	19.141
38	0.284	7.527	15.068	49	0.367	8.556	17.133	59	0.459	9.570	19.170
39	0.285	7.541	15.097	50	0.368	8.571	17.162				
40	0.286	7.556	15.126								
				51	0.370	8.585	17.192	11° 0'	0.460	9.585	19.199
41	0.287	7.570	15.155	52	0.371	8.600	17.221	1	0.461	9.599	19.228
42	0.288	7.585	15.184	53	0.372	8.614	17.250	2	0.463	9.614	19.257
43	0.289	7.599	15.214	54	0.373	8.629	17.279	3	0.464	9.628	19.286
44	0.290	7.614	15.243	55	0.375	8.643	17.308	4	0.466	9.643	19.315
45	0.291	7.628	15.272					5	0.467	9.657	19.344
				56	0.376	8.658	17.337				
46	0.293	7.643	15.301	57	0.377	8.672	17.366	6	0.469	9.672	19.373
47	0.294	7.657	15.330	58	0.379	8.687	17.395	7	0.470	9.686	19.402
48	0.295	7.672	15.359	59	0.380	8.701	17.424	8	0.471	9.701	19.431
49	0.296	7.686	15.388					9	0.473	9.715	19.460
50	0.297	7.701	15.417					10	0.474	9.730	19.490
				10° 0'	0.381	8.716	17.453				
51	0.298	7.715	15.446	1	0.382	8.730	17.482	11	0.476	9.744	19.519
52	0.299	7.730	15.475	2	0.384	8.745	17.511	12	0.477	9.759	19.548
53	0.300	7.744	15.504	3	0.385	8.759	17.541	13	0.479	9.773	19.577
54	0.301	7.759	15.533	4	0.386	8.774	17.570	14	0.480	9.788	19.606
55	0.302	7.773	15.563	5	0.387	8.788	17.599	15	0.481	9.802	19.635
56	0.304	7.788	15.592	6	0.389	8.803	17.628	16	0.483	9.817	19.664
57	0.305	7.802	15.621	7	0.390	8.817	17.657	17	0.484	9.831	19.693
58	0.306	7.817	15.650	8	0.391	8.832	17.686	18	0.486	9.845	19.722
59	0.307	7.831	15.679	9	0.393	8.846	17.715	19	0.487	9.860	19.751
				10	0.394	8.861	17.744	20	0.489	9.874	19.780
9° 0'	0.308	7.846	15.708								
1	0.309	7.860	15.737	11	0.395	8.875	17.773	21	0.490	9.889	19.810
2	0.310	7.875	15.766	12	0.397	8.890	17.802	22	0.491	9.903	19.839
3	0.312	7.889	15.795	13	0.398	8.904	17.831	23	0.493	9.918	19.868
4	0.313	7.904	15.824	14	0.399	8.919	17.861	24	0.494	9.932	19.897
5	0.314	7.918	15.853	15	0.400	8.933	17.890	25	0.496	9.947	19.926
6	0.315	7.933	15.883	16	0.402	8.948	17.919	26	0.497	9.961	19.955
7	0.316	7.947	15.912	17	0.403	8.962	17.948	27	0.499	9.976	19.984
8	0.317	7.962	15.941	18	0.404	8.976	17.977	28	0.500	9.990	20.013
9	0.319	7.976	15.970	19	0.406	8.991	18.006	29	0.501	10.005	20.042
10	0.320	7.991	15.999	20	0.407	9.005	18.035	30	0.503	10.019	20.071

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
11° 31′	0.504	10.033	20.100	12° 41′	0.612	11.046	22.137	13° 51′	0.729	12.057	24.173
32	0.506	10.048	20.129	42	0.614	11.060	22.166	52	0.731	12.071	24.202
33	0.507	10.063	20.159	43	0.615	11.075	22.195	53	0.733	12.086	24.231
34	0.509	10.077	20.188	44	0.617	11.089	22.224	54	0.735	12.100	24.260
35	0.510	10.091	20.217	45	0.618	11.103	22.253	55	0.736	12.115	24.289
36	0.512	10.106	20.246	46	0.620	11.118	22.282	56	0.738	12.129	24.318
37	0.513	10.120	20.275	47	0.622	11.132	22.311	57	0.740	12.144	24.347
38	0.515	10.135	20.304	48	0.623	11.147	22.340	58	0.741	12.158	24.376
39	0.516	10.149	20.333	49	0.625	11.161	22.369	59	0.743	12.172	24.406
40	0.518	10.164	20.362	50	0.627	11.176	22.398				
41	0.519	10.178	20.391	51	0.628	11.190	22.428				
42	0.521	10.193	20.420	52	0.630	11.204	22.457	14° 0′	0.745	12.187	24.435
43	0.522	10.207	20.449	53	0.631	11.219	22.486	1	0.747	12.201	24.464
44	0.524	10.222	20.479	54	0.633	11.233	22.515	2	0.749	12.216	24.493
45	0.525	10.236	20.508	55	0.635	11.248	22.544	3	0.750	12.230	24.522
46	0.527	10.251	20.537	56	0.636	11.262	22.573	4	0.752	12.245	24.551
47	0.528	10.265	20.566	57	0.638	11.277	22.602	5	0.754	12.259	24.580
48	0.530	10.279	20.595	58	0.640	11.291	22.631	6	0.756	12.274	24.609
49	0.531	10.294	20.624	59	0.641	11.305	22.660	7	0.758	12.288	24.638
50	0.533	10.308	20.653					8	0.760	12.302	24.667
51	0.534	10.323	25.682	13° 0′	0.643	11.320	22.689	9	0.761	12.317	24.696
52	0.536	10.337	20.711	1	0.645	11.334	22.718	10	0.763	12.331	24.726
53	0.537	10.352	20.740	2	0.646	11.349	22.747	11	0.765	12.346	24.755
54	0.539	10.366	20.769	3	0.648	11.363	22.777	12	0.767	12.360	24.784
55	0.540	10.381	20.799	4	0.650	11.378	22.806	13	0.769	12.375	24.813
56	0.542	10.395	20.828	5	0.651	11.392	22.835	14	0.771	12.389	24.842
57	0.543	10.410	20.857	6	0.653	11.407	22.864	15	0.772	12.403	24.871
58	0.545	10.424	20.886	7	0.655	14.421	22.893	16	0.774	12.418	24.900
59	0.546	10.439	20.915	8	0.656	11.436	22.922	17	0.776	12.432	24.929
				9	0.658	11.450	22.951	18	0.778	12.447	24.958
12° 0′	0.548	10.453	20.944	10	0.660	11.465	22.980	19	0.780	12.461	24.987
1	0.550	10.467	20.973	11	0.661	11.479	23.009	20	0.782	12.476	25.016
2	0.551	10.482	21.002	12	0.663	11.494	23.038	21	0.783	12.490	25.045
3	0.553	10.496	21.031	13	0.665	11.508	23.067	22	0.785	12.504	25.074
4	0.554	10.511	21.060	14	0.666	11.523	23.097	23	0.787	12.519	24.103
5	0.556	10.525	21.089	15	0.668	11.537	23.126	24	0.789	12.533	25.133
6	0.557	10.540	21.118	16	0.670	11.552	23.155	25	0.791	12.548	25.162
7	0.559	10.554	21.148	17	0.671	11.566	23.184	26	0.793	12.562	25.191
8	0.560	10.569	21.177	18	0.673	11.580	23.213	27	0.794	12.577	25.220
9	0.562	10.583	21.206	19	0.675	11.595	23.242	28	0.796	12.591	25.249
10	0.563	10.598	21.235	20	0.676	11.609	23.271	29	0.798	12.605	25.278
11	0.565	10.612	21.264	21	0.678	11.624	23.300	30	0.800	12.620	25.307
12	0.566	10.627	21.293	22	0.680	11.638	23.329	31	0.802	12.634	25.336
13	0.568	10.641	21.322	23	0.681	11.653	23.358	32	0.804	12.649	25.365
14	0.569	10.656	21.351	24	0.683	11.667	23.387	33	0.806	12.663	25.394
15	0.571	10.670	21.380	25	0.685	11.682	23.417	34	0.807	12.678	25.423
16	0.572	10.685	21.409	26	0.686	11.696	23.446	35	0.809	12.692	25.453
17	0.574	10.699	21.438	27	0.688	11.711	23.475	36	0.811	12.707	25.482
18	0.576	10.713	21.468	28	0.690	11.725	23.504	37	0.813	12.721	25.511
19	0.577	10.728	21.497	29	0.691	11.740	23.533	38	0.815	12.735	25.540
20	0.579	10.742	21.526	30	0.693	11.754	23.562	39	0.817	12.750	25.569
21	0.580	10.757	21.555	31	0.695	11.768	23.591	40	0.819	12.764	25.598
22	0.582	10.771	21.584	32	0.696	11.783	23.620	41	0.821	12.779	25.627
23	0.583	10.786	21.613	33	0.698	11.797	23.649	42	0.822	12.793	25.656
24	0.584	10.800	21.642	34	0.700	11.812	22.678	43	0.824	12.808	25.685
25	0.586	10.815	21.671	35	0.702	11.826	23.707	44	0.826	12.822	25.714
26	0.588	10.829	21.700	36	0.703	11.841	23.737	45	0.828	12.836	25.743
27	0.589	10.844	21.729	37	0.705	11.855	23.766	46	0.830	12.851	25.773
28	0.591	10.858	21.758	38	0.707	11.869	23.795	47	0.832	12.865	25.802
29	0.592	10.873	21.788	39	0.709	11.884	23.824	48	0.834	12.880	25.831
30	0.594	10.887	21.817	40	0.710	11.898	23.853	49	0.836	12.894	25.860
31	0.596	10.901	21.846	41	0.712	11.913	23.882	50	0.837	12.909	25.889
32	0.597	10.916	21.875	42	0.714	11.927	23.910	51	0.839	12.923	25.918
33	0.599	10.930	21.904	43	0.715	11.942	23.940	52	0.841	12.937	25.947
34	0.601	10.945	21.933	44	0.717	11.956	23.969	53	0.843	12.952	25.976
35	0.602	10.959	21.962	45	0.719	11.970	23.998	54	0.845	12.966	26.005
36	0.604	10.974	21.991	46	0.721	11.985	24.027	55	0.847	12.981	26.034
37	0.605	10.988	22.020	47	0.722	11.999	24.057	56	0.849	12.995	26.063
38	0.607	11.002	22.049	48	0.724	12.014	24.086	57	0.850	13.010	26 093
39	0.609	11.017	22.078	49	0.726	12.028	24.115	58	0.852	13.024	26.122
40	0.610	11.031	22.108	50	0.728	12.043	24.144	59	0.854	13.038	26.151

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
15° 0′	0.856	13.053	26.180	16° 11′	0.996	14.075	28.245	17° 21′	1.144	15.083	30.281
1	0.858	13.067	26.209	12	0.998	14.090	28.274	22	1.146	15.097	30.311
2	0.860	13.082	26.238	13	1.000	14.104	28.303	23	1.149	15.112	30.340
3	0.862	13.096	26.267	14	1.002	14.119	28.333	24	1.151	15.126	30.369
4	0.864	13.111	26.296	15	1.004	14.133	28.362	25	1.153	15.140	30.398
5	0.865	13.125	26.325								
				16	1.006	14.147	28.391	26	1.155	15.155	30.427
6	0.867	13.139	26.354	17	1.008	14.162	28.420	27	1.157	15.169	30.456
7	0.869	13.154	26.384	18	1.010	14.176	28.449	28	1.160	15.183	30.485
8	0.871	13.168	26.413	19	1.012	14.191	28.478	29	1.162	15.198	30.514
9	0.873	13.183	26.442	20	1.014	14.205	28.507	30	1.164	15.212	30.543
10	0.875	13.197	26.471								
				21	1.016	14.219	28.536	31	1.166	15.226	30.572
11	0.877	13.211	26.500	22	1.019	14.234	28.565	32	1.168	15.241	30.601
12	0.879	13.226	26.529	23	1.021	14.248	28.594	33	1.171	15.255	30.631
13	0.881	13.240	26.558	24	1.023	14.263	28.623	34	1.173	15.269	30.660
14	0.883	13.255	26.587	25	1.025	14.277	22.653	35	1.175	15.284	30.689
15	0.884	13.269	26.616								
				26	1.027	14.291	28.682	36	1.177	15.298	30.718
16	0.886	13.283	26.645	27	1.029	14.306	28.711	37	1.180	15.313	30.747
17	0.888	13.298	26.674	28	1.031	14.320	28.740	38	1.182	15.327	30.776
18	0.890	13.312	26.704	29	1.033	14.335	28.769	37	1.184	15.341	30.805
19	0.892	13.327	26.733	30	1.035	14.349	28.798	40	1.186	15.356	30.834
20	0.894	13.341	26.762								
				31	1.037	14.363	28.827	41	1.189	15.370	30.863
21	0.896	13.355	26.791	32	1.039	14.378	28.856	42	1.191	15.384	30.892
22	0.898	13.370	26.820	33	1.041	14.392	28.885	43	1.193	15.399	30.921
23	0.900	13.384	26.849	34	1.043	14.407	28.914	44	1.195	15.413	30.951
24	0.902	13.399	26.878	35	1.045	14.421	28.943	45	1.197	15.428	30.980
25	0.903	13.413	26.907								
				36	1.048	14.435	28.973	46	1.200	15.442	31.009
26	0.905	13.427	26.936	37	1.050	14.450	29.002	47	1.202	15.456	31.038
27	0.907	13.442	26.965	38	1.052	14.464	29.031	48	1.204	15.471	31.067
28	0.909	13.456	26.994	39	1.054	14.479	29.060	49	1.206	15.485	31.096
29	0.911	13.471	27.024	40	1.056	14.493	29.089	50	1.209	15.499	31.125
30	0.913	13.485	27.053								
				41	1.058	14.507	29.118	51	1.211	15.514	31.154
31	0.915	13.499	27.082	42	1.060	14.522	29.147	52	1.213	15.528	31.183
32	0.917	13.514	27.111	43	1.062	14.536	29.176	53	1.215	15.543	31.212
33	0.919	13.528	27.140	44	1.064	14.551	29.205	54	1.218	15.557	31.241
34	0.921	13.543	27.169	45	1.066	14.565	29.234	55	1.220	15.571	31.271
35	0.923	13.557	27.198								
				46	1.069	14.579	24.263	56	1.222	15.586	31.300
36	0.925	13.571	27.227	47	1.071	14.594	29.292	57	1.224	15.600	31.329
37	0.927	13.586	27.256	48	1.073	14.608	29.322	58	1.226	15.614	31.358
38	0.929	13.600	27.285	49	1.075	14.623	29.351	59	1.229	15.629	31.387
39	0.931	13.615	27.314	50	1.077	14.637	29.380				
40	0.933	13.629	27.344								
				51	1.079	14.651	29.409	18° 0′	1.231	15.643	31.416
41	0.935	13.643	27.373	52	1.081	14.666	29.438	1	1.233	15.657	31.445
42	0.937	13.658	27.402	53	1.083	14.680	29.467	2	1.236	15.672	31.474
43	0.939	13.672	27.431	54	1.085	14.695	29.496	3	1.238	15.686	31.503
44	0.941	13.687	27.460	55	1.087	14.709	39.525	4	1.240	15.700	31.532
45	0.943	13.701	27.489					5	1.242	15.715	31.561
				56	1.090	14.723	29.554				
46	0.945	13.715	27.518	57	1.092	14.738	29.583	6	1 245	15.729	31.590
47	0.947	13.730	27.547	58	1.094	14.752	29.612	7	1.247	15.744	31.620
48	0.949	13.744	27.576	59	1.096	14.767	29.642	8	1.249	15.758	31.649
49	0.951	13.759	27.605					9	1.252	15.772	31.678
50	0.953	13.773	27.634					10	1.254	15.787	31.707
				17° 0′	1.098	14.781	29.671				
51	0.955	13.787	27.664	1	1.100	14.795	29.700	11	1.256	15.801	31.736
52	0.957	13.802	27.693	2	1.102	14.870	29.729	12	1.259	15.815	31.765
53	0.959	13.816	27.722	3	1.105	14.824	29.758	13	1.261	15.830	31.794
54	0.961	13.831	27.751	4	1.107	14.838	29.787	14	1.263	15.844	31.823
55	0.963	13.845	27.780	5	1.109	14.853	29.816	15	1.265	15.859	31.852
56	0.965	13.859	27.809	6	1.111	14.867	29.845	16	1.268	15.873	31.881
57	0.967	13.874	27.838	7	1.113	14.882	29.874	17	1.270	15.887	31.910
58	0.969	13.888	27.867	8	1.116	14.896	29.903	18	1.272	15.902	31.940
59	0.971	13.903	27.896	9	1.118	14.910	29.932	19	1.275	15.916	31.969
				10	1.120	14.925	29.961	20	1.277	15.930	31.998
16° 0′	0.973	13.917	27.925								
1	0.975	13.931	27.954	11	1.122	14.939	29.991	21	1.279	15.945	32.027
2	0.977	13.946	27.983	12	1.124	14.953	30.020	22	1.282	15.959	32.056
3	0.979	13.960	28.013	13	1.127	14.968	30.049	23	1.284	15.974	32.085
4	0.981	13.975	28.042	14	1.129	14.982	30.078	24	1.286	15.988	32.114
5	0.983	13.989	28.071	15	1.131	14.997	30.107	25	1.288	16.002	32.143
6	0.985	14.003	28.100	16	1.133	15.011	30.136	26	1.291	16.017	32.172
7	0.987	14.018	28.129	17	1.135	15.025	30.165	27	1.293	16.031	32.201
8	0.990	14.032	28.158	18	1.138	15.040	30.194	28	1.295	16.045	32.230
9	0.992	14.047	28.187	19	1.140	15.054	30.223	29	1.298	16.060	32.260
10	0.994	14.061	28 216	20	1.142	15.068	30.252	30	1.300	16.074	32.289

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
18° 31′	1.302	16.088	32.318	19° 41′	1.471	17.093	34.354	20° 51′	1.651	18.095	36.390
32	1.305	16.103	32.347	42	1.474	17.107	34.383	52	1.654	18.109	36.419
33	1.307	16.117	32.376	43	1.476	17.121	34.412	53	1.656	18.124	36.448
34	1.309	16.131	32.405	44	1.479	17.136	34.441	54	1.659	18.138	36.477
35	1.312	16.146	32.434	45	1.481	17.150	34.470	55	1.662	18.152	36.507
36	1.314	16.160	32.463	46	1.484	17.164	34.499	56	1.664	18.167	36.536
37	1.317	16.175	32.492	47	1.486	17.179	34.528	57	1.667	18.181	36.565
38	1.319	16.189	32.521	48	1.489	17.193	34.558	58	1.670	18.195	36.594
39	1.321	16.203	32.550	49	1.491	17.207	34.587	59	1.672	18.210	36.623
40	1.324	16.218	32.580	50	1.494	17.222	34.616				
41	1.326	16.232	32.609	51	1.496	17.236	34.645	21° 0′	1.675	18.224	36.652
42	1.328	16.246	32.638	52	1.499	17.250	34.674	1	1.678	18.238	36.681
43	1.331	16.261	32.667	53	1.501	17.265	34.703	2	1.680	18.253	36.710
44	1.333	16.275	32.696	54	1.504	17.279	34.732	3	1.683	18.267	36.739
45	1.336	16.290	32.725	55	1.506	17.293	34.761	4	1.686	18.281	36.768
								5	1.688	18.295	36.797
46	1.338	16.304	32.754	56	1.509	17.308	34.790				
47	1.340	16.318	32.783	57	1.511	17.322	34.819	6	1.691	18.310	36.826
48	1.343	16.333	32.812	58	1.514	17.336	34.848	7	1.694	18.324	36.856
49	1.345	16.347	32.841	59	1.516	17.351	34.878	8	1.696	18.338	36.885
50	1.347	16.361	32.870					9	1.699	18.352	36.914
								10	1.702	18.367	36.943
51	1.350	16.376	32.900	20° 0′	1.519	17.365	34.907				
52	1.352	16.390	32.929	1	1.522	17.379	34.936	11	1.704	18.381	36.972
53	1.355	16.405	32.958	2	1.524	17.394	34.965	12	1.707	18.395	37.001
54	1.357	16.419	32.987	3	1.527	17.408	34.994	13	1.710	18.410	37.030
55	1.359	16.433	33.016	4	1.529	17.422	35.023	14	1.712	18.424	37.059
				5	1.532	17.436	35.052	15	1.715	18.438	37.088
56	1.362	16.448	33.045								
57	1.364	16.462	33.074	6	1.534	17.451	35.081	16	1.718	18.452	37.117
58	1.366	16.476	33.103	7	1.537	17.465	35.110	17	1.720	18.467	37.146
59	1.369	17.491	33.132	8	1.540	17.479	35.139	18	1.723	18.481	37.176
				9	1.542	17.494	35.168	19	1.726	18.495	37.205
				10	1.545	17.508	35.197	20	1.728	18.509	37.234
19° 0′	1.371	16.505	33.161								
1	1.373	16.519	33.190	11	1.547	17.522	35.227	21	1.731	18.524	37.263
2	1.376	16.534	33.219	12	1.550	17.537	35.256	22	1.734	18.538	37.292
3	1.378	16.548	33.249	13	1.552	17.551	35.285	23	1.736	18.552	37.321
4	1.381	16.562	33.278	14	1.555	17.565	35.314	24	1.739	18.566	37.350
5	1.383	16.577	33.307	15	1.558	17.579	35.343	25	1.742	18.581	37.379
6	1.386	16.591	33.336	16	1.560	17.594	35.372	26	1.744	18 595	37.408
7	1.388	16.605	33.365	17	1.563	16.608	35.401	27	1.747	18.609	37.437
8	1.390	16.620	33.394	18	1.565	17.622	35.430	28	1.750	18.624	37.466
9	1.393	16.634	33.423	19	1.568	17.637	35.459	29	1.752	18.638	37.496
10	1.395	16.548	33.452	20	1.570	17.651	35.488	30	1.755	18.652	37.525
11	1.398	16.663	33.481	21	1.573	17.665	35.517	31	1.758	18.666	37.554
12	1.400	16.677	33.510	22	1.576	17.680	35.547	32	1.760	18.681	37.583
13	1.403	16.691	33.539	23	1.578	17.794	35.576	33	1.763	18.699	37.612
14	1.405	16.706	33.569	24	1.581	17.708	35.605	34	1.766	18.705	37.641
15	1.407	16.720	33.598	25	1.583	17.722	35.634	35	1.769	18.723	37.670
16	1.410	16.734	33.627	26	1.586	17.737	35.663	36	1.771	18.738	37.699
17	1.412	16.749	93.656	27	1.588	17.751	35.692	37	1.774	18.752	37.728
18	1.415	16.763	33.685	28	1.591	17.765	35.721	38	1.777	18.766	37.756
19	1.417	16.777	33.714	29	1.594	17.780	35.750	39	1.780	18.781	37.786
20	1.420	16.792	33.743	30	1.596	17.794	35.779	40	1.782	18.795	37.817
21	1.422	16.806	33.772	31	1.599	17.808	35.808	41	1.785	18.809	37.845
22	1.424	16.820	33.801	32	1.601	17.823	35.837	42	1.788	18.824	37.874
23	1.427	16.835	33.830	33	1.604	17.837	35.867	43	1.790	18.838	37.903
24	1.429	15.849	33.859	34	1.607	17.851	35.896	44	1.793	18.852	37.932
25	1.432	16.863	33.889	35	1.609	17.866	35.925	45	1.796	18.866	37.961
26	1.434	16.878	33.918	36	1.612	17.880	35.954	46	1.799	18.881	37.990
27	1.437	16.892	33.947	37	1.614	17.894	35.983	47	1.801	18.895	38.019
28	1.439	16.906	33.976	38	1.617	17.909	36.012	48	1.804	18.909	38.048
29	1.441	16.821	34.005	39	1.620	17.923	36.041	49	1.807	18.924	38.077
30	1.444	16.935	34.034	40	1.622	17.937	36.070	50	1.810	18.938	38.106
31	1.446	16.949	34.063	41	1.625	17.952	36.099	51	1.812	18.952	38.135
32	1.449	16.964	34.092	42	1.628	17.966	36.128	52	1.815	18.967	38.165
33	1.451	16.978	34.121	43	1.630	17.680	36.157	53	1.818	18.981	38.194
34	1.454	16.992	34.150	44	1.633	17.995	36.187	54	1.821	18.995	38.223
35	1.456	17.007	34.179	45	1.635	18.009	36.216	55	1.823	19.008	38.252
36	1.459	17.021	34.208	46	1.638	18.023	36.245	56	1.826	19.024	38.281
37	1.461	17.035	34.238	47	1.641	18.038	36.274	57	1.829	19.038	38.310
38	1.464	17.050	34.267	48	1.643	18.052	36.303	58	4.831	19.052	38.339
39	1.466	17.064	34.296	49	1.646	18.066	36.332	59	1.834	19 067	38.368
40	1.469	17.078	34.325	50	1.649	18.081	36.361				

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
22° 0′	1.837	19.081	38.397	23° 11′	2.040	20.094	40.463	24° 21′	2.249	21.090	42.499
1	1.840	19.095	38.420	12	2.043	20.108	40.492	22	2.253	21.104	42.528
2	1.843	19.110	38.455	13	2.046	20.122	40.521	23	2.256	21.118	42.557
3	1.845	19.124	38.485	14	2.049	20.136	40.550	24	2.259	21.133	42.586
4	1.848	19.138	38.514	15	2.051	20.150	40.579	25	2.262	21.147	42.615
5	1.851	19.152	38.543								
				16	2.054	20.165	40.608	26	2.265	21.161	42.644
6	1.854	19.167	38.572	17	2.057	20.179	40.637	27	2.268	21.175	42.673
7	1.857	19.181	38 601	18	2.060	20.193	40.666	28	2.271	21.189	42.702
8	1.859	19.195	38.630	19	2.063	20.207	40.695	29	2.274	21.204	42.732
9	1.862	19.209	38.659	20	2.066	20.222	40.724	30	2.277	21.218	42.761
10	1.865	19.224	38.688								
				21	2.069	20.236	40.753	31	2.280	21.232	42.790
11	1.868	19.238	38.717	22	2.072	20.250	40.783	32	2.283	21.246	42.819
12	1.871	19.252	38.746	23	2.075	20.264	40.812	33	2.286	21.261	42.848
13	1.873	19.267	38.775	24	2.078	20.279	40.841	34	2.289	21.275	42.877
14	1.876	19.281	38.804	25	2.080	20.293	40.870	35	2.292	21.289	42.906
15	1.879	19.295	38.834								
				26	2.083	20.307	40.899	36	2.296	21.303	42.935
16	1.882	19.309	38.863	27	2.086	20.321	40.928	37	2.299	21.317	42.964
17	1.885	19.324	38.892	28	2 089	20.335	40.957	38	2.302	21.332	42.793
18	1.887	19.338	38.921	29	2.092	20.350	40.986	39	2.305	21.346	43.022
19	1.890	19.352	38.950	30	2.095	20.364	41.015	40	2.308	21.360	43.051
20	1.893	19.366	38.979								
				31	2.098	20.378	41.044	41	2.311	21.374	43.081
21	1.896	19.381	39.008	32	2.101	20.392	41.073	42	2.314	21.388	43.110
22	1.899	19.395	39.037	33	2.104	20.407	41.102	43	2.317	21.403	43.139
23	1.901	19.409	39.066	34	2.107	20.421	41.132	44	2.320	21.417	43.168
24	1.904	19.423	39.095	35	2.110	20.435	41.161	45	2.323	21.431	43.197
25	1.907	19.438	39.124								
				36	2.113	20.449	41.190	46	2.327	21.445	43.226
26	1.910	19.452	39.154	37	2.116	20.464	41.219	47	2.330	21.459	43.255
27	1.913	16.466	39.183	38	2.119	20.478	41.248	48	2.333	21.474	43.284
28	1.915	19.481	39.212	39	2.122	20.492	41.267	49	2.336	21.488	43.313
29	1.918	19.495	39.241	40	2.125	20.506	41.306	50	2.339	21.502	43.342
30	1.921	19.509	39.270								
				41	2.128	20.521	41.335	51	2.342	21.516	43.371
31	1.924	19.523	39.299	42	2.131	25.535	41.364	52	2.345	21.530	43.401
32	1.927	19.538	39.328	43	2.134	20.549	41.393	53	2.348	21.545	43.430
33	1.930	19.562	39.357	44	2.137	20.563	41.422	54	2.351	21.559	43.459
34	1.933	19.566	39.386	45	2.140	20.577	41.452	55	2.354	21.573	43.488
35	1.935	19.580	39.415								
				46	2.143	20.592	41.481	56	2.358	21.587	43.517
36	1.938	19.595	39.444	47	2.146	20.606	41.510	57	2.361	21.601	43.546
37	1.941	19.609	39 474	48	2.149	20.620	41.539	58	2.364	21.616	43.575
38	1.944	19.623	39.503	49	2.152	20.634	41.568	59	2.367	21.630	43.604
39	1.947	19.637	39.532	50	2.155	20.649	41.597				
40	1.950	19.652	39.561								
				51	2.158	20.663	41.626	25° 0′	2.370	21.644	43.633
41	1.954	19.666	39.590	52	2.161	20.677	41.655	1	2.373	21.658	43.662
42	1.956	19.680	39.619	53	2.164	20.691	41.684	2	2.376	21.672	43.691
43	1.959	19.695	39.648	54	2.167	20.706	41.713	3	2.380	21.687	43.720
44	1.960	19.709	39.677	55	2.170	20.720	41.742	4	2.383	21.701	43.750
45	1.962	19.723	39.706					5	2 386	21.715	43.779
				56	2.173	20.734	41.772				
46	1.967	19.737	39.735	57	2.176	20.748	41.801	6	2.389	21.729	43.808
47	1.970	19.752	39.764	58	2.179	20.762	41.830	7	2.392	21.343	43.837
48	1.973	19.766	39.794	59	2.182	20.777	41.859	8	2.396	21.758	43.866
49	1.976	19.780	39.823					9	2.399	21.772	43.895
50	1.979	19.794	39.852					10	2.402	21.786	43.924
				24° 0′	2.185	20.291	41.888				
51	1.982	19.809	39.881	1	2.188	20.805	41.917	11	2.405	21.800	43.953
52	1.985	19.823	39.910	2	2.191	20.819	41.946	12	2.408	21.814	43.982
53	1.988	19.837	39.939	3	2.194	20.834	41.975	13	2.412	21.829	44.011
54	1.991	17.851	39.968	4	2.197	20.848	42.004	14	2.415	21.843	44.040
55	1.993	19.866	39.997	5	2.200	20.862	42.033	15	2.418	21.857	44.070
56	1.996	19.880	40.026	6	2.203	20.876	42.062	16	2.421	21.871	44.099
57	4.999	19.894	40.055	7	2.206	20.891	42.092	17	2.424	21.885	44.128
58	2.002	19.909	40.084	8	2.210	20.905	42.121	18	2.428	21.900	44.157
59	2.005	19.923	40.114	9	2.213	20.919	42.150	19	2.431	21.914	44.186
				10	2.216	20.933	42.179	20	2.434	21.928	44.215
23° 0′	2.008	19.937	40.143								
1	2.011	19.951	40.172	11	2.219	20.948	42.208	21	2.437	21.942	44.244
2	2.014	19.965	40.201	12	2.222	20.962	42.237	22	2.440	21.956	44.273
3	2.017	19.980	40.230	13	2.225	20.976	42.266	23	2.444	21.971	44.302
4	2.020	19.994	40.259	14	2.228	20.990	42.295	24	2.447	21.985	44.331
5	2.022	20.008	40.288	15	2.231	21.004	42.324	25	2.450	21.999	44.360
6	2.025	20.022	40.317	16	2.234	21.019	42.353	26	2.453	22.013	44.390
7	2.028	20.037	40.346	17	2.237	21.033	42.382	27	2.456	22.027	44.419
8	2.031	20.051	40.375	18	2.240	21.047	42.412	28	2.460	22.042	44.448
9	2.034	20.065	40.404	19	2.243	21.061	42.441	29	2.463	22.056	44.477
10	2.037	20.079	40.433	20	2.246	21.076	42.470	30	2.466	22.070	44.506

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
25° 31'	2.469	22.094	44.535	26° 41'	2.699	23.076	46.571	27° 51'	2.939	24.065	48.607
32	2.472	22.098	44.564	42	2.702	23.090	46.600	52	2.942	24.079	48.637
33	2.476	22.113	44.593	43	2.706	23.104	46.629	53	3.946	24.093	48.666
34	2.479	22.127	44.622	44	2.709	23.118	56.659	54	2.949	24.197	48.695
35	2.482	22.141	44.651	45	2.713	23.133	46.688	55	2.953	24.121	48.724
36	2.485	22.155	44.680	46	2.716	23.147	46.717	56	2.956	24.136	48.753
37	2.489	22.169	44.710	47	2.719	23.161	46.746	57	2.960	24.150	48.782
38	2.492	22.183	44.739	48	2.723	23.175	46.775	58	2.963	24.164	48.811
39	2.495	22.198	44.768	49	2.726	23.189	46.804	59	2.967	24.178	48.840
40	2.498	22.212	44.797	50	2.729	23.203	46.833				
41	2.502	22.226	44.826	51	2.733	23 218	46.862	28° 0'	2.970	24.192	48.869
42	2.505	22.240	44.855	52	2.736	23.232	46.891	1	2.974	24.206	48.898
43	2.508	22.254	44.884	53	2.740	23.246	46.920	2	2.977	24.220	48.927
44	2.511	22.268	44.913	54	2.743	23.260	46.948	3	2.981	24.234	48.956
45	2.514	22.283	44.942	55	2.746	23.274	46.979	4	2.984	24.248	48.986
46	2.518	22.297	44.971	56	2.750	23.288	47.008	5	2.988	24.262	49.015
47	2.521	22.311	45.000	57	2.753	23.303	47.037	6	2.991	24.277	49.044
48	2.524	22.325	45.030	58	2.756	23.317	47.066	7	2.995	24.291	49.073
49	2.527	22.339	45.059	59	2.760	23.331	47.095	8	2.999	24.305	49.102
50	2.531	22.353	45.088					9	3.002	24.319	49.131
								10	3.006	24.333	49.160
51	2.534	22.368	45.117	27° 0'	2.763	23.345	47.124				
52	2.537	22.382	45.146	1	2.766	23.359	47.153	11	3.009	24.347	49.189
53	2.540	22.396	45.175	2	2.770	23.373	47.182	12	3.013	24.361	49.218
54	2.544	22.410	45.204	3	2.773	23.387	47.211	13	3.016	24.375	49 247
55	2.547	22.424	45.233	4	2.777	23.402	47.240	14	3.020	24.389	49.276
				5	2.780	23.416	47.269	15	3.024	24.403	49.306
56	2.550	22.438	45.262								
57	2.553	22.453	45.291	6	2.784	33.430	47.298	16	3.027	24.418	49.335
58	2.556	22.467	45.320	7	2.787	23.444	47.328	17	3.031	24.432	46.364
59	2.560	22.481	45.350	8	2.790	23.458	47.357	18	3.034	24.446	49.393
				9	2.794	23.472	47.386	19	3.038	24.460	49.422
				10	2.797	23.486	47.415	20	3.041	24.474	49.451
2° 0'	2.563	22.495	45.379								
1	2.566	22.509	45.408	11	2.801	23.500	47.444	21	3.045	24.488	49.480
2	2.570	22.523	45.437	12	2.804	23.515	47.473	22	3.049	24.502	49.509
3	2.573	22.538	45.466	13	2.808	23.529	47.502	23	3.052	24.516	49.538
4	2.576	22.552	45.495	14	2.811	23.543	47.531	24	3.056	24.530	49.567
	2.579	22.566	45.524	15	2.814	23.557	47.560	25	3.059	24.544	49.596
5											
6	2.583	22.580	45.553	16	2.818	23.571	47.589	26	3.063	24.559	49.626
7	2.586	22.594	45.582	17	2.827	23.585	47.618	27	3.066	24.573	49.655
8	2.589	22.608	45.611	18	2.825	23.599	47.648	28	3.070	24.587	49.684
9	2.593	22.623	45.640	19	2.828	23.613	47.677	29	3.074	24.601	49.713
10	2.596	22.637	45.669	20	2.842	23.628	47.706	30	3.077	24.615	49.742
11	2.599	22.651	45.699	21	2.835	23.642	47.735	31	3.081	24.629	49.771
12	2.603	22.665	45.728	22	2.838	23.656	47.764	32	3.084	24.643	49.800
13	2.606	22.679	45.757	23	2.842	23.670	47.793	33	3.088	24.657	49.829
14	2.609	22.693	45.786	24	2.845	23.684	47.822	34	3.091	24.671	49.858
15	2.612	22.708	45.815	25	2.849	23.698	47.851	35	3.095	24.685	49.887
16	2.616	22.722	45.844	26	2.852	23.712	47.880	36	3.099	24.700	49.916
17	2.619	22.736	45.873	27	2.856	23.727	47.909	37	3.102	24.714	49.946
18	2.622	22.750	45.902	28	2.859	23.741	47.938	38	3.106	24.728	49.975
19	2.626	22.764	45.931	29	2.862	23.755	47.967	39	3.109	24.742	50.004
20	2.629	22.778	45.960	30	2.866	23.769	47.997	40	3.113	24.756	50.033
21	2.632	22.793	45.989	31	2.869	23.783	48.026	41	3.117	24.770	50.062
22	2.636	22.807	46.019	32	2.873	23.797	48.055	42	3.120	24.784	50.091
23	2.639	22.821	46.048	33	2.876	23.811	48.084	43	3.124	24.798	50.120
24	2.642	22.835	46.077	34	2.880	23.825	48.113	44	3.127	24.812	50.149
25	2.645	22.849	46.106	35	2.883	23.839	48.142	45	3.131	24.826	50.178
26	2.649	22.863	46.135	36	2.887	23.854	48.171	46	3.135	24.841	50.207
27	2.652	22.878	46.164	37	2.890	23.868	48.200	47	3.138	24.855	50.236
28	2.655	22.892	46.193	38	2.894	23.882	48.229	48	3.142	24.869	50.266
29	2.659	22.906	46.222	39	2.897	23.896	48.258	49	3.145	24.883	50.295
30	2.662	22.920	46.251	40	2.901	23.910	48.287	50	3.149	24.897	50.324
31	2.665	22.934	46.280	41	2.904	23.924	48.317	51	3.153	24.911	50.353
32	2.669	22.948	46.309	42	2.908	23.938	48.346	52	3.156	24.925	50.382
33	2.672	22.963	46.339	43	2.911	23.952	48.375	53	3.160	24.939	50.411
34	2.675	22.977	46.368	44	2.915	23 966	48.404	54	3.163	24.953	50.440
35	2.679	22.991	46.397	45	2.918	23.980	48.433	55	3.167	24.967	50.469
36	2.682	23.005	46.426	46	2.922	23.995	48.462	56	3.171	24.982	50.498
37	2.686	23.019	46.455	47	2.925	24.009	48.491	57	3.174	24.996	50.527
38	2.689	23.033	46.484	48	2.928	24.023	48.520	58	3.178	25.010	50.556
39	2.692	23.048	46.513	49	2.932	24.037	48.549	59	3.181	25.024	50.586
40	2.696	23.062	46.542	50	2.935	24.051	48 578				

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
29° 0′	3.185	25.038	50.615	30° 11′	3.449	26.036	52.680	31° 21′	3.719	27.018	54.716
1	3.189	25.052	50.644	12	3.453	26.050	52.709	22	3.723	27.032	54.745
2	3.192	25.066	50.673	13	3.456	26.064	52.738	23	3.727	27.046	54.774
3	3.196	25.080	50.702	14	3.460	26.878	52.727	24	3.731	27.060	64.804
4	3.200	25.094	50.731	15	3.464	26.092	52.796	25	3.734	27.074	54.832
5	3.203	25.108	50.760								
				16	3.468	26.106	52.825	26	3.738	27.088	54.862
6	3.207	25.122	50.789	17	3.472	26.121	52.854	27	3.742	27.102	54.891
7	3.211	25.136	50.818	18	3.475	26.135	52.883	28	3.746	27.116	54.920
8	3.214	25.151	50.847	19	3.479	26.149	52.913	29	3.750	27.130	54.949
9	3.218	25.165	50.876	20	3.483	26.163	52.942	30	3.754	27.144	54.978
10	3.222	25.179	50.905								
				21	3.487	26.177	52.971	31	3.758	27.158	55.007
11	3.225	25.193	50.935	22	3.491	26.191	53.000	32	3.762	27.172	55.036
12	3.229	25.207	50.964	23	3.504	26.205	53.029	33	3.766	27.186	55.065
13	3.233	25.221	50.993	24	3.498	26.219	53 058	34	3.770	27.200	55.094
14	3.236	25.235	51.022	25	3.502	26.233	53.087	35	3.774	27.214	55.123
15	3.240	25.249	51.051								
				26	3.506	26.247	53.116	36	3.778	27.228	55.152
16	3.244	25.263	51.080	27	3.510	26.261	53.145	37	3.782	27.242	55.182
17	3.247	25.277	51.109	28	3.513	26.275	53.174	38	3.786	27.256	55.211
18	3.251	25.291	51.138	29	3.517	26.289	53.203	39	3.790	27.270	55.240
19	3.255	25.305	51.167	30	3.521	26.303	53.233	40	3.794	27.284	55.269
20	3.258	25.319	51.196								
				31	3.525	26.317	53.262	41	3.798	27.298	55.298
21	3.262	25.333	51.225	32	3.529	26.331	53.291	42	3.802	27.312	55.327
22	3.266	25.348	51.254	33	3.533	26.345	53.320	43	3.806	27.326	55.356
23	3.269	25.362	51.284	34	3.536	26.359	53.349	44	3.810	27.340	55.385
24	3.273	25.376	51.313	35	3.540	26.373	53.378	45	3.814	27.354	55.414
25	3.277	25.390	51.342								
				36	3.544	26.387	53.407	46	3.818	27.368	55.443
26	3.280	25.404	51.371	37	3.548	26.401	53.436	47	3.822	27.382	55.472
27	3.284	25.418	51.400	38	3.552	26.415	52.465	48	3.826	27.396	55.502
28	3.288	25.432	51.429	39	3.556	26.429	53.494	49	3.830	27.410	55.531
29	3.291	25.446	51.458	40	3.560	26.443	53.523	50	3.834	27.424	55.560
30	3.295	25.460	51.487								
				41	3.564	26.457	53.553	51	3.838	27.438	55.589
31	3.296	25.474	51.516	42	3.567	26.471	53.582	52	3.842	27.452	55.618
32	3.302	25.488	51.545	43	3.571	26.485	53.611	53	3.846	27.496	55.647
33	3.306	25.502	51.574	44	3.575	26.499	53.640	54	3.850	27.480	55.679
34	3.310	25.516	51.604	45	3.579	26.513	53.669	55	3.854	27.494	55.705
35	3.314	25.530	51.633								
				46	3.583	26.527	53.698	56	3.858	27.508	55.734
36	3.317	25.544	51.662	47	3.587	26.542	53.727	57	3.862	27.522	55.763
37	3.321	25.558	51.691	48	3.591	26.556	53.756	58	3.866	27.536	55.792
38	3.325	25.573	51.720	49	3.595	26.570	53.785	59	3.870	27.550	55.822
39	3.329	25.589	51.749	50	3.598	26.584	53.814				
40	3.332	25.601	51.778								
				51	3.602	26.598	53.843	32° 0′	3.874	27.564	55.851
41	3.336	25.615	51.807	52	3.606	26.612	53.873	1	3.878	27.578	55.880
42	3.340	25.629	51.836	53	3.610	26.626	53.902	2	3.882	27.592	55.909
43	3.343	25.643	51.865	54	3.614	26.640	53.931	3	3.886	27.606	55.938
44	3.347	25.657	51.894	55	3.618	26.654	53.960	4	3.890	27.620	55.967
45	3.351	25.671	51.923					5	3.894	27.934	55.996
				56	3.622	26.668	53.989				
46	3.355	25.685	51.953	57	3.625	26.682	54.018	6	3.898	27.648	56.025
47	3.358	25.699	51.982	58	3.629	26.696	54.047	7	3.902	27.662	56.054
48	3.362	25.713	52.011	59	3.633	26.710	54.076	8	3.906	27.676	56.083
49	3.366	25.727	62.040					9	3.910	27.690	56.112
50	3.370	25.741	52.069					10	3.914	27.704	56.141
				31° 0′	3.637	26.724	54.105				
51	3.373	25.755	52.098	1	3.641	26.738	54.134	11	3.918	27.718	56.171
52	3.377	25.770	52.127	2	3.645	26.752	54.163	12	3.922	27.732	56.200
53	3.381	25.784	52.156	3	3.649	26.766	54.192	13	3.926	27.746	56.229
54	3.385	25.798	52.185	4	3.653	26.780	54.222	14	3.930	27.760	26.258
55	3.388	25.812	52.214	5	3.656	36.794	54.251	15	3.934	27.774	56.287
56	3.392	25.826	52.243	6	3.660	26.808	54.280	16	3.938	27.788	56.316
57	3.396	25.845	52.273	7	3.664	26.822	54.309	17	3.943	27.801	56.345
28	3.399	25.854	52.302	8	3.668	26.836	54 338	18	3.947	27.815	56.374
59	3.403	25.868	52.331	9	3.672	26.850	54.367	19	3.951	27.829	56.403
				10	3.676	26.864	54.396	20	3.955	27.843	56.432
30° 0′	3.407	25.882	52.360								
1	3.411	25.896	52.389	11	3.680	26.878	54.425	21	3.959	27.857	56.461
2	3.415	25.910	52.418	12	3.684	26.892	54.454	22	3.963	27.871	56.491
3	3.418	25.924	52.447	13	3.688	26.906	54.483	23	3.967	27.885	56.520
4	3.422	25.938	52.476	14	3.692	26.920	54.512	24	3.971	27.899	56.549
5	3.426	25.952	52.505	15	3.695	26.934	54.542	25	3.975	27.913	56.578
6	3.430	25.966	52.534	16	3.699	26.948	54.571	26	3.979	27.927	56.607
7	3.434	25.980	52.564	17	3.703	26.962	54.600	27	3.983	27.941	56.636
8	3.437	25.994	52.593	18	3.707	26.976	54.629	28	3.987	27.955	56.665
9	3.441	36.008	52.622	19	3.711	26.990	54.658	29	3.991	27.969	56.694
10	3.445	26.022	52.651	20	3.715	27.004	54.687	30	3.995	27.983	56.723

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
32° 31′	3.999	27.997	56.752	33° 41′	4.290	28.973	58.789	34° 51′	4.589	29.946	60.925
32	4.003	28.011	56.781	42	4.294	28.987	58.818	52	4.593	29.960	60.854
33	4.007	28.025	56.811	43	4.298	29.001	58.847	53	4.598	29.974	60.883
34	4.011	28.019	56.840	44	4.302	29.015	58.876	54	4.602	29.988	60.912
35	4.015	28.053	56.869	45	4.306	29.028	58.905	55	4.606	30.001	60.941
36	4.020	28.067	56.898	46	4.311	29.042	58.934	56	4.611	30.015	60.970
37	4.024	28.081	56.927	47	4.315	29.056	58.963	57	4.615	30.029	60.999
38	4.028	28.095	56.956	48	4.319	29.070	58.992	58	4.619	30.043	60.028
39	4.032	28.109	56.985	49	4.323	29.084	59.021	59	4.624	30.057	60.057
40	4.036	28.123	57.014	50	3.328	29.098	59.050				
41	4.040	28.137	57.043	51	4.332	29.112	59.079				
42	4.044	28.151	57.072	52	4.336	29.126	59.109	35° 0′	4.628	30.071	61.087
43	4.048	28.165	57.101	53	4.340	29.140	59.138	1	4.632	30.085	61.116
44	4.052	28.179	57.130	54	4.345	29.154	59.167	2	4.637	30.099	61.145
45	4.056	28.193	57.160	55	4.349	29.167	59.196	3	4.641	30.112	61.174
								4	4.646	30.126	61.203
46	4.061	28.207	57.189	56	4.353	29.181	59.225	5	4.650	30.140	61.232
47	4.065	28.220	57.218	57	4.357	29.195	59.254				
48	4.069	28.234	57.247	58	4.361	29.209	59.283	6	4.654	30.154	61.261
49	4.073	28.248	57.276	59	4.366	29.223	59.312	7	5.659	30.168	61.290
50	4.077	28.262	57.305					8	4.663	30.182	61.319
								9	4.668	30.195	61.348
51	4.081	28.276	57.334	34° 0′	4.370	29.937	59.341	10	4.672	30.209	61.377
52	4.085	28.290	57.363	1	4.374	29.251	59.370				
53	4.089	28.304	57.392	2	4.379	29.265	59.399	11	4.676	30.223	61.407
54	4.093	28.318	57.421	3	4.383	29.279	59.428	12	4.681	30.237	61.436
55	4.097	28.332	57.450	4	4.387	29.293	59.458	13	4.685	30.251	61.465
				5	4.391	29.306	59.487	14	4.690	30.265	61.494
56	4.102	28.346	57.480					15	4.694	30.278	61.523
57	4.106	28.360	57.509	6	4.396	29.320	59.516				
58	4.110	28.374	57.538	7	4.400	29.334	59.545	16	4.698	30.292	61.552
59	4.114	28.388	57.567	8	4.404	29.348	59.574	17	4.703	30.306	61.581
				9	4.408	29.362	59.603	18	4.707	30.320	61.610
				10	4.413	29.376	59.632	19	4.712	30.334	61.639
33° 0′	4.118	28.402	57.596					20	4.716	30.348	61.668
1	4.122	28.416	57.625	11	4.417	29.390	59.661				
2	4.126	28.430	57.654	12	4.421	29.404	59.690	21	4.720	30.361	61.697
3	4.131	28.444	57.683	13	4.426	29.418	59.719	22	4.725	30.375	61.726
4	4.135	28.458	57.712	14	4.430	29.432	59.748	23	4.729	30.389	61.756
5	4.139	28.472	57.741	15	4.434	29.445	59.778	24	4.734	30.403	61.785
								25	4.738	30.417	61.814
6	4.143	28 486	57.770	16	4.438	29.459	59.807				
7	4.147	28.500	57.799	17	4.443	29.473	59.836	26	4.742	30.431	61.843
8	4.151	28.513	57.829	18	4.447	29.487	59.865	27	4.747	30.444	61.872
9	4.156	28.527	57.858	19	4.451	29.501	59.894	28	4.751	30.458	61.901
10	4.160	28.541	57.887	20	4.455	29.515	59.923	29	4.756	30.472	61.930
								30	4.760	30.486	61.959
11	4.164	28.555	57.916	21	4.460	29.259	59.952				
12	4.168	28.569	57.945	22	4.464	29.543	59.981	31	4.764	30.500	61.988
13	4.172	28.583	57.974	23	4.468	29.557	60.010	32	4.769	30.514	62.017
14	4.176	28.597	58.003	24	4 472	29.571	60.039	33	4.773	30.528	62.046
15	4.181	28.611	58.032	25	4.477	29.584	60.068	34	4.778	30.541	62.076
								35	4.782	30.555	62.105
16	4.185	28.625	58.061	26	4.481	29.598	60.098				
17	4.189	28.639	58.090	27	4.485	29.612	60.127	36	4.787	30.569	62.134
18	4.193	28.653	58.119	28	4.490	29.626	60.156	37	4.791	30.583	62.163
19	4.197	28.667	58.149	29	4.494	29.640	60.185	38	4.796	30.597	62.192
20	4.201	28.681	58.178	30	4.498	39.654	60.214	39	4.800	30.611	62.221
								40	4.805	30.625	62.250
21	4.206	28.695	58.207	31	4.502	29.668	60.243				
22	4.210	28.708	58.236	32	4.507	29.682	60.272	41	4.809	30.639	62.279
23	4.214	28.722	58.265	33	4.511	29.696	60.301	42	4.814	30.652	62.308
24	4.218	28.736	58.294	34	4.515	29.710	60.330	43	4.818	30.666	62.337
25	4.222	28.750	58.323	35	4.520	29.723	60.359	44	4.823	30.680	62.366
								45	4.827	30.694	62.396
26	4.226	28.764	58.352	36	4.524	29.737	60.388				
27	4.231	28.778	58.381	37	4.528	29.751	60.418	46	4.832	30.708	62.425
28	4.235	28.792	58.410	38	4.533	29.765	60.447	47	4.836	30.722	62.454
29	4.239	28.805	58.439	39	4.537	29.779	60.476	48	4.840	30.736	62.483
30	4.243	28.820	58.469	40	4.541	29.793	60.505	49	4.845	30.750	62.512
								50	4.849	30.763	62.541
31	4.247	28.834	58.498	41	4.546	29.807	60.534				
32	4.251	28.848	58.527	42	4.550	29.821	60.563	51	4.854	30.777	62.570
33	4.256	28.862	58.556	43	4.554	29.835	60.592	52	4.858	30.791	62.599
34	4.260	28.876	58.585	44	4.559	29.849	60.621	53	4.863	30.805	62.628
35	4.264	28.889	58.614	45	4.563	29.862	60.650	54	4.867	30.819	62.657
								55	4.872	30.833	62.686
36	4.268	28.903	58.643	46	4.567	29.876	60.679				
37	4.273	28.917	58.672	47	4.572	29.890	60.708	56	4.876	30.847	62.716
38	4.277	28.931	58.701	48	4.576	29.904	60.738	57	4.881	30.860	62.745
39	4.281	28.945	58.730	49	4.580	29.918	60.767	58	4.885	30.874	62.774
40	4.285	28.959	58.759	50	4.585	29.932	60.796	59	4.890	30.888	62.803

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
36° 0′	4.894	30.902	62.832	37° 11	5.219	31.882	64.897	38° 21′	5.548	32.845	66.933
1	4.899	30.916	62.861	12	5.224	31.896	64.926	22	5.553	32.859	66.962
2	4.903	30.930	62.890	13	5.228	31.909	64.955	23	5.558	32.873	66.992
3	4.908	30.943	62.919	14	5.233	31.923	64.984	24	5.562	32.887	67.021
4	4.912	30.957	62.948	15	5.237	31.937	65.014	25	5.567	32.900	67.050
5	4.917	30.971	62.977								
				16	5.242	31.951	65.043	26	5.572	32.914	67.079
6	4.921	30.985	63.006	17	5.247	31.965	65.072	27	5.577	32.928	67.108
7	4.926	30.999	63.035	18	5.251	31.978	65.101	28	5.582	32.941	67.137
8	4.930	31.012	63.065	19	5.256	31.992	65.130	29	5.586	32.955	67.196
9	4.935	31.026	63.094	20	5.261	32.006	65.159	30	5.591	32.969	67.195
10	4.939	31.040	63.123								
				21	5.265	32.020	65.188	31	5.596	32.983	67.224
11	4.944	31.054	63.152	22	5.270	32.034	65.217	32	5.601	32.996	67.253
12	4.948	31.068	63.181	23	5.274	32.047	65.246	33	5.605	33.010	67.282
13	4.953	31.081	63.210	24	5.279	32.061	65.275	34	5.610	33.024	67.312
14	4.957	31.095	63.239	25	5.284	32.075	65.304	35	5.615	33.538	67.341
15	4.962	31.109	63.268								
				26	5.288	32.089	65.334	36	5.620	33.051	67.370
16	4.966	31.123	63.297	27	5.293	32.103	65.363	37	5.625	33.065	67.399
17	4.971	31.137	63.326	28	5.298	32.116	65.392	38	5.630	33.079	67.428
18	4.976	31.150	63.355	29	5.302	32.130	65.421	39	5.634	33.093	67.457
19	4.980	31.164	63.385	30	5.307	32.144	65.450	40	5.639	33.106	67.486
20	4.935	31.178	63.414								
				31	5.312	32.158	65.479	41	5.644	33.120	67.515
21	4.989	31.192	63.443	32	5.316	32.172	65.508	42	5.649	33.134	67.544
22	4.994	31.206	63.472	33	5.321	32.185	65.537	43	5.654	33.147	67.573
23	4.998	31.219	63.501	34	5.326	32.199	65.566	44	5.659	33.161	67.602
24	5.003	31.233	63.530	35	5.330	32.213	65.595	45	5.663	33.175	67.632
25	5.607	31.247	63.559								
				36	5.335	32.227	65.624	46	5.668	33.189	67.661
26	5.012	31.261	63.588	37	5.340	32.240	65.654	47	5.673	33.202	67.690
27	5.016	31.275	63.617	38	5.345	32.254	65.683	48	6.678	33.216	67.719
28	5.021	31.288	63.646	39	5.349	32.268	65.712	49	5.683	33.230	67.748
29	5.025	31.302	63.675	40	5.354	32.282	65.741	50	5.688	33.244	67.777
30	5.030	31.316	63.705								
				41	5.359	32.295	65.770	51	5.692	32.257	67.806
31	5.035	31.330	63.734	42	5.363	32.309	65.799	52	5.697	33.271	67.835
32	5.039	31.344	63.763	43	5.368	32.323	65.828	53	5.702	33.285	67.864
33	5.044	31.357	63.792	44	5.373	32.337	65.857	54	5.707	33.299	67.893
34	5.048	31.371	63.821	45	5.377	32.351	65.886	55	5.712	33.312	67.922
35.	5.053	31.385	63.850								
				46	5.382	32.364	65.915	56	5.717	33.326	67.952
36	5.058	31.399	63.879	47	5.387	32.378	65.944	57	5.721	33.340.	67.981
37	5.062	31.413	63.908	48	5.392	32.392	65.973	58	5.726	33.353	68.010
38	5.067	31.426	63.937	49	5.396	32.406	66.002	59	5.731	33.367	68.039
39	5.071	31.440	63.966	50	5.401	32.419	66.032				
40	5.076	31.454	63.995								
				51	5.406	32.433	66.061	39° 0′	5.736	33.381	68.068
41	5.081	31.468	64.025	52	5.410	32.447	66.090	1	5.741	33.375	68.097
42	5.085	31.482	64.054	53	5.415	32.461	66.119	2	5.746	33.408	68.126
43	5.090	31.495	64.083	54	5.420	32.474	66.148	3	5.751	33.422	68.155
44	5.094	31.509	64.112	55	5.424	32.488	66.177	4	5.755	33.436	68.184
45	5.099	31.523	64.141					5	5.760	33.450	68.213
				56	5.429	32.502	66.206				
46	5.104	31.537	64.170	57	5.434	32.516	66.235	6	5.765	33.463	68.242
47	5.108	31.551	64.199	58	5.439	32.530	66.264	7	5.770	33.477	68.271
48	5.113	31.564	64.228	59	5.443	32.543	66.293	8	5.775	33.491	68.301
49	5.117	31.578	64.257					9	5.780	33.504	68.330
50	5.122	31.592	64.286					10	5.785	33.518	68.359
				38° 0′	5.448	32.557	66.323				
51	5.127	31.606	64.315	1	5.453	32.571	66.352	11	5.790	33.532	68.388
52	5.131	31.620	64.345	2	5.458	32.584	66.381	12	5.794	33.545	68.417
53	5.136	31.633	64.374	3	5.462	32.598	66.410	13	5.799	33.559	68.446
54	5.140	31.647	64.403	4	5.467	32.612	66.439	14	5.804	33.573	68.475
55	5.145	31.661	64.432	5	5.472	32.626	66.468	15	5.809	33.586	68.504
56	5.150	31.675	64.461	6	5.477	32.639	66.497	16	5.814	33.600	68.533
57	5.154	31.689	64.490	7	3 481	32.653	66.526	17	5.819	33.614	68.562
58	5.159	31.702	64.519	8	5.486	32.667	66.555	18	5.824	33.628	68.591
59	5.163.	31.716	64.548	9	5.491	32.681	66.584	19	5.829	33.641	68.621
				10	5.496	32.694	66.613	20	5.833	33.655	68.650
37° 0′	5.168	31.730	64.577								
1	5.173	31.744	64.606	11	5.500	32.708	66.642	21	5.837	33.669	68.679
2	5.177	31.758	64.635	12	5.505	32.722	66.672	22	5.853	33.682	68.708
3	5.182	31.771	64.664	13	5.510	32.735	66.701	23	5.848	33.696	68.737
4	5.187	31.785	64.694	14	5.515	32.749	66.730	24	5.853	33.710	68.766
5	5.191	31.799	64.723	15	5.520	32.763	66.759	25	5.858	33.723	68.795
6	5.196	31.813	64.752	16	5.524	32.777	66.788	26	5.863	33.737	68.824
7	5.200	31.827	64.781	17	5.529	32.790	66.817	27	5.867	33.751	68.853
8	5.205	31.840	64.810	18	5.534	32.804	66.846	28	5.872	33.765	68.882
9	5.210	31.854	64.839	19	5.539	32.818	66.875	29	5.877	33.778	68.911
10	5.214	31.868	64.868	20	5.543	32.832	66.904	30	5.882	33.792	68.941

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
39°31′	5.887	33.806	68.970	40°41′	6.237	34.762	71.006	41°51′	6.595	35.715	73.042
32	5.892	33.819	68.999	42	6.242	34.776	71.035	52	6.600	35.728	73.071
33	5.897	33.833	69.028	43	6.247	34.789	71.064	53	6.606	35.742	73.100
34	5.902	33.847	69.057	44	6.252	34.803	71.093	54	6.611	35.755	73.129
35	5.907	33.860	69.086	45	6.257	34.816	71.122	55	6.616	35.769	73.158
36	5.912	33.874	69.115	46	6.262	34.830	71.151	56	6.621	35.783	73.188
37	5.917	33.888	69.144	47	6.267	34.844	71.180	57	6.626	35.796	73.217
38	5.922	33.901	69.173	48	6.272	34.857	71.210	58	6.632	35.810	73.246
39	5.927	33.915	69.202	49	6.277	34.871	71.239	59	6.637	35.823	73.275
40	5.932	33.929	69.231	50	6.282	34.885	71.268				
41	5.937	33.942	69.261	51	6.287	34.898	71.297	42° 0′	6.642	35.837	73.304
42	5.942	33.956	69.290	52	6.293	34.912	71.326	1	6.647	35.851	73.333
43	5.947	33.970	69.319	53	6.298	34.925	71.355	2	6.652	35.864	73.362
44	5.952	33.983	69.348	54	6.303	34.939	71.384	3	6.658	35.878	73.391
45	5.957	33.997	69.377	55	6.308	34.953	71.413	4	6.663	35.891	73.420
								5	6.668	35.905	73.449
46	5.962	34.011	69.406	56	6.313	34.966	71.442				
47	5.968	34.024	69.435	57	6.318	34.980	71.471	6	6.673	35.918	73.478
48	5.971	34.038	69.464	58	6.323	34.994	71.500	7	6.679	35.932	73.507
49	5.976	34.052	69.493	59	6.328	35.007	71.530	8	6.684	35.946	73.537
50	5.981	34.065	69.522					9	6.689	35.959	73.566
								10	6.694	35.973	73.595
51	5.986	34.079	69.551	41° 0′	6.333	35.021	71.558				
52	5.991	34.093	69.581	1	6.338	35.035	71.588	11	6.700	35.986	73.624
53	5.996	34.106	69.610	2	6.443	35.048	71.617	12	6.705	36.000	73.653
54	6.001	34.120	69.639	3	6.[illegible]	35.062	71.646	13	6.710	36.013	73.682
55	6.006	34.134	69.668	4	6.353	35.075	71.675	14	6.715	36.027	73.711
				5	6.358	35.089	71.704	15	6.720	36.041	73.740
56	6.011	34.147	69.697								
57	6.016	34.161	69.726	6	6.364	35.103	71.703	16	6.726	36.054	73.769
58	6.021	34.175	69.755	7	6.369	35.116	71.762	17	6.731	36.068	73.798
59	6.026	34.188	69.784	8	6.374	35.130	71.791	18	6.736	36.081	73.827
				9	6.379	35.143	71.820	19	6.741	36.095	73.857
				10	6.384	35.157	71.849	20	6.747	36.108	73.886
40° 0′	6.031	34.202	69.813								
1	6.036	34.216	69.842	11	6.389	35.171	71.878	21	6.752	36.122	73.915
2	6.041	34.229	69.871	12	6.394	35.184	71.908	22	6.757	36.136	73.944
3	6.046	34.243	69.900	13	6.399	35.197	71.937	23	6.762	36.149	73.973
4	6.051	34.257	69.930	14	6.404	35.211	71.966	24	6.768	36.163	74.002
5	6.056	34.270	69.959	15	6.409	35.224	71.995	25	6.773	36.176	74.031
6	6.061	34.284	69.988	16	6.415	35.238	72.024	26	6.778	36.190	74.060
7	6.066	34.298	70.017	17	6.420	35.252	72.053	27	6.783	36.203	74.089
8	6.071	34.311	70.046	18	6.425	35.265	72.082	28	6.788	36.217	74.118
9	6.076	34.325	70.075	19	6.430	35.279	72.111	29	6.794	36.231	74.147
10	6.081	34.339	70.104	20	6.435	35.292	72.140	30	6.799	36.244	74.177
11	6.086	34.352	70.133	21	6.440	35.306	72.169	31	6.804	36.258	74.206
12	6.091	34.366	70.162	22	6.445	35.320	72.198	32	6.810	36.271	74.235
13	6.096	34.380	70.191	23	6.450	35.333	72.228	33	6.815	36.285	74.264
14	6.101	34.393	70.220	24	6.455	35.347	72.257	34	6.820	36.298	74.293
15	6.106	34.407	70.250	25	6.460	35.360	72.286	35	6.825	36.312	73.322
16	6.111	34.421	70.279	26	6.466	35.374	72.315	36	6.831	36.325	74.351
17	6.116	34.434	70.308	27	6.471	35.388	72.344	37	6.836	36.339	74.380
18	6.121	34.448	70.337	28	6.476	35.401	72.373	38	6.841	36.352	74.409
19	6.126	34.462	70.366	29	6.481	35.415	72.402	39	6.847	36.366	74.438
20	6.131	34.475	70.395	30	6.486	35.429	72.431	40	6.852	39.379	74.467
21	6.136	34.489	70.424	31	6.491	35.443	72.460	41	6.857	36.393	74.497
22	6.141	34.503	70.453	32	6.496	35.456	72.489	42	6.863	36.406	74.526
23	6.146	34.516	70.482	33	6.502	35.470	72.518	43	6.868	36.420	74.555
24	6.151	34.530	70.511	34	6.507	35.483	72.548	44	6.873	36.433	74.584
25	6.156	54.544	70.540	35	6.512	35.497	72.577	45	6.878	36.447	74.613
26	6.161	34.557	70.570	36	6.517	35.511	72.606	46	6.884	36.460	74.642
27	6.166	34.571	70.599	37	6.522	35.524	72.635	47	6.889	36.474	74.671
28	6.171	34.585	70.628	38	6.528	35.538	72.664	48	6.894	36.488	74.700
29	6.176	34.598	70.657	39	6.533	35.551	72.693	49	6.900	36.501	74.729
30	6.181	34.612	70.686	40	6.538	35.565	72.722	50	6.905	36.515	74.758
31	6.186	34.626	70.715	41	6.543	35.579	72.751	51	6.910	36.528	74.787
32	6.191	34.639	70.744	42	6.548	35.592	72.780	52	6.916	36.542	74.817
33	6.196	34.653	70.773	43	6.554	35.606	72.809	53	6.921	36.555	74.846
34	6.201	34.667	70.802	44	6.559	35.619	72.838	54	6.926	36.569	74.875
35	6.206	34.680	70.831	45	6.564	35.633	72.868	55	6.931	36.582	74.904
36	6.211	34.694	70.860	46	6.569	35.647	72.897	56	6.937	36.596	74.933
37	6.216	34.707	70.890	47	6.574	35.660	72.926	57	6.942	36.609	74.962
38	6.222	34.721	70.919	48	6.580	35.674	72.955	58	6.947	36.623	74.991
39	6.227	34.735	70.948	49	6.585	35.687	72.984	59	6.953	36.636	75.020
40	6.232	34.748	70.977	50	6.590	35.701	73.013				

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
43° 0′	6.958	36.650	75.049	44° 11′	7.342	37.609	77.114	45° 21′	7.730	38.550	79.151
1	6.963	36.664	75.078	12	7.348	37.623	77.144	22	7.735	38.563	79.180
2	6.969	36.677	75.107	13	7.353	37.636	77.173	23	7.741	38.577	79.209
3	6.974	36.691	75.136	14	7.359	37.650	77.202	24	7.746	38.590	79.238
4	6.979	36.704	75.166	15	7.364	37.663	77.231	25	7.752	38.604	79.267
5	6.985	36.718	75.195								
				16	7.370	37.677	77.260	26	7.758	38.617	79 296
6	6.990	36.731	75.224	17	7.375	37.690	77.289	27	7.763	38.631	79.325
7	6.996	36.745	75.253	18	7.380	37.703	77.318	28	7.769	38.644	79.354
8	7.001	36.758	75.282	19	7.386	37.717	77.347	29	7.774	38.657	79.383
9	7.006	36.772	75.311	20	7.391	37.730	77.376	30	7.780	38.671	79 413
10	7.012	36.785	75.340								
				21	7.397	37.744	77.405	31	7.786	38.684	79.442
11	7.017	36.799	75.369	22	7.402	37.757	77.434	32	7.791	38.698	79.471
12	7.022	36.812	75.398	23	7.408	37.771	77.464	33	7.797	38.711	79.500
13	7.028	36.826	75.427	24	7.413	37.784	77.493	34	7.803	38.725	79.529
14	7.033	36.839	75.456	25	7.419	37.798	77.522	35	7.808	38.738	79.558
15	7.039	36.853	75.486								
				26	7.424	37.811	77.551	36	7.814	38.751	79.587
16	7.044	36.866	75.515	27	7.430	37.825	77.580	37	7 820	38.765	79.616
17	7.049	36.880	75.544	28	7.435	47.838	77.609	38	7.825	38.778	79.645
18	7.055	36.894	75.573	29	7.441	38.852	77.638	39	7.831	38.792	79.674
19	7.060	36.907	75.602	30	7.446	37.865	77.667	40	7.837	38.805	79.703
20	7.065	36.921	75.631								
				31	7.452	37.878	77.696	41	7.842	38.818	79.733
21	7.071	36.934	75.660	32	7.457	37.892	77.725	42	7.848	38.832	79.762
22	7.076	36.948	75.689	33	7.463	37.905	77.754	43	7.854	38.845	79.791
23	7.082	36.961	75.718	34	7.468	37.919	77.784	44	7.859	38.859	79.820
24	7.087	36.975	75.747	35	7.474	37.932	77.813	45	7.865	38.872	79.849
25	7.092	36.988	75.776								
				36	7.479	37.946	77.842	46	7.871	38.885	79.878
26	7.098	37.002	75.805	37	7.485	37.959	77.871	47	7.876	38.899	79.907
27	7.103	37.015	75.835	38	7.490	37.972	77.900	48	7.882	38.912	79.936
28	7.108	37.029	75.864	39	7.496	37.986	17.929	49	7.888	38.926	79.965
29	7.114	37.042	75.893	40	7.501	36.999	77.958	50	7.893	38.939	79.994
30	7.119	37.056	75.922								
				41	7.507	38.013	77.987	51	7.899	38.952	80.023
31	7.124	37.069	75.951	42	7.512	38.026	78.016	52	7.905	38.966	80.052
32	7.130	37.083	75.980	43	7.518	38.040	78.045	53	7.910	38.979	80.082
33	7.135	37.096	76 009	44	7.523	38.053	78.074	54	7.916	38.993	80.111
34	7.141	37.110	76.038	45	7.529	38.066	78.104	55	7.922	39.006	80.140
35	7.146	37.123	76.067								
				46	7.534	38.080	78.133	56	7.927	39 019	80.169
36	7.152	37.137	76.096	47	7.540	38.093	78.162	57	7.933	39.033	80.198
37	7.157	37.150	76.125	48	7.546	38.107	78.191	58	7.939	39.046	80.227
38	7.162	37.164	76.155	49	7.551	38.120	78.220	59	7.944	39.060	80.256
39	7.168	37.177	76.184	50	7.557	38.134	78.249				
40	7.173	37.191	76.212								
				51	7.562	38.147	78.278	46° 0	7.950	39.073	80.285
41	7.179	37.204	76.242	52	7.568	38.160	78.307	1	7.956	39.086	80.314
42	7.184	37.218	76.271	53	7.573	38.174	78.336	2	7.961	39.100	80.343
43	7.190	37.231	76.300	54	7.579	38.187	78.365	3	7.967	39.113	80.372
44	7.195	37.245	76.329	55	7.584	38.201	78.394	4	7.973	39.126	80.402
45	7.200	37.258	76.358					5	7.978	39.140	80.431
				56	7.590	38.214	78.424				
46	7.206	37.272	76.387	57	7.595	38.228	78.453	6	7.984	39.153	80.460
47	7.211	37.285	76.416	58	7.601	38.241	78.482	7	7.990	39.167	80.489
48	7.217	37.299	76.445	59	7.606	38.254	78.511	8	7.696	39.180	80.518
49	7.222	37.312	76.475					9	8.001	39.193	80.547
50	7.228	37.326	76.504					10	8.007	39.207	80.576
				45° 0′	7.612	38.268	78.540				
51	7.233	37.339	76.533	1	7.618	38.281	78.569	11	8.013	39.220	80.605
52	7.238	37.353	76.562	2	7.623	38.295	78.598	12	8.018	39.233	80.634
53	7.244	37.366	76.591	3	7.629	38.308	78.627	13	8.024	39.247	80.663
54	7.249	37.380	76.620	4	7.634	38.322	78.656	14	8.030	39.260	80.692
55	7.255	37.393	76.649	5	7.640	38.335	78.685	15	8.035	39.274	40.721
56	7.260	37.407	76.678	6	7.646	38.349	78.714	16	8.041	39.287	80.751
57	7.266	37.420	76.707	7	7.651	38.362	78.743	17	8.047	39 300	80.780
58	7.271	37.434	76.736	8	7.657	36.375	78.773	18	8.053	39.314	80.809
59	7.276	37.447	76.765	9	7.662	38.389	78.802	19	8.058	39.327	80.838
				10	7.668	38.402	78.831	20	8.064	39.340	80.867
44° 0′	7.282	37.461	76:794								
1	7.287	37.474	76.824	11	7.674	38.416	78.860	21	8.070	39.354	80.896
2	7.293	37.488	76.853	12	7.679	38.429	78.889	22	8.075	39.367	80.925
3	7.298	37.501	76 882	13	7.685	38.442	78.918	23	8.081	39.381	80.954
4	7.304	37.515	76.911	14	7.690	38.456	78.947	24	8.087	39.394	80.983
5	7.309	37.528	76.940	15	7.696	38.469	78.976	25	8.092	39.407	81.012
6	7.315	37.542	76.969	16	7.702	38.483	79.005	26	8.098	39.421	81.041
7	7.320	37.555	76.998	17	7.707	38.496	79.034	27	8.104	39.434	81.071
8	7.326	37.569	77.027	18	7.713	38.510	79.063	28	8.110	39.447	81.100
9	7.331	37.582	77.056	19	7.718	38.523	79.093	29	8.115	39.461	81.129
10	7.337	37.596	77.085	20	7.724	38.537	79.122	30	8.121	39.474	81.158

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
46°31′	8.127	39.487	81.187	47°41′	8.534	40.421	83.223	48°51′	8.950	41.350	85.259
32	8.133	39.504	81.216	42	8.539	40.435	83.252	52	8.956	41.363	85.288
33	8.138	39.514	81.245	43	8.545	40.448	83.281	53	8.962	41.376	85.318
34	8.144	39.527	81 274	44	8.551	40.461	83.310	54	8.968	41.390	85.347
35	8.150	39 541	81.303	45	8.557	40.474	83.340	55	8.974	41.403	85.376
36	8.156	39.554	81.332	46	8.563	40.488	83.369	56	8.980	41.416	85.405
37	8.161	39.568	81.361	47	8·569	40.501	83.398	57	8.986	41.429	85.434
38	8.167	39.581	81.391	48	8.575	40.514	83.427	58	8.992	41.442	85.463
39	8.173	39.594	81.420	49	8.581	40.528	83.456	59	8.998	41.456	85.492
40	8.179	39.608	81.449	50	8.586	40.541	83.485				
41	8.184	39.621	81.478	51	8.592	40.554	83.514				
42	8.190	39.634	81.507	52	8.598	40.568	83.543	49° 0′	9.004	41.469	85.521
43	8.196	39 648	81.536	53	8.604	40.581	83.572	1	9.010	41.482	85.550
44	8.202	39.661	81.565	54	8.610	40.594	83.601	2	9.016	41.495	85.579
45	8.208	39.675	81.594	55	8.616	40.607	83.630	3	9.022	41.509	85.608
46	8.213	39.688	81.623	56	8.622	40.621	83.660	4	9.028	41.522	85.637
47	8.219	39.701	81.652	57	8.627	40.634	83.689	5	9.034	41.535	85.667
48	8.225	39.715	81.681	58	8.633	40.647	83.718	6	9.040	41.548	85.696
49	8.231	39.728	81.711	59	8.639	40.661	83.747	7	9.046	41.562	85.725
50	8.236	39.741	81.740					8	9.053	41.575	85.754
								9	9.059	41.588	85.783
51	8.242	39.755	81.769	48° 0′	8.645	40.674	83.776	10	9.065	41.601	85.812
52	8.248	39.768	81.798	1	8.651	40.687	83.805				
53	8.254	39.782	81.827	2	8.657	40.701	83.834	11	9.071	41.615	85.841
54	8.260	39.795	81.856	3	8.663	40.714	83.863	12	9.077	41.628	85.870
55	8.265	39.808	81.885	4	8.669	40.727	83.892	13	9.083	41.641	85.899
				5	8.675	40.740	83.921	14	9.089	41.654	85.928
56	8.271	39.822	81.914					15	9.095	41.667	85.957
57	8.277	39.835	81.943	6	8.681	40.754	83.950				
58	8.283	39.848	81.972	7	8.687	40.767	83.979	16	9.101	41.681	85.987
59	8.288	39.862	82.001	8	8.693	40.780	84.009	17	9.107	41.694	86.016
				9	8.699	40.793	84.038	18	9.113	41.707	86.045
				10	8.705	40.807	84.067	19	9.119	41.720	86.074
47° 0′	8.294	39.875	82.030					20	9.125	41.734	86.103
1	8.300	39.888	82.060	11	8.711	40.820	84.096				
2	8.306	39.902	82.089	12	8.717	40.833	84.125	21	9.131	41.747	86.132
3	8.311	39.915	82.118	13	8.723	40.847	84.154	22	9.138	41.760	86.161
4	8.317	39.928	82.147	14	8.729	40.860	84.183	23	9.144	41.773	86.190
	8.323	39.942	82.176	15	8.735	40.873	84.212	24	9.150	41.787	86.219
5								25	9.156	41.800	86.248
6	8.329	39.955	82.205	16	8.741	40.880	84.241				
7	8.335	39.968	82.234	17	8.746	40.900	84.270	26	9.162	41.813	86.277
8	8.341	39 982	82.263	18	8.752	40 913	84.299	27	9.168	41.826	86.307
9	8.346	39.995	82.292	19	8.758	40.926	84.329	28	9 174	41.839	86.336
10	8.352	40.008	82.321	20	8.764	40.939	84.358	29	9.180	41.853	86.365
								30	9.186	41.866	86.394
11	8.358	40.022	82.350	21	8.770	40.953	84.387				
12	8.364	40.035	82.380	22	8.776	40.966	84.416	31	9.192	41.879	86.423
13	8.370	40.048	82.409	23	8.782	40.979	84.445	32	9.198	41.892	86.452
14	8.376	40.062	82.438	24	8.788	40.992	84.474	33	9.204	41.906	86.481
15	8.381	40.075	82.467	25	8.794	41.006	84.503	34	9.210	41.919	86.510
								35	9.216	41.932	86.539
16	8.387	40.088	82.496	26	8.800	41.019	84·532				
17	8.393	40.102	82.525	27	8.806	41.032	84·561	36	9.223	41.945	86.568
18	8.399	40.115	82.554	28	8.812	41.046	84·590	37	6.229	41.958	86.597
19	9.405	40.128	82.583	29	8.818	41.059	84·619	38	9.235	41.972	86.627
20	8.411	40.142	82.612	30	8.824	41.072	84.648	39	9.241	41.985	86.656
								40	9.247	41.998	86.685
21	8.416	40.155	82.641	31	8.830	41.085	84.678				
22	8.422	40.168	82.670	32	8.836	41.098	84.707	41	9.253	42.011	86.714
23	8.428	40.182	82.700	33	8.842	41.112	84.736	42	9.259	42.024	86.743
24	8.434	40.195	82.729	34	8.848	41.125	84.765	43	9.265	42.038	86.772
25	8.440	40.208	82.758	35	8.854	41.138	84.794	44	9.271	42.051	86.801
								45	9.277	42.064	86.830
26	8.446	40.222	82.787	36	8.860	41.151	84.823				
27	8.451	40.235	82.816	37	8.866	41.165	84.852	46	9.284	42.077	86.859
28	9.457	40.248	82.845	38	8.872	41.178	84.881	47	9.290	42.090	86.888
29	8·463	40.262	82.874	39	8.878	41.191	84·910	48	9.296	42.104	86.917
30	8.469	40.275	82.903	40	8.884	41.204	84·939	49	9.302	42.117	86.947
								50	9.308	42.130	86.976
31	8.475	40.288	82.932	41	8.890	41.218	84.968				
32	8.481	40.302	82.961	42	8.896	41.231	84.998	51	9.314	42.143	87.005
33	8.487	40.315	82.990	43	8.902	41.244	85.027	52	9.320	42.156	87.034
34	8.492	40.328	83.020	44	8.908	41.257	85.056	53	9.326	42.170	87.063
35	8.498	40.341	83.049	45	8.914	41.270	85.085	54	9.332	42.183	87.092
								55	9.339	42.196	87.121
36	8.504	40.355	83.078	46	8.920	41.284	85.114				
37	8.510	40.368	83.107	47	8.926	41.297	85.143	56	9.345	42.209	87.150
38	8.516	40.381	83.136	48	8.932	41.310	85.172	57	9.351	42.222	87.179
39	8.522	40.395	83.165	49	8.938	41.323	85.201	58	9.357	42.236	87.208
40	5.528	40.408	83.194	50	8.944	41.337	85.230	59	9.363	42.249	87.237

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
50° 0′	9.369	42.262	87.263	51° 11′	9.810	43.195	89.332	52° 21′	10.258	44.111	91.368
1	9.375	42.275	87.296	12	9.817	43.209	89 361	22	10.265	44.125	91.397
2	9.381	42 288	87.325	13	9.823	43.222	89.390	23	10.271	44.138	91.426
3	9.388	42.302	87.354	14	9.829	43.235	89.419	24	10.277	44.151	91.455
4	9.394	42.315	87.383	15	9.835	43.248	89 448	25	10.283	44.164	91.484
5	9.400	42.328	87.412								
				16	9.842	43.261	89.477	26	10.289	44.177	91.513
6	9.406	42.341	87.441	17	9.848	43.274	89.506	27	10.295	44.190	91 543
7	9.412	42.354	87.470	18	9.854	43.287	89.535	28	10.301	44.203	91.572
8	9.419	42.367	87.499	19	9.861	43.300	89.564	29	10.307	44.216	91.601
9	9.425	42.381	87.528	20	9.867	43 314	89.594	30	10.313	44.229	91.630
10	9.431	42.394	87.557								
				21	9.873	43.327	89.623	31	10.319	44.242	91.659
11	9.437	42.407	87.586	22	9.880	43.340	89.652	32	10.326	44.255	91.688
12	6.443	42.420	87.616	23	9.886	43.353	89. 81	33	10.332	44.268	91.717
13	9.450	42.433	87.645	24	9.892	43.366	89.710	34	10.339	44.281	91.746
14	9.456	42.446	87.674	25	9.898	43.379	89.739	35	10.345	44.294	91.775
15	9.462	42.460	87.703								
				26	9.905	43.392	89.768	36	10.352	44.307	91.804
16	9.468	42.473	87.732	27	9.911	43.406	89.797	37	10.358	44.320	91.833
17	9.474	42.486	87.761	28	9.917	43.419	89.826	38	10.365	44.333	91.863
18	9.481	42.499	87.790	29	9.924	43.432	89 855	39	10.371	44.346	91.892
19	9.487	42.512	87.819	30	9.930	43.445	89.884	40	10.378	44.359	91.921
20	9.493	42.525	87.848								
				31	9.937	43.458	89.914	41	10.384	44.372	91.950
21	9.499	42.539	87.877	32	9.943	43.471	89.943	42	10.391	44.385	91.979
22	9.505	42.552	87.906	33	9.950	43.484	89.972	43	10.397	44.398	92.008
23	9.512	42 565	87.936	34	9.957	43.497	90.001	44	10.404	44.411	92.037
24	9.518	42.578	87.965	35	9.963	43.510	90.030	45	10.410	44.424	92.066
25	9.524	42.591	87.994								
				36	9.970	43.523	90.059	46	10.417	44.437	92.095
26	9.530	42.604	88.023	37	9.977	43.536	90.088	47	10.423	44.451	92.124
27	8.536	42.618	88.052	38	9.984	43.550	90.117	48	10.429	44.464	92.153
28	9.543	42.631	88.081	39	9.990	43.563	90.146	49	10.436	44.477	92.183
29	9.549	42.644	88.110	40	9.997	43.576	90.175	50	10.442	44.490	92.212
30	9.555	42.657	88.139								
				41	10.004	43.589	60.204	51	10.449	44.503	92.241
31	6.561	42.670	88.168	42	10.010	43.602	90.234	52	10.455	44.516	92.270
32	9.567	42.683	88.197	43	10.017	43.615	90.263	53	10.462	44.529	92.299
33	9.574	42.696	88.226	44	10.024	43.628	90.292	54	10.468	44.542	92.328
34	9.580	42.710	88.256	45	10.030	43.641	80 321	55	10.475	44.555	92.357
35	9.586	42.723	88.285								
				46	10.037	43.654	90.350	56	10.481	44.568	92.386
36	9.592	42.736	88.314	47	10.044	43.667	90.379	57	10.488	44.581	92.415
37	9.598	42.749	88.343	48	10.051	43.680	90.408	58	10.494	44.594	92.444
38	6.605	42.762	88.372	49	10.057	43.693	60.437	59	10.501	44.607	92.473
39	9 611	42.775	88.401	50	10.064	43.706	90.466				
40	9.617	42.788	88.430								
				51	10.071	43.719	90.495	53° 0′	10.507	44.620	92.502
41	9.623	42.801	88.459	52	10.077	43.733	90.524	1	10.513	44.633	92.532
42	6.629	42.815	88.488	53	10.084	43.746	90.554	2	10.520	44.646	92.561
43	9.636	42.828	88.517	54	10.091	43.759	90.583	3	10.526	44.659	92.590
44	9.642	43.841	88.546	55	10.097	43.772	90.612	4	10.533	44.672	92.619
45	9.648	42.854	88.576					5	10.539	44.685	92.648
				56	10.104	43.785	90.641				
46	9.654	42.867	88.605	57	10.111	43.798	90.678	6	10.546	44.698	92.677
47	9.660	42.880	88.634	58	10.118	43.811	90.699	7	10.552	44.711	92.706
48	9.667	42.893	88.663	59	10.124	43.824	90.728	8	10.559	44.724	92.735
49	9.673	42.906	88.692					9	10.565	44.737	92.764
50	9.679	42.920	88.721					10	10.572	44.750	92.793
				52° 0′	10.131	43.837	90.757				
51	9.685	42.933	88.750	1	10.137	43.850	90.786	11	10.578	44.763	92.822
52	9.691	42.946	88.779	2	10.143	43.863	60.815	12	10.585	44.776	92.852
53	9.698	42.959	88.808	3	10.149	43.876	98.844	13	10.591	44.789	92.881
54	9.704	42.972	88.837	4	10.155	43.889	90.873	14	10.588	44.802	92.910
55	9.710	42.985	88.866	5	10.161	43.902	90.903	15	10.504	44.815	92.939
56	9.716	42.998	88.895	6	10.167	43.915	90.932	16	10.611	44.828	92.968
57	9.722	43.012	88.925	7	10.173	43.928	90.961	17	10.617	44.841	92.997
58	9.729	43.025	88.954	8	10.180	43.942	90.790	18	10.624	44.854	93.026
59	9.735	43.038	88.983	9	10.186	43.955	91.019	19	10.630	44.867	93.055
				10	10.192	43.968	91.048	20	10.627	44.880	93.084
51° 0′	9.741	43.051	89.012								
1	9.747	43.064	89.041	11	10.198	43.981	91.077	21	10.643	44.893	93.113
2	9.754	43.077	89.070	12	10.204	43.994	91.106	22	10.650	44.906	93.142
3	9.760	43.090	89.099	13	10 210	44.007	91.136	23	10.656	44.919	93.172
4	9.766	43.104	89.128	14	10.216	44.020	91.164	24	10.663	44.932	93.201
5	9.772	43.117	89.157	15	10.222	44.033	91.193	25	10.669	44.945	93.230
6	9.779	43.130	89.186	16	10.228	44.046	91.223	26	10.676	44.958	93.259
7	9.785	43.143	89.215	17	10.234	44.059	91.252	27	10.682	44.971	93..88
8	9.791	43.156	89.245	18	10.240	44.072	91.281	28	10.689	44.984	93.317
9	9.798	43.169	89.274	19	10.246	44.085	91.310	29	10.695	44.997	93.346
10	6.804	43.182	89.303	20	10.252	44.098	91.339	30	10.702	45.010	63.375

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
53° 31'	10.709	45.023	93.404	54° 41'	11.172	45.929	95.440	55° 51'	11.644	46.831	97.477
32	10.715	45.036	93.435	42	11.178	45.942	95.470	52	11.651	46.844	97.506
33	10.722	45.049	93.462	43	11.185	45.955	95.499	53	11.657	46.857	97.535
34	10.728	45.062	93.492	44	11.192	45.968	95.528	54	11.664	46.870	97.564
35	10.735	45.075	93.521	45	11.198	45.981	95.557	55	11.671	46.883	97.593
36	10.741	45.088	93.550	46	11.205	45.994	95.586	56	11.678	46.896	97.622
37	10. 48	46.101	93.579	47	11.212	46.007	95.615	57	11.685	46.908	97.651
38	10.755	45.114	93.608	48	11.219	46.020	95.644	58	11.691	46.921	97.680
39	10.761	45.127	93.637	49	11.225	46.033	95.673	59	11.698	46.934	97.709
40	10.768	45.140	93.666	50	11.232	46.046	95.702				
41	10.774	45.153	93.695	51	11.239	46.059	95.731	56° 0'	11.705	46.947	97.738
42	10.781	45.166	93.724	52	11.245	46.071	95.760	1	11.712	46.960	97.767
43	10.787	45.179	93.753	53	11.252	46.084	95.790	2	11.719	46.973	97.797
44	10.794	45.192	93.782	54	11.259	46.097	95.819	3	11.726	46.985	97.826
45	10.801	45.205	93.811	55	11.265	46.110	95.848	4	11.732	46.998	97.855
46	10.807	45.218	93.841	56	11.272	46.123	95.877	5	11.739	47.011	97.884
47	10.814	45.230	93.870	57	11.279	46.136	95.906	6	11.746	47.024	97.913
48	10.820	45.243	93.899	58	11.286	46.149	95.935	7	11.753	47.037	97.942
49	10.827	45.256	93.928	59	11.292	46.162	95.964	8	11.760	47.050	97.971
50	10.833	45.269	93.957					9	11.767	47.062	98.000
								10	11.774	47.075	98.029
51	10.840	45.282	93.986	55° 0'	11.299	46.175	95.993				
52	10.847	45.295	94.015	1	11.306	46.188	96.022	11	11.781	47.088	98.058
53	10.853	45.308	94.044	2	11.312	46.201	96.051	12	11.787	47.101	98.088
54	10.860	45.321	94.073	3	11.319	46.214	96.080	13	11.794	47.114	98.117
55	10.866	45.334	94.102	4	11.326	46.226	96.109	14	11.801	47.127	98.146
				5	11.333	46.239	96.139	15	11.808	47.139	98.175
56	10.873	45.347	94.131								
57	10.879	45.360	94.161	6	11 339	46.252	96.168	16	11.815	47.152	98.204
58	10.886	45.373	94.190	7	11.346	46.265	96.197	17	11.822	47.165	98.233
59	10.893	45.386	94.219	8	11.353	46.278	96.226	18	11.829	47.178	98.262
				9	11.360	46.291	96.255	19	11.836	47.191	98.291
				10	11.366	46.304	96.284	20	11.842	47.204	98.320
54° 0'	10.899	45.399	94.248								
1	10.906	45.412	94.277	11	11.373	46.317	96.313	21	11.849	47.216	98.349
2	10.912	45.425	94.306	12	11.380	46.329	96.342	22	11.856	47.229	98.378
3	10.919	45.438	94.335	13	11.386	46.342	96.371	23	11.863	47.242	98.408
4	10.926	45.451	94.364	14	11.393	46.355	96.400	24	11.870	47.255	98.437
5	10.932	45.464	94.393	15	11.400	46.368	96.429	25	11.877	47.268	98.466
6	10.939	45.477	94.422	16	11.407	46.381	96.459	26	11.884	47.281	98.495
7	10.945	45.490	94.451	17	11.413	46.394	96.488	27	11.890	47.293	98.524
8	10.952	45.502	94.480	18	11.420	46.407	96.517	28	11.897	47.306	98.553
9	10.959	45.515	94.510	19	11.427	46.420	96.546	29	11.904	47.319	98.582
10	10.965	45.528	94.539	20	11.434	46.432	96.575	30	11.911	47.332	98.611
11	10.972	45.541	94.568	21	11.440	46.445	96.604	31	11.918	47.345	98.640
12	10.979	45.554	94.597	22	11.447	46.458	96.633	32	11.925	47.358	98.669
13	10.985	45.567	94.626	23	11.454	46.471	96.662	33	11.932	47.370	98.698
14	10.992	45.580	94.655	24	11.461	46.484	96.691	34	11.939	47.383	98.727
15	10.998	45.593	94.684	25	11.467	46.497	96.720	35	11.945	47.396	98.757
16	11.005	45.606	94.713	26	11.474	46.510	96.749	36	11.952	47.409	98.786
17	11.012	45.619	94.742	27	11.481	46.522	96.779	37	11.959	47 422	98.815
18	11.018	45.632	94.771	28	11.487	46.535	96.808	38	11.966	47.434	98.844
19	11.025	45.645	94.800	29	11.494	46.548	96.837	39	11.973	47.447	98.873
20	11.032	45.658	94.830	30	11.501	46.561	96.866	40	11.980	47.460	98.902
21	11.038	45.671	94.859	31	11.508	46.574	96.895	41	11.987	47.473	68.931
22	11.045	45.683	94.888	32	11.515	46.587	96.924	42	11.994	47.486	98.960
23	11.051	45.696	94.917	33	11.521	46.600	96.953	43	12.001	47.498	98.989
24	11.058	45.709	94.946	34	11.528	46.612	96.982	44	12.008	47.511	99.018
25	11.065	45.722	94.975	35	11.535	46.625	97.011	45	12.014	47.524	99.047
26	11.071	45.735	95.004	36	11.542	46.638	97.040	46	12.021	47.537	99.077
27	11.078	45.748	95.033	37	11.549	46.651	97.069	47	12.028	47.550	99.106
28	11.085	45.761	95.062	38	11.555	46.664	97.099	48	12.035	47.562	99.135
29	11.091	45.774	95.091	39	11.562	46.677	97.128	49	12.042	47.575	99.164
30	11·098	45.787	95.120	40	11.569	46.690	97.157	50	12.049	47.588	99.193
31	11.105	45.800	95.150	41	11.576	46.703	97.186	51	12.056	47.601	99.222
32	11.111	45.813	95.179	42	11.583	46.715	97.215	52	12.063	47.614	99.251
33	11.118	45 826	95.208	43	11.589	46.728	97.244	53	12.070	47.626	99.280
34	11.125	45.839	95.237	44	11.596	46.741	97.273	54	12.077	47.639	99.309
35	11.131	45.852	95.266	45	11.603	46.754	97.302	55	12.083	47.652	99.338
36	11.138	45.865	95.295	46	11.610	46.767	97.331	56	12.090	47.665	99.367
37	11.145	45.878	95.324	47	11.617	46.780	97.360	57	12 097	37.678	99.397
38	11.152	45.890	95.353	48	11.623	46.793	97.389	58	12.104	47.690	99.426
39	11.158	45.903	95.382	49	11.630	46.806	97.419	59	12.111	47.703	99.455
40	11.165	45.916	95.411	50	11.637	46.818	97.448				

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
57° 0′	12.118	47.716	99.484	58° 11′	12.616	48.621	101.549	59° 21′	13.116	49.508	103.585
1	12.125	47.729	99.513	12	12.623	48.633	101.578	22	13.123	49.520	103.614
2	12.132	47.742	99.542	13	12.630	48.646	101.607	23	13.130	49.533	103.643
3	12.139	47.754	99.571	14	12.637	48.659	101.636	24	13.137	49.546	103.673
4	12.146	47.767	99.600	15	12.644	48.671	101.665	25	13.144	49.559	103.702
5	12.153	47.780	99.629								
				16	12.651	48.684	101.695	26	13.152	49.571	103.731
6	12.160	47.793	99.658	17	12.658	48.697	101.724	27	13.159	49.584	103.760
7	12.167	47.805	99.687	18	12.665	48.710	101.753	28	13.166	49.597	103.789
8	12.174	47.818	99.716	19	12.672	48.722	101.782	29	13.173	49.609	103.818
9	12.181	47.831	99.746	20	12.679	48.735	101.811	30	13.180	49.622	103.847
10	12.188	47.844	99.775								
				21	12.686	48.748	101.840	31	13.187	49.635	103.876
11	12.195	47.856	99.804	22	12.694	48.760	101.869	32	13.194	49.647	103.905
12	12.202	47.869	99.833	23	12.701	48.773	101.898	33	13.202	49.660	103.934
13	12.209	47.882	99.862	24	12.708	48.786	101.927	34	13.209	49.672	103.963
14	12.216	47.895	99.891	25	12.715	48.798	101.956	35	13.216	49.685	103.993
15	12.223	47.908	99.920								
				26	12.722	48.811	101.985	36	13.223	49.698	104.022
16	12.230	47.920	99.949	27	12.729	48.824	102.015	37	13.231	49.710	104.051
17	12.236	47.933	99.978	28	12.736	48.837	102.044	38	13.238	49.723	104.080
18	12.243	47.946	100.007	29	12.743	48.849	102.073	39	13.245	49.735	104.109
19	12.250	47.959	100.036	30	12.750	48.862	102.102	40	13.252	49.748	104.138
20	12.257	47.971	100.066								
				31	12.757	48.875	102.131	41	13.260	49.761	104.167
21	12.264	47.984	100.095	32	12.764	48.887	102.160	42	13.267	49.773	104.196
22	12.271	47.997	100.124	33	12.771	48.900	102.189	43	13.274	49.786	104.225
23	12.278	48.010	100.153	34	12.779	48.913	102.218	44	13.281	49.798	104.254
24	12.285	48.022	100.182	35	12.786	48.926	102.247	45	13.288	49.811	104.283
25	12.292	48.035	100.211								
				36	12.793	48.938	102.276	46	13.296	49.824	104.313
26	12.299	48.048	100.240	37	12.800	48.951	102.305	47	13.303	49.836	104.342
27	12.306	48.061	100.269	38	12.807	48.964	102.335	48	13.310	49.849	104.371
28	12.313	48.074	100.298	39	12.814	48.976	102.364	49	13.317	49.861	104.400
29	12.320	48.086	100.327	40	12.821	48.989	102.393	50	13.325	49.874	104.429
30	12.327	48.099	100.356								
				41	12.828	49.002	102.422	51	13.332	49.887	104.458
31	12.334	48.112	100.386	42	12.836	49.014	102.451	52	13.339	49.899	104.487
32	12.341	48.124	100.415	43	12.843	49.027	102.480	53	13.346	49.912	104.516
33	12.348	48.137	100.444	44	12.850	49.040	102.509	54	13.354	49.924	104.545
34	12.355	48.150	100.473	45	12.857	49.052	102.538	55	13.361	49.924	104.574
35	12.362	48.163	100.502								
				46	12.864	49.065	102.567	56	13.368	49.950	104.603
36	12.369	48.175	100.531	47	12.871	49.078	102.596	57	13.375	49.962	104.633
37	12.376	48.188	100.560	48	12.878	49.091	102.625	58	13.382	49.975	104.662
38	12.383	48.201	100.589	49	12.885	49.103	102.655	59	13.390	49.987	104.691
39	12.390	48.214	100.618	50	12.893	49.116	102.684				
40	12.397	48.226	100.647								
				51	12.900	49.129	102.713	60° 0′	13.397	50.000	104.720
41	12.404	48.239	100.676	52	12.907	49.141	102.742	1	13.404	50.013	104.749
42	12.411	48.252	100.706	53	12.914	49.154	102.771	2	13.412	50.025	104.778
43	12.418	48.264	100.735	54	12.921	49.167	102.800	3	13.419	50.038	104.807
44	12.425	48.277	100.764	55	12.928	49.179	102.829	4	13.426	50.050	104.836
45	12.432	48.290	100.793					5	13.433	50.063	104.865
				56	12.935	49.192	102.858				
46	12.439	48.303	100.822	57	12.943	49.205	102.887	6	13.441	50.075	104.894
47	12.447	48.315	100.851	58	12.950	49.218	102.916	7	13.448	50.088	104.923
48	12.454	48.328	100.880	59	12.957	49.230	102.945	8	13.455	50.101	104.952
49	12.461	48.341	100.909					9	13.463	50.113	104.982
50	12.468	48.354	100.938					10	13.470	50.126	105.011
				59° 0′	12.964	49.243	102.974				
51	12.475	48.366	100.967	1	12.971	49.256	103.004	11	13.477	50.138	105.040
52	12.482	48.379	100.996	2	12.978	49.268	103.033	12	13.485	50.151	105.069
53	12.489	48.392	101.026	3	12.986	49.281	103.062	13	13.492	50.163	105.098
54	12.496	48.405	101.055	4	12.993	49.293	103.091	14	13.499	50.176	105.127
55	12.503	48.417	101.084	5	13.000	49.306	103.120	15	13.506	50.189	105.156
56	12.510	48.430	101.113	6	13.008	49.319	103.149	16	13.514	50.201	105.185
57	12.517	48.443	101.142	7	13.015	49.331	103.178	17	13.521	50.214	105.214
58	12.524	48.455	101.171	8	13.022	49.344	103.207	18	13.528	50.226	105.243
59	12.531	48.468	101.200	9	13.029	49.357	103.236	19	13.536	50.239	105.272
				10	13.036	49.369	103.265	20	13.543	50.251	105.302
58° 0′	12.538	48.481	101.229								
1	12.545	48.494	101.258	11	13.044	49.382	103.294	21	13.550	50.264	105.331
2	12.552	48.506	101.287	11	13.051	49.395	103.324	22	13.558	50.277	105.360
3	12.559	48.519	101.316	13	13.058	49.407	103.353	23	13.565	50.289	105.389
4	12.566	48.532	101.345	14	13.065	49.420	103.382	24	13.572	50.302	105.418
5	12.573	48.544	101.375	15	13.072	49.432	103.411	25	13.579	50.314	105.443
6	12.580	48.557	101.404	16	13.080	49.445	103.440	26	13.587	50.327	105.476
7	12.587	48.570	101.433	17	13.087	49.458	103.469	27	13.594	50.339	105.505
8	12.595	48.583	101.462	18	13.094	49.470	103.498	28	13.602	50.352	105.534
9	12.602	48.595	101.491	19	13.101	49.483	103.527	29	13.609	50.365	105.563
10	12.608	48.608	101.520	20	13.108	49.496	103.556	30	13.616	50.377	105.592

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
60° 31'	13.623	50.390	105.622	61° 41'	14.141	51.266	107.658	62° 51'	14.668	52.138	109.694
32	13.631	50.402	105.651	42	14.149	51.279	107.687	52	14.676	52.150	109.723
33	13.638	50.415	105.680	43	14.156	51.291	107.716	53	14.683	52.163	109.752
34	13.645	50.427	105.709	44	14.164	51.304	107.745	54	14.691	52.175	109.781
35	13.653	50.440	105.738	45	14.171	51.316	107.774	55	14.698	52.188	109.810
36	13.660	50.452	105.767	46	14.179	51.329	107.803	56	14.706	52.200	109.839
37	13.668	50.465	105.796	47	14.186	51.341	107.832	57	14.713	52.213	109.869
38	13.675	50.478	105.825	48	14.193	51.354	107.861	58	14.721	52.225	109.898
39	13.682	50.490	105.854	49	14.201	51.366	107.890	59	14.729	52.237	107.927
40	13.690	50.503	105.883	50	14.208	51.379	107.920				
41	13.697	50.515	105.912	51	14.216	51.391	107.949				
42	13.704	50.528	105.942	52	14.223	51.404	107.978	63° 0	14 736	52.250	109.956
43	13.712	50.540	182.971	53	14.231	51.416	108.007	1	14.744	52.262	109.985
44	13.719	50.553	106.000	54	14.238	51.429	108.036	2	14.751	52.275	110.014
45	13.727	50.566	106.029	55	14.246	51.441	108.065	3	14.759	52.287	110.043
46	13.734	50.578	106.058	56	14.253	51.454	108.094	4	14.767	52.299	110.072
47	13.741	50.591	106.086	57	14.261	51.466	108.123	5	14.774	52.312	110.101
48	13.749	50.603	106.111	58	14.268	51.479	108.152	6	14.782	52.324	110.130
49	13.756	50.616	106.145	59	14.276	51.491	108.181	7	14.789	52.337	110.159
50	13.763	50.628	106.174					8	14.797	52.349	110.188
								9	14.805	52.361	110.218
51	13.771	50.641	106.203	62° 0'	14.283	51.504	108.210	10	14.812	52.374	110.247
52	13.778	50.654	106.232	1	14.291	51.516	108.239				
53	13.786	50.666	106.262	2	14.298	51.529	108.269	11	14.820	52.386	110.276
54	13.793	50.679	106.291	3	14.306	51.541	108.298	12	14.828	52.398	110.305
55	13.800	50.691	106.320	4	14.313	51.554	108.327	13	14.835	52.411	110.334
				5	14.321	51.566	188.356	14	14.843	52 423	110.363
56	13.808	50.704	106.349					15	14.850	52.436	110.392
57	13.815	50.716	106.378	6	14.328	51.579	108.385				
58	13.822	50.729	106.407	7	14.336	51.591	108.414	16	14.858	52.448	110.421
59	13.830	50.742	106.436	8	14.343	51.603	108.443	17	14.866	52.460	110.450
				9	14.351	51.616	108.472	18	14.873	52.473	110.479
				10	14.358	51.628	108.501	19	14.881	52.485	110.508
61° 0'	13.837	50.754	106.465					20	14.889	52.497	110.538
1	13.844	50.766	106.494	11	14.366	51.641	108.530				
2	13.852	50.779	106.523	12	14.373	51.653	108.559	21	14.896	52.510	110.567
3	13.859	50.791	106.552	13	14.381	51.666	108.589	22	14.904	52.522	110.596
4	13.867	50.804	106.581	14	14.388	51.678	108.618	23	14.911	52.535	110.625
5	13.874	50.816	106.611	15	14.396	51.690	108.647	24	14.919	52.547	110.654
								25	14.927	52.559	110.683
6	13.881	50.829	106.640	16	14.404	51.703	108.676				
7	13.889	50.841	106.669	17	14.411	51.715	108.705	26	14.934	52.572	110.712
8	13.896	50.854	106.698	18	14.419	51.728	108.734	27	14.942	52.584	110.741
9	13.904	50.866	106.727	19	14.426	51.740	108.763	28	14.950	52.596	110.770
10	13.911	50.879	106.756	20	14.434	51.753	108.792	29	14.957	52.609	110.799
								30	14.965	52.621	110.828
11	13.918	50.891	106.785	21	14.441	51.765	108.821				
12	13.926	50.904	106.814	22	14.449	51.777	108.850	31	14.973	52.633	110.858
13	13.933	50.916	106.843	23	14.456	51.790	108.879	32	14.980	52.646	110.887
14	13.941	50.929	106.872	24	14.464	51.802	108.909	33	14.988	52.658	110.916
15	13.948	50.941	106.901	25	14.471	51.815	108.938	34	14.996	52.670	110.945
								35	15.003	52.683	110.974
16	13.955	50.954	106.931	26	14.479	51.827	108.967				
17	13.963	50.966	106.960	27	14.487	51.840	108.996	36	15.011	52.695	111.003
18	13.970	50.979	106.689	28	14.494	51.852	109.025	37	15.019	52.708	111.032
19	13.978	50.991	107.018	29	14.502	51.864	109.054	38	15.026	52.720	111.061
20	13.985	51.004	107.047	30	14.509	51.877	109.083	39	15.034	52.732	111.090
								40	15.042	52.745	111.119
21	13.992	51.016	107.076	31	14.517	51.889	109.112				
22	14.000	51.029	107.105	32	14.524	51.902	109.141	41	15.049	52.757	111.148
23	14.007	51.041	107.134	33	14.532	51.914	109.170	42	15.057	52.769	111.178
24	14.015	51 054	107.161	34	14.539	51.927	109.199	43	15.065	52.782	111.207
25	14.022	51.066	107.192	35	14.547	51.939	109.229	44	15.072	52.794	111.236
								45	15.080	52.807	111.265
26	14.029	51.079	107.221	36	14.554	51.952	109.258				
27	14.037	51.091	107.251	37	14.562	51.964	109.287	46	15.088	52.819	111.294
28	14.044	51.104	107.280	38	14.470	51.976	109.316	47	15.095	52.831	111.323
29	14.052	51.116	107.309	39	14.577	51.989	109.345	48	15.103	52.844	111.352
30	14.059	51.129	107.338	40	14.585	52.001	109.374	49	15.111	52.856	111.381
								50	15.118	52.868	111.410
31	14.066	51.141	107.367	41	14.592	52.014	109.403				
32	14.074	51.154	107.396	42	14.600	52.026	109.432	51	15.126	52.881	111.439
33	14.081	51.166	107.425	43	14.607	52.039	109.461	52	15.134	52.893	111.468
34	14.089	51.179	107.454	44	14.615	52.051	109.490	53	15.141	52.906	111.498
35	14.096	51.191	107.483	45	14.623	52.063	109.519	54	15.149	52.918	111.527
								55	15.157	52.930	111.556
36	14.104	51.204	107.512	46	14.630	52.076	109.549				
37	14.111	51.216	107.541	47	14.638	52.088	109.578	56	15.164	52.943	111.585
38	14.119	51.229	107.570	48	14.645	52.101	109.607	57	15.172	52.955	111.614
39	14 126	51.241	107.600	49	14.653	52.113	109.636	58	15.180	52.967	111.643
40	14.134	51.254	107.629	50	14.660	52.126	109.665	59	15.187	52.980	111.672

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
64° 0′	15.195	52.992	111.701	5° 11′	15.747	53.865	113.766	66° 21′	16.300	54.720	115.803
1	15.203	53.004	111.730	12	15.755	53.877	113.795	22	16.307	54.732	115.832
2	15.210	53.017	111.759	13	15.763	53.889	113.825	23	16.315	54.744	115.861
3	15.218	53.029	111.788	14	15.771	53.901	113.854	24	16.323	54.756	115.890
4	15.226	53.041	111.817	15	15.778	53.913	113.883	25	16.331	54.768	115.919
5	15.234	53.053	111.847								
				16	15.786	53.926	113.912	26	16.339	54.780	115.948
6	15.241	53.066	111.876	17	15.794	53.938	113.941	27	16.347	54.793	115.977
7	15.249	53.078	111.905	18	15.802	53.950	113.970	28	16.355	54.805	116.006
8	15.257	53.090	111.934	19	15.810	53.962	113.999	29	16.363	54.817	116.035
9	15.265	53.103	111.963	20	15.818	53.975	114.028	30	16.371	54.829	116.064
10	15.272	53.115	111.992								
				21	15.825	53.987	114.057	31	16.379	54.841	116.094
11	15.280	53.127	112.021	22	15.833	53.999	114.086	32	16.387	54.853	116.123
12	15.288	53.140	112.050	23	15.841	54.011	114.115	33	16.395	54.866	116 152
13	15.295	53.152	112.079	24	15.849	54.024	114.145	34	16.403	54.878	116.181
14	15.303	53.164	112.108	25	15.857	54.036	114.174	35	16.411	54.890	116.210
15	15.311	53.176	112.137								
				26	15.865	54 048	114.203	36	16.419	54.902	116.239
16	15.319	53.189	112.167	27	15.872	54.060	114.232	37	16.427	54.914	116.268
17	15.326	53.201	112.196	28	15.880	54.072	114.261	38	16.435	54.926	116.297
18	15.334	53.213	112.225	29	15.888	54 085	114.290	39	16.443	54.939	116.326
19	15.342	53.226	112.254	30	15.896	54.097	114.319	40	16.451	54.951	116.355
20	15.350	53.238	112.283								
				31	15.904	54.109	114.348	41	16.459	54.963	116.384
21	15.357	53.250	112.312	32	15.912	54.121	114.377	42	16.467	54.975	116.414
22	15.365	53.263	112.341	33	15.920	54.134	114.406	43	16.475	54.987	116.443
23	15.373	53.275	112.370	34	15.928	54.146	114.435	44	16.483	54.999	116.472
24	15.381	53.287	112.399	35	15.935	54.158	114.465	45	16.491	55.012	116.501
25	15.388	53.299	112.428								
				36	15.913	54.170	114.494	46	16.499	55.024	116.530
26	15.396	53.312	112.457	37	15.951	54.183	114.523	47	16.507	55.036	116.559
27	15.404	53.324	112.486	38	15.959	54.195	114.552	48	16.515	55.048	116.588
28	15.411	53.336	112.516	39	15.967	54.207	114.581	49	16.523	55.060	116.617
29	15.419	53.349	112.545	40	15.975	54.219	114.610	50	16.531	55.073	116.646
30	15.427	53.361	112.574								
				41	15.983	54.232	114.639	51	16.539	55.085	116.675
31	15.435	53.373	112.603	42	15.991	54.244	114.668	52	16.547	55.097	116.704
32	15.443	53.386	112.632	43	15.999	54.256	114.697	53	16.555	55.109	116.733
33	15.450	53.398	112.661	44	16.007	54.268	114.726	54	16.563	55.121	116.763
34	15.458	53.410	112.690	45	16.014	54.280	114.755	55	16.571	55.133	116.792
35	15.466	53.422	112.719								
				46	16.022	54.293	114.785	56	16.579	55.145	116.821
36	15.474	53.435	112.748	47	16.030	54.305	114.814	57	16.587	55.158	116.850
37	15.482	53.447	112.777	48	16.038	54.317	114.843	58	16.595	55.170	116.879
38	15.489	53.459	112.806	49	16.046	54.329	114.872	59	16.603	55.182	116.908
39	15.497	53.472	112.835	50	16.054	54.342	114.901				
40	15.505	53.484	112.865								
				51	16.062	54.354	114.930	67° 0′	16.611	55.194	116.937
41	15.513	53.496	112.894	52	16.070	54.366	114.959	1	16.619	55.206	116.966
42	15.521	53.509	112.923	53	16.078	54.378	114.988	2	16.627	55.218	116.995
43	15.528	53.521	112.952	54	16.086	54.391	115.017	3	16.635	55.230	117.024
44	15.536	53.533	112.981	55	16.093	54.403	115.046	4	16.643	55.242	117.053
45	15.544	53.545	113.010					5	16.651	55.254	117.083
				56	16.101	54.415	115.075				
46	15.552	53.558	113.039	57	16.109	54.427	115.105	6	16.659	55.267	117.112
47	15.560	53.570	113.068	58	16.117	54.439	115.134	7	16.667	55.279	117.141
48	15.567	53.582	113.097	59	16.125	54.452	115.163	8	16.676	55.291	117.170
49	15.575	53.595	113.126					9	16.684	55.303	117.199
50	15.583	53.607	113.156					10	16.692	55.315	117.228
				0′	16.133	54.464	115.192				
51	15.591	53.619	113.185	1	16.141	54.476	115.221	11	16.700	55.327	117.257
52	15.599	53.632	113.214	2	16.149	54.488	115.250	12	16.708	55.339	117.286
53	15.606	53.644	113.243	3	16.157	54.501	115.279	13	16.716	55.351	117.315
54	15.614	53.656	113.272	4	16.165	54.513	115.308	14	16.724	55.363	117.344
55	15.622	53.668	113.301	5	16.173	54.525	115.337	15	16.732	55.375	117.373
56	15.630	53.681	113.330	6	16.181	54.537	115.366	16	16.740	55.388	117.402
57	15.638	53.693	113.359	7	16.189	54.549	115.395	17	16.748	55.400	117.432
58	15.645	53.705	113.388	8	16.196	54.561	115.424	18	16.756	55.412	117.461
59	15.653	53.718	113.417	9	16.204	54.574	115.454	19	16.764	55.424	117.490
				10	16.212	54.586	115.483	20	16.772	55.436	117.519
65° 0′	15.661	53.730	113.446								
1	15.669	53.742	113.475	11	16.220	54.598	115.512	21	16.780	55.448	117.548
2	15.677	53.754	113.505	12	16.228	54.610	115.541	22	16.789	55.460	117.577
3	15.684	53.767	113.534	13	16.236	54.622	115.570	23	16.797	55.472	117.606
4	15.692	53.779	113.563	14	16.241	54.634	115.599	24	16.805	55.484	117.635
5	15.700	53.791	113.592	15	16.252	54.647	115.628	25	16.813	55.496	117.664
6	15.708	53.803	113.621	16	16.260	54.659	115.657	26	16.821	55.509	117.693
7	15.716	53.816	113.650	17	16.266	54.671	115.686	27	16.829	55.521	117.722
8	15.724	53.828	113.679	18	16.276	54.683	115.715	28	16.837	55.533	117.752
9	15.731	53.840	113.708	19	16.284	54.695	115.744	29	16.845	55.545	117.781
10	15.739	53.852	113.737	20	16.292	54.707	115.774	30	16.853	55.557	117.810

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
67° 31'	16.861	55.569	117.839	68° 41'	17.431	56.412	119.875	69° 51'	18.010	57.251	121.911
32	16.869	55.581	117.868	42	17.439	56.424	119.904	52	18.018	57.262	121.940
33	16.877	55.593	117.897	43	17.448	56.436	119.933	53	18.027	57.274	121.969
34	16.885	55.605	117.926	44	17.456	56.448	119.962	54	18.035	57.286	121.999
35	16.893	55.617	117.955	45	17.464	56.460	119.991	55	18.043	57.298	122.028
36	16.902	55.629	117.984	46	17.472	56.472	120.020	56	18.052	57.310	122.057
37	16.910	55.641	118.013	47	17.480	56.485	120.050	57	18.060	57.322	122.086
38	16.918	55.654	118.042	48	17.489	56.497	120.079	58	18.068	57.334	122.115
39	16.926	55.666	118.072	49	17.497	56.509	120.108	59	18.077	57.346	122.144
40	16.934	55.678	118.101	50	17.505	56.521	120.137				
41	16.942	55.690	118.130	51	17.513	56.533	120.166	70° 0'	18.085	57.358	122.173
42	16.950	55.702	118.159	52	17.521	56.545	120.195	1	18.093	57.370	122.202
43	16.958	55.714	118.188	53	17.530	56.557	120.224	2	18.102	57.382	122.231
44	16.966	55.726	118.217	54	17.538	56.569	120.253	3	18.110	57.394	122.260
45	16.974	55.738	118.246	55	17.546	56.581	120.282	4	18.118	57.406	122.289
46	16.983	55.750	118.275	56	17.554	56.593	120.311	5	18.127	57.417	122.318
47	16.991	55.762	118.304	57	17.562	56.605	120.340	6	18.135	57.429	122.348
48	16.999	55.774	118.333	58	17.571	56.617	120.370	7	18.144	57.441	122.377
49	17.007	55.786	118.362	59	17.579	56.629	120.399	8	18.152	57.453	122.406
50	17.015	55.798	118.392					9	18.160	57.465	122.435
51	17.023	55.810	118.421	69° 0'	17.587	56.641	120.428	10	18.169	57.477	122.464
52	17.031	55.823	118.450	1	17.595	56.653	120.457	11	18.177	57.489	122.493
53	17.039	55.835	118.479	2	17.604	56.665	120.486	12	18.185	57.501	122.522
54	17.047	55.847	118.508	3	17.612	56.677	120.515	13	18.194	57.513	122.551
55	17.055	55.859	118.537	4	17.620	56.689	120.544	14	18.202	57.525	122.580
56	17.064	55.871	118.566	5	17.628	56.701	120.573	15	18.211	57.536	122.609
57	17.072	55.883	118.595	6	17.637	56.713	120.602	16	18.219	57.548	122.638
58	17.080	55.895	118.624	7	17.645	56.725	120.631	17	18.227	57.560	122.668
59	17.088	55.907	118.653	8	17.653	56.737	120.660	18	18.236	57.572	122.697
				9	17.661	56.749	120.690	19	18.244	57.584	122.726
68° 0'	17.096	55.919	118.682	10	17.670	56.761	120.719	20	18.252	57.596	122.755
1	17.104	55.931	118.711	11	17.678	56.773	120.748	21	18.261	57.608	122.784
2	17.123	55.943	118.741	12	17.686	56.785	120.777	22	18.269	57.620	122.813
3	17.121	55.955	118.770	13	17.695	56.797	120.806	23	18.277	57.632	122.842
4	17.129	55.967	118.799	14	17.703	56.809	120.835	24	18.286	57.644	122.871
5	17.137	55 979	118.828	15	17.711	56.821	120.864	25	18.294	57.655	122.900
6	17.145	55.991	118.857	16	17.719	56.833	120.893	26	18.303	57.667	122.929
7	17.153	56.003	118.886	17	17.728	56.844	120.922	27	18.311	57.679	122.958
8	17.161	56.015	118.915	18	17.736	56.856	120.951	28	18.319	57.691	122.988
9	17.170	56.027	118 944	19	17.744	56.868	120.980	29	18.328	57.703	123.017
10	17.178	56.039	118.973	20	17.752	56.880	121.010	30	18.336	57.715	123.046
11	17.186	56.051	119.002	21	17.761	56.892	121.039	31	18.344	57.727	123.075
12	17.194	56.063	119.031	22	17.769	56.904	121.068	32	18.353	57.739	123.104
13	17.202	56.075	119.060	23	17.777	56.916	121.097	33	18.361	57.750	123.133
14	17.210	56.087	119.090	24	17.785	56.928	121.126	34	18.370	57.762	123.162
15	17.219	56.099	119.119	25	17.794	56.940	121.155	35	18.378	57.774	123.191
16	17.227	56.111	119.148	26	17.802	56.952	121.184	36	18.386	57.786	123.220
17	17.235	56.124	119.177	27	17.810	56 964	121.213	37	18.395	57.798	123.249
18	17.243	56.136	119.206	28	17.819	56.976	121.242	38	18.403	57.810	123.278
19	17.251	56.148	119.235	29	17.827	56.988	121.271	39	18.412	57.821	123.308
20	17.259	56.160	119.264	30	17.835	57.000	121.300	40	18.420	57.833	123.337
21	17.268	56.172	119.293	31	17.843	57 012	121.330	41	18.428	57.845	123.366
22	17.276	56.184	119.322	32	17.852	57.024	121.359	42	18.437	57.857	123.395
23	17.284	56.196	119.351	33	17.860	57.036	121.388	43	18.445	57.869	123.424
24	17.292	56.208	119.380	34	17.868	57 048	121.417	44	18.454	57.881	123 453
25	17.300	56.220	119.410	35	17.877	57.060	121.446	45	18.462	57.892	123.482
26	17.308	56.232	119.439	36	17.885	57.072	121.475	46	18.470	57.904	123.511
27	17.317	56.244	119.468	37	17.893	57.084	121.504	47	18.479	57.916	123.540
28	17.325	56.256	119.497	38	17.902	57.095	121.533	48	18.487	57.928	123.569
29	17.333	56.268	119.526	39	17.910	57.107	121.562	49	18.496	57.940	123.598
30	17.341	56.280	119.555	40	17.918	57.119	121.591	50	18.504	57.952	123.628
31	17.349	56.292	119.584	41	17.927	57.131	121.620	51	18.512	57.963	123.657
32	17.357	56.304	119.613	42	17.935	57.143	121.649	52	18.521	57.975	123.686
33	17.366	56.316	119.642	43	17.943	57.155	121.679	53	18.529	57.987	123.715
34	17.374	56.328	119.671	44	17.952	57.167	121.708	54	18.538	57.999	123.744
35	17.382	56.340	119.700	45	17.960	57.179	121.737	55	18.546	58.011	123.773
36	17.390	56.352	119.730	46	17.968	57.191	121.766	56	18.554	58.023	123.802
37	17.398	56.364	119.759	47	17.977	57.203	121.795	57	18.563	58.034	123.831
38	17.407	56.376	119.788	48	17.985	57.215	121.824	58	18.571	58.046	123.860
39	17.415	56.388	119.817	49	17.993	57.227	121.853	59	18.580	58.058	123.889
40	17.423	56.400	119.846	50	18.002	57.239	121.882				

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
71° 0′	18.588	58.070	123.978	72° 11′	19.193	58.908	125.984	73° 21′	19.797	59.727	128.020
1	18.596	58.082	123.947	12	19.201	58.920	126.013	22	19.805	59.739	128.049
2	18.605	58.094	123.977	13	19.210	58.931	126.042	23	19.814	59.750	128.078
3	18.613	58.105	124.006	14	19.218	58.943	126.071	24	19.823	59.762	128.107
4	18.622	58.117	124.035	15	19.227	58.955	126.100	25	19.831	59.774	128.136
5	18.630	58.129	124.064								
				16	19.236	58.967	126.129	26	19.840	59.785	128.165
6	18.639	58.141	124.093	17	19.244	58.978	126.158	27	19.849	59.797	128.194
7	18.647	58.153	124.122	18	19.253	58.990	126.187	28	19.858	59 809	128.224
8	18.656	58.165	124.151	19	19.261	59.002	126.216	29	19.866	59.820	128.253
9	18.664	58.176	124.180	20	19.270	59.014	126.246	30	19.875	59.832	128.282
10	18.673	58.188	124.209								
				21	19.279	59.025	126.275	31	19.884	59.844	128.311
11	18.681	58.200	124.238	22	19.287	59.037	126.304	32	19.892	59.855	128.340
12	18.690	58.212	124.267	23	19.296	59.049	126.333	33	19.901	59.867	128.369
13	18.698	58.224	124.297	24	19.304	59.061	126.362	34	19.910	59.879	128.398
14	18.707	58.236	124.326	25	19.313	59.072	126.391	35	19.918	59.890	128.427
15	18.715	58.247	124.355								
				26	19.322	59.084	126.420	36	19.927	59.902	128.456
16	18.724	58.259	124.384	27	19.330	59.096	126.449	37	19.936	59.913	128.485
17	18.732	58.271	124.413	28	19.339	59.107	126.478	38	19.945	59.925	128.514
18	18.741	58.283	124.442	29	19.347	59.119	126.507	39	19.953	59.937	128.544
19	18.749	58.295	124.471	30	19.356	59.131	126.536	40	19.962	59.948	128.573
20	18.758	58.307	124.500								
				31	19.365	59.143	126.565	41	19.971	59.960	128.602
21	18.766	58.318	124.529	32	19.373	59.154	126.595	42	19.979	59.972	128.631
22	18.775	58.330	124.558	33	19.382	59.166	126.624	43	19.988	59.983	128.660
23	18.783	58.342	124.587	34	19.390	59.178	126.653	44	19.997	59.995	128.689
24	18.792	58.354	124.617	35	19.399	59.189	126.682	45	20.005	60.006	128.718
25	18.800	58.366	124.646								
				36	19.408	59.201	126.711	46	20.014	60 018	128 747
26	18.809	58.378	124.675	37	19.416	59.213	126.740	47	20.023	60.030	128.776
27	18.817	58.389	124.704	38	19.425	59.225	126.769	48	20.032	60.041	128.805
28	18.826	58.401	124.733	39	19.433	59.236	126 798	49	20.040	60.053	128.834
29	18.834	58.413	124.762	40	19.442	59.248	126.827	50	20.049	60.065	128.864
30	18.843	58.425	124.791								
				41	19.451	59.260	126.856	51	20.058	60.076	128.893
31	18.851	58.437	124.820	42	19.459	59.271	126.885	52	20.066	60.088	128.922
32	18.860	58.449	124.849	43	19.468	59.283	126.915	53	20.075	60.099	128.951
33	18.868	58.460	124.878	44	19.476	59.295	126.944	54	20.084	60.111	128.980
34	18.877	58.472	124.907	45	19.485	59.306	126.973	55	20.092	60.123	129.009
35	18:885	58.484	124.937								
				46	19.494	59.318	127.002	56	20.101	60.134	129.038
36	18.894	58.496	124.966	47	19.502	59.330	127.031	57	20.110	60.146	129.067
37	18.902	58.508	124.995	48	19.511	59.342	127.060	58	20.119	60.158	129.096
38	18.911	58.519	125.024	49	19.519	59.353	127.089	59	20.127	60.169	129.125
39	18.919	58.531	125.053	50	19.528	59.365	127.118				
40	18.928	58.543	125.082								
				51	19.537	59.377	127.147	74° 0′	20.136	60.181	129.154
41	18.936	58.555	125.111	52	19.545	59.388	127.176	1	20.145	60.193	129.183
42	18.945	58.567	125.140	53	19.554	59.400	127.205	2	20.154	60.204	129.213
43	18.953	58.578	125.169	54	19.562	59.412	127.235	3	20.162	60.216	129.242
44	18.962	58.590	125.198	55	19.571	59.423	127.264	4	20.171	60.227	129.271
45	18.970	58 602	125.227					5	20.180	60.239	129.300
				56	19.580	59.435	127.293				
46	18.979	58.614	125.257	57	19 588	59.447	127.322	6	20.189	60.251	129.329
47	18.987	58.626	125.286	58	19.597	59.459	127.351	7	20.198	60.262	129.358
48	18.996	58.637	125.315	59	19.605	59.470	127.380	8	20.206	60.274	129.387
49	19.004	58.649	125.344					9	20.215	60.285	129.416
50	19.013	58.661	125.373					10	20.224	60.297	129.445
				73° 0′	19.614	59.482	127.409				
51	19 021	58.673	125.402	1	19.623	59.494	127.438	11	20.233	60.309	129.474
52	19.030	58.685	125.431	2	19.631	59.505	127.467	12	20.242	60.320	129.503
53	19.038	58.696	125.460	3	19.640	59.517	127.496	13	20.250	60.332	129.533
54	19.047	58.708	125.489	4	19.649	59.529	127.525	14	20.259	60.343	129.562
55	19.055	58.720	125.518	5	19.657	59.540	127.554	15	20.268	60.355	129.591
56	19.064	58.732	125.547	6	19.666	59.552	127.584	16	20.277	60.367	129.620
57	19.072	58.744	125.577	7	19.675	59.564	127.613	17	20.286	60.378	129.649
58	19.081	58.755	125.606	8	19.684	59.575	127.642	18	20.294	60.390	129.678
59	19.089	58.767	125.635	9	19.692	59.587	127.671	19	20.303	60.401	129.707
				10	19.701	59.599	127.700	20	20.312	60.413	129.736
72° 0′	19.098	58.779	125.664								
1	19.107	58.791	125.693	11	19.710	59.610	127.729	21	20.321	60.425	129.765
2	19.115	58.802	125.722	12	19.718	59.622	127.758	22	20.330	60.436	129.794
3	19.124	58.814	125.751	13	19.727	59.634	127.787	23	20.338	60.448	129.823
4	19.132	58.826	125.780	14	19.736	59.645	127.816	24	20.337	60.459	129.853
5	19.141	58.838	125.809	15	19.744	59.657	127.845	25	20.356	60.471	129.882
6	19.150	58.849	125.838	16	19.753	59.669	127.874	26	20.365	60.483	129.911
7	19.158	58 861	125.867	17	19.762	59.680	127.904	27	20.374	60.494	129.940
8	19.167	58.873	125.896	18	19.771	59.692	127.933	28	20.382	60.506	129.969
9	19.175	58.885	125.926	19	19.779	59.704	127.962	29	20.391	60.517	129.998
10	19.184	58.896	125.955	20	19.788	59.715	127.991	30	20.400	60.529	130 027

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
74° 31'	20.409	60.541	130.056	75° 41'	21.029	61.348	132.092	76° 51'	21.658	62.148	134.129
32	20.418	60.552	130.085	42	21.038	61.360	132.121	52	21.667	62.160	134.158
33	20.426	60.564	130.114	43	21.047	61.371	132.151	53	21.676	62.171	134.187
34	20.435	60.575	130.143	44	21.056	61.383	132.180	54	21.685	62.183	134.216
35	20.444	60.587	130.173	45	21.065	61.394	132.209	55	21.694	62.194	134.245
36	20.453	60.598	130.202	46	21.074	61.406	132.238	56	21.703	62.205	134.274
37	20.462	60.610	130.231	47	21.083	61.417	132.267	57	21.712	62.217	134.303
38	20.471	60.622	130.260	48	21.092	61.428	132.296	58	21.721	62.228	134.332
39	20.479	60.633	130.289	49	21.101	61.440	132.325	59	21.730	62.240	134.361
40	20.488	60.645	130.318	50	21.110	61.451	132.354				
41	20.497	60.656	130.347	51	21.119	61.463	132.383				
42	20.606	60.668	130.376	52	21.127	61.474	132.412	77° 0'	21.739	62.251	134.390
43	20.515	60.679	130.405	53	21.136	61.486	132.441	1	21.748	62.262	134.419
44	20.524	60.691	130.434	54	21.145	61.497	132.471	2	21.757	62.274	134.449
45	20.532	60.703	130.463	55	21.154	61.509	132.500	3	21.766	62.285	134.478
								4	21.725	62.296	134.507
46	20.541	60.714	130.492	56	21.163	61.520	132.529	5	21.784	62.308	134.536
47	20.550	60.726	130.522	57	21.172	61.532	132.558				
48	20.559	60.737	130.551	58	21.181	61.543	132.587	6	21.794	62.319	134.565
49	20.568	60.749	130.580	59	21.190	61.555	132.616	7	21.803	62.331	134.594
50	20.577	60.760	130.609					8	21.812	62.342	134.623
								9	21.821	62.353	134.652
51	20.585	60.772	130.638	76° 0'	21.199	61.566	132.645	10	21.830	62.365	134.681
52	20.594	60.784	130.667	1	21.208	61.577	132.674				
53	20.603	60.795	130.696	2	21.217	61.589	132.703	11	21.839	62.376	134.710
54	20.612	60.807	130.725	3	21.226	61.600	132.732	12	21.848	62.387	134.739
55	20.621	60.818	130.754	4	21.235	61.612	132.761	13	21.857	62.399	134.769
				5	21.244	61.623	132.790	14	21.866	62.410	134.798
56	20.630	60.830	130.783					15	21.875	62.422	134.827
57	20.638	60.841	130.812	6	21.253	61.635	132.820				
58	20.647	60.853	130.842	7	21.262	61.646	132.849	16	21.885	62.433	134.856
59	20.656	60.865	130.871	8	21.271	61.657	132.878	17	21.894	62.444	134.885
				9	21.280	61.669	132.907	18	21.903	62.456	134.914
				10	21.289	61.680	132.936	19	21.912	62.467	134.943
75° 0'	20.665	60.876	130.900					20	21.921	62.478	134 972
1	20.674	60.888	130.929	11	21.298	61.692	132.965				
2	20.683	60.899	130.958	12	21.307	61.703	132.994	21	21.930	62.490	135.001
3	20.692	60.911	130.987	13	21.316	61.715	133.023	22	21.939	62.501	135.030
4	20.700	60.922	131.016	14	21.325	61.726	133.052	23	21.948	62.513	135.059
5	20.709	60.934	131.045	15	21.334	61.737	133.081	24	21.957	62.524	135.089
								25	21.966	62.535	135.118
6	20.718	60.945	131.074	16	21.343	61.749	133.110				
7	20.727	60.957	131.103	17	21.351	61.760	133.140	26	21.976	62.547	135.147
8	20.736	60.968	131.132	18	21.360	61.772	133.169	27	21.985	62.558	135.176
9	20.745	60.980	131.161	19	21.369	61.783	133.198	28	21.994	62.569	135.205
10	20.754	60.991	131.191	20	21.378	61.795	133.227	29	22.003	62.581	135.234
								30	22.012	62.592	135.263
11	20.763	61.003	131.220	21	21.387	61.806	133.256				
12	20.771	61.014	131.249	22	21.396	61.817	133.285	31	22.021	62.603	135.292
13	20.780	61.026	131.278	23	21.405	61.829	133.314	32	22.030	62.615	135.321
14	20.789	61.037	131.307	24	21.414	61.840	133.343	33	22.039	62.626	135.350
15	20.798	61.049	131.336	25	21.423	61.852	133.372	34	22.048	62.637	135.379
								35	22.057	62.649	135.408
16	20.807	61.060	131.365	26	21.432	61.863	133.401				
17	20.816	61.072	131.394	27	21.441	61.875	133.430	36	22.067	62.660	135.438
18	20.825	61.084	131.423	28	21.450	61.886	133.460	37	22.076	62.671	135.467
19	20.834	61.095	131.452	29	21.459	61.897	133.489	38	22.085	62.683	135.496
20	20.842	61.107	131.481	30	21.468	61.909	133.518	39	22.094	62.694	135.525
								40	22.103	62.705	135.554
21	20.851	61.118	131.511	31	21.477	61.920	133.547				
22	20.860	61.130	131.540	32	21.486	61.932	133.576	41	22.112	62.717	135.583
23	20.869	61.141	131.569	33	21.495	61.943	133.605	42	22.121	62.728	135.612
24	20.878	61.153	131.598	34	21.504	61.955	133.634	43	22.130	62.739	135.641
25	20.887	61.164	131.627	35	21.513	61.966	133.663	44	22.139	62.751	135.670
								45	22.148	62.762	135.699
26	20.896	61.176	131.656	36	21.522	61.977	133.692				
27	20.904	61.187	131.685	37	21.531	61.989	133.721	46	22.158	62.773	135.728
28	20.913	61.199	131.714	38	21.540	62 000	133.750	47	22.167	62.785	135.758
29	20.922	61.210	131.743	39	21.549	62.012	133.780	48	22.176	62.796	135.787
30	20.931	61.222	131.772	40	21.558	62.023	133.809	49	22.185	62.809	135.816
								50	22.194	62.817	135.845
31	20.940	61.233	131.801	41	21.567	62.034	133.838				
32	20.949	61.245	131.831	42	21.576	62.046	133.867	51	22.203	62.830	135.874
33	20.958	61.256	131.860	43	21.585	62.057	133.896	52	22.212	62.841	135.903
34	20.967	61.268	131.889	44	21.594	62.069	133.925	53	22.221	62.853	135.932
35	20.976	61.279	131.918	45	21.603	62.080	133.954	54	22.230	62.864	135.961
								55	22.239	62.875	135.990
36	20.985	61.291	131.947	46	21.612	62.091	133.983				
37	20.994	61.302	131.976	47	21.622	62.103	134.012	56	22.249	62.887	136.019
38	21.002	61.314	132.005	48	21.631	62.114	134.041	57	22.258	62.898	136.048
39	21.011	61.325	132.034	49	21.640	62.126	134.070	58	22.267	62.909	136.078
40	21.020	61.337	132.063	50	21.649	62.137	134.100	59	22.276	62.921	136.107

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
78° 0'	22.285	62.952	136.136	79° 11'	22.940	63.731	138.201	80° 21'	23.593	64.512	140.237
1	22.294	62.943	136.165	12	22.949	63.742	138.230	22	23.602	64.523	140.266
2	22.303	62.955	136.194	13	22.959	63.754	138.259	23	23.612	64.534	140.295
3	22.313	62.966	136.223	14	22.968	63.765	138.288	24	23.621	64.545	140.324
4	22.322	62.977	136.252	15	22.977	63.776	138.317	25	23.630	64.556	140.354
5	22.331	62.988	136.281								
				16	22.986	63.787	138.346	26	23.640	64.568	140.383
6	22.340	63.000	136.310	17	22.996	63.798	138.376	27	23.649	64.579	140.412
7	22.349	63.011	136.339	18	23.005	63.810	138.405	28	23.658	64.590	140.441
8	22.359	63.022	136.368	19	23.014	63.821	138.434	29	23.668	64.601	140.470
9	22.368	63.045	136 397	20	23.023	63.832	138.463	30	23.675	64.612	140.499
10	22.377	63.034	136.427								
				21	23.033	63.843	138.492	31	23.686	64.623	140.528
11	22.386	63.056	136.486	22	23.042	63.854	138.521	32	23.696	64.634	140.557
12	22.395	63.060	136.455	23	23.051	63.866	138.550	33	23.705	64.645	140.586
13	22.405	63.079	136.514	24	23.060	63.877	138.579	34	23.715	64.656	140.615
14	22.414	63.090	136.543	25	23.070	63.888	138.608	35	23.724	64.667	140.644
15	22.423	63.101	136.572								
				26	23.079	63.899	138.637	36	23.733	64.679	140.674
16	22.432	63.113	136.601	27	23.088	63.910	138.666	37	23.743	64.690	140.703
17	22.441	63.124	136.630	28	23.098	63.922	138.696	38	23.752	64.701	140.732
18	22.451	63.135	136.659	29	23.107	63.933	138.725	39	23.762	64.712	140.761
19	22.460	63.147	136.682	30	23.116	63.944	138.754	40	23.771	64.723	140.790
20	22.469	63.158	136.717								
				31	23.125	63.955	138.783	41	23.780	64.734	140.819
21	22.478	63.169	136.747	32	23.135	63.966	138.812	42	23.790	64.745	140.848
22	22.487	63.181	136.776	33	23.144	63.978	138.841	43	23.799	64.756	140.877
23	22.497	63.192	136.805	34	23.153	63.989	138.870	44	23.809	64.767	140.906
24	22.506	63.203	136.834	35	23.163	64.000	138.899	45	23.818	64.778	140.935
25	22.515	63 214	136.863								
				36	23.172	64.011	138.928	46	23.827	64.790	140.964
26	22.524	63.226	136.892	37	23.181	64.022	138.957	47	23.837	64.801	140.994
27	22.533	63.237	136.921	38	23.191	64.033	138.986	48	23.846	64.812	141.023
28	22.543	63.248	136.950	39	23.200	64.045	139.016	49	23.856	64.823	141.052
29	22.552	63.268	136.979	40	23.209	64.056	139.045	50	23.865	64.834	141.081
30	22.561	63.271	137.008								
				41	23.219	64.067	139.074	51	23.874	64.845	141.110
31	22.570	63.282	137.037	42	23.228	64.078	139.103	52	23.884	64.856	141.139
32	22.579	63.293	137.067	43	23.237	64.089	139.132	53	23.893	64.867	141.168
33	22.589	63.305	137.096	44	23.247	64.100	139.161	54	23.903	64.878	141.197
34	22.598	63.316	137.125	45	23.256	64.112	139.190	55	23.912	64.889	141.226
35	22.607	63.327	137.154								
				46	23.265	64.123	139.219	56	23.921	64.901	141.255
36	22.616	63.338	137.183	47	23.275	64.134	139.248	57	23.931	64.912	141.284
37	22.626	63.350	137.212	48	23.284	64.145	139.277	58	23.940	64.923	141.314
38	22.635	63.361	137.241	49	23.293	64.156	139.306	59	23.950	64.934	141.343
39	22.644	63.372	137.270	50	23.303	64.167	139.336				
40	22.653	63.383	137.299								
				51	23.312	64.179	139.365	81° 0'	23.959	64.945	141.372
41	22.663	63.395	137.328	52	23.321	64.190	139.394	1	23.968	64.956	141.401
42	22.672	63.406	137.357	53	23.331	64.201	139.423	2	23.978	64.967	141.430
43	22.681	63.411	137.387	54	23.340	64.212	139.452	3	23.987	64.978	141.459
44	22.690	63.428	137.416	55	23.349	64.223	139.481	4	23.997	64.989	141.488
45	22.699	63.439	137.445					5	24.006	65.000	141.517
				56	23.359	64.234	139.510				
46	22.709	63.451	137.474	57	23.368	64.246	139.539	6	24.016	65.011	141.546
47	22.718	63.462	137.503	58	23.377	64.257	139.568	7	24.025	65.022	141.575
48	22.727	63.473	137.532	59	23.387	64.268	139.597	8	24.035	65.033	141.604
49	22.736	63.484	137.561					9	24.044	65.044	141.633
50	22.746	63.496	137.590					10	24.054	65.055	141.663
				80° 0'	23.396	64.279	139.626				
51	22.755	63.507	137.619	1	23.405	64.290	139.655	11	24.063	65.066	141.692
52	22.764	63.518	137.648	2	23.415	64.301	139.685	12	24.073	65.077	141.721
53	22.773	63.529	137.677	3	23.424	64.312	139.714	13	24.082	65.088	141.750
54	22.783	63.541	137.707	4	23.433	64.323	139.743	14	24.092	65.099	141.779
55	22.792	63.552	137.736	5	23.443	64.334	139.772	15	24.101	65.110	141.808
56	22.801	63.563	137.765	6	23.452	64.346	139.801	16	24.111	65.121	141.837
57	22.810	63.574	137.794	7	23.462	64.357	139.830	17	24.120	65.133	141.866
58	22.819	63.585	137.823	8	23.471	64.368	139.859	18	24.130	65.144	141.895
59	22.829	63.597	137.852	9	23.480	64.379	139.888	19	24.139	65.155	141.924
				10	23.490	64.390	139.917	20	24.149	65.166	141.953
79° 0'	22.838	63.608	137.881								
1	22.847	63.619	137.910	11	23.499	64.401	139.946	21	24.158	65.177	142.983
2	22.857	63.630	137.939	12	23.508	64.412	139.975	22	24.168	65.188	142.012
3	22.866	63.642	137.968	13	23.518	64.423	140.005	23	24.177	65.199	142.041
4	22.875	63.653	137.997	14	23.527	64.434	140.034	24	24.187	65.210	142.070
5	22.884	63.664	138.026	15	23.537	64.445	140.063	25	24.196	65.221	142.099
6	22.894	63.765	138.056	16	23.546	64.457	140.092	26	24.206	65.232	142.128
7	22.903	63.686	138.085	17	23.555	64.468	140.121	27	24.215	65.243	142.157
8	22.912	63.698	138.114	18	23.565	64.479	140.150	28	24.225	65.254	142.186
9	22.921	63.709	138.143	19	23.574	64.490	140.179	29	24.234	65.265	142.215
10	22.931	63.720	138.172	20	23.583	64.501	140.208	30	24.244	65.276	142.244

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
81° 31′	24.253	65.287	142.273	82° 41′	24.922	66.055	144.310	83° 51′	25.598	66.815	146.346
32	24.263	65.298	142.332	42	24.931	66.066	144.339	52	25.608	66.826	146.375
33	24.272	65.309	142.361	43	24 941	66.077	144.368	53	25.618	66.837	146.404
34	24.282	65.320	142.361	44	24.950	66.088	144.397	54	25.628	66.848	146.433
35	24.291	65.331	142.390	45	24.960	66.008	144.426	55	25.637	66.859	146.462
36	24.301	65.342	142.419	46	24.970	66.109	144.455	56	25.647	66.870	146.491
37	24.310	65.353	142.448	47	24.979	66.120	144.484	57	25.657	66.880	146.520
38	24.320	65.364	142.477	48	24.989	66.131	144.513	58	25.666	66.891	146.550
39	24.329	65.375	142.506	49	24.998	66.142	144.542	59	25.676	66.902	146.579
40	24.339	65.386	142.535	50	25.008	66.153	144.571				
41	24.348	65.397	142.564	51	25.018	66.164	144.601	84° 0′	25.686	66.913	146.608
42	24.358	65.408	142.593	52	25.027	66.175	144.630	1	25.696	66.924	146.637
43	24.367	65.419	142.623	53	25.037	66.186	144.659	2	25.705	66.935	146.666
44	24.377	65.430	142.652	54	25.046	66.197	144.688	3	25.715	66.945	147.695
45	24 386	65.441	142.681	55	25.056	66.207	144.717	4	25.725	66.956	146.724
								5	25.735	66.967	146.753
46	24.396	65.452	142.710	56	25.066	66.218	144.746				
47	24.405	65.463	142.739	57	25.075	66.229	144.775	6	25.744	66.978	146.782
48	24.415	65.474	142.768	58	25.085	66.240	144.804	7	25.754	66.989	146.811
49	24.424	65.485	142.797	59	25.094	66.251	144.333	8	25.764	66.999	146.840
50	24.434	65.496	142.826					9	25.774	67.010	146.869
								10	25.783	67.021	146.899
51	24.443	65.507	142.855	83° 0′	25.104	66.262	144.862				
52	24.453	65.518	142.884	1	25.114	66.273	144.891	11	25.793	67.032	146.928
53	24.463	65.529	142.913	2	25.123	66.284	144.921	12	25.803	67.043	146.957
54	24.472	65.540	142.943	3	25.133	66.295	144.950	13	25.812	67.053	146.986
55	24.481	65.551	142.972	4	25.143	66.305	144.979	14	25.822	67.064	146.015
				5	25.152	66.316	145.008	15	25.832	67.075	147.044
56	24.491	65.562	143.001								
57	24.500	65.573	143.030	6	25.162	66.327	145.037	16	25.842	67.086	147.073
58	24.510	65.584	143.059	7	25.172	66.338	145.066	17	25.851	67.097	147.102
59	24.519	65.595	143.088	8	25.181	66.349	145.095	18	25.861	67.107	147.131
				9	25.191	66.360	145.124	19	25.871	67.118	147.160
				10	25.201	66.371	145.153	20	25.881	67.129	147.189
82° 0′	24.529	65.606	143.117								
1	24.539	65.617	143.146	11	25.210	66.382	145.182	21	25.890	67.140	147.219
2	24.548	65 628	143.175	12	25.220	66.392	145.211	22	25.900	67.151	147.248
3	24.558	65.639	143.204	13	25.230	66.403	145.240	23	25.910	67.161	147.277
4	24.567	65.650	143.233	14	25.239	66.414	145.270	24	25.920	67 172	147.306
5	24.577	65.661	143.262	15	25.249	66.425	145.299	25	25.929	67.183	147.335
6	24.586	65.672	143.292	16	25.259	66.436	145.328	26	25.939	67.194	147.364
7	24.596	65.683	143.321	17	25.268	66.447	145.357	27	25.949	67.205	147.393
8	24.606	65.694	143.350	18	25.278	66.458	145.386	28	25.958	67.215	147.422
9	24.615	65.705	153.379	19	25.288	66.469	145.415	29	25.968	67.226	147.451
10	24.625	65.716	143.408	20	25.297	66.479	145.444	30	25.978	67.237	147.480
11	24.634	65.727	143.437	21	25.307	66.490	145.473	31	25.988	67.248	147.509
12	24.644	65.738	143.466	22	25.317	66.501	145.502	32	25.998	97.258	147.539
13	24.653	65.749	143.495	23	25.326	66.512	145.531	33	26.007	67.269	147.568
14	24.663	65.760	143.524	24	25.336	66.523	145.560	34	26.017	67.280	147.597
15	24.673	65.771	143.553	25	25.346	66.534	145.590	35	26.027	67.291	147.626
16	24.682	65.782	143.582	26	25.355	66.545	145.619	36	26.037	67.301	147.655
17	24.692	65.792	143.612	27	25.365	66.555	145.648	37	26.047	67.312	147.684
18	24.701	65.803	143.641	28	25.375	66.566	145.677	38	26.056	67.323	147.713
19	24.711	65.814	143.670	29	25.384	66.577	145.706	39	26.066	67.334	147.742
20	24.720	65.825	143.699	30	25.394	66.588	145.735	40	26.076	67.344	147.771
21	24.730	65.836	143.728	31	25.404	66.599	145.764	41	26.086	67.355	147.800
22	24.740	65.847	143.757	32	25.413	66.610	145.793	42	26.096	67.366	147.829
23	24.749	65.858	143.786	33	25.423	66.620	145.822	43	26.105	67.376	147.859
24	24.759	65.869	143.815	34	25.433	66.631	145.851	44	26.115	67.387	147.888
25	24.768	65.880	143.844	35	25.443	66.642	145.880	45	26.125	67.398	147.917
26	24.778	65.891	143.873	36	25.452	66.653	145.910	46	26.135	67.409	147.946
27	24.787	65.902	143.902	37	25.462	66.664	145.939	47	26.145	67 419	147.975
28	24.797	65.913	143.932	38	25.472	66.675	145.968	48	26.154	67.430	148.004
29	24.807	65.924	143.961	39	25.482	66.685	145.997	49	26.164	67.441	148.033
30	24.816	65.935	143.990	40	25.491	66.696	146.026	50	26.174	67.452	148.062
31	24.826	65.946	144.019	41	25.501	66.707	146.055	51	26.184	67.462	148.091
32	24.835	65.957	144.048	42	25.511	66.718	146.084	52	26.194	67.473	148.120
33	24.845	65.968	144.077	43	25.520	66.729	146.113	53	26.203	67.484	148.149
34	24.854	65.979	144.106	44	25.530	66.740	146.142	54	26.213	67.495	148.179
35	24.864	65.989	144.135	45	25.540	66.750	146.171	55	26.223	67.505	148.208
36	28.874	66.000	144.164	46	25.550	66.761	146.200	56	26.233	67.516	148.237
37	24.883	66.011	144.193	47	25.559	66.772	146.230	57	26.243	67.527	148.266
38	24.893	66.022	144.222	48	25.569	66.783	146.259	58	26.252	67.537	148.295
39	24.902	66.033	144.252	49	25.579	66.794	146.288	59	26.262	67.548	148.324
40	24.912	66.044	144.281	50	25.589	66.805	146.316				

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
85° 0′	26.272	67.559	148.353	72° 11′	26.974	68.317	150.418	87° 21′	27.674	69.056	152.455
1	26.282	67.570	148.382	12	26.984	68.327	150.447	22	27.684	69.067	152.484
2	26.292	67.580	148.411	13	26.994	68.338	150.476	23	27.694	69 077	152.513
3	26.302	67.591	148.440	14	27.004	68.348	150.506	24	27.704	69.088	152.542
4	26.311	67.602	148.169	15	27.014	68.359	150.535	25	27.714	69.098	152.571
5	26.321	67.612	148.498								
				16	27.024	68.370	150.564	26	27.724	69.109	152.600
6	26.331	67.623	148.528	17	27.034	68.380	150.593	27	27.734	69.119	152.629
7	26.341	67.634	148.557	18	27.044	68.391	150.622	28	27.744	69.130	152.658
8	26.351	67.645	148.586	19	27.054	68.401	150.651	29	27.754	69.134	152.687
9	26.361	67.655	148.615	20	27.064	68.412	150.680	30	27.764	69.151	152.716
10	26.371	67.666	148.644								
				21	27.074	68.423	150.709	31	27.774	69.161	152.745
11	26.381	67.677	148.673	22	27.083	68.433	150.738	32	27.784	69.172	152.775
12	26.390	67.687	148.702	23	27.093	68.444	150.767	33	27.794	69.182	152.804
13	26.400	67.698	148.731	24	27.103	68.454	150.796	34	27.804	69.193	152.833
14	26.410	67.709	148.760	25	27.113	68.465	150.826	35	27.814	69.203	152.862
15	26.420	67.719	148.789								
				26	27.123	68.476	150.855	36	27.824	69.214	152.891
16	26.430	67.730	148.818	27	27.133	68.486	150.884	37	27.834	69.224	152.920
17	26.440	67.741	148.848	28	27.143	68.497	150.913	38	27.845	69.235	152.949
18	26.450	67.752	148.877	29	27.153	68.507	150.942	39	27.855	69.245	152.978
19	26.460	67.762	148.906	30	27.163	68.518	150.971	40	27.865	69.256	153.007
20	26.469	67.773	148.935								
				31	27.173	68.529	151.000	41	27.875	69.266	153.036
21	26.479	67.784	148.964	32	27.183	68.539	151.029	42	27.885	69.277	153.065
22	26.489	67.794	148.993	33	27.193	68.550	151.058	43	27.895	69.287	153.095
23	26.499	67.805	149.022	34	27.203	68.560	151.087	44	27.905	69.298	153.124
24	26.509	67.816	149.051	35	27.213	68.571	151.116	45	27.915	69.308	153.153
25	26.519	67.826	149.080								
				36	27.223	68.581	151.146	46	27.925	69.319	153.182
26	26.529	67.837	149.109	37	27.233	68.592	151.175	47	27.935	69.329	153.211
27	26.538	67.848	149.138	38	27.243	68.603	151.204	48	27.945	69.340	153.240
28	26.548	67.859	149.168	39	27.253	68.613	151.233	49	27.955	69.350	153.269
29	26.558	67.869	149.197	40	27.263	68.624	151.262	50	27.965	69.361	153.298
30	26.568	67.880	149.226								
				41	27.273	68.634	151.291	51	27.975	69.371	153.327
31	26.578	67.891	149.255	42	27.283	68.645	151.320	52	27.986	69.382	153.356
32	26.588	67.901	149.284	43	27.293	68.655	151.349	53	27.996	69.392	153.385
33	26.598	67.912	149.313	44	27.303	68.666	151.378	54	28.006	69.403	153.415
34	26.608	67.923	149.342	45	27.313	68.677	151.407	55	28.016	69.413	153.444
35	26.617	67.933	149.371								
				46	27.323	68.687	151.436	56	28.026	69.424	153.473
36	26 627	67.944	149.400	47	27.333	68.698	151.466	57	28.036	69.434	153.502
37	26.637	67.955	149.429	48	27.343	68.708	151.495	58	28.046	69.445	153.531
38	26.647	67.965	149.458	49	27.353	68.719	151.524	59	28.056	69.455	153.560
39	26.657	67.976	149.487	50	27.363	68.729	151.553				
40	26.667	67.987	149.517								
				51	27.373	68.740	151.582	88° 0′	28.066	69.466	153.589
41	26.677	67.997	149.546	52	27.383	68.751	151.611	1	28.076	69.476	153.618
42	26.687	68.008	149.575	53	27.393	68.761	151.640	2	28.086	69.487	153.647
43	26.697	68.019	149.604	54	27.403	68.772	151.669	3	28.096	69.497	153.676
44	26.707	68.029	149.633	55	27.413	68.782	151.698	4	28.107	69.508	153.705
45	26.716	68 040	149.662					5	28.117	69.518	153.734
				56	27.423	68.793	151.727				
46	26.726	68.051	149.691	57	27.433	68.803	151.756	6	28.127	69.529	153.764
47	26.736	68.061	149.720	58	27.443	68.814	151.786	7	28.137	69.539	153.793
48	26.746	68.072	149.749	59	27.453	68.825	151.815	8	28.147	69.549	153.822
49	26.756	68.083	149.778					9	28.157	69.560	153.851
50	26.766	68.093	149.807					10	28.167	69.570	153.880
				73° 0′	27.463	68.835	151.844				
51	26.776	68.104	149.837	1	27.473	68.846	151.873	11	28.177	69.581	153.909
52	26.786	68.115	149.866	2	27.483	68.856	151.902	12	28.188	69.591	153.938
53	26.796	68.125	149.895	3	27.493	68.867	151.931	13	28.198	69.602	153.967
54	26.806	68.136	149.924	4	27.573	68.877	151.960	14	28.208	69.612	153.996
55	26.815	68.147	149.953	5	27.513	68.888	151.989	15	28.218	69.622	154.025
56	26.825	68.157	149.982	6	27.523	68.898	152.018	16	28.228	69.633	154.054
57	26.835	68.168	150.011	7	27.533	68.909	152.047	17	28.238	69.643	154.083
58	26.845	68.179	150.040	8	27.543	68.919	152.076	18	28.248	69.654	154.113
59	26.855	68.189	150.069	9	27.553	68.930	152.105	19	28.258	69.664	154.142
				10	27.563	68.940	152.135	20	28.269	69.675	154.171
86° 0′	26.865	68.200	150.098								
1	26.875	68.211	150.127	11	27.573	68.951	152.164	21	28.279	69.685	154.200
2	26.885	68.221	150.156	12	27.583	68.961	152.193	22	28.289	69.695	154.229
3	26.895	68.232	150.186	13	27.593	68.972	152.222	23	28.299	69.706	154.258
4	26.905	68.242	150.215	14	27.603	68.982	152.251	24	28.309	69.716	154.287
5	26.915	68.253	150.244	15	27.613	68.993	152.280	25	28.319	69.727	154.316
6	26.925	68.264	150.273	16	27.623	69.003	152.309	26	28.329	69.737	154.345
7	26.935	68.274	150.302	17	27.634	69.014	152.338	27	28.340	69.748	154.374
8	26.944	68.285	150.331	18	27.644	69.025	152.367	28	28.350	69.758	154.403
9	26.954	68.295	150.360	19	27.654	69.035	152.396	29	28.360	69.768	154.433
10	26.964	68.306	150.389	20	27.664	69.046	152.425	30	28.370	69.779	154.462

ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC	ANGLE au centre	FLÈCHE	DEMI-CORDE	ARC
88° 31′	28.380	69.789	154.491	89° 21′	28.889	70.308	155.945	90° 11′	29.403	70.824	157.400
32	28.390	69.800	154.520	22	28.899	70.318	155.974	12	29.413	70.834	157.429
33	28.401	69.810	154.549	23	28.910	70.329	156.003	13	29.423	70.845	157.458
34	28.411	69 821	154.578	24	28.920	70.339	156.032	14	29.434	70.855	157.487
35	28.421	69.831	154.607	25	28.930	70.349	156.062	15	29.444	70.865	157.516
36	28.431	69.841	154.636	26	28.940	70.360	156.091	16	29.454	70.875	157.545
37	28.441	69.852	154.665	27	28.950	70.370	156.120	17	29.465	70.886	157.574
38	28.451	66.862	154.694	28	28.961	70.380	156.149	18	29.475	70.896	157.603
39	28.462	69.873	154.723	29	28.971	70.391	156.178	19	29.485	70.906	157.632
40	28.472	69.883	154.753	30	28.981	70.401	156.207	20	29.496	70.916	157.661
41	28.482	69.893	154.772	31	28.991	70.411	156.236	21	29.506	70.927	157.691
42	28.492	69.904	154.811	32	29.002	70.422	156.265	22	29.516	70.937	157.720
43	28.502	69.914	154.840	33	29.012	70.432	156.244	23	29.527	70.947	157.749
44	28.512	69.925	154.869	34	29.022	70.442	156.323	24	29.537	70.957	157.778
45	28.523	69.935	154.898	35	29.032	70.453	156.352	25	29.547	70.968	157.807
46	28.533	69.945	154.927	36	29.043	70.463	156.382				
47	28.543	69.956	154.956	37	29.053	70.473	156.411	26	29.558	70.978	157.836
48	28.553	69.966	154.985	38	29.063	70.484	156.440	27	29.568	70.988	157.865
49	28.563	69.977	155.014	39	29.073	70.494	156.469	28	29.578	70.999	157.894
50	28.573	69.987	155.043	40	29.084	70.504	156.498	29	29.589	71.009	157.923
51	28.584	69.997	155.073	41	29.094	70.515	156.527	30	29.579	71.019	157.952
52	28.594	70.008	155.102	42	29.104	70.525	156.556	31	29.609	71.029	157.981
53	28.604	70.018	155.131	43	29.115	70.435	156.586	32	29.620	71.039	158.011
54	28.614	70.029	155.160	44	29.125	70.546	156.614	33	29.630	71.050	158.040
55	28.624	70.039	155.189	45	29.135	70.556	156.643	34	29.640	71.060	158.069
56	28.634	70.049	155.218	46	29.145	70.566	156.672	35	29.651	71.070	158.098
57	28.645	70.060	155.247	47	29.156	70.577	156.702	36	29.661	71.088	158.127
58	28.655	70.070	155.276	48	29.166	70.587	156.731	37	29.671	71.090	158.156
59	28.665	70.081	155.305	49	29.176	70.597	156.760	38	29.681	71.101	158.185
				50	29.186	70.608	156.789	39	29.692	71.111	158.214
								40	29.702	71.121	158.243
89° 0′	28.675	70.091	155.334	51	29.197	70.618	156.818				
1	28.685	70.101	155.363	52	29.207	70.628	156.847	41	29.713	71.131	158.272
2	28.695	70.112	155.392	53	29.217	70.639	156.876	42	29.723	71.141	158.301
3	28.706	70.122	155.422	54	29.227	70.649	156.905	43	29.733	71.152	158.330
4	28.716	70.132	155.451	55	29.238	70.659	156.934	44	29.744	71.162	158.360
5	28.726	70.143	155.480					45	29.754	71.172	158.389
				56	29.248	70.670	156.963				
6	28.736	70.153	155.509	57	29.258	70.680	156.992				
7	28.746	70.153	155.538	58	29.269	70.690	157.022	46	29.764	71.182	158.418
8	28.757	70.174	155.567	59	29.279	70.701	157.051	47	29.775	71.192	158.447
9	28.767	70.184	155.596					48	29.785	71.203	158.476
10	28.777	70.194	155.625					49	29.795	71.213	158.505
				90° 0′	29.289	70.711	157.080	50	29.806	71.223	158.534
11	28.787	70.205	155.654	1	29.299	70.721	157.109				
12	28.797	70.215	155.683	2	29.310	70.732	157.138	51	29.816	71.233	158.563
13	28.808	70.225	155.712	3	29.320	70.742	157.167	52	29.826	71.243	158.592
14	28.818	70.236	155.742	4	29.330	70.752	157.196	53	29.837	71.254	158.621
15	28.828	70.246	155.771	5	29.341	70.762	157.225	54	29.847	71.264	158.650
								55	29.857	71.274	158.680
16	28.838	70.256	155.800	6	29.351	70.773	157.254				
17	28.848	70.267	155.829	7	29.361	70.783	157.283	56	29.868	71.284	158.709
18	28.859	70.277	155.858	8	29.372	70.793	157.312	57	29.878	71.294	158.738
19	28.869	70.287	155.887	9	29.382	70.803	157.341	58	29.888	71.305	158.767
20	28.879	70.298	155.916	10	29.392	70.814	157.371	59	29.899	71.315	158.796

USAGE DE LA TABLE

Problème.

432. *On donne l'angle au centre et le rayon d'un arc de cercle; déterminer la flèche, la corde et le développement de l'arc.*

Soit un arc de cercle de 26m,50 de rayon et ayant un angle au centre de 86°,25′.

En regard de cet angle au centre, les tables donnent, pour un rayon de 100 mètres:

Flèche 27m,113
Demi-corde . . . 68m,465
Arc . . . . . 150m,826.

Toutes ces longueurs étant proportionnelles au rayon, on aura, pour un rayon de 26m,50, les longueurs ci-dessus, divisées par 100 et multipliées par 26,50:

Flèche = 0,27113 × 26,5 = 7m,185
Demi-corde = 0,68465 × 26,5 = 18m,143
Arc = 1,50826 × 26,5 = 39m,969.

On remarquera que c'est la demi-corde qu'on obtient ainsi. Pour avoir l'ouver-

ture il faudrait doubler le chiffre 18, 143. On aurait une ouverture de 36m, 286.

Problème.

433. *On donne l'ouverture et la montée d'une arche en arc de cercle; déterminer le rayon, l'angle au centre et le développement de l'arc.*

Soit une arche en arc de cercle ayant une ouverture $2a = 22$ mètres et une flèche $f = 4^m,00$. La demi-corde est $a = 11^m,00$.

On calcule d'abord le rayon au moyen de la relation (1) (n° 422).

$$R = \frac{a^2 + f^2}{2f} = \frac{(11,00)^2 + (4,00)^2}{2 \times 4,00} = 17^m,125.$$

On écrit alors que le rayon de la table ($100^m,00$) est à celui qui vient d'être calculé ($17^m,125$), comme la demi-corde de la table (A) est à la demi-corde donnée ($a = 11^m,00$) :

$$\frac{100,00}{17,125} = \frac{A}{11,00},$$

d'où on tire pour valeur de la demi-corde de la table :

$$A = \frac{1\,100}{17,125} = 64^m,234.$$

En regard de ce chiffre, dans la colonne demi-corde, on trouve :

Angle au centre.	79°,56′
Arc.	$139^m,510$

Enfin, pour un rayon de $17^m,125$ on aura la valeur du développement de l'arc, en multipliant le chiffre ci-dessus par $\frac{17,125}{100}$:

$$d = 1,3951 \times 17,125 = 23^m,891.$$

Les éléments cherchés sont donc :

$$R = 17^m,125$$
$$2\alpha = 79°,56'$$
$$d = 23^m,891.$$

434. *Remarque.* — La table du numéro 431 fournit les éléments de l'arc de cercle pour des angles inférieurs à 90 degrés.

Si l'angle au centre était supérieur à 90 degrés, on aurait encore facilement le développement de l'arc correspondant, mais la table ne pourrait plus donner la flèche et la demi-corde.

Ainsi, soit un arc de cercle ayant un rayon $26^m,50$ et un angle au centre de 120 degrés. On décomposerait cet angle en deux autres :

$$120° = 90° + 30°.$$

Les développements qui, pour le rayon de la table (100 mètres), correspondent aux angles de 90° et 30°, sont :

pour 90°.	$157^m,080$
pour 30°.	$52^m,360$
pour 120°	$209^m,440$

On aurait le développement cherché en multipliant le dernier chiffre par $\frac{26,5}{100}$:

$$d = 2,0944 \times 26,5 = 55^m,502.$$

Quant à la résolution du deuxième problème, il vaut mieux, si on prévoit que l'angle au centre sera supérieur à 90 degrés, calculer de suite cet angle au moyen de la relation (2) (n° 422) et déterminer ensuite le développement correspondant de l'arc, comme nous venons de le faire en décomposant l'angle en deux autres

Dans ce cas, l'usage de la table du numéro 423 serait encore très pratique et on pourrait employer cette table à la place de la dernière (n° 431).

Quoiqu'il en soit, la table du numéro 431 pourra rendre de réels services dans un grand nombre d'applications et sera surtout d'une grande utilité pour les calculs relatifs aux métrés.

DÉBOUCHÉ SUPERFICIEL TOTAL DE L'ARCHE EN ARC DE CERCLE

435. Le débouché superficiel d'une arche en arc de cercle, n'est autre chose que la surface d'un segment de cercle ayant l'ouverture de l'arche comme corde et la montée comme flèche.

La surface du segment a pour valeur la différence entre la surface du secteur, déterminé par l'arc de cercle et les deux rayons extrêmes, et celle du triangle isocèle compris entre ces deux rayons extrêmes et la ligne des naissances.

La surface du secteur a pour expression le produit du développement de l'arc. d par la moitié du rayon $\frac{R}{2}$.

Celle du triangle isocèle, placé au-dessus de la ligne des naissances, a pour expression le produit de la demi-base ou demi-corde a par la hauteur ou différence $(R - f)$.

On aura donc, comme relation exprimant la surface du segment de cercle :

$$S = \frac{dR}{2} - a\,(R - f)$$

ou $$S = \frac{R}{2}(d - 2a) + af \qquad (4)$$

Le calcul du débouché superficiel de l'arc de cercle sera donc facile. Connaissant la demi-ouverture a et la flèche f on calculera le rayon R et le développement de l'arc d; on aura alors tous les éléments nécessaires au calcul de S.

Problème.

436. *Calculer le débouché superficiel d'une arche en arc de cercle ayant une ouverture* $2a = 30^m,00$ *et une montée* $f = 8^m,00$.

On déterminera d'abord le rayon correspondant R au moyen de la relation (1)

$$R = \frac{a^2 + f^2}{2f} = \frac{(15,00)^2 + (8,00)^2}{2 \times 8,00} = 18^m,063.$$

Puis, on calculera l'angle au centre 2α en se servant de la relation (2) :

$$\sin \alpha = \frac{a}{R} = \frac{15.00}{18,063} = 0,83042.$$

Les tables des expressions trigonométriques naturelles donnent, pour $\sin \alpha = 0,83042$, un angle égal à :

$$\alpha = 56°,9'.$$

Par conséquent l'angle 2α a pour valeur :

$$2\alpha = 112°,18'.$$

Connaissant l'angle au centre 2α, il est facile de déterminer le développement de l'arc par le calcul ou au moyen des tables.

La table du numéro 423 donne, pour un rayon de 1 mètre, les développements suivants :

pour 112°.	$1^m,95477$
pour 18'.	$0^m,00524$
pour 112°,18'	$1^m,95001$

Donc $d = 1,95 \times 18,063 = 35^m,223$.

Portant les valeurs de R et d qui viennent d'être calculées, dans l'expression de S (formule 4), il vient :

$$S = \frac{18,063}{2}(35,223 - 30,00) + 15,00 \times 8,00$$

$$= \frac{18,063 \times 5,223}{2} + 120,00$$

$$S = 167^{m.q.},1715.$$

437. La table de la page suivante permet de calculer facilement la surface et la flèche d'un segment de cercle dont on donne l'angle au centre et le rayon ou, inversement, de calculer l'angle au centre et la surface du segment quand on donne la flèche et le rayon.

Problème.

438. *Calculer le débouché superficiel et la flèche d'une courbe d'intrados en arc de cercle, sachant que cette courbe a un angle au centre de* 111°,20' *et un rayon de* 15 *mètres.*

L'angle de 111°,20' est compris entre 110 et 112 degrés. En regard de ces angles on trouve, dans la table précédente :

Pour la surface du segment :

110 degrés	0,15599
112 degrés	0,16354
Différence.	0,00755

et pour la flèche :

110 degrés	0,21321
112 degrés	0,22040
Différence	0,00719.

Si on admet que les différences des angles au centre sont proportionnelles aux différences des surfaces, lorsque les variations sont faibles, il sera facile d'évaluer la quantité qu'il faut ajouter à la surface de 0,15599 qui correspond à 110 degrés pour avoir celle qui correspond à l'angle donné 110°,20'. En effet, la différence est de 0,00755 pour 2 degrés ou 120 minutes. Pour 1°,20 ou 80 minutes elle sera :

$$0,00755 \times \frac{80}{120} = 0,00755 \times \frac{2}{3} = 0,00503.$$

La surface correspondant à l'angle donné 111°,20' sera donc exprimée par :

$$0,15599 + 0,00503 = 0,16102.$$

TABLE DE LA SURFACE DES SEGMENTS DE CERCLE, EN PARTIES DE LA SURFACE TOTALE DU CERCLE ET DE LEURS FLÈCHES EN PARTIES DU DIAMÈTRE.

ANGLE au CENTRE	SURFACE du SEGMENT	DIFFÉRENCES	FLÈCHE	DIFFÉRENCES	ANGLE au CENTRE	SURFACE du SEGMENT	DIFFÉRENCES	FLÈCHE	DIFFÉRENCES
4°	0.00001		0.00030	38	94°	0.10234	584	0.15900	
6	0.00003	2	0.00068	54	96	0.10838	604	0.16543	643
8	0.00007	4	0.00122	68	98	0.11462	624	0.17197	654
10	0.00014	7	0.00190	84	100	0.12104	642	0.17861	664
12	0.00024	10	0.00274	99	102	0.12765	661	0.18534	673
14	0.00038	14	0.00373	113	104	0.13446	681	0.19217	683
16	0.00057	19	0.00486	129	106	0.14145	699	0.19909	692
18	0.00031	24	0.00615	144	108	0.14863	718	0.20611	702
20	0.00112	31	0.00759	159	110	0.15599	736	0.21321	710
22	0.00149	37	0.00918	174	112	0.16354	755	0.22040	719
24	0.00193	44	0.01092	189	114	0.17127	773	0.22768	728
26	0.00245	52	0.01281	204	116	0.17917	790	0.23504	736
28	0.00306	61	0.01485	218	118	0.18725	808	0.24248	744
30	0.00376	70	0.01703	234	120	0.19550	825	0.25000	752
32	0.00455	79	0.01937	248	122	0.20391	841	0.25759	759
34	0.00544	89	0.02185	262	124	0.21250	859	0.26526	767
36	0.00645	101	0.02447	277	126	0.22124	874	0.27300	774
38	0.00757	112	0.02724	291	128	0.23014	890	0.28081	781
40	0.00881	124	0.03015	306	130	0.23919	905	0.28869	788
42	0.01017	136	0.03321	320	132	0.24839	920	0.29663	794
44	0.01166	149	0.03641	334	134	0.25773	934	0.30463	800
46	0.01329	163	0.03975	347	136	0.26722	949	0.31270	807
48	0.01505	176	0.04322	362	138	0.27684	962	0.32082	812
50	0.01696	191	0.04684	376	140	0.28659	975	0.32899	817
52	0.01903	207	0.05060	389	142	0.29646	987	0.33721	822
54	0.02124	221	0.05449	403	144	0.30645	999	0.34549	828
56	0.02361	237	0.05852	417	146	0.31656	1011	0.35381	832
58	0.02614	253	0.06269	429	148	0.32677	1021	0.36218	837
60	0.02883	269	0.06698	443	150	0.33709	1032	0.37059	841
62	0.03169	286	0.07141	456	152	0.34750	1041	0.37904	845
64	0.03473	304	0.07597	469	154	0.35801	1051	0.38752	848
66	0.03794	321	0.08066	482	156	0.36860	1059	0.39604	852
68	0.04132	338	0.08548	494	158	0.37927	1067	0.40459	855
70	0.04488	356	0.09042	507	160	0.39001	1074	0.41317	858
72	0.04863	375	0.09549	529	162	0.40082	1081	0.42178	861
74	0.05256	393	0.10068	531	164	0.41169	1087	0.43041	863
76	0.05668	412	0.10599	544	166	0.42261	1092	0.43906	865
78	0.06099	431	0.11143	555	168	0.43357	1096	0.44773	867
80	0.06548	449	0.11698	567	170	0.44458	1101	0.45642	869
82	0.07017	469	0.12265	578	172	0.45563	1105	0.46512	870
84	0.07505	488	0.12843	589	174	0.46670	1107	0.47383	871
86	0.08012	507	0.13432	601	176	0.47779	1109	0.48255	872
88	0.08539	527	0.14033	612	178	0.48889	1110	0.49127	872
90	0.09085	546	0.14645	622	180	0.50000	1111	0.50000	873
92	0.09650	565	0.15267	633					

Ce nombre est le rapport de la surface cherchée du segment à la surface totale d'un cercle de même rayon.

Or, la surface d'un cercle de 15 mètres de rayon ou 30 mètres de diamètre est:

$$S' = 706^{mq},86.$$

Par conséquent la surface du segment sera :

$$S = 706,86 \times 0,16102 = 113^{mq},8186.$$

On opère de la même manière pour calculer la flèche.

Pour 120 minutes la différence des

nombres de la table est 0,00719. Pour 80 minutes la différence entre le nombre qui correspond à la flèche de la table et celui que l'on cherche sera :

$$0{,}00719 \times \frac{80}{120} = 0{,}00717 \times \frac{2}{3} = 0{,}00478.$$

Par suite, la flèche de la table qui correspondrait à l'angle donné de 111°,20 est :

$$0{,}21321 + 0{,}00478 = 0{,}21799.$$

Ce nombre représente le rapport entre la flèche cherchée et le diamètre de l'arc de cercle. On a donc :

$$F = 30{,}00 \times 0{,}21799 = 6^{m},540.$$

439. Le problème consistant *à calculer la surface du segment et l'angle au centre connaissant la flèche et le rayon*, se résoudrait de la même façon.

On calculerait d'abord le rapport entre la flèche et le diamètre donnés. La table donnerait en regard de ce rapport, inscrit dans la quatrième colonne, les valeurs correspondantes de l'angle au centre et de la surface du segment. Cette dernière valeur serait à multiplier par la surface du cercle total de même rayon, pour obtenir la surface du segment.

Dans le cas où le rapport $\frac{F}{D}$ ne serait pas inscrit dans la table, les différences de la cinquième colonne permettraient de calculer le rapport exact.

Prenons les données du problème dans l'exemple précédent, et, soit un arc de cercle ayant un rayon de 15 mètres et une flèche de 6m,54.

Le rapport $\frac{F}{D}$ de la flèche au diamètre est :

$$\frac{F}{D} = \frac{6{,}54}{30{,}00} = 0{,}21799.$$

Ce nombre n'est pas dans les tables, mais il est compris entre 0,21321 et 0,22040 dont la différence est 0,00719.

Cherchons d'abord l'angle au centre. La différence entre la flèche de la table qui correspond à un angle 110 degrés et le rapport $\frac{F}{D} = 0{,}21799$, est :

$$0{,}21799 - 0{,}21321 = 0{,}00478.$$

Par conséquent, l'angle qui correspond au rapport $\frac{F}{D}$ est :

$$110° + 120 \times \frac{0{,}00478}{0{,}00719} = 110° + 80'.$$

Quant à la surface du segment, on l'obtiendrait en prenant les deux nombres qui correspondent aux deux flèches inscrites dans la table et qui comprennent le rapport donné $\frac{F}{D}$:

	0,15599
	0,16354
Différence. .	0,00755

Cette différence, multipliée par le même rapport que précédemment $\left(\frac{0{,}00478}{0{,}00719}\right)$ donne :

$$0{,}00755 \times \frac{0{,}00478}{0{,}00719} = 0{,}00503.$$

Ajoutant ce résultat au nombre 0,15599, il vient :

$$0{,}15599 + 0{,}00503 = 0{,}16102.$$

Il reste, pour avoir la surface cherchée du segment, à multiplier 0,16102 par la surface totale du cercle de même diamètre :

$$0{,}16102 \times 706{,}86 = 113^{m.q.},8186.$$

440. Les calculs accessoires qu'on est obligé de faire pour l'usage de la table précédente sont presque aussi longs que les calculs directs. De plus, dans le cas qui nous occupe, il est rare que le problème se pose avec le rayon et l'angle au centre comme données, ou même avec le rayon ou la flèche. Généralement, les données sont : l'ouverture de l'arche ou corde de l'arc et la montée ou flèche. Il faut pouvoir calculer facilement, avec ces éléments, le développement de l'arc et son débouché superficiel.

Le tableau ci-après (page 434) sera donc très commode, puisqu'il donne le développement de l'arc et la surface du segment pour une série de rapports de la corde à la flèche, celle-ci restant constante et égale à 100. (Debeauve).

TABLE DES SEGMENTS CIRCULAIRES

donnés par le rapport de la corde à la flèche.

(La flèche prise pour unité est égale à 100).

CORDES	DÉVELOPPEMENT DE L'ARC	SURFACE DU SEGMENT	CORDES	DÉVELOPPEMENT DE L'ARC	SURFACE DU SEGMENT	CORDES	DÉVELOPPEMENT DE L'ARC	SURFACE DU SEGMENT
201	314.6	15764	490	542.7	33730	850	881.0	57289
202	315.2	15821	500	551.7	34377	860	890.3	57947
203	315.8	15879	510	560.8	35024	870	900.3	58606
204	316.4	15936	520	569.8	35672	880	910.0	59266
205	317.0	15993	530	578.9	36320	890	919.6	59927
206	317.6	16051	540	588.1	36969	900	929.3	60587
207	318.2	16108	550	597.3	37618	910	939.0	61248
208	318.7	16166	560	606.5	38269	920	948 7	61909
209	319.3	16224	570	615.7	38919	930	958.4	62570
210	319.9	16282	580	624.9	39571	940	968.1	63230
220	326.1	16863	590	634.2	40222	950	977.8	63890
230	332.4	17449	600	643.5	40874	960	987.5	64551
240	339.0	18041	610	652.8	41527	970	997.2	65212
250	345.8	18637	620	662.1	42182	980	1006.9	65873
260	352.7	19238	630	671.5	42835	990	1016.7	66533
270	359.9	19843	640	680.9	43489	1000	1026.4	67194
280	367.2	20452	650	690.3	44142	1010	1036.2	67854
290	374.6	21064	660	699.7	44797	1020	1045.9	68515
300	382.2	21679	670	709.1	45452	1030	1055.7	69176
310	389.9	22297	680	718.5	46107	1040	1065.4	69837
320	397.7	22917	690	728.0	46763	1050	1075.2	70498
330	405.6	23540	700	737.5	47420	1060	1084.9	71160
340	413.7	24165	710	747.0	48076	1070	1094.7	71822
350	421.8	24793	720	756.5	48732	1080	1104.5	72484
360	430.0	25422	730	766.0	49389	1090	1114.3	73146
370	438.3	26053	740	775.5	50047	1100	1124.0	73809
380	446.7	26686	750	785.0	50705	1110	1133.8	74471
390	455.1	27320	760	794.6	51363	1120	1143.6	75133
400	463.6	27956	770	804.2	52020	1130	1153.4	75795
410	472.2	28593	780	813.7	52678	1140	1163.2	76457
420	480.8	29231	790	823.3	53336	1150	1173.0	77119
430	489.5	29871	800	832.9	53994	1160	1182.8	77781
440	498.3	30512	810	842.5	54653	1170	1192.6	78454
450	507.1	31154	820	852.1	55312	1180	1202.4	79117
460	515.9	31796	830	861.7	55971	1190	1212.2	79770
470	524.8	32440	840	871.4	56630	1200	1222.0	80433
480	533.7	33085						

USAGE DE LA TABLE

L'exemple suivant va permettre de comprendre immédiatement l'usage de cette table, dans laquelle tout est rapporté à une flèche de segment égale à 100, prise pour unité.

Problème.

441. *Soit une arche en arc de cercle ayant une ouverture de* 30 *mètres et une flèche de* 8 *mètres. On demande de calculer le développement de l'arc et le débouché superficiel total de l'arche.*

Le rapport de la corde à la flèche est $\frac{30}{8} = 3{,}75$. Si donc la flèche est représentée par 100, la corde le sera par 375 :

$$\frac{30}{8} = \frac{x}{100}$$

$$x = \frac{30}{8} \times 100 = 375.$$

Ce nombre 375 n'est pas dans la table, mais il est compris entre 370 et 380 inscrits dans la première colonne. En interpolant par la méthode des variations proportionnelles, il vient pour le développement de l'arc :

	370	438,3
	380	446,7
Différences	10	8,4
	375	x
Différences	5	y

Par conséquent :

$$\frac{10}{5} = \frac{8,4}{y}.$$

d'où

$$y = 8,4 \times \frac{5}{10} = 8,4 \times \frac{1}{2} = 4,2.$$

Donc le développement cherché est :

$$x = 438,3 + 4,2 = 442,5.$$

Pour le débouché superficiel ou surface du segment, on opère de même :

	370	26 053
	380	26 686
Différences	10	633

Différence à ajouter :

$$Y = 633 \times \frac{5}{10} = 316,5.$$

Surface du segment :

$$X = 26053 + 316,5 = 26369,5.$$

Ces valeurs du développement x et de la surface X sont données par la table, pour une flèche égale à 100. Pour la flèche donnée $8^m,00$, on aurait donc :

Pour le développement d :

$$d = x \times \frac{8}{100} = 4,425 \times 8 = 35^m,400$$

et pour le débouché D, la surface du segment étant rapportée au carré construit sur la flèche supposée égale à 100, on aura :

$$D = X \times \left(\frac{8}{100}\right)^2 = 2,63695 \times 64 = 168^{m.q.},7648.$$

Périmètre mouillé et débouché superficiel partiels des arches en arc de cercle.

442. Ce que nous avons dit jusqu'à présent sur le développement et le débouché du plein-cintre et de l'arc de cercle s'applique à la section entière. Dans le cas où l'on veut calculer le périmètre mouillé et le débouché, quand la surface de l'eau passe au-dessus des naissances en restant au-dessous de la clef, le problème est un peu plus compliqué mais ne présente cependant aucune difficulté.

Nous avons donné, au numéro 270, des formules permettant de faire ce calcul pour le plein-cintre [formules (*a*) et (*b*)] et pour l'arc surbaissé [formules (*e*) et (*d*)]. Comme ces formules sont un peu compliquées, on peut les remplacer en pratique par les formules approximatives correspondantes (A), (B), (C), (D) (N° 270).

II. — Développement et débouché superficiel des courbes elliptiques.

DÉVELOPPEMENT TOTAL D'UNE DEMI-ELLIPSE

443. On donne le nom d'*excentricité* de l'ellipse au rapport entre la distance du centre au foyer et le demi grand axe.

$$e = \frac{c}{a}.$$

Si on considère l'ellipse comme formée d'une suite de droites très petites, dont la somme des longueurs est à peu près égale à la longueur de la courbe, le développement d d'une demi-ellipse, en fonction de l'excentricité e sera donné par la formule suivante :

$$d = \pi a\left[1 - \left(\frac{1}{2}e\right)^2 - \frac{1}{3}\left(\frac{1\times 3}{2\times 4}e^2\right)^2 - \frac{1}{5}\left(\frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6}e^3\right)^2 - \frac{1}{7}\left(\frac{1\times 3\times 5\times 7}{2\times 4\times 6\times 8}e^4\right)^2 - \ldots\right]. \quad (5)$$

L'excentricité $e = \frac{c}{a}$ peut être mise sous la forme :

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{a^2 - f^2}{a^2}} = \sqrt{\frac{(a+f)(a-f)}{a^2}} \quad (6)$$

et il est facile alors de calculer à l'aide des logarithmes les valeurs e, e^2, e^3, e^4... qui entrent dans la formule du développement.

Problème.

444. *Calculer le développement d'une courbe d'intrados elliptique ayant une ouverture* $2a = 20$ *mètres et une montée* $f = 5^m,00$. — On calculera d'abord

l'excentricité au moyen de la relation

$$e = \sqrt{\frac{(a+f)(a-f)}{a^2}},$$

dans laquelle $a = 10{,}00$; $a+f = 13{,}00$ et $a-f = 5{,}00$, soit directement, soit en employant les logarithmes. Ce dernier moyen est en général plus expéditif. Voici comment on opérerait :

$$\log(a+f) = 1{,}17609$$
$$\log(a-f) = 0{,}69897$$
$$\log(a+f)(a-f) = 1{,}87506$$
$$\log a^2 = 2{,}00000$$
$$\log\frac{(a+f)(a-f)}{a^2} = \bar{1}{,}87506$$
$$\log e = \frac{\bar{1}{,}87506}{2} = \bar{1}{,}93753$$
$$\log e^2 = 2\log e = \bar{1}{,}87506$$
$$\log e^3 = 3\log e = \bar{1}{,}81259$$
$$\log e^4 = 4\log e = \bar{1}{,}75012$$

Valeur de $\left(\frac{1}{2}e\right)^2$:

$$\log e = \bar{1}{,}93753$$
$$\log 2 = 0{,}30103$$
$$\log\frac{e}{2} = \bar{1}{,}63650$$
$$\log\left(\frac{e}{2}\right)^2 = \bar{1}{,}27300$$
$$\left(\frac{e}{2}\right)^2 = 0{,}1875$$

Valeur de $\frac{1}{3}\left(\frac{1\times 3}{2\times 4}e^2\right)^2$ ou $\frac{1}{3}\left(\frac{3e^2}{8}\right)^2$:

$$\log 3 = 0{,}47712$$
$$\log e^2 = \bar{1}{,}87506$$
$$\log 3e^2 = 0{,}35218$$
$$\log 8 = 0{,}90309$$
$$\log\frac{3e^2}{8} = \bar{1}{,}44909$$
$$\log\left(\frac{3e^2}{8}\right)^2 = \bar{2}{,}89818$$
$$\log 3 = 0{,}47712$$
$$\log\frac{1}{3}\left(\frac{3e^2}{8}\right)^2 = \bar{2}{,}42106$$
$$\frac{1}{3}\left(\frac{3e^2}{8}\right)^2 = 0{,}0264$$

Valeur de $\frac{1}{5}\left(\frac{1\times 3\times 5}{2\times 4\times 6}e^3\right)^2$ ou $\frac{1}{5}\left(\frac{15\,e^3}{48}\right)^2$:

$$\log 15 = 1{,}17609$$
$$\log e^3 = \bar{1}{,}81259$$
$$\log 15e^3 = 0{,}98868$$
$$\log 48 = 1{,}68124$$
$$\log\frac{15e^3}{48} = \bar{1}{,}30744$$
$$\log\left(\frac{15e^3}{48}\right)^2 = \bar{2}{,}61488$$
$$\log 5 = 0{,}69897$$
$$\log\frac{1}{5}\left(\frac{15e^3}{48}\right)^2 = \bar{3}{,}91591$$
$$\frac{1}{5}\left(\frac{15e^3}{48}\right)^2 = 0{,}00824.$$

Valeur de $\frac{1}{7}\left(\frac{1\times 3\times 5\times 7}{2\times 4\times 6\times 8}e^4\right)^2$ ou $\frac{1}{7}\left(\frac{105\,e^4}{384}\right)^2$:

$$\log 105 = 2{,}02119$$
$$\log e^4 = \bar{1}{,}75012$$
$$\log 105e^4 = 1{,}77131$$
$$\log 384 = 2{,}58433$$
$$\log\frac{105e^4}{384} = \bar{1}{,}18698$$
$$\log\left(\frac{105e^4}{384}\right)^2 = \bar{2}{,}37396$$
$$\log 7 = 0{,}84510$$
$$\log\frac{1}{7}\left(\frac{105e^4}{384}\right)^2 = \bar{3}{,}52886$$
$$\frac{1}{7}\left(\frac{105e^4}{384}\right)^2 = 0{,}00338.$$

Le facteur entre crochets, calculé avec les cinq premiers termes, devient :

$$1 - 0{,}1875 - 0{,}0264 - 0{,}00824 - 0{,}00338$$
$$= 1 - 0{,}2255 = 0{,}7745,$$
$$\log 0{,}7745 = \bar{1}{,}88902$$
$$\log\pi = 0{,}49715$$
$$\log a = 1{,}00000$$
$$\log d = 1{,}38617$$
$$d = 24^{m},332.$$

445. Nous venons d'effectuer le calcul complet du développement de la demi-ellipse, en faisant usage des logarithmes, pour montrer comment le calcul peut

être conduit. C'est le procédé le plus rapide quand les nombres sur lesquels on opère ne sont pas très simples. Ainsi, dans le cas que nous venons d'examiner, les chiffres sont justement peu compliqués et alors, on peut faire directement le calcul sans l'emploi des logarithmes, surtout si on a à sa disposition des tables de carrés et cubes telles que celles de Claudel.

On calculerait d'abord l'excentricité au moyen de la relation suivante, en se servant des tables de carrés :

$$e = \sqrt{\frac{a^2 - f^2}{a^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(10)^2 - (5)^2}{10^2}}$$

$$= \frac{\sqrt{75}}{10} = 0{,}866.$$

Les mêmes tables donneraient immédiatement :

$$e^2 = 0{,}750$$
$$e^3 = 0{,}6495$$
$$e^4 = 0{,}5625$$

On a ensuite, pour les termes entre crochets :

Pour le deuxième terme :

$$\frac{e}{2} = \frac{0{,}866}{2} = 0{,}433,$$

$$\left(\frac{e}{2}\right)^2 = 0{,}1875 ;$$

Pour le troisième terme :

$$\frac{3e^2}{8} = \frac{3 \times 0{,}75}{8} = 0{,}28125,$$

$$\left(\frac{3e^2}{8}\right)^2 = 0.07909,$$

$$\frac{1}{3}\left(\frac{3e^2}{8}\right)^2 = \frac{0{,}07909}{3} = 0{,}0264.;$$

Pour le quatrième terme :

$$\frac{15e^3}{48} = \frac{15 \times 0.6495}{48} = 0{,}203,$$

$$\left(\frac{15e^3}{48}\right)^2 = 0{,}04121,$$

$$\frac{1}{5}\left(\frac{15e^3}{48}\right)^2 = 0{,}00824,$$

Pour le cinquième terme :

$$\frac{105e^4}{384} = \frac{105 \times 0{,}5625}{384} = 0{,}1538,$$

$$\left(\frac{105e^4}{384}\right)^2 = 0{,}023654,$$

$$\frac{1}{7}\left(\frac{105e^4}{384}\right)^2 = 0{,}00338.$$

Faisant la somme des cinq premiers termes entre crochets, on aurait :

$$1 - (0{,}1875 + 0{,}0264 + 0{,}00824 + 0{,}00338) = 0{,}7745.$$

Et enfin :

$$d = 3{,}1416 \times 10{,}00 \times 0{,}7745 = 24^{m}.332.$$

446. Les calculs précédents n'ont pas été poussés au-delà du cinquième terme, mais on voit cependant qu'il serait nécessaire de prendre deux ou trois termes de plus pour obtenir un résultat suffisamment exact. La valeur du cinquième terme est petite, mais elle est multipliée par πa qui est un nombre assez grand, de sorte que la valeur d se trouve influencée sensiblement par une très petite valeur du dernier terme.

M. l'ingénieur en chef Croizette-Desnoyers, qui a construit un grand nombre de voûtes elliptiques, a constaté que, pour le pont de Chalonnes, dont les dimensions sont : 30 mètres d'ouverture et 1/4 de surbaissement, la longueur réelle de l'intrados, mesurée avec beaucoup de soin a été de $36^{m},370$.

Les trois premiers termes de la formule (5) (n° 443) donnent un développement de $36^{m},684$, et c'est seulement en employant *huit termes* qu'on est arrivé à $36^{m},371$.

447. Pour faciliter les calculs du développement des courbes elliptiques, on a dressé des tableaux qui répondent aux cas les plus usuels de la pratique.

En représentant par Σ la somme des termes qui contiennent le facteur e dans la formule (5), on peut écrire :

$$d = \pi a (1 - \Sigma). \qquad (7)$$

Et, en faisant la demi-ouverture a égale à $1^{m},00$, il vient : $d = \pi (1 - \Sigma)$.

Si, d'autre part, on remarque que $e = \frac{c}{a}$ on aura, pour l'hypothèse $a = 1{,}00$:

$$e = c.$$

Or, $c^2 = a^2 - f^2$

et par conséquent :

$$c = \sqrt{1 - f^2}$$

On aura donc :

$$e = \sqrt{1 - f^2}$$

On voit que le développement d pour une demi-ouverture égale à 1 mètre est fonction de la montée f seulement.

Il sera donc facile de calculer les développements qui correspondent à des valeurs successives de la montée f, la demi-ouverture étant égale à 1 mètre. Et comme le développement est proportionnel à la demi-ouverture a pour une même montée f, il suffira, pour avoir le développement d'une demi-ellipse ayant une demi-ouverture a, de multiplier par a le chiffre fourni par la table et qui correspond à une montée f, et à une demi-ouverture égale à 1 mètre.

Le tableau suivant est établi dans ces conditions. Il est fait pour servir également au tracé de l'ellipse par points. (Claudel),

TABLE POUR CONSTRUIRE UNE ELLIPSE PAR POINTS, DÉTERMINER LA NORMALE EN UN QUELCONQUE DE SES POINTS, ET CALCULER SON DEMI-PÉRIMÈTRE d.

Angle θ	$\frac{f}{a} = \cos\theta$	$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$périm. d pour $a=1$	Différences	Angle θ	$\frac{f}{a} = \cos\theta$	$\sin\theta$	$\frac{1}{2}$ périm. d pour $a=1$	Différences
0°	1.00000	0.00000	3.14159		45	0.70711	0.70711	2.70128	
1	0.99985	0.01745	3.14135	0.00024	46	0.69466	0.71934	2.68361	0.01767
2	0.99939	0.03490	3.14063	0.00072	47	0.68200	0.73135	2.66573	0.01787
3	0.99863	0.05234	3.13944	0.00120	48	0.66913	0.74314	2.64768	0.01806
4	0.99756	0 06976	3.13776	0 00167	49	0.65606	0.75471	2.62945	0.01823
5	0.99619	0.08716	3.13561	0.00215	50	0.64279	0.76604	2.61107	0.01838
6	0.99452	0.10453	3 13299	0.00262	51	0.62932	0.77715	2.59255	0.01852
7	0 99255	0.12187	3.12989	0.00310	52	0.61566	0.78801	2.57390	0.01865
8	0.99027	0.13917	3.12632	0.00357	53	0.60182	0.79864	2.55514	0.01876
9	0.98769	0.15643	3.12228	0.00404	54	0.58779	0.80902	2.53629	0.01885
10	0.98481	0.17365	3.11777	0.00451	55	0.57338	0.81915	2.51735	0.01894
11	0.98163	0.19081	3.11279	0.00498	56	0.55919	0.82904	2.49836	0.01899
12	0.97815	0.20791	3.10736	0.00544	57	0.54464	0.83867	2.47932	0.01904
13	0.97437	0.22495	3.10146	0.00590	58	0.52992	0.84805	2.46025	0.01907
14	0.97030	0.24192	3.09510	0.00635	59	0.51504	0.85717	2.44117	0.01908
15	0 96593	0.25882	3.08830	0.00680	60	0.50000	0.86603	2.42211	0.01906
16	0.96126	0 27564	3.08104	0.00726	61	0.48481	0.87462	2.40307	0.01904
17	0.95630	0.29237	3.07333	0.00771	62	0.46947	0.88295	2.38409	0.01898
18	0.95106	0.30902	3.06519	0.00814	63	0.45399	0.89101	2.36517	0.01892
19	0.94552	0.32557	3 05661	0.00858	64	0.43837	0.89879	2.34625	0.01882
20	0.93969	0.34202	3.04759	0.00902	65	0.42262	0.90631	2.32765	0.01870
21	0.93358	0.35837	3.03815	0 00944	66	0.40674	0.91355	2.30909	0.01856
22	0.92718	0.37461	3.02829	0.00986	67	0.39073	0.92050	2.29069	0.01840
23	0.92050	0.39073	3.01801	0.01028	68	0.37461	0.92718	2.27248	0.01821
24	0.91355	0.40674	3.00732	0.01069	69	0 35837	0.93358	2.25449	0.01799
25	0.90631	0.42262	2.99622	0.01110	70	0.34202	0.93969	2.23675	0.01774
26	0.89879	0.43837	2.98473	0.01149	71	0.32557	0.94552	2 21928	0.01747
27	0.89101	0.45399	2.97285	0.01188	72	0.30902	0.95106	2.20212	0.01716
28	0.88295	0.46947	2.96058	0.01227	73	0.29237	0.95630	2.18530	0.01682
29	0.87462	0.48481	2.94793	0.01265	74	0.27564	0.96126	2.16885	0.01645
30	0.86603	0.50000	2.93492	0.01302	75	0.25882	0 96593	2.15281	0.01604
31	0.85717	0.51504	2.92154	0.01337	76	0.24192	0.97030	2.13721	0.01560
32	0.84805	0.52992	2.90781	0.01373	77	0.22495	0.97437	2.12211	0.01510
33	0.83867	0.54464	2.89373	0.01408	78	0.20791	0.97815	2.10755	0.01456
34	0.82904	0.55919	2.87932	0.01441	79	0.19081	0.98163	2.09357	0.01398
35	0.81915	0.57338	2.86458	0.01474	80	0.17365	0.98481	2.08022	0.01335
36	0.80902	0.58779	2.84952	0.01506	81	0.15643	0.98769	2.06757	0.01265
37	0.79864	0.60182	2 83414	0.01538	82	0.13917	0.99027	2.05568	0.01189
38	0.78801	0.61566	2.81847	0.01567	83	0.12187	0.99255	2.04462	0.01106
39	0.77715	0.62932	2.80251	0.01596	84	0 10453	0.99452	2.03447	0.01015
40	0 76604	0.64279	2.78628	0.01623	85	0.08716	0.99619	2.02532	0.00915
41	0.75471	0.65606	2.76977	0.01651	86	0.06976	0.99756	2.01729	0.00803
42	0.74314	0.66913	2.75300	0.01677	87	0.05234	0.99863	2.01051	0.00678
43	0.73135	0.68200	2.73599	0.01701	88	0.03490	0.99939	2.00516	0.00535
44	0.71934	0.69466	2.71875	0.01724	89	0.01745	0.99985	2.00150	0.00366
45	0.70711	0.70711	2.70128	0.01747	90	0.00000	1.00000	2.00000	0.00150

Problème

448. *Soit à trouver le développement d'une courbe d'intrados elliptique ayant une ouverture* $2a$ *de* $20^m,00$ *et une montée* f *de* $5^m,00$.

Le rapport $\frac{f}{a}$ a pour valeur :

$$\frac{f}{a} = \frac{5,00}{10,00} = 0,500.$$

Dans la deuxième colonne du tableau nous trouvons $\frac{f}{a} = 0,500$ et, en regard, dans la quatrième colonne :

$$d = 2^m,4221,$$

pour $a = 1^m,00$.

La demi-ouverture de l'arche elliptique étant $a = 10^m,00$, nous aurons pour le développement :

$$d = 24^m,221.$$

En faisant le calcul avec la formule (5) nous avions trouvé :

$$d = 24^m,332.$$

Mais il faut remarquer que cette dernière valeur a été obtenue avec cinq termes seulement entre crochets. On serait arrivé à une valeur plus exacte avec un plus grand nombre de termes.

449. *Remarque.* — Nous avons dit que la table précédente pouvait servir aussi à la construction de l'ellipse par coordonnées rectangulaires. Voici comment :

Soient x et y l'abscisse CP (*fig.* 238) et l'ordonnée PR d'un point R de la courbe. On a :

$$\frac{x}{a} = \cos\theta$$

et

$$y = f \sin\theta$$

en désignant par θ l'angle que fait avec la ligne des naissances CB le rayon CS qui va du centre de la courbe aux points de rencontre S et D des deux demi-circonférences décrites sur le grand et le petit axe comme diamètre avec l'ordonnée et l'abscisse du point considéré.

On se donne des valeurs successives de l'abscisse x qu'on mesure sur la ligne des naissances à partir du point de rencontre des deux axes ; on en déduit les valeurs correspondantes de $\frac{x}{a} = \cos\theta$, en divisant ces abscisses choisies par la demi-ouverture a. Dans la deuxième colonne du tableau on cherche la valeur calculée de $\frac{x}{a}$ et, en regard, dans la troisième, on trouve la valeur correspondante de $\sin\theta$ avec laquelle on calcule immédiatement l'ordonnée y, en multipliant $\sin\theta$ par la montée f ($y = f \sin\theta$).

Soit par exemple, une arche ayant $a = 10^m,00$ et $f = 5^m,00$. On prendra sur la ligne des naissances des longueurs x successivement égales à $0^m,50$; $1^m,00$; $1^m,50$ $2^m,00$... Les valeurs correspondantes de $\frac{x}{a} = \cos\theta$ ou $\frac{x}{10,00} = \cos\theta$ seront :

$$0,05 ; 0,10 ; 0,15 ; 0,20...$$

En face de ces valeurs de $\cos\theta$, lues dans la deuxième colonne, on trouve dans la troisième, pour valeurs respectives de $\sin\theta$:

$$0,998 ; 0,994 ; 0,988 ; 0,979.$$

Par conséquent, les abscisses correspondantes, à porter sur des verticales pour avoir des points de l'ellipse, seront :

$$\begin{aligned} y &= f \sin\theta, \\ &= 5,00 \times 0,998 = 4^m,990, \\ &= 5,00 \times 0,994 = 4^m,970, \\ &= 5,00 \times 0,988 = 4^m,940, \\ &= 5,00 \times 0,979 = 4^m,895. \end{aligned}$$

Pour le tracé des joints, on peut aussi calculer rapidement les sous-normales avec la même table. En effet, la sous-normale a pour valeur :

$$s = \frac{f^2}{a} \cos\theta.$$

Dans le cas particulier que nous venons d'examiner on aurait pour valeurs successives de la sous-normale :

$$\begin{aligned} s &= \frac{25}{10} 0,05 = 0,125, \\ &= 2,5 \times 0,10 = 0,250, \\ &= 2,5 \times 0,15 = 0,375, \\ &= 2,5 \times 0,20 = 0,500. \end{aligned}$$

. . . . . .

450. La table suivante donne la valeur du développement d'une ellipse entière pour un petit axe de $2f = 100$ mètres et pour une série de grands axes variant de 101 à 1 000. Elle est peut être moins

exacte que la table de la page 438, mais elle fournit rapidement, avec un simple calcul de proportion, les résultats qui n'exigent pas une grande exactitude.

GRAND AXE $2a$	PÉRIMÈTRE $2d$	GRAND AXE $2a$	PÉRIMÈTRE $2a$	GRAND AXE $2a$	PÉRIMÈTRE $2a$
101	315.7478	350	762.0212	680	1400.0412
102	317.3364	360	780.9768	690	1419.6200
103	318.9249	370	799.9512	700	1439.2084
104	320.5135	380	819.0084	710	1458.8072
105	322.1021	390	838.0740	720	1478.4116
106	323.6907	400	857.1708	730	1498.0284
107	325.2792	410	876.2972	740	1517.6476
108	326.8678	420	895.4524	750	1537.2756
109	328.4564	430	914.6324	760	1556.9120
110	330.0450	440	933.8376	770	1576.5548
120	346.2680	450	953.0668	780	1596.2048
130	362.7856	460	972.3192	790	1615.8624
140	379.5624	470	991.5944	800	1635.5248
150	396.5712	480	1010.8896	810	1655.1948
160	413.7792	490	1030.2064	820	1674.8704
170	431.1732	500	1049.5404	830	1694.5504
180	448.7276	510	1068.8901	840	1714.2392
190	466.4488	520	1088.2616	850	1733.9332
200	484.2652	530	1107.6492	860	1753.6321
210	502.2223	540	1127.0492	870	1773.3359
220	520.2924	550	1146.4672	880	1793.0446
230	538.4560	560	1165.8968	890	1812.7580
240	556.7612	570	1185.3452	900	1832.4772
250	575.0624	580	1204.8044	910	1852.2020
260	593.4832	590	1224.2776	920	1871.9300
270	611.9944	600	1243.7604	930	1891.6640
280	630.5401	610	1263.2568	940	1911.4004
290	649.1640	620	1282.7656	950	1931.1452
300	667.8392	630	1302.2852	960	1950.8916
310	686.5904	640	1321.8172	970	1970.6404
320	705.3808	650	1341.3571	980	1990.3943
330	724.2152	660	1360.9096	990	2010.1523
340	743.0984	670	1380.4708	1000	2029.9192

451. *Usage de la table.* — L'usage de la table ci-dessus est extrêmement simple. Soit une courbe d'intrados elliptique ayant une ouverture $2a = 20$ mètres et une montée $f = 5$ mètres.

Le double de la montée est $2f = 10$ mètres. Si nous considérons deux ellipses semblables, dont l'une aurait $2a = 20$ mètres et $2f = 10$ mètres, et l'autre $2f = 100$ mètres, on déduira facilement $2a$ de la dernière de la proportion :

$$\frac{20{,}00}{10{,}00} = \frac{x}{100}$$

d'où $$x = \frac{2\,000}{10} = 200{,}00.$$

Donc, pour une ellipse semblable à l'ellipse donnée et qui aurait un petit axe $2f$ égal à 100 mètres, la valeur du grand axe $2a$ serait $2a = 200$ mètres. Or, les chiffres du tableau ayant été calculés pour une ellipse ayant un petit axe $2f$ égal à 100 mètres, on trouvera en regard du grand axe $2a = 200$ mètres le développement de l'ellipse complète :

$$2d = 484^{m},2652.$$

Par conséquent, pour l'ellipse donnée, le développement $2d$ sera :

$$484{,}2652 \times \frac{10{,}00}{100{,}00} = 48{,}4265$$

et enfin le développement d de la demi-ellipse d'intrados aura pour valeur :

$$d = \frac{48{,}4265}{2} = 24^{m},213.$$

La table de la page 438 a donné, pour la même ellipse :

$$d = 24^{m},221$$

et le calcul direct (numéros 444 et 445) avait donné : $d = 24^{m},332$.

Les résultats obtenus avec la dernière table sont donc moins approchés que ceux fournis par la table du numéro 447. Mais elle est commode, d'une application fort simple, et elle donnera rapidement le développement cherché dans tous les cas où les résultats approximatifs suffisent.

452. Une table qui peut encore être très utile pour calculer le développement des courbes d'intrados elliptiques est la suivante, établie par M. de Mauriac, ingénieur, pour divers surbaissements et des montées variant de 1 à 10 mètres. — (*Nouvelles annales de la construction*, 1864).

VALEUR de la MONTÉE f	SURBAISSEMENTS $S = \frac{f}{2a}$				
	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{3}{8}$
1	11.506	9.688	7.933	7.689	7.216
2	23.013	19.377	15.865	15.378	14.433
3	34.520	29.066	23.798	23.067	21.649
4	46.026	38.754	31.731	30.756	28.865
5	57.533	48.443	39.664	38.445	36.081
6	69.039	58.131	47.596	46.134	43.298
7	80.546	67.820	55.529	53.823	50.514
8	92.052	77.508	63.462	61.512	57.730
9	103.559	87.197	71.394	69.202	64.947
10	115.065	96.886	79.327	76.891	72.163

453. *Usage de la table.* — Supposons qu'on désire connaître la longueur d'une courbe d'intrados elliptique ayant les dimensions suivantes :

$$f = 4^m,00$$
$$2a = 20^m,00$$

Ici $\frac{f}{2a} = \frac{4.00}{20,00} = \frac{1}{5}$.

On cherchera dans la première colonne la valeur $f = 4$ mètres, et vis-à-vis de ce chiffre, on trouvera, dans la deuxième colonne $\left(\frac{f}{2a} = \frac{1}{5}\right)$ le développement $46^m,026$ de l'ellipse complète. Celui de la demi-ellipse d'intrados sera donc :

$$d = \frac{46,026}{2} = 23^m,013.$$

Soit encore à trouver le développement de la courbe elliptique des arches de rive du *pont de l'Alma*. Ces arches ont $38^m,50$ d'ouverture et $7^m,70$ de flèche.

$$2a = 38^m,50$$
$$f = 7^m,70.$$

Le surbaissement s a pour valeur :

$$s = \frac{f}{2a} = \frac{7,50}{38,50} = \frac{1}{5}$$

La longueur de la courbe d'intrados du pont de l'Alma s'obtiendra donc de la manière suivante :

On se reportera à la colonne dans laquelle le rapport $\frac{f}{2a} = \frac{1}{5}$.

On trouvera d'abord, pour $f = 7^m,00$, une longueur . . . . $80^m,546$
Ensuite, pour $f = 8^m,00$. . . . . $92^m,052$
Différence. . . . . $11^m,506$

Donc, pour $f = 7^m,70$ on aura $88^m,600$ pour longueur de l'ellipse entière, et le développement cherché de la demi-ellipse d'intrados sera :

$$d = \frac{88,600}{2} = 44^m,300.$$

DÉBOUCHÉ SUPERFICIEL TOTAL DES ARCHES ELLIPTIQUES

454. Une ellipse peut être considérée comme la projection d'un cercle sur un plan oblique. En désignant par θ l'angle des deux plans, par s la surface du cercle et par $2S$ celle de l'ellipse correspondante, on a :

$$2S = s \cos \theta.$$

Or, la projection f (demi-petit axe de l'ellipse) du rayon r du cercle, sur le plan de l'ellipse a pour expression :

$$f = r \cos \theta.$$

d'où $$\cos \theta = \frac{f}{r},$$

et comme le rayon du cercle est égal au demi grand axe de l'ellipse on a finalement:

$$\cos \theta = \frac{f}{a}.$$

Par conséquent :

$$2S = s\frac{f}{a} \text{ ou } S = \frac{s}{2}\frac{f}{a}. \quad (8)$$

En remplaçant la surface s du cercle par sa valeur πr^2 ou πa^2, la relation précédente devient :

$$2S = \pi a^2 \frac{f}{a} = \pi a f.$$

La surface S de la demi-ellipse d'intrados d'une arche elliptique a donc pour valeur :

$$S = \frac{\pi a f}{2}. \quad (9)$$

Cette dernière formule permettra de calculer facilement le débouché superficiel total d'une arche elliptique.

Problème.

455. *Soit une courbe d'intrados elliptique ayant une ouverture* $2a$ *égale à* 12 *mètres et une montée* $f = 3^m,20$. *Calculer son débouché superficiel total.*

On aura d'après la formule (9) :

$$S = \frac{3,1416 \times 6,00 \times 3,20}{2} = 30^{m.q.},1594.$$

La formule (8) pourrait aussi servir pour le calcul du débouché superficiel de l'ellipse, en remplaçant $\frac{s}{2}$ par la surface d'un demi-cercle qui aurait comme diamètre l'ouverture $2a$ de l'ellipse, et on peut alors faire usage de la table du numéro 419, relative à la surface du plein-cintre.

Ainsi, dans l'exemple actuel, l'ouverture étant égale à 12 mètres, nous trouvons dans la table du numéro 420 que le débouché superficiel du plein-cintre est :

$$\frac{s}{2} = 56,5487.$$

Nous aurons le débouché S de l'ellipse en multipliant ce nombre par le rapport $\frac{f}{a}$

$$S = 56\ 5487 \times \frac{3,20}{6,00} = 30,1594.$$

Ici, il n'y a pas grand avantage à opérer de cette manière et il vaut mieux faire le calcul direct au moyen de la formule (9), mais on verra que lorsqu'il s'agit d'évaluer un débouché *partiel* de l'arche elliptique, l'application de la formule (8) est simple et conduit rapidement à des résultats d'une approximation suffisante.

PÉRIMÈTRE MOUILLÉ ET DÉBOUCHÉ SUPERFICIEL PARTIELS DE L'ARCHE ELLIPTIQUE

456. *Périmètre mouillé partiel.* — Soit une arche elliptique AMB (*fig.* 294). Supposons que le niveau des plus hautes eaux arrive en ab. Il s'agit d'évaluer le périmètre mouillé $Aa + Bb$ et le débouché superficiel $AabB$.

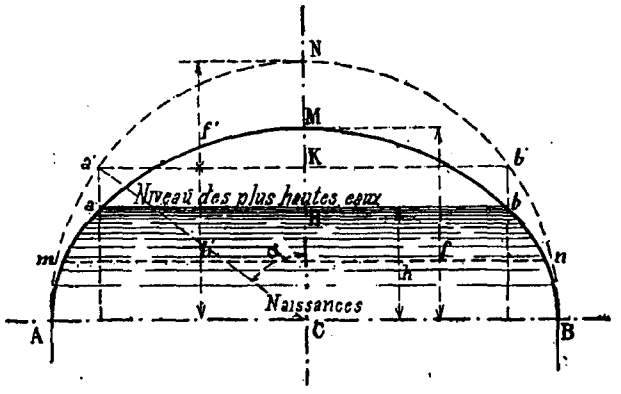


Fig 294

Le périmètre mouillé se compose de deux arcs égaux de la même ellipse. Ce périmètre mouillé n'ayant pas besoin d'être évalué avec une très grande précision, le moyen le plus expéditif consiste à tracer l'ellipse à une échelle déterminée et à mesurer l'arc sur l'épure, avec une ouverture de compas aussi petite que possible et connue. On prendra par exemple une ouverture de compas représentant, à l'échelle, une longueur de

$0^m,10$; $0^m,20$ ou $0^m,30$, suivant les dimensions de l'arche, et on comptera combien de fois cette ouverture peut être portée sur l'arc elliptique Aa. S'il y a un reste, on le mesurera. En doublant le développement ainsi mesuré, on aura le périmètre mouillé cherché Aa + Bb avec une approximation suffisante dans la pratique.

457 *Débouché superficiel partiel.* — Quant au débouché superficiel AabB, on peut le considérer comme la différence entre le débouché total AMB et la surface du segment aMb. Or, de même que l'ellipse AMB et la projection du cercle ANB, le segment aMb de l'ellipse sera la projection sur le même plan, du segment correspondant a'Nb' du cercle décrit sur l'ouverture AB comme diamètre.

Le problème revient donc à calculer les surfaces ANB, a'Nb' du cercle, à projeter ces surfaces sur le plan de l'ellipse pour avoir les surfaces correspondantes AMB, aMb, et à faire la différence de ces deux dernières surfaces.

Désignons par h la hauteur CH du niveau ab des plus hautes eaux au dessus du plan des naissances AB. La hauteur $h' = $ CK du niveau $a'b'$ dans le cercle dont l'ellipse considérée est la projection sera :

$$h' = \frac{h}{\cos \theta},$$

θ étant l'angle que font les plans du cercle et de l'ellipse.

Et comme $\cos \theta = \frac{f}{a}$

il viendra : $h' = h\frac{a}{f}$,

f étant la flèche ou montée CM de l'ellipse.

La surface du demi-cercle ANB a pour expression :

$$S' = \frac{\pi a^2}{2}. \qquad (10)$$

Celle du segment de cercle a'Nb' est donnée par la formule (4) (n° 435) :

$$s' = \frac{R}{2}(d - 2a) + af'$$

f' étant la flèche KN du segment de cercle, et d le développement de l'arc de cercle a'Nb'.

Ici le rayon R de l'arc de cercle est égal à la demi-ouverture a, de sorte que la formule précédente peut s'écrire :

$$s' = \frac{a}{2}(d - 2a) + af'$$

$$s' = \frac{ad}{2} - a(a - f') \qquad (11)$$

La projection, sur le plan de l'ellipse, de la surface S' du demi-cercle sera :

$$S = S' \cos \theta = S'\frac{f}{a} = \frac{\pi a^2}{2}\frac{f}{a} = \frac{\pi a f}{2}$$

et, par conséquent, on aura pour la surface de la demi-ellipse AMB (formule 9, n° 454) :

$$S = \frac{\pi a f}{2}.$$

La projection, sur le même plan, de la surface S' du segment de cercle a'Nb' aura pour expression :

$$s = s' \cos \theta = s'\frac{f}{a}$$

$$= \left[\frac{ad}{2} - a(a - f')\right]\frac{f}{a}$$

$$= f\left(\frac{d}{2} - a + f'\right)$$

C'est la surface du segment aMb de l'ellipse.

Si, de la surface S de la demi-ellipse AMB, nous retranchons la surface s du segment elliptique aMb, nous aurons la surface cherchée du débouché superficiel partiel AabB.

$$S - s = \frac{\pi a f}{2} - f\left(\frac{d}{2} - a + f'\right)$$

$$= f\left[a\left(\frac{\pi}{2} + 1\right) - \frac{d}{2} - f'\right].$$

La surface du débouché partiel AabB a donc pour expression :

$$S - s = f\left(2{,}5708\, a - \frac{d}{2} - f'\right) \qquad (12)$$

Dans cette formule on connaît la demi-ouverture a et la flèche ou montée f de l'ellipse. Pour pouvoir calculer $S - s$, il faut donc déterminer préalablement la valeur de la flèche f' de l'arc de cercle a'Nb' et le développement d de cet arc.

La valeur de la flèche f' se déterminera facilement en remarquant que la flèche HM de l'arc elliptique aMb est la projection de la flèche KN $= f'$ de l'arc de cercle a'Nb'. On aura donc :

$$HM = f' \cos\theta = f' \times \frac{f}{a}$$

Or,

$$HM = f - h;$$

par conséquent,

$$f - h = f' \frac{f}{a},$$

d'où

$$f' = \frac{a}{f}(f - h). \qquad (13)$$

En portant cette valeur de f' dans la formule (12), il vient :

$$S - s = f\left(1{,}5708a - \frac{d}{2}\right) + ah. \qquad (14)$$

D'autre part, le développement d de l'arc de cercle $a'Nb'$ est donné par la formule (3) (n° 421) :

$$d = 0{,}0349\ R\ \alpha$$

et comme ici le rayon R est égal à la demi-ouverture a, on a :

$$d = 0{,}0349\ a\ \alpha \qquad (15)$$

α étant le demi-angle au centre. Cet angle est du reste fourni par la relation (2) (n° 421) :

$$\sin\alpha = \frac{a}{R}.$$

Mais ici la lettre a représente la demi-corde $a'K$ et, pour éviter les confusions, nous la désignerons par la lettre c. Le rayon R étant égal à a nous aurons :

$$\sin\alpha = \frac{c}{a}. \qquad (16)$$

Le triangle rectangle $Ca'K$ donne :

$$(a'K)^2 = (a'C)^2 - (CK)^2$$

ou $c^2 = a^2 - h'^2$.

Or, la hauteur h' est celle qui se projette sur le plan de l'ellipse suivant la hauteur h. On aura donc :

$$h' = \frac{h}{\cos\theta} = h\frac{a}{f}$$

et la valeur de c^2 devient :

$$c^2 = a^2 - \frac{h^2a^2}{f^2} = a^2\left(1 - \frac{h^2}{f^2}\right)$$

$$= a^2\left(1 + \frac{h}{f}\right)\left(1 - \frac{h}{f}\right).$$

En portant dans l'expression (16) de $\sin\alpha$, la valeur de

$$c = a\sqrt{\left(1 + \frac{h}{f}\right)\left(1 - \frac{h}{f}\right)}$$

il vient :

$$\sin\alpha = \sqrt{\left(1 + \frac{h}{f}\right)\left(1 - \frac{h}{f}\right)} \qquad (17)$$

qui peut aussi se mettre sous la forme suivante, parfois plus commode :

$$\sin\alpha = \frac{1}{f}\sqrt{f^2 - h^2} \qquad (18)$$

458. La *marche à suivre* pour le calcul du débouché partiel d'une arche elliptique sera le suivant :

On déterminera d'abord la valeur du demi-angle au centre α au moyen de la relation (18) :

$$\sin\alpha = \frac{1}{f}\sqrt{f^2 - h^2}.$$

Puis, connaissant l'angle α, on calculera le développement d de l'arc de cercle $a'Nb'$ avec la formule (15) :

$$d = 0{,}0349\ a\alpha.$$

Et enfin, le débouché cherché que nous désignerons par la lettre D sera donné par la relation (14) :

$$D = f\left(1{,}5708\,a - \frac{d}{2}\right) + ah.$$

Problème.

459. *Calculer le débouché partiel d'une arche elliptique ayant une ouverture* $2a = 12^m{,}60$, *une montée* $= 4$ *mètres, et sachant que le niveau des plus hautes eaux s'élève à* $2^m{,}20$ *au-dessus du plan des naissances.*

Les données du problème sont :

$$a = 6^m{,}30$$
$$f = 4^m{,}00$$
$$h = 2^m{,}20.$$

Calculons d'abord l'angle α. Nous avons :

$$\sin\alpha = \frac{1}{f}\sqrt{f^2 - h^2}$$

$$= \frac{\sqrt{16{,}00 - 4{,}84}}{4}$$

$$= \frac{3{,}3406}{4{,}00}$$

$$\sin\alpha = 0{,}83515.$$

Les tables trigonométriques donnent :

$$\alpha = 56°,35'$$

ou, en exprimant les minutes en fraction décimale de degré :

$$\alpha = 56°.633.$$

Nous pouvons maintenant calculer le développement d :

$$d = 0{,}0349\ a\alpha$$
$$= 0{,}0349 \times 6{,}30 \times 56{,}633$$
$$= 12^{m},453.$$

Tous les éléments nécessaires au calcul du débouché partiel D sont maintenant connus et nous avons :

$$D = f\left(1{,}5708\,a - \frac{d}{2}\right) + ah$$
$$= 4{,}00\ (1{,}5708 \times 6{,}30 - 6{,}2265) + 6{,}30 \times 2{,}20$$
$$= 4{,}00 \times 3{,}6695 + 13{,}86,$$
$$= 28^{m.q},5380.$$

460. *Remarque.* — Pour un calcul approximatif, on pourrait se contenter de considérer la surface AabB comme équivalente à un trapèze de hauteur h qui aurait comme largeur moyenne la longueur mn (*fig.* 294), mesurée à mi-hauteur de h, sur une épure tracée à une échelle déterminée.

III. — Développement et débouché superficiel des anses de panier.

DÉVELOPPEMENT TOTAL DES ANSES DE PANIER

461. *Développement de l'anse de panier à trois centres décrite par la méthode d'Huygens* (n° 369). — Ce développement se compose de trois arcs de cercle Am, mMp, pB (*fig.* 263). L'angle au centre de chacun de ces arcs étant de 60 degrés, on peut facilement calculer le rayon de chacun d'eux et en déduire les développements correspondants.

Désignons par r_1 et r_2 les deux rayons de l'anse. On a vu (n° 370) que ces rayons ont pour expression :

$$r_1 = a - 1{,}366\ (a - f)$$
$$r_2 = a + 1{,}366\ (a - f)$$

et comme $r_1 + r_2 = 2a$, on peut encore écrire : $r_2 = 2a - r_1$.

Le développement du premier arc Am a pour valeur :

$$d_1 = \frac{2\pi r_1}{360} \times 60.$$

Celui de l'arc au sommet mMp :

$$d_2 = \frac{2\pi r_2}{360} \times 60.$$

Par conséquent le développement total d aura pour expression :

$$d = 2d_1 + d_2$$
$$= \frac{2\pi \times 60}{360}(2r_1 + r_2)$$
$$d = \frac{\pi}{3}(2r_1 + r_2)$$

ou $$d = 1{,}0472\ (2r_1 + r_2). \qquad (19)$$

Si on veut exprimer ce développement en fonction de la demi-ouverture a et de la montée f, il faudra remplacer r_1 et r_2, dans la relation (19), par les valeurs des rayons précédemment écrites. On aura :

$$d = \frac{\pi}{3}[2a + a - 1{,}366\ (a - f)]$$
$$= \frac{\pi}{3}[a\ (3 - 1{,}366) + 1{,}366\ f]$$
$$d = 1{,}711\ a + 1{,}43 f. \qquad (20)$$

462. *Développement des anses de panier décrites par la méthode de M. Michal* (n°s 379 à 388). — Considérons d'abord l'*anse de panier à cinq centres* (*fig.* 269) décrite avec des angles égaux. Le développement total de la courbe se compose de la somme des développements partiels des arcs Ad, de, ef, fg et gB. L'angle au centre de chacun de ces arcs a pour valeur :

$$\frac{180}{5} = 36°.$$

Par suite, en représentant par r_1, r_2, r_3, les rayons des arcs successifs de l'anse, nous aurons, pour le développement du premier arc Ad :

$$d_1 = \frac{2\pi r_1}{360} \times 36 = \frac{1}{5}\pi r_1 = 0{,}6283\, r_1;$$

pour celui du deuxième, de :

$$d_2 = \frac{2\pi r_2}{360} \times 36 = 0{,}6283\, r_2$$

et pour celui du troisième ef :

$$d_3 = \frac{2\pi r_3}{360} \times 36 = 0{,}6283\, r_3.$$

Finalement, nous aurons pour valeur du développement total, en fonction des trois rayons :

$$d = 2d_1 + 2d_2 + d_3$$
$$d = 0{,}6283\ (2r_1 + 2r_2 + r_3). \qquad (21)$$

Le calcul du développement de l'anse de panier à cinq centres, décrite par la méthode de M. Michal (angles égaux), sera donc facile puisque le tableau du numéro 380 donne la valeur du rayon r_1, et que les valeurs des troisième et quatrième rayons r_2 et r_3, pourront être calculées au moyen des formules du numéro 387.

Pour une *anse à sept centres*, décrite par la même méthode, l'angle au centre est égal à :

$$\frac{180}{7} = 25°,43' = 1543'.$$

Les développements des arcs qui composent la courbe auraient donc pour valeurs :

$$d_1 = \frac{2\pi r_1}{21\,600} \times 1543 = \frac{1}{7}\pi r_1 = 0{,}4488\, r_1$$
$$d_2 = 0{,}4488\, r_2$$
$$d_3 = 0{,}4488\, r_3$$
$$d_4 = 0{,}4488\, r_4$$

et le développement total serait :

$$d = 2d_1 + 2d_2 + 2d_3 + 2d_4$$
$$d = 0{,}4488\,(2r_1 + 2r_2 + 2r_3 + 2r_4). \quad (22)$$

Pour une anse de panier à *neuf centres*, on aurait :

$$\frac{180}{9} = 20°$$
$$d_1 = \frac{2\pi r_1}{360} \times 20 = \frac{1}{9}\pi r_1 = 0{,}3491\, r_1$$
$$d = 0{,}3491(2r_1 + 2r_2 + 2r_3 + 2r_4 + r_5) \quad (23)$$

Les tables, calculées par M. Michal, pour les anses à sept et à neuf centres, fourniront tous les rayons, sauf le dernier et l'avant-dernier, lesquels pourront être obtenus au moyen des formules du numéro 387. On aura donc ainsi tous les éléments nécessaires au calcul du développement total d'une anse de panier, décrite par la méthode de M. Michal.

463. *Développement des anses de panier décrites par la méthode de M. Lerouge.* (n°s 388 à 397). — Dans les anses de panier décrites par cette méthode, les rayons font entre eux des angles égaux. Les formules précédentes (19), (21), (22), (23), s'appliquent aussi à des anses ayant des rayons comprenant entre eux des angles égaux. En les généralisant à des anses ayant un nombre n de centres, on a :

$$d = \frac{2\pi}{n}\left(r_1 + r_2 + r_3 \ldots + r_{\frac{n-1}{2}}\right) + \frac{\pi}{n} \times r_{\frac{n+1}{2}}.$$

Dans cette formule, remplaçons r_1, r_2, $r_3 \ldots r_{\frac{n-1}{2}}$ et $r_{\frac{n+1}{2}}$ par leurs valeurs en fonction du premier rayon r_1 et de la raison arithmétique δ. Ces valeurs sont :

$$r_2 = r_1 + \delta$$
$$r_3 = r_2 + \delta = r_1 + 2\delta$$
$$r_4 = r_1 + 3\delta$$
$$\ldots\ldots\ldots$$
$$r_{\frac{n-1}{2}} = r_1 + \frac{n-3}{2}\delta$$
$$r_{\frac{n+1}{2}} = r_1 + \frac{n-1}{2}\delta.$$

Il vient :

$$d = \frac{2\pi}{n}\left[r_1 \times \frac{n-1}{2} + \delta\left(1 + 2 + 3 \ldots + \frac{n-3}{2}\right)\right] + \frac{\pi}{n}\left[r_1 + \frac{n-1}{2}\delta\right].$$

En faisant la somme de la progression $1 + 2 + 3 \ldots + \frac{n-3}{2}$ et en opérant les réductions convenables, on arrive enfin à la formule suivante :

$$d = \pi\left[r_1 = \frac{\delta}{n}\left(\frac{n-1}{2}\right)^2\right]. \quad (24)$$

Pour avoir le développement des anses à trois, cinq, sept..... centres, il suffira de remplacer dans la formule ci-dessus (24), n par 3, 5, 7..... et la raison arithmétique δ par sa valeur correspondante donnée aux numéros 389 à 396.

On trouve :

1° Pour l'anse de panier à *trois centres* :
$d = 2\pi a\,(0{,}272329 + s \times 0{,}455342)$; (25)

2° Pour l'anse de panier à *cinq centres* :
$d = 2\pi a\,(0{,}257919 + s \times 0{,}484162)$; (26)

3° Pour l'anse de panier à *sept centres* :
$d = 2\pi a\,(0{,}254024 + s \times 0{,}491932)$; (27)

4° Pour l'anse de panier à *neuf centres* :
$d = 2\pi a\,(0{,}252429 + s \times 0{,}495142)$; (28)

5° Pour l'anse de panier à *onze centres* :
$d = 2\pi a\,(0{,}251626 + s \times 0{,}496749)$; (29)

6° Enfin, pour l'anse de panier à *quinze centres* :
$d = 2\pi a\,(0{,}250874 + s \times 0{,}498252)$. (30)

464. M. Lerouge a donné dans une série de tableaux, les rapports du développement d de l'anse d'intrados à l'ouverture $2a$, pour divers surbaissements. Nous les résumons dans le tableau ci-dessous.

TABLEAU DES DÉVELOPPEMENTS DES ANSES DE PANIER

tracées par la méthode de M. Lerouge

SURBAISSEMENT $\frac{f}{2a}$	RAPPORT DU DÉVELOPPEMENT DE L'ANSE A L'OUVERTURE : $\frac{d}{2a}$					
	Trois centres	Cinq centres	Sept centres	Neuf centres	Onze centres	Quinze centres
0.31	»	»	»	»	»	1.273389
0.32	»	»	»	1.290800	1.289891	1.289042
0.33	»	»	1.308059	1.306355	1.305497	1.304695
0.34	»	»	1.323513	1.321911	1.321103	1.320348
0.35	»	1.342641	1.338969	1.337466	1.336709	1.336001
0.36	»	1.357851	1.354425	1.353021	1.352315	1.351654
0.37	»	1.373061	1.369880	1.368577	1.367921	1.367307
0.38	1.402159	1.388272	1.385335	1.384133	1.383526	1.382960
0.39	1.416212	1.403482	1.400790	1.399687	1.399132	1.398613
0.40	1.430265	1.418692	1.416245	1.415243	1.414738	1.414266
0.41	1.444318	1.433903	1.431700	1.430798	1.430344	1.429919
0.42	1.458371	1.449113	1.447155	1.446353	1.445950	1.445572
0.43	1.472424	1.464324	1.462610	1.461909	1.461556	1.461225
0.44	1.486477	1.479534	1.478066	1.477464	1.477161	1.476878
0.45	1.500531	1.494744	1.493521	1.493020	1.492767	1.492531
0.46	1.514584	1.509955	1.508976	1.508575	1.508373	1.508184
0.47	1.528637	1.525165	1.524431	1.524130	1.523979	1.523837
0.48	1.542690	1.540376	1.539886	1.539686	1.539585	1.539490
0.49	1.556743	1.555586	1.555341	1.555241	1.555190	1.555143
0.50	1.570796	1.570796	1.570796	1.570796	1.570796	1.570796

Problème.

465. *Calculer le développement total d'une anse de panier à neuf centres, ayant une ouverture* $2a = 18^m,00$, *et une montée* $f. = 7^m,20$.

Le surbaissement de cette anse a pour valeur :

$$s = \frac{f}{2a} = \frac{7,20}{18,00} = 0,40.$$

Le tableau ci-dessus donne, en regard du surbaissement 0,40, dans la colonne relative aux anses à neuf centres :

$$\frac{d}{2a} = 1,415243$$

Par conséquent, on aura pour le développement cherché d :

$$d = 2a \times 1,415243$$
$$= 18,00 \times 1,415243$$
$$d = 25^m,474.$$

466. *Développement des courbes concentriques et équidistantes aux anses de panier d'intrados.* — M. Lerouge fait remarquer que les développements des courbes concentriques et équidistantes, peuvent s'obtenir en ajoutant à ceux obtenus ci-dessus (n°s 463 et 464) celui de la demi-circonférence décrite avec un rayon égal à la distance qui sépare les deux courbes.

En effet, soit p cette distance ; le rayon de chaque arc de la courbe concentrique et équidistante sera égal à celui de l'arc correspondant de l'anse augmenté de la distance p. Si n représente le nombre de centres de l'anse, et r_1 son premier rayon, on aura pour le développement du premier arc de l'anse :

$$d_1 = \frac{\pi}{n} r_1.$$

La valeur du développement d'_1, du premier arc de la courbe concentrique et équidistante sera :

$$d'_1 = \frac{\pi}{n}(r_1 + p) = \frac{\pi}{n} r_1 + \frac{\pi}{n} p = d_1 + \frac{\pi}{n} p.$$

Pour les autres arcs, on aurait :

$$d'_2 = \frac{\pi}{n}(r_2+p) = \frac{\pi}{n}r_2 + \frac{\pi}{n}p = d_2 + \frac{\pi}{n}p$$

. . . . . .

et ainsi de suite.

On voit que le développement de chaque arc de la courbe concentrique est égal à celui de l'arc correspondant de l'anse augmenté de la quantité constante $\frac{\pi}{n}p$. Comme le nombre des arcs est égal à n, il en résulte que le développement total de la courbe concentrique et équidistante sera égal au développement total de l'anse augmenté de n fois le terme $\frac{\pi}{n}p$, c'est-à-dire de :

$$n \times \frac{\pi}{n}p = \pi p.$$

Or, πp n'est autre chose que la longueur d'une demi-circonférence qui aurait comme rayon la distance p des deux courbes. On peut donc dire que le développement d' d'une courbe concentrique et équidistante à une anse de panier, est égal au développement d de cette anse augmenté du terme πp :

$$d' = d + \pi p.$$

Problème.

467. *Une arche de pont a, comme courbe d'intrados, une anse de panier à neuf centres dont les dimensions sont :* $2a = 18$ *mètres et* $f = 7^m,20$. *Le bandeau de tête est extradossé au moyen d'une courbe concentrique et équidistante à l'anse d'intrados. La distance des deux courbes est* $p = 0,80$. *Calculer le développement de la courbe d'extrados du bandeau.*

On calculera d'abord le développement d de l'anse de panier, comme nous l'avons expliqué au numéro 465. Puis on lui ajoutera la valeur du terme πp :

On a : $d = 25^m,474$

et $\pi p = 3,1416 \times 0,80 = 2^m,513$.

Le développement cherché aura donc pour valeur :

$$d' = d + \pi p = 25,474 + 2,513$$

$$d' = 27^m,987.$$

DÉBOUCHÉ SUPERFICIEL TOTAL DES ANSES DE PANIER

468. *Débouché superficiel total d'une anse de panier à trois centres, tracée par la méthode d'Huygens* (n° 369). — Ce débouché total se compose de la somme des surfaces des deux secteurs ACm (*fig.* 263), BC'p et du secteur DmMp diminué du triangle DCC' placé au-dessous des naissances.

Si nous désignons par d_1 et d_2 les développements des arcs Am et mMp, par r_1 et r_2 les rayons correspondants, et par s_1 et s_2 les surfaces des secteurs, nous aurons :

$$s_1 = \frac{d_1 r_1}{2}$$

$$s_2 = \frac{d_2 r_2}{2}.$$

Par suite, le débouché superficiel total aura pour expression :

$$S = 2s_1 + s_2 - \text{triangle DCC'}.$$

Or, le triangle DCC' est un triangle équilatéral ayant pour côté la différence $r_2 - r_1$ des rayons. Sa surface a pour valeur :

$$\frac{(r_2 - r_1)^2\sqrt{3}}{4}$$

et l'expression du débouché superficiel total cherché devient :

$$S = d_1 r_1 + \frac{d_2 r_2}{2} - \frac{(r_2 - r_1)^2\sqrt{3}}{4} \quad (32)$$

469. *Débouché superficiel total des anses de panier tracées par la méthode de M. Michal* (n°s 380 à 386). — Considérons d'abord l'anse de panier à cinq centres, les rayons comprenant entre eux des angles égaux (*fig.* 295). — Le débouché superficiel total est égal à la somme de tous les secteurs Ac_1d, dc_2e, ec_3f, fc_4g, gc_5B, diminuée de la somme des triangles placés au-dessous des naissances, ces triangles formant ensemble le polygone $c_1c_2c_3c_4c_5$.

Pour avoir le débouché cherché il faudra donc évaluer d'abord la surface des secteurs, puis celle des triangles placés au-dessous de AB.

En ce qui concerne la surface des secteurs, nous avons, en désignant par

$r_1, r_2, r_3, d_1, d_2, d_3$, leurs rayons et leurs développements :

$$\text{Secteur } Ac_1d\ldots \quad s_1 = \frac{d_1 r_1}{2}$$

$$\text{Secteur } dc_2e\ldots. \quad s_2 = \frac{d_2 r_2}{2}$$

$$\text{Demi-secteur } ec_3M\ldots \quad s_3 = \frac{d_3 r_3}{4}$$

et, pour la surface totale des secteurs :

$$s = 2s_1 + 2s_2 + s_3$$

$$s = d_1 r_1 + d_2 r_2 + \frac{d_3 r_3}{2}.$$

De cette surface nous avons à retrancher celle du polygone $c_1c_2c_3c_4c_5$. Cette dernière peut être décomposée en triangles rectangles et en rectangles, comme l'indique la figure 295. Nous allons d'abord calculer les hauteurs de ces triangles et rectangles ; nous pourrons ensuite établir facilement leurs surfaces.

Dans le triangle rectangle c_1mc_2, nous avons :

$$c_2m = c_1c_2 \sin\alpha = (r_2 - r_1)\sin\alpha$$

$$c_1m = c_1c_2 \cos\alpha = (r_2 - r_1)\cos\alpha.$$

Le triangle rectangle c_2pc_3 donne :

$$c_2p = c_2c_3 \sin\frac{\alpha}{2} = (r_3 - r_2)\sin\frac{\alpha}{2}$$

$$c_3p = c_2c_3 \cos\frac{\alpha}{2} = (r_3 - r_2)\cos\frac{\alpha}{2}.$$

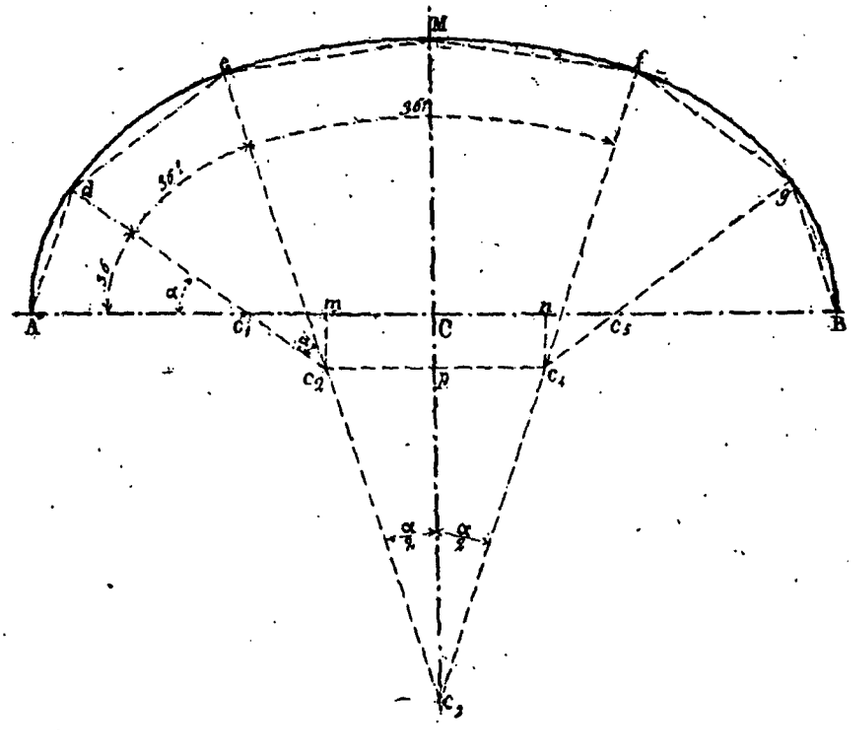


Fig. 295.

Les surfaces sont :

pour le triangle c_1mc_2 :

$$s' = \frac{c_2m \times c_1m}{2} = \frac{(r_2 - r_1)^2}{2}\sin\alpha\cos\alpha = \frac{(r_2 - r_1)^2}{4}\sin 2\alpha;$$

pour le triangle c_2pc_3 :

$$s'' = \frac{c_2p \times c_3p}{2} = \frac{(r_3 - r_2)^2}{2}\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2} = \frac{(r_3 - r_2)^2}{4}\sin\alpha;$$

et pour le rectangle c_2mCp :

$$s''' = c_2m \times c_2p = (r_2 - r_1)\sin\alpha\,(r_3 - r_2)\sin\frac{\alpha}{2}.$$

La surface cherchée du débouché total de l'anse aura donc pour expression :

$$S = s - (s' + s'' + s''')$$

$$S = d_1 r_1 + d_2 r_2 + \frac{d_3 r_3}{2} - \frac{(r_2 - r_1)^2}{4} \sin 2\alpha - \frac{(r_3 - r_2)^2}{4} \sin \alpha - (r_2 - r_1)(r_3 - r_2) \sin \alpha \sin \frac{\alpha}{2}. \quad (33)$$

Si, dans cette formule, on remplace d_1, d_2, d_3 par les valeurs écrites au numéro 462, il vient :

$$S = 0{,}6283\left(r_1^2 + r_2^2 + \frac{r_3^2}{2}\right) - \frac{(r_2 - r_1)^2}{4} \sin 2\alpha - \frac{(r_3 - r_2)^2}{4} \sin \alpha - (r_2 - r_1)(r_3 - r_2) \sin \alpha \sin \frac{\alpha}{2}$$

et comme, dans le cas d'une anse à cinq centres, l'angle α est de 36 degrés, les valeurs de $\sin 2\alpha$, $\sin \alpha$ et $\sin \frac{\alpha}{2}$ sont :

$$\sin 2\alpha = \sin 72^\circ = 0{,}95106$$
$$\sin \alpha = \sin 36^\circ = 0{,}58779$$
$$\sin \frac{\alpha}{2} = \sin 18^\circ = 0{,}30902.$$

L'équation ci-dessus se réduit à :

$$S = 0{,}6283\left(r_1^2 + r_2^2 + \frac{r_3^2}{2}\right) - 0{,}2378(r_2 - r_1)^2 - 0{,}14695(r_3 - r_2)^2 - 0{,}1816(r_2 - r_1)(r_3 - r_2). \quad (34)$$

On pourra donc facilement calculer le débouché superficiel total d'une anse de panier à cinq centres, tracée par la méthode de M. Michal, quand on aura les rayons r_1, r_2, r_3, de la courbe.

Pour les anses de panier à un plus grand nombre de centres la marche à suivre serait absolument la même et ne présenterait, par conséquent, aucune difficulté.

470. *Débouché superficiel total des anses de panier tracées par la méthode de M. Lerouge* (nos 388 à 397). — M. Lerouge, en opérant comme nous venons de le faire pour les anses à cinq centres (tracé de M. Michal), arrive aux formules simples suivantes, pour déterminer le débouché superficiel total des anses tracées par sa méthode.

1° Pour l'anse de panier à trois centres :

$$S = \frac{\pi a^2}{2}(s \times 2{,}58762 - s^2 \times 0{,}76626 - 0{,}10224; \quad (35)$$

2° Pour l'anse de panier à cinq centres :

$$S = \frac{\pi a^2}{2}(s \times 2{,}491142 - s^2 \times 0{,}555392 - 0{,}106724); \quad (36)$$

3° Pour l'anse de panier à sept centres :

$$S = \frac{\pi a^2}{2}(s \times 2{,}475769 - s^2 \times 0{,}508962 - 0{,}110644); \quad (37)$$

4° Pour l'anse de panier à neuf centres :

$$S = \frac{\pi a^2}{2}(s \times 2{,}473303 - s^2 \times 0{,}492737 - 0{,}113469); \quad (38)$$

5° Pour l'anse de panier à onze centres :

$$S = \frac{\pi a^2}{2}(s \times 2{,}47178 - s^2 \times 0{,}48478 - 0{,}11460; \quad (39)$$

6° Enfin, pour l'anse de panier à quinze centres :

$$S = \frac{\pi a^2}{2}(s \times 2{,}46785 - s^2 \times 0{,}47483 - 0{,}11521). \quad (40)$$

Dans ces formules, s représente le surbaissement égal à $\frac{f}{2a}$.

Afin de faciliter les calculs, M. Lerouge remplace les surfaces ci-dessus du débouché total par celles de rectangles équivalents, ayant tous l'ouverture $2a$ de l'anse comme base, et pour hauteurs les produits de cette base par des *facteurs variables* ou *hauteurs réduites*, et il donne, dans une série de tableaux, les valeurs de ces facteurs rapportées à l'ouverture, pour des surbaissements variables. Nous les résumons dans le tableau ci-après.

Pour calculer le débouché superficiel d'une anse de panier, il suffira de déterminer d'abord son surbaissement $s = \frac{f}{2a}$, de prendre ensuite dans le tableau, en

face du surbaissement trouvé, la valeur de hauteur réduite qui correspond au nombre de centres de l'anse, et enfin, de multiplier cette hauteur par l'ouverture $2a$. On a ainsi très simplement la surface du rectangle équivalent à celle de l'anse de panier. C'est le débouché superficiel total cherché.

TABLEAU POUR LE CALCUL DU DÉBOUCHÉ DES ANSES DE PANIER

tracées par la méthode de M. Lerouge.

SURBAISSEMENT $\frac{f}{2a}$	HAUTEUR RÉDUITE DU DÉBOUCHÉ, L'OUVERTURE ÉTANT PRISE POUR UNITÉ.					
	Trois centres	Cinq centres	Sept centres	Neuf centres	Onze centres	Quinze centres
0.31	»	»	»	»	»	0.237266
0.32	»	»	»	0.246432	0.246080	0.245782
0.33	»	»	0.255621	0.254886	0.254549	0.254262
0.34	»	»	0.264004	0.263303	0.262981	0.262703
0.35	»	0.273767	0.272348	0.271680	0.271374	0.271108
0.36	»	0.282001	0.280651	0.280019	0.279729	0.279476
0.37	»	0.290191	0.288914	0.288319	0.288046	0.287805
0.38	0.302536	0.298338	0.297137	0.296580	0.296325	0.296098
0.39	0.310381	0.306442	0.305321	0.304803	0.304565	0.304354
0.40	0.318165	0.314501	0.313464	0.312987	0.312768	0.312569
0.41	0.325890	0.322518	0.321567	0.321133	0.320933	0.320750
0.42	0.333554	0.330490	0.329631	0.329239	0.329059	0.328893
0.43	0.341157	0.338419	0.337654	0.337307	0.337148	0.337000
0.44	0.348701	0.346304	0.345638	0.345336	0.345198	0.345068
0.45	0.356184	0.354146	0.353581	0.353327	0.353210	0.353100
0.46	0.363608	0.361944	0.361485	0.361279	0.361184	0.361095
0.47	0.370971	0.369698	0.369348	0.369192	0.369120	0.369052
0.48	0.378274	0.377409	0.377172	0.377066	0.377018	0.376972
0.49	0.385517	0.385075	0.384955	0.384902	0.384878	0.384854
0.50	0.392699	0.392699	0.392699	0.392699	0.392699	0.392699

PÉRIMÈTRE MOUILLÉ ET DÉBOUCHÉ SUPERFICIEL PARTIEL DES ANSES DE PANIER

471. Quand on détermine le développement total d'une anse de panier, et son débouché superficiel total pour établir le métré de l'ouvrage, ces calculs doivent être faits avec exactitude, par les moyens qui viennent d'être indiqués.

Mais lorsqu'il s'agit simplement de déterminer le périmètre mouillé de la courbe d'intrados et sa section partielle mouillée, en vue des calculs relatifs au débouché du pont, il suffit ordinairement d'obtenir ces valeurs avec une approximation convenable.

Dans ce dernier cas, il ne sera généralement pas nécessaire d'effectuer des calculs rigoureux. On pourra se contenter de dessiner l'anse à une échelle déterminée, de reporter sur le dessin le niveau des plus grandes eaux et remplacer les parties de courbe par des lignes droites. Pour l'évaluation du *périmètre mouillé*, ces parties de courbe seront remplacées par des lignes droites de longueur à peu près équivalentes, et pour la détermination du *débouché superficiel partiel*, on remplacera la surface réelle par une surface trapézoïdale ou rectangulaire à peu près équivalente dont l'évaluation sera facile avec une approximation bien suffisante dans la pratique.

Cependant, si on voulait, pour une raison quelconque, faire un calcul rigoureux, on y arriverait aisément par une décomposition de la surface en secteurs, segments et triangles, dont les éléments seraient faciles à calculer. Nous n'insistons pas sur ces calculs qui ne présentent aucune difficulté et qu'on n'a, du reste, presque jamais à faire avec une telle exactitude.

472. Nous ne dirons rien du développement et du débouché des *courbes ogi-*

vales. Ces courbes sont peu usitées et les calculs à faire sont d'ailleurs extrêmement simples. On arrive très facilement aux résultats cherchés par des additions ou des soustractions de secteurs et de triangles.

§ IV. — *DOCUMENTS RELATIFS A L'ÉTABLISSEMENT ET AUX DIMENSIONS PRINCIPALES DES OUVRAGES D'ART*

I. — Rivières et canaux.

473. Les ouvrages d'art qui font l'objet de ce traité peuvent être classés, en ce qui concerne leur ouverture et leur hauteur, d'après la nature de l'obstacle à traverser. Ainsi, nous distinguerons les ponts placés sur les rivières et les canaux, ceux qui sont au-dessus des routes et chemins et ceux qui sont au-dessus des voies ferrées.

Connaissant les largeurs de ces obstacles: rivières, canaux, routes, chemins et voies ferrées et les règles qui fixent leurs dimensions rétrécies au passage des ouvrages d'art, il nous sera facile d'en déduire les ouvertures de ces ouvrages.

Les hauteurs à réserver sous les ponts résulteront des conditions à remplir au point de vue du passage des plus hautes crues sur les rivières, des bateaux sur les canaux, des voitures sur les routes et chemins, et du matériel roulant sur les chemins de fer.

Quant aux largeurs des ponts, elles seront fixées par les largeurs minima des dimensions rétrécies des voies auxquelles ces ouvrages donnent passage au-dessus de l'obstacle.

Nous allons d'abord donner les documents qui fournissent les dimensions, desquelles résultent celles que nous avons en vue, en commençant par les rivières et canaux.

Cahier des charges de la concession d'un canal entre Seclin et la Deule, annexé au décret de concession du 22 mars 1856.

474. Nous extrayons de ce cahier des charges, les articles suivants:

ARTICLE 3.

Le fond du canal sera établi horizontalement, à $1^m,65$ en contre-bas du niveau des eaux de navigation de la Deule.

ARTICLE 4.

Sa largeur au plafond sera de 6 mètres, avec talus inclinés à raison d'un de base au moins pour un de hauteur.

ARTICLE 5.

La compagnie sera tenue de construire et d'entretenir à ses frais des ponts fixes, pour le rétablissement des communications qui seraient interceptées par le canal.

La largeur de la voie entre les parapets ou garde-corps sera de 5 mètres au moins, pour le pont à construire à la rencontre de la rue de l'Hôpital, à Séclin, et de 4 mètres pour les autres. La distance entre le niveau des eaux de navigation et le sommet de l'intrados des voûtes ou la face inférieure des poutres, sera au moins de $3^m,60$. L'inclinaison des rampes aux abords des ponts ne pourra excéder 4 centimètres par mètre.

Il sera ménagé dans la culée sud de chacun des ponts à construire sur le canal, des chambres de mine, dont les dispositions seront arrêtées, de concert, par le directeur des fortifications et par l'ingénieur en chef des ponts-et-chaussées.

Il sera en outre posé, contre les culées desdits ponts, des échelles graduées au moyen desquelles on puisse vérifier en tout temps si le lit du canal est entretenu à la profondeur prescrite, et si le plan d'eau n'est pas relevé au préjudice des propriétés riveraines.

Cahier des charges de la concession d'un canal de Saint-Dizier à Vassy (avril 1879)

475. Les articles qui nous intéressent dans ce cahier de charges, sont les suivants:

ARTICLE 2.

Le canal aura 6 mètres de largeur au plafond et $2^m,10$ de mouillage; le chemin

de halage aura 4 mètres de largeur, sauf dans la traversée des centres habités, sous les ponts fixes et dans certains passages difficiles, où cette largeur pourra être réduite à 2 mètres; la largeur du chemin de contre-halage sera de 1m,50, réduite à 1 mètre dans les circonstances ci-dessus indiquées.

Les écluses auront 5m,20 de largeur et 38m,50 de longueur utile, mesurée de la corde de l'arc du mur de chute à l'origine de l'enclave des portes d'aval.

ARTICLE 3.

Les concessionnaires seront tenus de construire des ponts dans les endroits où, par suite des travaux, les communications qui existent actuellement se trouveraient interceptées, et de rétablir et assurer l'écoulement de toutes les eaux dont le cours serait modifié par le fait de l'exécution des ouvrages du canal et de ses dépendances.

Les ponts fixes auront, entre les têtes, les largeurs ci-après :

10 mètres pour les routes nationales;

8 mètres pour les routes départementales;

5 mètres pour les chemins vicinaux;

5 mètres pour les chemins de fer à une voie.

Les pentes aux abords ne pourront excéder 0m,03 par mètre pour les routes, et 0m,05 pour les chemins vicinaux.

La hauteur complètement libre du prisme de passage des bateaux sous le pont, sera de 4 mètres, pour ne pas entraver le passage des bateaux chargés de marchandises encombrantes.

Les ponts mobiles auront une voie charretière de 2m,50 et deux trottoirs de 0m,75 chacun.

Les passages à section rétrécie sous les ponts auront 5m,20 de largeur, s'il y est accolé un aqueduc de décharge et 6 mètres au moins dans le cas contraire.

Circulaire du ministre des travaux publics, du 30 mai 1879.

476. Monsieur le Préfet, j'ai déposé sur le bureau de la chambre des députés, dans la séance du 4 novembre 1878, un projet de loi relatif au classement et à l'amélioration de nos voies navigables.

L'article premier de ce projet de loi divise les lois navigables du territoire en deux classes :

1° Les lignes principales;

2° Les lignes secondaires.

L'article 2 dispose que les lignes principales doivent avoir au minimum les dimensions suivantes :

Profondeur d'eau . . .	2 mètres.
Largeur des écluses . .	5m,20
Longueur des écluses, entre la corde du mur de chute et l'enclave des portes d'aval. . . .	38m,50

Le complément obligé de ces dispositions générales est la fixation de la hauteur libre à laisser entre le niveau des eaux et le dessous des ponts fixes sur les rivières et canaux.

Après avoir demandé à ce sujet des propositions aux ingénieurs en chef chargés des services de navigation, j'ai appelé le Conseil général des ponts-et-chaussées à se prononcer sur la question.

Le Conseil a tout d'abord reconnu qu'en ce qui concerne les rivières, soit naturelles, soit canalisées, il n'y a aucune règle à adopter, attendu que sur ces voies navigables, bien plus que sur les canaux, il y a des variations considérables dans le type des bateaux et par conséquent dans l'élévation des chargements; que, dans la plupart des cas, le niveau des plus hautes eaux navigables ne constitue qu'un repère fort indéterminé, variable d'une section à une autre d'une même rivière, en raison, soit de l'évasement, soit de l'étranglement du lit, de la hauteur des prairies submersibles, ou simplement de la vitesse qu'y affectent les courants pendant les crues; que, d'ailleurs la hauteur des ponts sur les rivières est fixée eu égard aux plus grandes crues connues, et que généralement cette hauteur est supérieure à celle qu'exige le passage des bateaux les plus élevés.

En ce qui touche les canaux rangés dans la classe des lignes principales, le Conseil a considéré que, la plupart des ingénieurs en chef s'étant accordés pour demander

l'adoption d'une hauteur de 3m,70 au-dessus du plan d'eau supposé relevé à 2 mètres, il semblait d'autant plus convenable d'adopter cette hauteur qu'elle avait été appliquée, en vertu d'une décision de principe du 15 juin 1874, au canal de l'Est et au canal de la Marne au Rhin.

En résumé, le Conseil a été d'avis :

1° Que sur les canaux dont les écluses ont 38m,50 de longueur utile de sas, conformément à la décision ministérielle du 20 juillet 1877, il y a lieu de fixer à 3m,70 le minimum de la hauteur libre à ménager entre le plan d'eau normal et le dessous des ponts, dans toute la largeur du plafond du canal, sous chaque pont ;

2° Qu'en ce qui concerne les rivières, il n'y a aucune hauteur uniforme à fixer, cette hauteur devant, dans chaque cas, faire l'objet de propositions spéciales motivées.

J'adopte de tous points l'avis du Conseil, et je vous prie, Monsieur le Préfet, d'inviter MM. les ingénieurs à prendre les règles qui précèdent, pour base des propositions qu'ils auront à présenter à l'administration, soit pour la construction de nouveaux ponts sur les canaux et rivières, soit pour le relèvement des ponts existants sur ces mêmes voies.

J'adresse à ces fonctionnaires une ampliation de la présente circulaire dont vous voudrez bien m'accuser réception.

Recevez, etc.

Le Ministre des travaux publics,
C. de FREYCINET.

Rapports des délégués du ministère des travaux publics de France sur les travaux du deuxième congrès international de navigation intérieure tenu à Vienne en 1886. (*Deuxième section*). (*Annales des ponts et chaussées de* 1888).

477. « La question soumise aux délibérations de la deuxième section avait pour objet : *les profils normaux des canaux et les dimensions des travaux d'art afférents aux voies navigables intérieures artificielles.*

La variété des dimensions et des types adoptés sur les voies navigables frappe vivement tous ceux qui s'occupent de la question des transports par eau. La diversité la plus complète règne, non seulement quand on passe d'un pays à un autre, mais encore à l'intérieur du même pays, souvent sur l'étendue d'une même voie navigable. Elle constitue l'un des obstacles les plus sérieux au développement de la navigation intérieure, et l'uniformité est regardée, avec raison, comme l'un des progrès les plus utiles à accomplir dans cette partie de l'art de l'ingénieur.

Malheureusement si tout le monde est à peu près d'accord sur le but à atteindre, il n'en est pas de même dès qu'on cherche les moyens de réaliser cette uniformité Le congrès de Vienne en a fourni une nouvelle preuve.

L'importance de cette question n'avait pas échappé aux organisateurs du congrès qui en avaient préalablement confié l'étude à deux rapporteurs, l'un de nationalité française, M. Holtz, ingénieur en chef des ponts et chaussées, l'autre de nationalité allemande, M. Schlichting, professeur à l'école technique supérieure de Berlin.

Leurs rapports ont servi de base aux délibérations de la deuxième section du congrès. Rédigés à des points de vue différents, ils ont soulevé de vives discussions, non seulement dans les réunions de la section, mais encore dans l'assemblée plénière. Il importe donc d'abord de résumer brièvement chacun d'eux.

Le rapport de M. Holtz constatait qu'aucun des types de profils et d'ouvrages d'art en usage sur les rivières ou canaux ne peut être l'objet d'une préférence exclusive, mais qu'on ne saurait faire abstraction des voies et du matériel existants, qu'enfin sur la plupart des canaux les considérations d'économie et les exigences d'alimentation limitaient dans une mesure assez étroite les dimensions à leur assigner.

Il rappelait ensuite les efforts faits en France pour arriver à l'uniformité, il exposait le système français, tel qu'il résulte de la loi du 5 août 1879, et les dimensions minima assignées aux lignes principales, savoir :

Profondeur d'eau	2m,00
Largeur des écluses	5m,20
Longueur utile des écluses. . .	38m,50
Hauteur libre sous les ponts. .	3m,70

Sur ces données générales, il établissait le profil normal des canaux français, les types de leurs principaux ouvrages d'art, et concluait en proposant d'émettre un vœu en faveur de l'application du système français à toutes les voies navigables qui, étant en rapport direct avec les canaux de ce pays, présenteraient, soit dans leur profil, soit dans leurs ouvrages d'art, des dimensions inférieures, étant bien entendu d'ailleurs que ces dimensions ne devaient être regardées que comme des minima.

Il demandait, en outre, l'adoption d'une règle uniforme pour déterminer la longueur utile des écluses, en la définissant par la distance comprise entre la corde du mur de chute d'amont et l'origine de l'enclave des portes d'aval.

M. Schlichting s'est, au contraire, attaché à faire ressortir l'insuffisance des dimensions attribuées à la plupart des canaux actuels et la nécessité de les augmenter pour accroître leur capacité de trafic. Suivant lui, cette nécessité s'impose en raison de la connexité que présente la navigation fluviale, avec la navigation par canaux ; il faut pouvoir utiliser le même matériel sur ces deux catégories de voies navigables et y accepter indistinctement la batellerie à vapeur ; enfin il importe d'augmenter le profil des canaux pour réduire la résistance à la traction.

Partant de là, M. Schlichting a recherché, d'après les expériences faites sur le canal Erié, quel est le rapport le plus convenable à établir entre la section mouillée du bateau et celle du canal. Le résultat de cette étude traduit graphiquement, par une série de courbes amenées à son travail, démontre d'après lui, que le rapport de 1 à 3 adopté sur les canaux français est peu satisfaisant et que celui de 1 à 5 serait celui qui répondrait le mieux aux données du problème. Pour des rapports plus faibles, la résistance ne diminue plus que d'une manière peu sensible. Cependant pour ne pas exagérer les dimensions du canal, il s'est borné à proposer le rapport de 1 à 4.

Il a d'ailleurs admis, comme le rapporteur français, une profondeur normale de 2 mètres. Mais il a déterminé les profils et types normaux des canaux d'après un matériel de rivière de dimensions supérieures à celles de la péniche flamande, prise en France et en Belgique comme terme de comparaison.

En résumé, il a écarté le type des canaux français comme insuffisant et, par les motifs qui précèdent a été amené à proposer pour l'ensemble des voies navigables principales, nationales et internationales, des dimensions beaucoup plus grandes.

Grâce à la supériorité numérique des membres de l'École allemande, ces conclusions furent adoptées, sauf quelques légers changements de rédaction, par le Congrès qui, malgré les observations de la minorité vota, à la majorité des voix les résolutions suivantes :

PREMIÈRE PROPOSITION

Le Congrès propose pour les voies navigables artificielles de grand trafic les dimensions minima suivantes :

I. — Canaux principaux.

1. Rapport entre la section mouillée du bateau (plongé de $1^m,75$) et la section mouillée du canal.	1 : 4
2. Profondeur d'eau normale :	
a, En voie courante.	$2^m,00$
b, Sous les ponts, dans les ponts-canaux et souterrains à cuvette maçonnée.	$2^m,50$
3. Largeur de la cuvette (mesurée au plafond) :	
a, En voie courante et droite.	$16^m,00$
b, Dans les courbes, cette largeur doit être augmentée du double de la flèche de l'arc, dont la corde forme la plus grande longueur du bateau.	
c, Sous les ponts (à double voie)	$16^m,00$
d, Dans les ponts-canaux et souterrains (à simple voie) .	$7^m,50$
4. Hauteur libre sous les ponts et dans les souterrains, mesurée au-dessus du plan d'eau. .	$4^m,50$
5. Dimensions de l'écluse :	
a, Profondeur d'eau au-dessus du busc	$2^m,50$

b, Largeur libre entre les bajoyers. 7m,00

c, Longueur utile de l'écluse, mesurée entre la corde du mur de chute d'amont et l'origine de l'enclave des portes d'aval. 57m,50

II. — *Rivières canalisées.*

6. Les profils normaux et les dimensions des travaux d'art y afférents doivent présenter au moins les dimensions minima fixées pour les canaux principaux.

DEUXIÈME PROPOSITION

Le Congrès exprime le vœu que les canaux *existants* en contact direct avec les canaux des pays limitrophes et qui présenteraient des dimensions *inférieures* à celles de ces canaux, soient *agrandis* le plus tôt possible.

Avant de faire ressortir les divergences que présentent les conclusions françaises et allemandes, il importe de signaler quelques points sur lesquels l'accord s'est établi.

On a admis, sans contestation, la profondeur d'eau normale de 2 mètres comme répondant aux besoins et surtout aux possibilités. Mais en même temps on a reconnu la convenance d'augmenter cette profondeur d'au moins 50 centimètres dans les écluses, ainsi que dans les passages rétrécis, afin de diminuer l'effet de pistonnage qui s'y produit d'une manière si sensible, lorsque la profondeur sur le radier de ces ouvrages est la même qu'en section courante du canal.

Dans le même ordre d'idées, on a proposé de donner aux passages à voie unique une largeur supérieure de 50 centimètres à celle des écluses, c'est-à-dire au minimum nécessaire pour un bateau.

Mais on a entendu limiter autant que possible le nombre de ces passages et les restreindre d'une façon à peu près exclusive aux souterrains et aux grands ponts-canaux. En ce qui concerne notamment les ponts isolés, il a été admis que leur ouverture devait permettre de conserver sous ces ouvrages la largeur normale de la cuvette au plafond et même, autant que possible, le profil normal du canal.

La nécessité d'un élargissement dans les courbes, quelle que soit la formule d'après laquelle on le calcule, a été également reconnue sans discussion.

Enfin, la définition française de la longueur utile des écluses a été acceptée par les allemands et adoptée par le Congrès.

Mais jusqu'à la fin le désaccord a subsisté entre les ingénieurs français et belges et les ingénieurs allemands sur les dimensions des canaux et de leurs ouvrages. Ce fait s'explique facilement par la différence des points de vue auxquels ils se plaçaient les uns et les autres. »

Le rapport de la deuxième section du congrès de Vienne explique ensuite les raisons pour lesquelles les ingénieurs de l'école allemande ont préféré les dimensions proposées par M. Schlichting et celles pour lesquelles les ingénieurs français ont persisté à maintenir les dimensions du système français. Ce rapport se termine ainsi : « Ces observations, développées à diverses reprises par les ingénieurs français, n'ont pas empêché le Congrès de voter les grandes dimensions proposées au nom de l'école allemande par M. Schlichting. Celles-ci ne peuvent évidemment s'appliquer dans leur généralité à l'Europe occidentale, c'est-à-dire à la région où la navigation présente actuellement le plus d'importance. Les ingénieurs français et belges n'en suivront pas moins avec le plus grand intérêt le résultat de l'expérience tentée en Allemagne. »

II. — Routes et chemins.

CLASSEMENT DES ROUTES ET CHEMINS

478. Les routes et chemins sont compris, en France, dans les cinq classes suivantes :

1° Les *routes nationales*, propriété de l'État, construites et entretenues par lui ;

2° Les *routes départementales*, propriété des départements, construites et entretenues par eux. Les conseils généraux prononcent sur le classement et le déclassement de ces routes, ainsi que sur les travaux qui les concernent.

Ces deux premières classes constituent le domaine de la grande voirie ;

3° Les *chemins vicinaux de grande communication*, entretenus par les communes intéressées, avec le concours des départements. Ce concours, facultatif en droit, existe toujours en pratique ;

4° Les *chemins vicinaux de moyenne communication* ou d'intérêt commun, entretenus par les communes intéressées dont les ressources sont centralisées dans les mains de l'administration départementale ;

5° *Les chemins de petite communication* ou *chemins vicinaux ordinaires*, entretenus par les communes sous la surveillance des agents du service vicinal.

Ces trois dernières classes constituent le domaine de la petite voirie. Le sol de tous les chemins vicinaux appartient aux communes qu'ils traversent.

A ces cinq classes on peut ajouter les *chemins ruraux*, qui appartiennent aux communes et sur lesquels l'administration n'exerce pour ainsi dire aucune action.

PROFIL TRANSVERSAL DES ROUTES ET CHEMINS

479. *Largeur à donner à la chaussée et aux trottoirs.* — La largeur d'une chaussée est fonction de l'importance de la circulation qui doit s'effectuer sur elle. Elle devrait donc être réglée d'après le nombre de files de voitures qui peuvent s'y croiser.

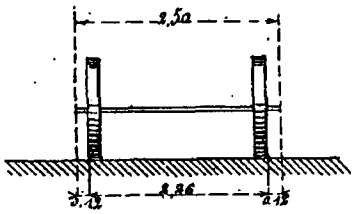


Fig. 296.

Or, d'après la loi sur la police du roulage, le maximum de longueur des essieux est fixé à 2m,50. (L'essieu, à chaque extrémité, ne doit pas dépasser le moyeu de plus de 0m 06, et la saillie totale du moyeu et de l'essieu sur le plan extérieur des roues ne doit pas excéder 0m,12) (*fig.* 296).

Par conséquent, en principe, la largeur de la chaussée devrait être un multiple de 2m,50, ce qui donnerait les dimensions suivantes :

Pour une voiture	2m,50
— deux —	5m,00
— trois —	7m,50
— quatre —	10m,00
— cinq —	12m,50
— six —	15m,00

Mais ces largeurs peuvent être sensiblement réduites car, en pratique, il n'y a presque pas de voitures dont la longueur d'essieu atteigne le maximum de 2m,50. Les dimensions des voitures sont généralement les suivantes :

Grands chariots de roulage ; 2m,20 de longueur d'essieu, avec 0m,10 de saillie du moyeu.

Omnibus : 2m,10 de longueur d'essieu, avec 0m,08 de saillie du moyeu.

Anciennes diligences : 2m,02 de longueur d'essieu, avec 0m,12 de saillie du moyeu.

Voitures bourgeoises de roulage : 2m,00 de longueur d'essieu, avec 0m,07 de saillie du moyeu.

Cabriolets : 1m,70 à 1m,90 de longueur d'essieu, avec 0m,07 de saillie du moyeu.

D'autre part, lorsque les roues touchent les trottoirs, les saillies des moyeux sont

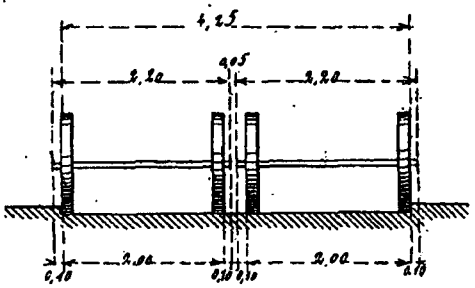


Fig. 297.

à retrancher de chaque côté de la chaussée.

Considérons, par exemple, le croisement de deux grands chariots de roulage. La largeur de la chaussée, mesurée entre les bords extérieurs des deux roues extrêmes, pourra être seulement de 4m,25, en laissant un jeu de 0m,05 entre les deux essieux (*fig.* 297).

On peut bien admettre que deux grands chariots se rencontreront sur un chemin à deux voies, mais il est difficile d'affirmer que sur les chemins à trois, quatre, cinq voies, il sera nécessaire de prévoir le croisement simultané de trois, quatre ou cinq chariots de même longueur d'essieu. Les voitures qui passeront en même temps sur le même profil transversal du chemin auront ordinairement des longueurs d'essieu plus petites que celle des grands chariots.

Il est donc possible de réduire encore les largeurs théoriques des chaussées à trois, quatre, cinq ou six voies, sans nuire à la facilité de la circulation.

480. Les *trottoirs* sont une innovation qui date de 1818 seulement. De même que la largeur de la chaussée est fonction du nombre de voitures qui peuvent se croiser sur un même profil transversal du chemin, la largeur d'un trottoir devrait être un multiple de la largeur nécessaire au passage d'une personne.

La largeur minimum pour le passage facile et sans risques d'une seule personne est fixée à $0^m,75$. Une largeur de 1 mètre peut à la rigueur suffire pour deux personnes de front, mais celle qui longe la bordure est plus exposée à être touchée par la saillie des essieux.

La largeur à donner aux trottoirs plus fréquentés est assez arbitraire; elle doit être proportionnée à l'affluence des promeneurs; il ne peut y avoir à ce sujet aucune règle bien précise.

Les *accotements* sont des bandes latérales de terrain naturel laissées de chaque côté de la chaussée. Ils existent presque toujours sur les anciennes routes, mais dans les nouvelles, il vaut mieux les supprimer, sauf dans certains chemins vicinaux où on les maintient par suite de considérations économiques. (Voir le *Traité des routes et chemins*).

Quoiqu'il en soit, ils n'intéressent pas les dimensions des ponts, car sur ou sous ces ouvrages ils sont toujours supprimés ou remplacés par des trottoirs.

Lorsqu'on juge que les trottoirs sont inutiles, on peut les remplacer par des *bordures* formant chasse-roue de $0^m,40$ de largeur environ, ou par une série de *bornes* occupant cette même largeur de $0^m,40$ environ.

481. M. Mary, dans son *Cours de routes et ponts*, donne pour les chaussées, les dimensions suivantes:

Routes nationales . . .	$5^m,00$ à $7^m,00$
Routes départementales	$4^m,00$ à $5^m,00$
Chemins vicinaux de grande communication et ordinaires .	$3^m,00$ à $5^m,00$
La largeur limite des chargements circulant sur les voies publiques, dit M. Debeauve est fixée à	$2^m,50$
Donc une largeur de voie est de	$2^m,50$
La largeur nécessaire pour deux voies est de	$5^m,00$
Et l'on admet que pour trois voies, on a une largeur suffisante avec	$7^m,00$

Ce n'est que dans les grandes villes que l'on trouve des ponts d'une largeur supérieure à 7 mètres.

Un trottoir de $0^m,75$ suffit au passage d'une personne, et elle n'a rien à craindre des voitures.

Pour deux personnes, il faut un trottoir de 1 mètre.

Au delà, on tombe dans les trottoirs de luxe dont on trouve des exemples dans les divers ponts dont nous donnerons les dessins.

Lorsqu'on ne veut point de trottoir parcequ'on le juge inutile, il faut entre la limite de la chaussée et le parapet soit une bordure formant chasse-roue, soit une série de bornes occupant une largeur de $0^m,40$ environ.

De sorte que le minimum de largeur d'un pont à une voie s'obtiendra comme il suit:

Un trottoir de	$0^m,75$
Une chaussée de	$2^m,50$
Une bordure de	$0^m,40$
Largeur totale entre parapets. .	$3^m,65$

Le minimum de largeur d'un pont à deux voies, en admettant que les piétons suivent la voie des voitures, ce qui leur est possible dans ce cas s'obtiendra comme il suit:

Deux bordures de 0m,40, ensemble.	0,80
Une chaussée de.	5,00
Largeur totale entre parapets. .	5,80

Un pont à trois voies, suppose une certaine circulation en piétons, et exige au moins deux trottoirs de 1 mètre, de sorte que sa largeur minima entre parapets est de 9 mètres.

Généralement on ne descend pas jusqu'aux dimensions minima que nous venons d'indiquer. Cependant nous pensons qu'en bien des cas, par raison d'économie, on devrait le faire, notamment sur les chemins vicinaux; et comme on peut facilement obtenir un encorbellement de 0m,25 sur chaque tête, et adopter des garde-corps métalliques placés à l'aplomb de l'extrémité, et scellés au moyen d'équerres dans le trottoir, il en résulte que:

La largeur minima d'un pont à une voie entre les têtes peut être réduite à	3m,25
La largeur minima d'un pont à deux voies entre les têtes peut être réduite à	5m,40

Nous ne disons point qu'il faille adopter toujours ces dimensions réduites.

Mais ce que l'on doit éviter par dessus tout, c'est de donner une portion de largeur inutile.

Ainsi, il ne faut pas faire une chaussée trop large pour une voiture et trop étroite pour deux, ou trop large pour deux voitures et trop étroite pour trois, ou un trottoir trop large pour une personne, et trop étroit pour deux, etc.

De même, toutes les fois qu'on ne doit point s'attacher à l'effet produit, il faut supprimer les parapets à grande largeur et adopter des garde-corps métalliques, simples et solides, qui, il est vrai, sont en général d'un médiocre aspect sur les ponts de pierre, mais qui économisent la largeur et par suite la dépense.

Dans les grands travaux, il est permis de sacrifier quelque peu à l'effet architectural et à la décoration; dans les travaux courants, il convient de rechercher la simplicité et l'économie. »

III. — Chemins de fer.

CHEMINS DE FER D'INTÉRÊT GÉNÉRAL

Cahier des charges imposées aux compagnies concessionnaires.

482. Après des modifications successives, on est arrivé aujourd'hui à un type à peu près uniforme.

Nous extrayons de celui qui est annexé à la loi du 4 décembre 1875, portant déclaration d'utilité publique d'un chemin de fer d'Alais au Rhône, les articles qui nous intéressent plus particulièrement en ce qui concerne l'établissement et les dimensions principales des ouvrages d'art.

ARTICLE 7.

La largeur de la voie *entre les bords intérieurs des rails* devra être de 1m,44 à 1m,45. Dans les parties à deux voies, la largeur de l'entre-voie, mesurée *entre les bords extérieurs des rails*, sera de 2 mètres.

La largeur des accotements, c'est-à-dire des parties comprises de chaque côté entre le bord extérieur du rail et l'arête supérieure du ballast, sera de 1 mètre au moins.

On ménagera, au pied de chaque talus du ballast, une banquette de 0m,50 de largeur.

La compagnie établira le long du chemin de fer les fossés ou rigoles qui seront jugés nécessaires pour l'asséchement de la voie et pour l'écoulement des eaux.

Les dimensions de ces fossés et rigoles seront déterminées par l'administration, suivant les circonstances locales, sur les propositions de la compagnie.

ARTICLE 11.

Lorsque le chemin de fer devra passer au-dessus d'une route nationale ou départementale, ou d'un chemin vicinal, l'ouverture du viaduc sera fixée par l'administration, en tenant compte des circonstances locales; mais cette ouverture ne pourra, dans aucun cas, être inférieure à 8 mètres pour la route nationale, à 7 mètres pour la route départementale, à 5 mètres pour un chemin vicinal de

grande communication, et à 4 mètres pour un simple chemin vicinal.

Pour les viaducs de forme cintrée, la hauteur sous clef, à partir du sol de la route, sera de 5 mètres au moins. Pour ceux qui seront formés de poutres horizontales en bois ou en fer, la hauteur sous poutres sera de 4m,30 au moins.

La largeur entre les parapets sera au moins de 8 mètres. La hauteur de ces parapets sera fixée par l'administration et ne pourra, dans aucun cas, être inférieure à 0m,80.

Sur les lignes et sections pour lesquelles la compagnie est autorisée à n'exécuter les ouvrages d'art que pour une seule voie, la largeur des viaducs entre les parapets sera de 4m,50 au moins.

ARTICLE 12.

Lorsque le chemin de fer devra passer au-dessous d'une route nationale ou départementale, ou d'un chemin vicinal, la largeur entre les parapets du pont qui supportera la route ou le chemin sera fixée par l'administration, en tenant compte des circonstances locales ; mais cette largeur ne pourra, dans aucun cas, être inférieure à 8 mètres pour la route nationale, à 7 mètres pour la route départementale, à 5 mètres pour un chemin vicinal de grande communication, et à 4 mètres pour un simple chemin vicinal.

L'ouverture du pont entre les culées sera au moins de 8 mètres, et la distance verticale ménagée au-dessus des rails extérieurs de chaque voie pour le passage des trains ne sera pas inférieure à 4m,80.

Sur les lignes ou sections pour lesquelles la compagnie est autorisée à n'exécuter les ouvrages d'art que pour une seule voie, l'ouverture entre les culées sera de 4m,50.

ARTICLE 14.

Lorsqu'il y aura lieu de modifier l'emplacement ou le profil des routes existantes, l'inclinaison des pentes et rampes sur les routes modifiées ne pourra excéder 0m,03 par mètre pour les routes nationales et départementales, et 0m,05 pour les chemins vicinaux. L'administration restera libre, toutefois, d'apprécier les circonstances qui pourraient motiver une dérogation à cette clause...

ARTICLE 15.

La compagnie sera tenue de rétablir et d'assurer à ses frais l'écoulement de toutes les eaux dont le cours serait arrêté, suspendu ou modifié par ses travaux, et de prendre les mesures nécessaires pour prévenir l'insalubrité pouvant résulter des chambres d'emprunt.

Les viaducs à construire à la rencontre des rivières, des canaux et des cours d'eau quelconques, auront au moins 8 mètres de largeur entre les parapets sur les chemins à deux voies, et 4m,50 sur les chemins à une voie. La hauteur de ces parapets sera fixée par l'administration et ne pourra être inférieure à 0m,80.

La hauteur et le débouché du viaduc seront déterminés, dans chaque cas particulier, par l'administration, suivant les circonstances locales.

Dans tous les cas où l'administration le jugera utile, il pourra être accolé aux ponts établis par la compagnie pour le service du chemin de fer, une voie charretière ou une passerelle pour piétons. L'excédant de dépense qui en résultera sera supporté par l'État, le département ou les communes intéressées, après évaluation contradictoire des ingénieurs de l'État et de la compagnie.

ARTICLE 16.

Les souterrains à établir pour le passage du chemin de fer auront au moins 8 mètres de largeur entre les pieds-droits au niveau des rails et 6 mètres de hauteur sous clef, au-dessus de la surface des rails. La distance verticale entre l'intrados et le dessus des rails extérieurs de chaque voie ne sera pas inférieure à 4m,80. L'ouverture des puits d'aérage et de construction des souterrains sera entourée d'une margelle en maçonnerie de 2 mètres de hauteur. Cette ouverture ne pourra être établie sur aucune voie publique.

ARTICLE 17.

A la rencontre des routes nationales ou départementales et des autres chemins

publics, il sera construit des chemins et ponts provisoires, par les soins et aux frais de la compagnie, partout où cela sera jugé nécessaire pour que la circulation n'éprouve ni interruption ni gêne.

Avant que les communications existantes puissent être interceptées, une reconnaissance sera faite par les ingénieurs de la localité, à l'effet de constater si les ouvrages provisoires présentent une solidité suffisante et s'ils peuvent assurer le service de la circulation.

Un délai sera fixé par l'administration pour l'exécution des travaux définitifs destinés à rétablir les communications interceptées.

ARTICLE 18.

La compagnie n'emploiera, dans l'exécution des ouvrages, que des matériaux de bonne qualité ; elle sera tenue de se conformer à toutes les règles de l'art, de manière à obtenir une construction parfaitement solide.

Tous les aqueducs, ponceaux, ponts et viaducs à construire à la rencontre des divers cours d'eau et des chemins publics ou particuliers seront en maçonnerie ou en fer, sauf les cas d'exception qui pourront être admis par l'administration.

CHEMINS DE FER D'INTÉRÊT LOCAL.

Cahier des charges type pour la concession des chemins de fer d'intérêt local.

483. De ce cahier des charges annexé au décret du 6 août 1881, nous extrayons les articles suivants qui nous intéressent plus particulièrement.

ARTICLE 7.

Largeur de la voie. Gabarit du matériel roulant. — La largeur de la voie entre les bords intérieurs des rails devra être de (1^{m},44 ou 1 mètre ou 0^{m},75).

La largeur des locomotives et des caisses des véhicules ainsi que de leur chargement ne dépassera pas (largeur à déterminer dans chaque cas particulier ; toutefois on n'admettra pas plus de 2^{m},80 pour la voie de 1^{m},44, ni de 2^{m},50 pour la voie de 1 mètre, ni de 1^{m},875 pour la voie de 0^{m},75), et la largeur du matériel roulant, y compris toutes saillies, notamment celle des marchepieds latéraux, restera inférieure à (largeur à déterminer dans chaque cas particulier ; toutefois on n'admettra pas plus de 3^{m},10 pour la voie de 1^{m},44, ni de 2^{m},80 pour la voie de 1 mètre, ni de 2^{m},175 pour la voie de 0^{m},75. C'est cette dimension, égale à la plus grande largeur du gabarit du matériel roulant, qui servira à déterminer la largeur de la plate-forme et des ouvrages d'art) ; la hauteur du matériel roulant au-dessus des rails sera au plus de (4^{m},20 pour la voie de 1^{m},44 ; hauteur à déterminer dans chaque cas particulier pour les autres voies. Cette dimension servira à fixer l'élévation des ouvrages d'art qui seront établis au-dessus du chemin de fer).

Dans les parties à deux voies, la largeur de l'entre-voie, mesurée entre les bords extérieurs des rails, sera de (la largeur de l'entre-voie sera telle qu'entre les parties les plus saillantes de deux véhicules qui se croisent il y ait un intervalle libre d'au moins 50 centimètres, 0^{m},50).

La largeur des accotements, c'est-à-dire des parties comprises de chaque côté entre le bord extérieur du rail et l'arête supérieure du ballast, sera de (cette largeur sera calculée de façon que l'arête supérieure du ballast se trouve sur la verticale de la partie la plus saillante du matériel roulant).

L'épaisseur de la couche de ballast sera d'au moins trente-cinq centimètres (0^{m},35), et l'on ménagera, au pied de chaque talus du ballast, une banquette de largeur telle que l'arête de cette banquette se trouve à quatre-vingt-dix centimètres (0^{m},90) au moins de la verticale de la partie la plus saillante du matériel roulant.

Le concessionnaire établira le long du chemin de fer les fossés ou rigoles qui seront jugés nécessaires pour l'asséchement de la voie et pour l'écoulement des eaux.

Les dimensions de ces fossés et rigoles seront déterminées par le préfet, suivant les circonstances locales, sur les propositions du concessionnaire.

ARTICLE 10.

Traversée des routes et chemins. Le concessionnaire sera tenu de rétablir les communications interceptées par le chemin de fer, suivant les dispositions qui seront approuvées par l'administration compétente.

ARTICLE 11.

Passages au-dessus des routes et chemins. Lorsque le chemin de fer devra passer au-dessus d'une route nationale ou départementale, ou d'un chemin vicinal, l'ouverture du viaduc sera fixée par le Ministre des travaux publics ou le préfet, suivant le cas, en tenant compte des circonstances locales ; mais cette ouverture ne pourra, dans aucun cas, être inférieure à huit mètres (8m,00) pour la route nationale, à sept mètres (7m,00) pour la route départementale, à cinq mètres (5m,00) pour un chemin vicinal de grande communication ou d'intérêt commun, et à quatre mètres (4m,00) pour un simple chemin vicinal.

Pour les viaducs de formes cintrées, la hauteur sous clef, à partir du sol de la route, sera de cinq mètres (5m,00) au moins. Pour ceux qui seront formés de poutres horizontales en bois ou en fer, la hauteur sous poutre sera de quatre mètres trente centimètres (4m,30) au moins.

La largeur entre les parapets sera au moins de (cette largeur sera telle qu'il y ait un intervalle de 0m,70 au moins entre les parapets et les parties les plus saillantes du matériel roulant, d'après la largeur maximum qui est fixée dans le deuxième paragraphe de l'article 7). La hauteur de ces parapets ne pourra, dans aucun cas, être inférieure à un mètre (1m,00).

Sur les lignes et sections pour lesquelles la compagnie exécutera les ouvrages d'art pour deux voies, la largeur des viaducs entre les parapets sera au moins de (cette largeur sera déterminée comme pour les ouvrages à une voie).

ARTICLE 12.

Passages au-dessous des routes et chemins. Lorsque le chemin de fer devra passer au-dessous d'une route nationale ou départementale, ou d'un chemin vicinal, la largeur entre les parapets du pont qui supportera la route ou le chemin sera fixée par le Ministre des travaux publics ou le préfet, suivant le cas, en tenant compte des circonstances locales, mais cette largeur ne pourra, dans aucun cas, être inférieure, à huit mètres (8m,00) pour la route nationale, à sept mètres (7m,00) pour la route départementale, à cinq mètres (5m,00) pour un chemin vicinal de grande communication, et à quatre mètres (4m,00) pour un simple chemin vicinal.

L'ouverture du pont entre les culées sera au moins de (cette ouverture sera telle qu'il y ait un intervalle de soixante-dix centimètres (0m,70) au moins, entre les culées et les parties les plus saillantes du matériel roulant), pour les chemins à une voie, et de (ouverture déterminée comme précédemment) sur les lignes ou sections pour lesquelles le concessionnaire exécutera les ouvrages d'art pour deux voies. Cette largeur régnera jusqu'à deux mètres (2m,00) au moins au-dessus du niveau du rail. La distance verticale qui sera ménagée au-dessus des rails pour le passage des trains, dans une largeur égale à celle qui est occupée par les caisses des voitures, ne sera pas inférieure à (4m,80 pour la voie de 1m,44 ; pour les autres voies, cette distance verticale sera égale à la hauteur du matériel roulant, telle qu'elle a été fixée dans le deuxième paragraphe de l'article 7, augmentée de soixante centimètres, 0m,60).

ARTICLE 14.

Rectification des routes. Lorsqu'il y aura lieu de modifier l'emplacement ou le profil des routes existantes, l'inclinaison des ponts et rampes sur les routes modifiées ne pourra excéder trois centimètres (0m,03) par mètres pour les routes nationales, cinq centimètres (0m,05) pour les routes départementales et les chemins vicinaux. Le préfet restera libre toutefois d'apprécier les circonstances qui pourraient motiver une dérogation à cette clause, en ce qui touche les routes départementales et les chemins vicinaux ; le Ministre statuera en tout ce qui touche les routes nationales.

ARTICLE 15.

Ecoulement des eaux; débouché des ponts. Le concessionnaire sera tenu de rétablir et d'assurer à ses frais, pendant la durée de sa concession, l'écoulement de toutes les eaux dont le cours aurait été arrêté, suspendu ou modifié par ses travaux, et de prendre les mesures nécessaires pour prévenir l'insalubrité pouvant résulter des chambres d'emprunt.

Les viaducs à construire à la rencontre des rivières, des canaux et des cours d'eau quelconques, auront au moins (même largeur qu'à l'article 11) de largeur entre les parapets sur les chemins à une voie, et (même largeur qu'à l'article 11) sur les chemins à deux voies, et ils présenteront en outre les garages nécessaires pour la sécurité des ouvriers de la voie. La hauteur des parapets ne pourra être inférieure à 1 mètre.

La hauteur et le débouché du viaduc seront déterminés dans chaque cas particulier, par l'administration, suivant les circonstances locales.

Dans tous les cas où l'administration le jugera utile, il pourra être accolé aux ponts établis par le concessionnaire pour le service du chemin de fer, une voie charretière ou une passerelle pour piétons. L'excédant de dépense qui en résultera sera supporté, suivant les cas, par l'État, le département ou les communes intéressées, d'après l'évaluation contradictoire qui sera faite par les ingénieurs ou les agents désignés par l'autorité compétente et par les ingénieurs de la Compagnie.

ARTICLE 16.

Souterrains. — Les souterrains à établir pour le passage du chemin de fer auront au moins (même largeur qu'à l'article 12) de largeur entre les pieds-droits au niveau des rails pour les chemins à une voie, et (même largeur qu'à l'article 12) de largeur pour les lignes ou sections à deux voies. Cette largeur régnera jusqu'à deux mètres (2m,00) au moins au-dessus du niveau du rail. Des garages seront établis à cinquante mètres (50m,00) de distance de chaque côté, et seront disposés en quinconce d'un côté à l'autre.

La hauteur sous clef, au-dessus de la surface des rails sera de (cette hauteur sera égale à la hauteur maximum du gabarit du matériel roulant, augmentée d'un intervalle libre, nécessaire pour l'aérage, d'au moins un mètre vingt centimètres (1m,20) pour une ou pour deux voies). La distance verticale qui sera ménagée entre l'intrados et le dessus des rails, pour le passage des trains, dans une largeur égale à celle qui est occupée par les caisses des voitures, ne sera pas inférieure à (même distance verticale qu'à l'article 12).

L'ouverture des puits d'aérage et de construction des souterrains sera entourée d'une margelle en maçonnerie de deux mètres (2m,00) de hauteur. Cette ouverture ne pourra être établie sur aucune voie publique.

ARTICLE 17.

Maintien des communications. — Mêmes dispositions qu'à l'article 17 du cahier des charges relatif aux chemins de fer d'intérêt général.

ARTICLE 18.

Exécution des travaux. — Mêmes dispositions qu'à l'article 18 du cahier des charges relatif aux chemins de fer d'intérêt général.

CHEMINS DE FER A VOIE ÉTROITE

484. Enfin, en ce qui concerne plus spécialement les *chemins de fer à voie étroite*, une circulaire ministérielle du 12 janvier 1888, prescrit une voie de *un mètre entre les bords intérieurs des rails*, à l'exclusion de toute autre, pour les chemins de fer d'intérêt local et tramways à vapeur à voie étroite, afin d'approprier toutes ces lignes à la circulation d'un même matériel. Cette largeur est, du reste, celle qui est déjà réalisée sur la presque totalité des lignes existantes.

Cahier des charges annexé à la loi du 8 juin 1888 déclarant d'utilité publique l'établissement dans le département de Maine-et-Loire, d'un chemin de fer d'intérêt local, à voie de 1 mètre d'Angers à Noyant. (*Extrait.*)

485. Nous donnons cet extrait pour

fixer les idées sur la hauteur du matériel roulant des voies de 1 mètre, cette dimension restant indéterminée d'après l'article 7 du cahier des charges type.

ARTICLE 7.

La largeur de la voie entre les bords intérieurs des rails devra être de 1 mètre.

La largeur des locomotives et des caisses des véhicules, ainsi que leur chargement, ne dépassera pas 2 mètres, et la largeur du matériel roulant, y compris toutes saillies, notamment celle des marche-pieds latéraux, restera inférieure à 2 mètres; la hauteur du matériel roulant au-dessus des rails sera au plus de 3 mètres.

Dans les parties à deux voies, la largeur de l'entre-voie, mesurée entre les bords extérieurs des rails, sera de $1^m,50$.

La largeur des accotements, c'est-à-dire des parties comprises de chaque côté entre le bord extérieur du rail et l'arête supérieure du ballast, sera de $0^m,50$.

L'épaisseur de la couche de ballast, sera d'au moins $0^m,35$, et l'on ménagera au pied de chaque talus du ballast, une banquette de largeur telle que l'arête de cette banquette se trouve à $0^m,90$ au moins de la verticale de la partie la plus saillante du matériel roulant.

§ V. — *OUVERTURE ET HAUTEUR DES PONTS PLACÉS SUR LES RIVIÈRES ET CANAUX DE NAVIGATION*

I. — Sur les rivières.

a. — *Aqueducs et ponceaux.*

486. L'ouverture d'un aqueduc ou d'un ponceau donnant passage aux eaux d'un ravin, résulte de la détermination de son débouché. Nous n'avons rien de plus à dire à ce sujet. On trouvera tous les renseignements concernant la détermination du débouché de ces petits ouvrages aux numéros 270, 275 à 278, 309 et 312.

On a tout intérêt à réduire le plus possible la section de l'ouvrage. Toutefois il y a un minimum de section car il est nécessaire qu'au moins un enfant puisse s'introduire dans l'aqueduc pour le nettoyer. Ces dimensions minima sont : une largeur de $0^m,60$ et une hauteur de $0^m,80$ à $0^m,90$, selon que l'aqueduc est dallé ou voûté (*fig.* 298).

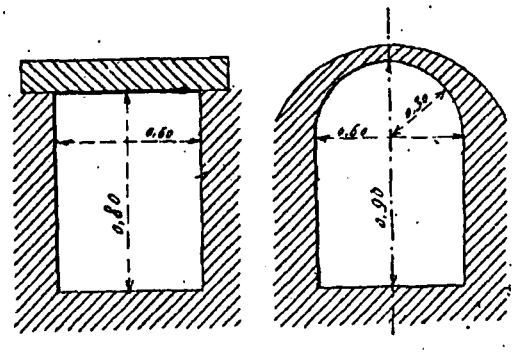


Fig. 298.

Pour les aqueducs dallés on adopte cependant parfois des dimensions beaucoup moindres dans le cas où les dalles, étant peu recouvertes de remblai, peuvent être facilement levées pour le nettoyage de l'aqueduc. D'autre part, autant que possible, on ne va pas au-delà de $0^m,90$ à 1 mètre comme ouverture.

Lorsqu'un aqueduc dallé doit avoir plus de $0^m,90$ à 1 mètre de largeur, on juxtapose deux ou trois aqueducs de $0^m,80$ par exemple, ce qui donne $1^m,60$ ou $2^m,40$ de

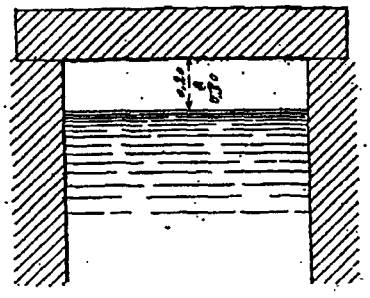


Fig. 299.

largeur totale. On a alors des *dalots doubles* ou *triples*.

Quand le débouché de l'ouvrage a été fixé comme nous l'avons expliqué, il faut encore avoir soin de disposer la section de manière qu'il reste une hauteur libre entre le niveau des plus hautes eaux et le dessous de la voûte ou des dalles.

Dans les aqueducs dallés une hauteur libre de $0^m,20$ à $0^m,30$ est suffisante (*fig.* 299). Dans les aqueducs et ponceaux voûtés, il convient de laisser une hauteur libre de $0^m,50$ à $0^m,60$ entre la clef de la

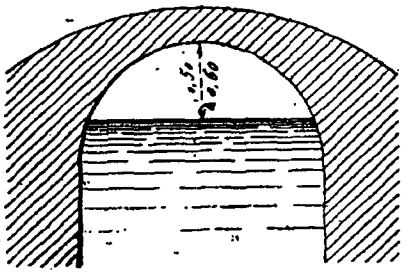


Fig. 300.

voûte et le niveau des hautes eaux (*fig.* 300). Cette dernière hauteur est plus grande que celle relative aux aqueducs dallés parce que les retombées de la voûte, en diminuant le débouché, produisent des remous.

D'autre part, lorsque l'ouvrage est placé sous une route ou un chemin, il faut laisser, entre le dessous de la chaussée et le dessus des dalles ou de la voûte, une épaisseur de terre d'au moins $0^m,15$ à $0^m,20$ qui forme pour ainsi dire matelas s'opposant à l'écrasement et au laminage des matériaux de la chaussée sous l'action des charges roulantes.

La hauteur totale minimum d'un aqueduc ou ponceau, comprise entre le radier et le dessus de la chaussée, se compose donc de la hauteur libre totale de l'ouvrage ($0^m,80$ ou $0^m,90$ au moins), de l'épaisseur de la dalle ou de la voûte à la clef, d'un matelas de terre de $0^m,15$ à $0^m,20$ et enfin de l'épaisseur de la chaussée.

La hauteur totale maximum est limitée par le niveau de la chaussée au-dessus du radier. Dans ce cas il y a lieu d'examiner s'il convient de donner à l'aqueduc ou au ponceau la hauteur strictement nécessaire, en lui laissant une grande longueur à la partie inférieure du remblais, ou bien, s'il est préférable d'augmenter sa hauteur au-dessus de la dimension suffisante, en réduisant sa longueur au minimum Cette question sera étudiée un peu plus loin, quand nous nous occuperons du *choix de la forme générale de l'ouvrage*.

b. — *Ponts à une seule arche.*

487. *Ouverture des ponts à une seule arche.* — L'ouverture d'un pont à une seule arche est déterminée par le débouché que le pont doit présenter. Connaissant le débouché superficiel d'un pont, calculé comme nous l'avons expliqué (chapitre II), et le niveau des plus hautes eaux au-dessus du fond du lit de la rivière, il est facile d'en déduire la distance entre les culées.

Par conséquent, lorsque le pont à une seule arche n'aura à satisfaire qu'à cette seule condition d'offrir à l'écoulement des crues le débouché reconnu nécessaire, son ouverture sera celle qui résulte directement du débouché. C'est le cas des ponts établis sur les rivières non navigables.

Lorsque le pont doit être construit sur une rivière navigable, on peut être quelquefois conduit (mais assez rarement cependant), à augmenter sensiblement l'ouverture qui serait suffisante pour assurer le débouché nécessaire, afin de donner plus de facilité au passage des bateaux, tant que le niveau des plus hautes eaux navigables n'est pas atteint, surtout si la vitesse du courant est grande sous le pont.

En réalité, cette considération n'est que très peu importante aujourd'hui, car l'ouverture d'une arche est toujours bien supérieure à la largeur nécessaire pour le passage d'un bateau.

Une autre cause pour laquelle on augmente parfois l'ouverture qui résulterait du débouché, est la production fréquente sur certaines rivières, de grands amas de glaçons appelés *embacles*. Il ne faut pas que les glaces puissent être arrêtées par le fait du rétrécissement du lit de la rivière à l'endroit du pont, car l'embacle

qui se formerait mettrait en danger la stabilité de l'ouvrage.

Dans certains cas spéciaux, assez rares toutefois, on est donc conduit à augmenter un peu l'ouverture ou débouché linéaire du pont à une seule arche, mais en général cette ouverture résulte simplement de la détermination du débouché superficiel.

L'ouverture minimum d'un pont est tout à fait conventionnelle. Elle est de 4 mètres, si l'on veut, puisque lorsque l'ouvrage a une ouverture inférieure à 4 mètres on convient de le désigner sous le nom de ponceau.

L'ouverture maximum d'un pont à une seule arche ne dépend que de la résistance des matériaux mis en œuvre et des conditions de stabilité de l'ensemble. La plus grande arche en maçonnerie qui ait été construite est celle qui existait autrefois sur l'Adda. Elle avait $72^m,25$ d'ouverture. C'était un arc de cercle de 42 mètres de rayon avec flèche de $20^m,70$, (surbaissement $\frac{1}{3,5}$).

Parmi les ponts du siècle actuel, celui qui présente la plus grande ouverture est celui de Cabin John (aux États-Unis). Il a été construit en 1861 pour donner pas-

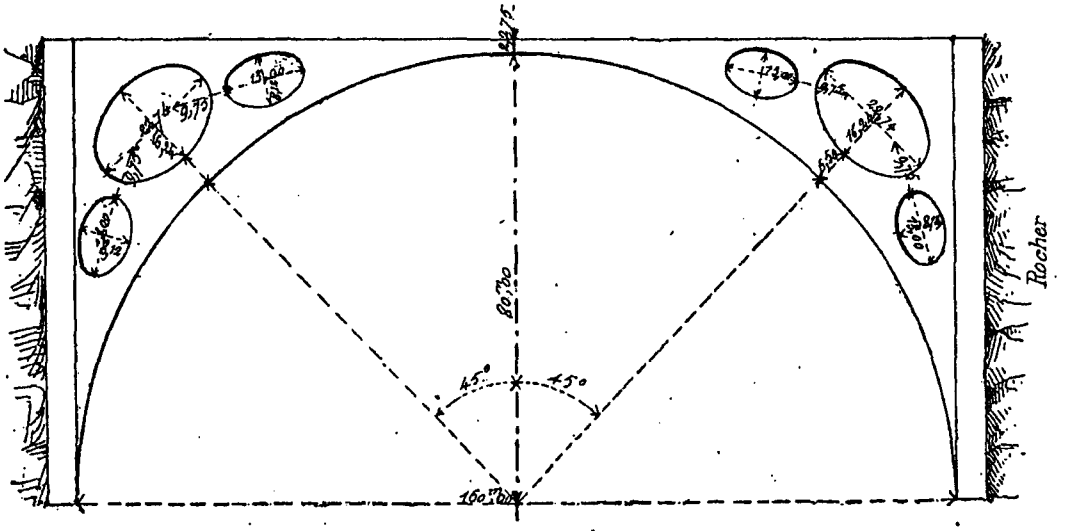


Fig. 301. — Projet de Perronet, pour une arche de 500 pieds (160^m.)

sage à une conduite d'eau. Il présente une arche de 67 mètres d'ouverture dont la courbe d'intrados est encore un arc de cercle de $\frac{1}{3,8}$ de surbaissement. (Voir les Annales des ponts et chaussées de 1863.)

« Une arche de 80 mètres est encore à faire, dit M. Dupuit. A quoi cela tient-il ? Ce n'est pas au besoin qui ne s'en serait pas fait sentir, car on a fait des arches métalliques beaucoup plus grandes. Ainsi, à Paris, le pont d'Arcole, de 80 mètres d'ouverture précisément, a été exécuté en tôle et on peut se demander pourquoi on ne l'a pas fait en pierre. A-t-on reculé devant une difficulté considérée comme insurmontable ? Ou bien, y avait-il un parti pris d'adopter le métal de préférence à la pierre ? C'est une question que nous ne pouvons résoudre. » Constatons pour le moment que Perronet ne mettait pas en doute la possibilité de construire un plein-cintre de 160 mètres d'ouverture et, par conséquent, bien moins encore un arc de 80 mètres qui ne serait qu'une fraction du plein-cintre. »

M. Dupuit examine ensuite la solution proposée par Perronet (*fig.* 301) et il ajoute : « Nous ne croyons pas que le projet de Perronet eût réussi s'il avait été exécuté avec les dimensions qu'il donne à ses diverses parties... » Puis : « Il ne

faudrait pas conclure que le projet lui-même, rédigé sur des bases plus conformes à une saine théorie. serait inexécutable. Nous indiquons dans la figure 301 le projet de Perronet et dans la figure 302, les modifications qu'il nous paraît indispensable de lui faire subir. »

Sans doute, il serait possible de construire des ponts en maçonnerie ayant une ouverture de 80 mètres, mais sauf dans quelques cas très rares où une seule et grande arche est imposée, aurait-on un avantage quelconque à construire d'aussi grands ponts ? Non, certainement, car les grandes arches exigent des matériaux très résistants, une construction beaucoup plus soignée et, de plus, le prix de l'arche croît dans une proportion plus rapide que l'ouverture. Il en résulte que lorsque le débouché linéaire nécessaire dépasse certaines limites il y a avantage à faire un pont à plusieurs arches de dimensions moyennes plutôt qu'une seule arche de grande ouverture. — Nous reviendrons du reste sur cette question quand nous nous occuperons du choix de la forme générale de l'ouvrage.

En pratique, quoique la possibilité de la construction de très grandes arches soit parfaitement démontrée, on ne dépasse pas *généralement* une ouverture moyenne de 20 mètres, économique de construction et exigeant moins de soins que les grandes voûtes. Au-delà de cette ouverture on fait des ponts à plusieurs arches, à moins que d'autres considérations conduisent à de plus grandes ouvertures, comme, par exemple, lorsque l'établissement de piles sur un mauvais terrain de fondation serait difficile et trop coûteux. On fait alors des arches ayant 25,30, 40 mètres d'ouverture. Ce n'est qu'exceptionnellement qu'on dépasse cette dernière.

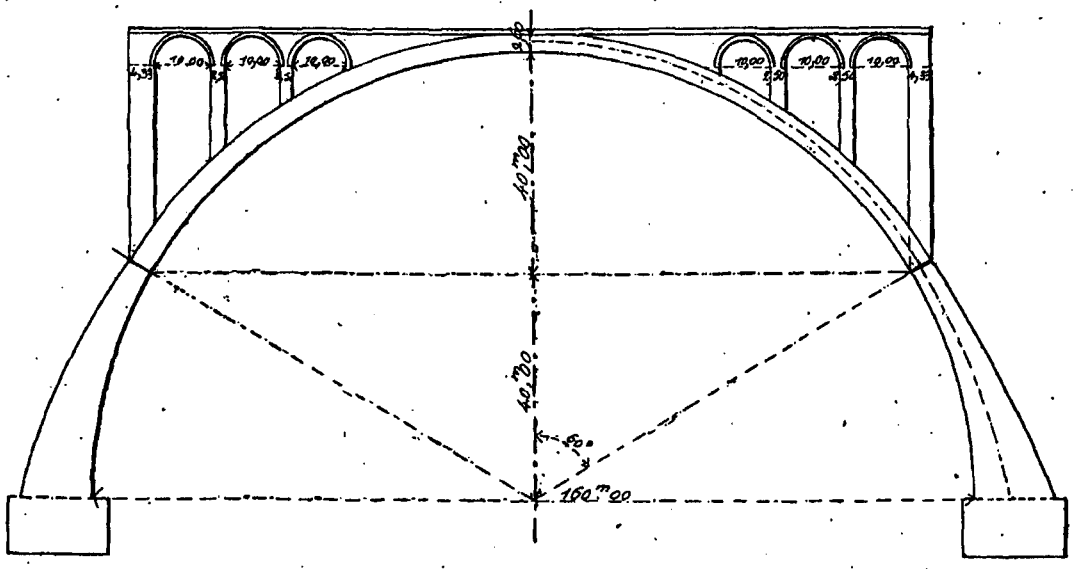


Fig. 302. — Projet modifié, d'après la nouvelle théorie, par M. Dupuit.

488. *Hauteur des ponts à une seule arche.* — La *hauteur minimum* d'une arche doit satisfaire à plusieurs conditions. Elle doit d'abord être telle que pendant les plus fortes crues, il reste entre le niveau du courant et le cerveau de la voûte un espace suffisant pour le passage libre des arbres ou autres épaves de toutes natures entraînés par les eaux. Cet espace est, au minimum, de 1 mètre, d'après Gauthey, et de 2 mètres, d'après Dupuit.

D'après M. Croizette-Desnoyers, il convient de réserver entre le niveau des plus fortes crues et l'intrados de la clef une hauteur de 3 mètres sur les rivières à courant rapide, ou dont le volume d'eau est assez considérable pour prendre une agitation marquée sous l'action du vent,

ou enfin qui sont exposées à charrier des corps flottants d'un volume considérable; cette hauteur peut être réduite à 2 mètres sur les rivières à faible pente, où la vitesse est faible ; enfin on peut à la rigueur la limiter à 1 mètre sur les très petits cours d'eau, lorsqu'ils ne sont pas exposés à recevoir des bois entraînés par les crues. Il ne serait pas prudent de descendre au-dessous de cette dernière limite, qui doit être considérée comme un minimum, quelle que soit la forme adoptée pour les ouvertures d'un pont. De plus, on doit même éviter d'aller jusqu'à cette limite quand on n'a pas de données certaines sur le niveau des plus fortes crues.

Sur les rivières à faible pente, où la vitesse est faible, la hauteur de 2 mètres est peut-être excessive. Ainsi à Paris, où le niveau de la plus grande crue connue a été de $8^m,80$ au-dessus de l'étiage, l'administration exige une hauteur libre sous clef de 45 centimètres seulement, ce qui porte la hauteur du sommet de l'intrados de la voûte à $9^m,25$ au-dessus de l'étiage. Il faut dire cependant que cette petite hauteur libre est presque imposée par le niveau des quais et la nécessité de ne pas donner aux abords des déclivités trop fortes qui rendraient la circulation des voitures difficile. Et, quand on ne se trouve pas dans des conditions particulières analogues à celles qui se rencontrent pour la traversée de la Seine à Paris, il est prudent de considérer la hauteur de 1 mètre comme un minimum.

Quand la rivière, sur laquelle le pont doit être construit, est navigable, une condition très importante à remplir est celle qui est relative aux besoins de la navigation. Il faut évidemment que, jusqu'au moment où le niveau des plus hautes eaux navigables va être atteint, les bateaux ayant les plus grandes dimensions usuelles puissent facilement passer sous le pont.

On a vu qu'en ce qui concerne cette hauteur libre de l'arche au-dessus des plus hautes eaux navigables, et d'après la circulaire ministérielle du 30 mai 1879, (n° 476), il n'y a aucune règle générale à adopter, applicable à toutes les rivières navigables, attendu qu'il y a, sur ces voies, des variations considérables dans le type des bateaux en usage. Dans chaque cas la hauteur libre à adopter doit faire l'objet de propositions spéciales motivées, et cette hauteur est définitivement arrêtée dans la conférence avec les ingénieurs de la navigation.

Sur la Seine, dans l'espace libre à réserver au-dessus des plus hautes eaux navigables, on doit pouvoir inscrire un rectangle de 6 mètres de largeur et de 4 mètres de hauteur. . .

Ajoutons qu'il est assez rare que ce soient les conditions relatives aux besoins de la navigation qui fixent la hauteur libre sous les ponts, car celles qui sont relatives au passage des corps flottants pendant les plus fortes crues exigent presque toujours une hauteur libre supérieure à la précédente.

Quant à la *hauteur maximum* de l'arche, elle dépend de la hauteur des abords. Si le pont n'a qu'une seule arche, cette hauteur est égale à la hauteur maximum des remblais formant les levées d'accès (15 à 16 mètres). Au-delà de cette hauteur, les remblais devraient être remplacés par un certain nombre d'arches formant viaduc.

c. — *Ponts à plusieurs arches.*

489. *Ouverture des arches.* — Lorsque, en raison de la grandeur du débouché linéaire reconnu nécessaire, le pont doit avoir plusieurs arches, il y a à rechercher les solutions les plus satisfaisantes des problèmes suivants : Quelle est l'ouverture la plus convenable à adopter pour les arches ? Fera-t-on les arches égales ou inégales ? Comment devra-t-on les répartir sur la longueur de l'ouvrage ?

Et d'abord, *quelle est l'ouverture la plus convenable à adopter pour les arches ?*

Fera-t-on de petites ou de grandes arches ?

On est généralement convenu de considérer comme *petites* les ouvertures inférieures à 10 mètres, comme *moyennes* celles de 10 à 25 mètres, comme *grandes* celles de de 26 à 39 mètres, et enfin comme *exceptionnelles* celles qui ont 40 mètres et au delà.

D'une manière générale, les petites

arches conviennent surtout aux rivières tranquilles dont les eaux ont une faible vitesse et ne s'élèvent pas à une grande hauteur.

Les grandes arches doivent être préférées aux petites sur les grandes rivières, surtout si ces rivières sont sujettes à de grandes crues ou à des débacles. Les piles trop rapprochées des petites arches arrêteraient en effet les corps flottants et les glaçons, d'où résulteraient des *embacles* dangereuses. On doit s'attacher, autant que possible, à ne pas faire les arches plus étroites que celles qui existent en amont.

Les grandes arches conviennent aussi aux ponts à construire sur les torrents, où il est généralement difficile d'établir des fondations et où les eaux entraînent souvent des rochers ou des arbres qui peuvent dégrader les piles et les naissances des arches. Il y a alors intérêt à diminuer le plus possible le nombre des points d'appui intermédiaires.

D'autre part, si la rivière est navigable, on donnera aux arches une ouverture d'autant plus considérable que la vitesse de l'eau est plus grande, afin d'éviter les accidents pouvant résulter du choc des bateaux contre les piles. Dans ce cas, si le débouché linéaire est moindre que 25 mètres, on ne fait qu'une seule arche. On peut aussi ne faire qu'une seule arche pour de plus grands débouchés, mais les grandes arches étant plus coûteuses, que les moyennes, il y a alors avantage, en général, à employer plusieurs arches.

Les considérations les plus importantes desquelles résulte l'ouverture à adopter pour les arches d'un pont sont celles relatives à la nature du sol de fondation, à la nature et à la qualité des matériaux de construction dont on dispose, et à la dépense minimum à réaliser.

En ce qui concerne la nature du sol de fondation, il est évident que si les fondations devaient être difficiles et coûteuses on devrait restreindre le plus possible le nombre des piles et augmenter, par conséquent, l'ouverture des arches. Les petites et moyennes arches ne conviennent donc que là où les fondations sont très faciles et d'un prix peu élevé.

D'après M. Debeauve, dès que les fondations deviennent coûteuses et descendent à 4 ou 5 mètres au-dessous de l'étiage, il convient de recourir à des arches de plus grande ouverture, 25 mètres par exemple. Lorsque les fondations descendent à 6 ou 8 mètres au-dessous de l'étiage, il y a en général avantage à adopter des ouvertures de 30 à 35 mètres. Enfin, lorsqu'il faut descendre plus profondément encore, lorsqu'il faut par exemple recourir à des fondations tubulaires, on cherche à augmenter l'ouverture par tous les moyens possibles et en général on a recours aux larges travées métalliques.

D'un autre côté, l'ouverture des arches est limitée par la nature et la qualité des matériaux dont on dispose. Il faudra, pour les grandes arches, s'assurer que ces matériaux sont assez résistants pour se comporter convenablement sous l'action des efforts qui s'exerceront sur eux. Ils devront en outre se prêter à une exécution plus soignée et on devra faire emploi de cintres plus solides.

Enfin, en ce qui concerne la dépense minimum à réaliser pour la construction de l'ouvrage, on verra plus loin qu'à partir de certaines limites, le prix par mètre linéaire des arches en maçonnerie augmente dans une proportion plus grande que l'ouverture. Ces limites varient du reste avec la hauteur de l'ouvrage et aussi avec sa largeur entre les têtes. Et comme le nombre des piles diminue en même temps que la dimension des ouvertures augmente, le prix de revient se trouve influencé en sens contraire par ces deux éléments. Par conséquent, pour être parfaitement fixé sur la meilleure solution à adopter, suivant les circonstances dans lesquelles on se trouve placé, on sera généralement conduit à étudier plusieurs projets comparatifs, pour en déduire celui qui, tout en remplissant les autres conditions, offrira le minimum de dépense. Cette question sera étudiée quand nous nous occuperons du choix de la forme générale de l'ouvrage.

490. Fera-t-on les arches égales ou inégales? Combien en faudra-t-il? Com-

ment devra-t-on les répartir sur la longueur de l'ouvrage?

Ces diverses questions trouveront aussi leur solution dans le chapitre relatif au *choix de la forme générale de l'ouvrage*. Quant à présent nous ne pouvons qu'y renvoyer le lecteur.

491. *Hauteur des ponts à plusieurs arches.* — Ce que nous avons dit au numéro 480 pour les ponts à une seule arche, s'applique entièrement aux ponts à plusieurs arches.

Cependant, lorsque le pont doit être construit sur une rivière navigable, la hauteur minimum à réserver pour le passage des bateaux ne peut être exigée que pour les arches marinières. Nous reviendrons également sur cette question quand nous traiterons du choix de la forme générale de l'ouvrage.

II. — Sur les canaux de navigation.

492. *Ouverture des ponts à établir au-dessus des canaux de navigation.* — Le profil transversal des canaux de navigation étant plus exactement défini que celui d'une rivière, l'ouverture des ponts à construire sur ces voies navigables se trouve plus rigoureusement fixée.

Lorsqu'un chemin doit passer au-dessus d'un canal et que la traversée naturelle se ferait à proximité d'une écluse, il est évident que le chemin doit, autant que possible, être dévié pour que le passage vienne se faire au-dessus de l'écluse elle-même, car alors les bajoyers de celle-ci pouvant être utilisés comme fondation et supports de l'arche du pont, il résulte forcément de cette disposition une importante économie.

De plus, quand cette déviation du chemin est possible, la position du pont sur l'écluse n'est pas indifférente. La position la plus avantageuse sera celle qui correspond à la tête aval de l'écluse, parce que c'est en ce point que la hauteur libre laissée au passage des bateaux sera la plus considérable, puisque en cet endroit les eaux sont au niveau du bief d'aval.

La position la plus favorable pour la traversée en dessus d'un canal sera donc la tête aval de l'écluse. Les supports de l'arche seront formés par les murs de fuite d'aval. Nous ne dirons rien de plus pour le moment en ce qui concerne les abords et la disposition d'un pont au-dessus d'un canal ; nous y reviendrons quand nous étudierons les *abords des ponts*. Nous n'avons à nous occuper ici que de l'ouverture et de la hauteur à donner à ces ponts.

Soit qu'on ne puisse dévier le chemin pour le faire passer sur une écluse, soit qu'il s'agisse de la traversée d'une voie ferrée ou d'un autre canal qui offre beau-

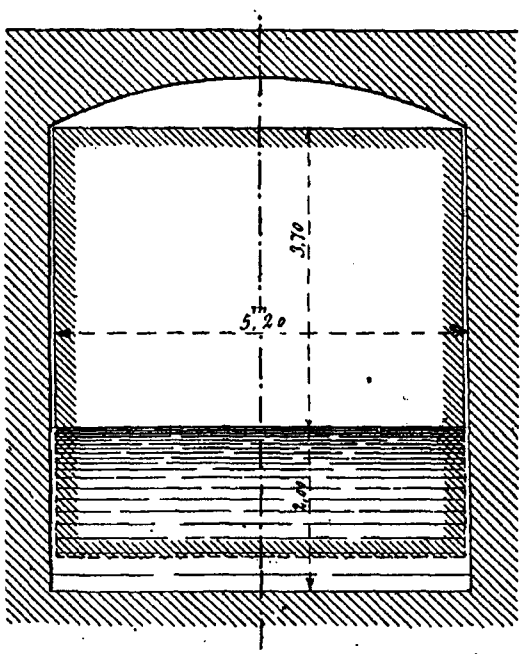


Fig. 303.

coup moins d'élasticité dans le tracé, il arrive souvent que le pont doit être construit sur le canal en un point où celui-ci a son profil courant. Mais dans ce cas, on ne donne pas au pont l'ouverture qui serait nécessaire au passage du profil courant du canal. La largeur de ce profil peut être réduite à l'emplacement du pont et on se contente de lui donner une largeur égale à celle des écluses..

C'est donc la largeur de l'écluse qui, dans tous les cas, servira de base à la détermination de l'ouverture du pont.

Si on se reporte aux extraits des cahiers des charges (nos 474, 475), à la circulaire ministérielle du 30 mai 1879 (n° 476) et aux rapports des délégués du ministère des travaux publics au congrès international de navigation intérieure tenu à Vienne en 1886 (n° 477), on en tire les conclusions suivantes :

L'ouverture d'un pont au-dessus d'un canal ne peut pas être inférieure à la largeur d'une écluse. Elle est donc au minimum de 5m,20 (*fig.* 303), lorsque le pont est placé sur une écluse.

Les bateaux en usage sur le canal de la Marne au Rhin ont 5m,10 de largeur. En laissant 0m,20 de jeu de chaque côté, on arrive à une largeur de 5m,50. C'est en effet l'ouverture qui a été adoptée pour les ponts isolés, établis sur ce canal.

Si nous admettons que les bateaux les plus larges aient 5m,20, en comptant un jeu minimum de 0m,20 de chaque côté, nous arrivons à une ouverture de 5m,20 + 0,40 = 5m,60, qui peut être considérée comme l'ouverture minimum d'un pont à construire sur un canal, lorsque la traversée ne se fait pas sur une écluse.

Avec cette ouverture de pont, réduite à son minimum, les chevaux ne peuvent

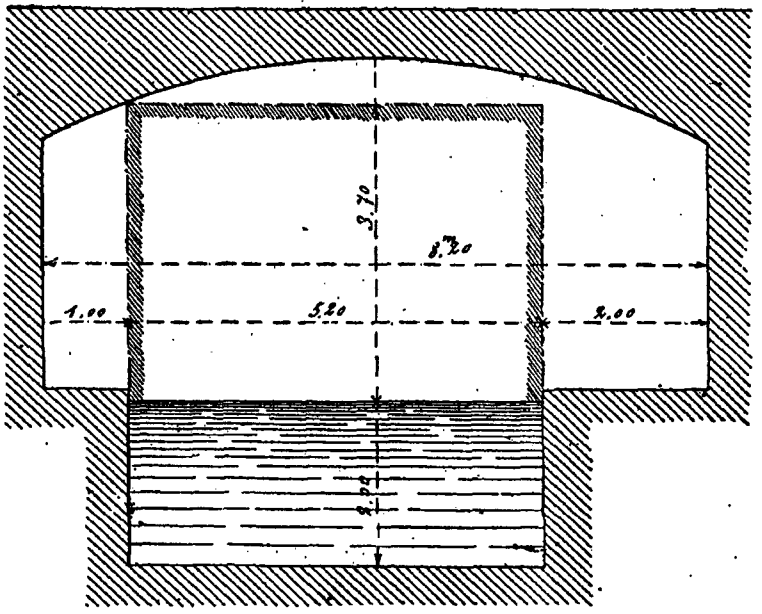


Fig. 304.

passer. On est obligé de les dételer. C'est un grave inconvénient qu'il faut éviter quand cela est possible. On laisse alors un chemin de halage d'un côté, et un chemin de contre-halage ou marchepied de l'autre côté. En voie courante, le premier de ces chemins a ordinairement 4 mètres de largeur et le deuxième 1m,50.

Mais au passage rétréci du canal sous un pont isolé ces largeurs peuvent être réduites à 2m,00 ou 2m,50 pour le chemin de halage et à 1 mètre pour le marchepied.

L'ouverture minimum du pont est ainsi de 8m,20 (*fig.* 304).

493. *Hauteur libre à ménager entre le plan d'eau normal du canal et le dessous des ponts.* — La circulaire ministérielle du 30 mai 1879 fixe cette hauteur à 3m,70 au moins, dans toute la largeur du plafond du canal. La courbe d'intrados de la voûte du pont doit donc être tracée de manière qu'on puisse y inscrire un rectangle ayant, comme largeur, celle du plafond du canal et comme hauteur, 3m,70 mesurée à partir du plan d'eau normal.

§ VI. — OUVERTURE ET HAUTEUR DES PONTS PLACÉS SUR LES ROUTES ET CHEMINS

494. *Ouverture.* — On a vu (nos 479 à 482) quelles sont les dimensions qu'on donne au profil transversal des routes et chemins.

Un pont à construire sur l'une de ces voies doit évidemment avoir comme ouverture une largeur égale à la somme des largeurs de la chaussée et des trottoirs.

D'après l'article 11 des cahiers des charges relatifs aux chemins de fer d'intérêt général et d'intérêt local, lorsque le chemin de fer devra passer au-dessus d'une route nationale ou départementale, ou d'un chemin vicinal, l'ouverture d'un passage inférieur est fixée par le ministre des travaux publics ou le préfet, suivant les cas, en tenant compte des circonstances locales; mais cette ouverture ne peut, dans aucun cas, être inférieure à 8 mètres pour la route nationale, à 7 mètres pour la route départementale, à 5 mètres pour un chemin vicinal de grande communication ou d'intérêt commun, et à 4 mètres pour un chemin vicinal ordinaire.

Lorsque au lieu d'un chemin de fer, c'est une autre route ou un canal qui doit passer au-dessus de la route ou du chemin, on peut s'en tenir à ces dimensions minima, à moins que l'administration exige des dimensions plus fortes.

495. *Hauteur.* — D'après le même article 11, la hauteur sous clef, à partir du sol de la route, doit être de 5 mètres au moins pour les ponts voûtés en maçonnerie ou pour les ponts cintrés en métal, et de 4m,30 au moins sous poutre, lorsque le pont est formé de poutres horizontales en bois ou en fer.

§ VII. — OUVERTURE ET HAUTEUR DES PONTS PLACÉS SUR LES VOIES FERRÉES

I. — Simple voie large.

496. *Profil transversal de la voie.* — D'après le cahier des charges des *chemins de fer d'intérêt général* (n° 482) la largeur de la voie entre les bords intérieurs des rails doit être de 1m,44 à 1m,45; la largeur des accotements, c'est-à-dire des parties comprises de chaque côté entre le bord extérieur du rail et l'arête supérieure du ballast, doit être de 1 mètre au moins (Article 7).

Si, à ces prescriptions du cahier des charges nous ajoutons que la largeur du champignon des rails est ordinairement de 5 à 6 centimètres, soit 6 centimètres par exemple, on voit que la distance des rails, d'axe en axe, sera de

$$1{,}45 + 0\ 06 = 1^m{,}51$$

et que la largeur de l'accotement, comptée à partir des rails sera de

$$1{,}00 + 0{,}03 = 1^m{,}03.$$

Il en résulte que la largeur de la couche de ballast, mesurée entre les arêtes supérieures, est (*fig.* 305) de

$$2 \times 1{,}03 + 1{,}51 = 3^m{,}57.$$

Cette largeur n'est pas absolue, car la largeur de la voie entre bords intérieurs des rails peut être comprise entre 1m,44 et 1m,45 et la largeur du champignon du rail peut être différente de celle que nous avons admise ci-dessus.

Ainsi, par exemple, le champignon des rails Vignole, 30 kilogs acier du chemin de fer du Nord, n'a que 0m,056 de largeur (largeur de la voie d'axe en axe des rails:

$$1{,}450 + 0{,}056 = 1^m{,}506).$$

Mais la différence dans la largeur totale ne peut être que de quelques millimètres, et nous admettons la largeur $3^m,57$ comme dimension normale.

La couche de ballast a ordinairement une épaisseur de $0^m,50$ mesurée entre le niveau supérieur des rails et celui de la plate-forme des terrassements. Ce ballast est formé de pierres cassées, de sable ou de toute autre matière qui prend en général son talus suivant une pente de 1 de base pour 1 de hauteur. Mais comme la plateforme des terrassements est réglée avec une légère pente vers l'extérieur pour faciliter l'écoulement des eaux pluviales, l'empatement des talus du ballast

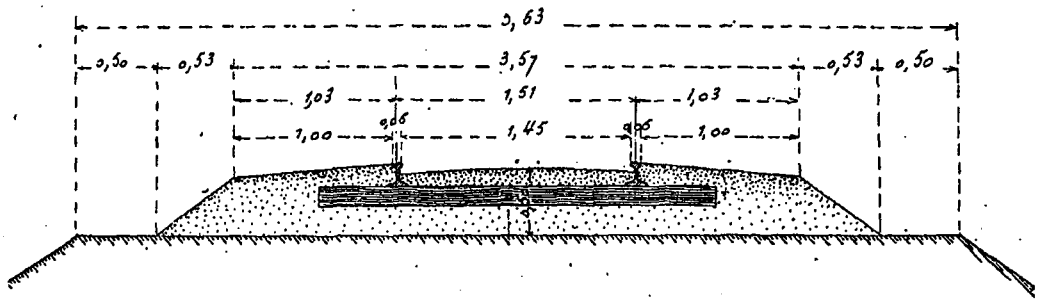


Fig. 305.

est un peu supérieur à $0^m,50$. Comptons $0^m,53$, ce qui fait pour les deux $1^m,06$.

En outre, d'après le même article 7 du cahier des charges, on doit ménager au pied de chaque talus du ballast, une banquette de $0^m,50$ de largeur. Elle est des-

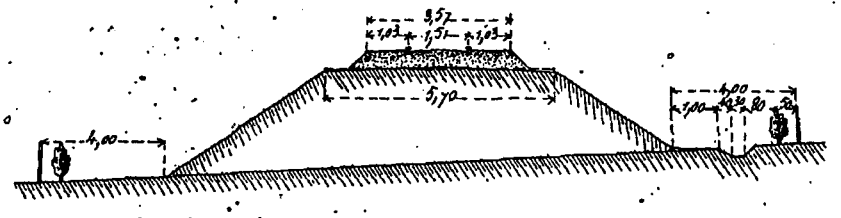


Fig. 306. — Remblai.

tinée à la circulation des agents le long de la voie.

Par conséquent, la largeur totale au niveau de la plate-forme des terrassements en remblais est égale à :

Largeur au niveau des rails. .	$3^m,57$
Deux talus du ballast. . . .	$1^m,06$
Deux banquettes	$1^m,00$
Total.	$5^m,63$
Soit	$5^m,70$

Nous devons faire remarquer que nous avons admis pour le ballast un talus de $^1/_1$, ce qui est beaucoup, attendu que l'inclinaison d'éboulement des matières composant le ballast est ordinairement plus faible. Pour une épaisseur de ballast de $0^m,50$, il y a donc lieu de compter sur

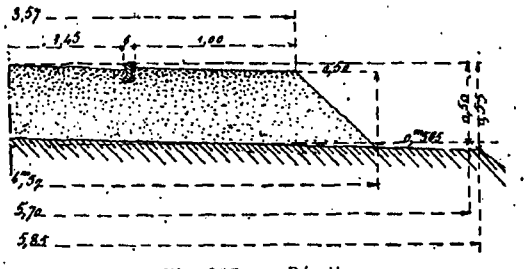


Fig. 307. — Détails.

plus de $0^m,53$ d'empatement. On admet généralement $0^m,65$.

Dans les profils types (*fig.* 306 à 309), extraits du cours de M. l'ingénieur en chef Sévène à l'École des Ponts et chaussées, on voit que cet empatement est égal à 0m,50 et que la largeur de la banquette est de 0m,565.

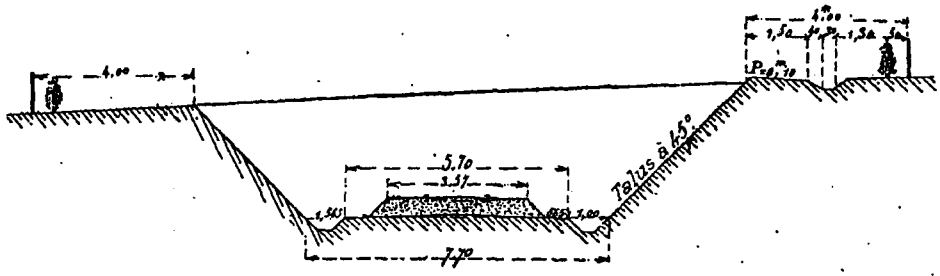


Fig. 308. — Déblai dans les tranchées ordinaires.

Lorsque la voie passe dans une profonde tranchée ou dans une tranchée en rocher, il y a avantage à diminuer le cube des déblais en soutenant la couche de ballast au moyen de deux petites murettes. La largeur de la plate-forme se trouve alors modifiée comme on le voit dans les profils types (*fig.* 310 à 313).

En déblai, la largeur au niveau de la plate-forme s'augmente de la largeur des fossés. Un fossé a ordinairement 1 mètre de largeur se décomposant ainsi : 0m,33 au plafond et 0m,33 pour chaque talus. La largeur totale est alors de 7m,70 dans les

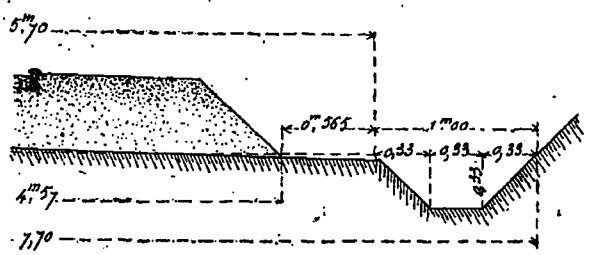


Fig. 309. — Détails.

tranchées ordinaires (*fig.* 308 et 309), de 7m,17 dans les tranchées profondes (*fig.* 310 et 311) et de 6m,17 dans les tranchées en rocher (*fig.* 312 et 313). Dans ces derniers profils, la largeur du fossé est toujours 0m33 au plafond, mais le talus pouvant être beaucoup plus raide, la largeur au niveau de la plate-forme est réduite à 0m,50.

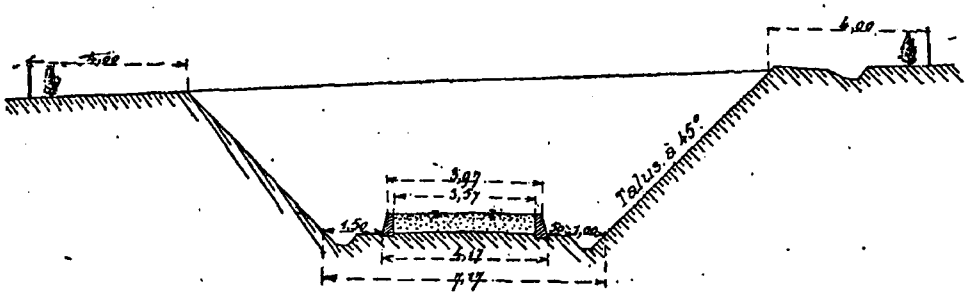


Fig. 310. — Déblai dans les tranchées profondes.

Les profils types (*fig.* 314 à 316) donnent toujours 3m, 57 de largeur au niveau des rails, mais les empatements des talus du ballast sont de 0m,68 et la largeur de la banquette est de 0m,535, ce qui donne

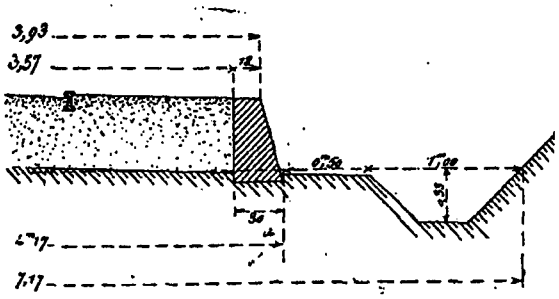


Fig. 311. — Détails.

comme largeur totale de la plate-forme : 6 mètres.

Il faut ajouter à cette largeur celle des fossés pour les profils en déblai.

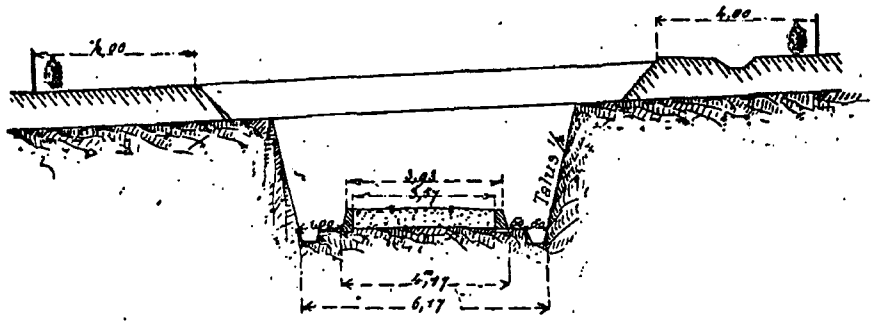


Fig. 312. — Déblai dans les tranchées en rocher.

Les largeurs que nous venons d'indiquer sont celles qui sont le plus fréquemment

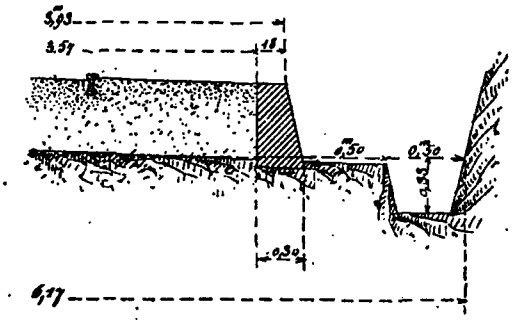


Fig. 3 3. -- Détails.

employées. On peut les modifier cependant suivant les circonstances. Les largeurs auxquelles on peut toucher sont : la largeur du champignon des rails, l'empatement des talus du ballast, la largeur des fossés. Quant aux autres largeurs, on peut aussi les modifier, mais seulement pour les augmenter, leurs minima étant rigoureusement fixés par les cahiers des charges.

497. Si nous nous reportons au cahier des charges relatif aux *chemins de fer d'intérêt local* (n° 483), article 7, nous voyons que les largeurs sont fixées un peu autrement.

La largeur de la voie large est toujours de 1m,44 entre bords intérieurs des rails, (*fig.* 317), mais la largeur des accotements est basée sur celle du matériel roulant : la largeur des accotements doit être calculée de façon que l'arête supé-

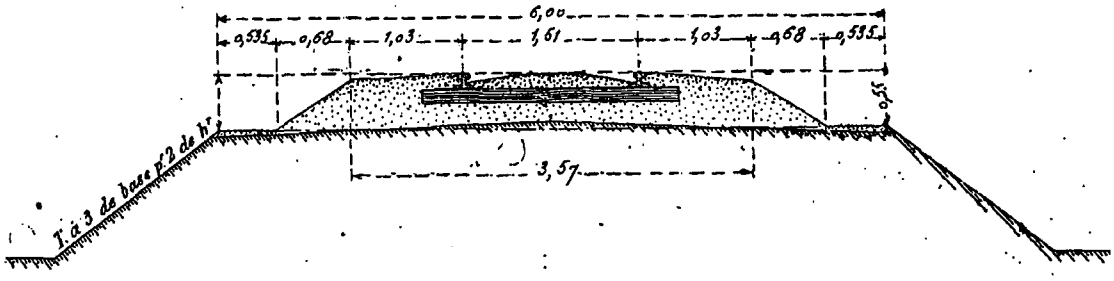


Fig. 314. — Profil en remblai.

rieure du ballast se trouve sur la verticale de la partie la plus saillante du matériel roulant.

Or, d'après le même article 7, la largeur maximum du matériel roulant, y compris toutes saillies, notamment celle des marchepieds latéraux, doit rester inférieure à 3m,10 pour la voie de 1m,44.

Par conséquent la largeur totale au niveau des rails, comprise entre les arêtes

supérieures du ballast, sera au maximum de 3m,10 pour les chemins de fer d'intérêt local. Cette largeur peut encore être réduite si celle du matériel roulant est inférieure à 3m,10.

Le même article fixe à 0m,35 l'épaisseur minimum de la couche de ballast, ce qui donne 0m,40 environ pour l'empatement du talus.

Enfin, la banquette à réserver au pied

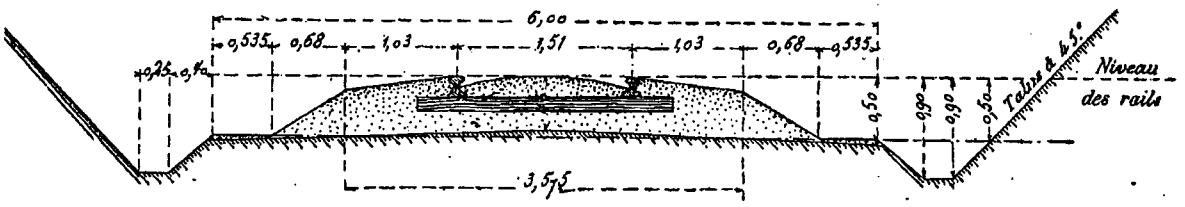


Fig. 315. — Profil en déblai pour une tranchée de moins de 2m,50 de profondeur.

de chaque talus doit avoir une largeur telle que l'arête de cette banquette se trouve à 0m,90 au moins de la verticale de la partie la plus saillante du matériel roulant, ce qui donne 0m,50 de largeur pour la banquette si on admet un empat-

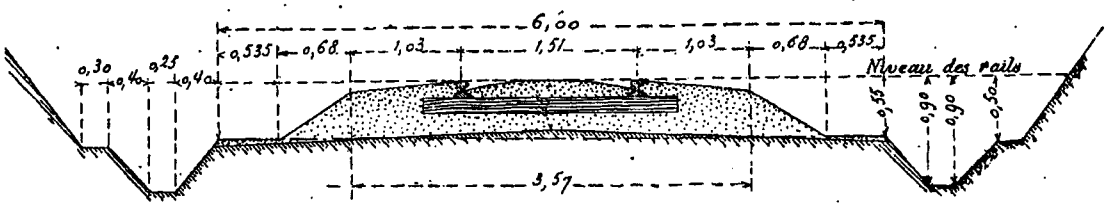


Fig. 316. — Profil en déblai pour une tranchée de plus de 2m,50 de profondeur.

tement de 0m,40 pour le talus du ballast.

Quant aux dimensions des fossés à établir le long des voies en tranchée, elles sont déterminées par le préfet, suivant les circonstances locales, sur les propositions du concessionnaire du chemin de fer.

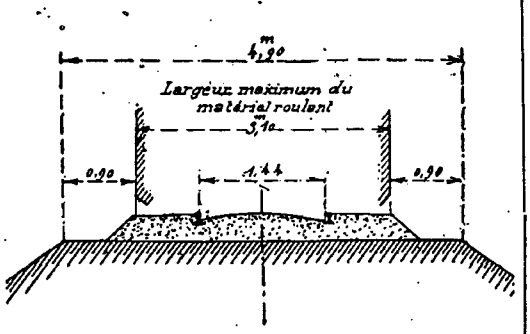


Fig. 317. — Profil transversal des chemins de fer d'intérêt local.

En admettant la largeur maximum de 3m,10 pour le matériel roulant, y compris toutes saillies, la largeur de la plate-forme des terrassements en remblai, doit donc être, d'après le cahier des charges : $3{,}10 + 2 \times 0{,}90 = 4^m{,}90$. En déblai, cette

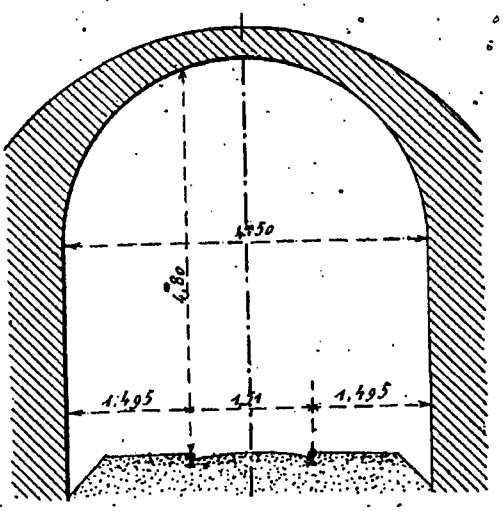


Fig. 318.

largeur s'augmente de celle des fossés latéraux.

498. *Ouverture des passages supérieurs.* — Pour les chemins de fer d'intérêt général, le cahier des charges porte (article 12) que : l'ouverture du pont entre les culées, sera au moins de $4^m,50$, pour les lignes ou sections pour lesquelles la compagnie est autorisée à n'exécuter les ouvrages d'art que pour une seule voie.

La largeur de la voie étant de $1^m,51$ environ d'axe en axe des rails (*fig.* 318), il restera, par conséquent, entre les rails et les culées une largeur libre de :

$$\frac{4,50 - 1,51}{2} = 1^m,495.$$

Pour les chemins de fer d'intérêt local à large voie, l'article 12 du cahier des charges (n° 483) fixe l'ouverture du pont de la manière suivante : l'ouverture du pont entre culées sera telle qu'il y ait un intervalle de $0^m,70$ au moins entre les culées et les parties les plus saillantes du matériel roulant ; cette largeur règnera jusqu'à 2 mètres au moins au-dessus du niveau des rails.

En admettant comme largeur du matériel roulant, y compris toutes saillies, la largeur maximum de $3^m,10$ fixée par l'article 7 du même cahier des charges, l'ouverture du passage supérieur devrait être, dans ce cas de $3,10 + 2 \times 0,70 = 4^m,50$, c'est-à-dire la même largeur que précédemment.

Il faut remarquer que cette largeur de $4^m,50$ est un minimum pour les chemins de fer d'intérêt général, tandis que pour ceux d'intérêt local elle peut être réduite, si le matériel roulant a une largeur inférieure à $3^m,10$.

499. *Hauteur libre sous les passages supérieurs.* — La hauteur libre minimum à réserver sous les passages supérieurs, comptée à partir du niveau des rails, est fixée à $4^m,80$, aussi bien pour les chemins de fer d'intérêt local que pour ceux d'intérêt général (article 12 des cahiers des charges). Mais, pour les chemins d'intérêt général, cette hauteur est mesurée *au-dessus des rails extérieurs*, tandis que pour les chemins d'intérêt local, cette hauteur doit exister sur une largeur égale à celle occupée par les caisses des voitures.

II. — Double voie large.

500. *Profil transversal de la voie.* — Pour une double voie large, les dimensions de la voie elle-même, des accotements, des talus et des banquettes, sont les mêmes que pour la simple voie. Il y a en plus, entre les deux voies, l'*entre-voie*, dont la largeur est réglée de la manière suivante.

Le cahier des charges relatif aux *chemins de fer d'intérêt général* (n° 482) dit, à l'article 7 : dans les parties à deux voies, la largeur de l'entre-voie, mesurée *entre les bords extérieurs des rails*, sera de 2 mètres. La largeur de la couche de ballast, mesurée au niveau des rails entre les arêtes supérieures, sera donc égale à la largeur précédemment trouvée de $3^m,57$ pour la simple voie large, augmentée de la largeur d'une deuxième voie, soit $1^m,51$ d'axe en axe des rails si les champignons ont $0^m,06$ et la voie $1^m,45$, plus la largeur de l'entre-voie, soit $2^m,06$ d'axe en axe des rails extérieurs des deux voies. Cela fait une largeur totale de $3,57 + 1,51 + 2,06 = 7^m,14$ (*fig.* 319 à 326).

En ajoutant à cette largeur de $7^m,14$, les largeurs des talus du ballast et celles des banquettes, on arrive à une largeur totale de plate-forme de $9^m,20$, ainsi qu'on le voit dans les figures 319 et 320 relatives au profil en remblai et sur les figures 321 et 322 relatives au profil en tranchée ordinaire.

Dans les tranchées profondes ainsi que dans celles en rocher, on réduit le plus possible cette largeur de plate-forme. On voit qu'en tranchée profonde, la largeur n'est plus que de $10^m,74$, y compris les deux fossés de 1 mètre (*fig.* 323), tandis que la largeur correspondante du profil en tranchée ordinaire était de $11^m,20$ (*fig.* 321). Enfin, dans les tranchées en rocher, cette largeur se trouve réduite à $9^m,74$ (*fig.* 325) y compris deux fossés de $0^m,50$.

Ces dimensions totales n'ont rien d'absolu, car si les largeurs des voies sont rigoureusement fixées par les exigences de la circulation du matériel roulant, les autres largeurs, réglées par le cahier des charges, ne sont que des minima pouvant être légèrement augmentées.

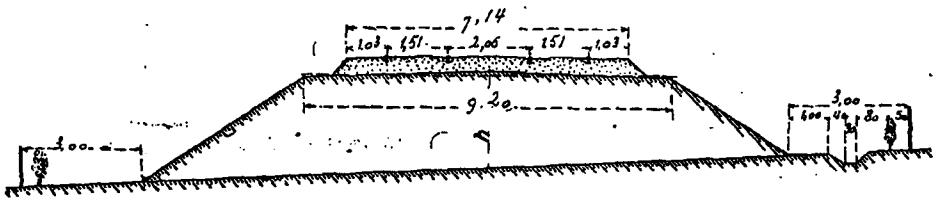


Fig. 319. — Profil en remblai.

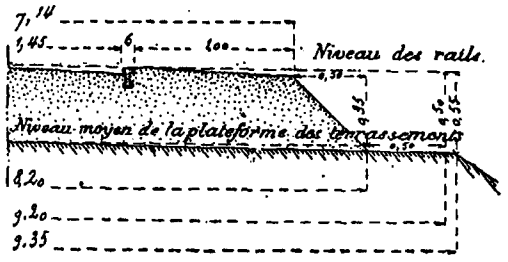


Fig. 320. — Détails.

Les figures 327 à 344, extraites de l'album du cours de chemins de fer de M. Sévène à l'Ecole des Ponts et chaussées, donnent les principales dimensions du profil transversal à deux voies en usage dans les compagnies du Nord, de l'Est de Lyon, d'Orléans, de l'Ouest et du Midi.

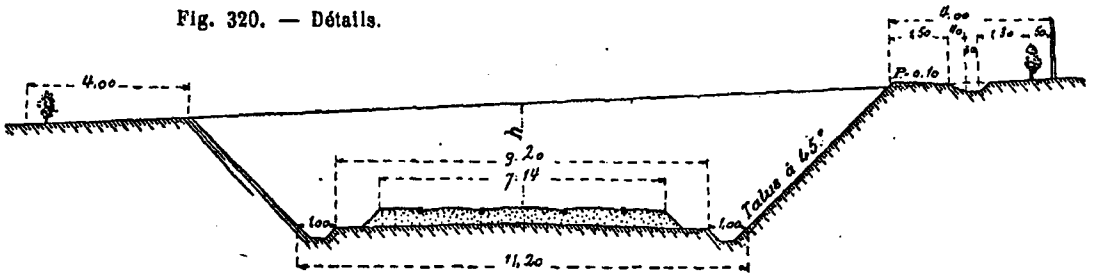


Fig. 321. — Déblai dans les tranchées ordinaires.

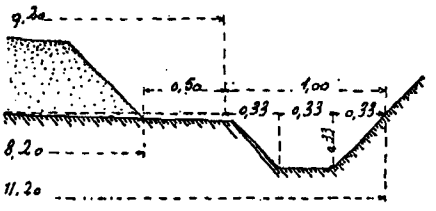


Fig. 322. — Détails.

On voit que, dans tous ces profils, la largeur de la voie d'axe en axe des rails est, en nombre rond, de 1m,51.

L'entre-voie a 2m,06 dans les profils en remblais et en déblais des chemins du Nord, de l'Est et de Lyon. Dans les tranchées en rocher, cette largeur de 2m,06

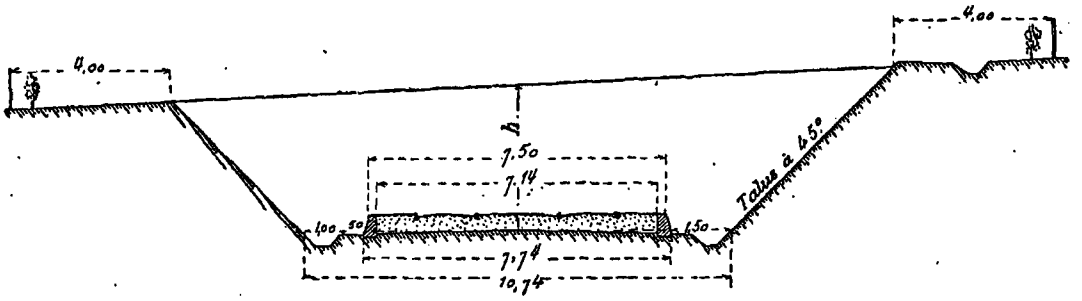


Fig. 323. — Déblai dans les tranchées profondes.

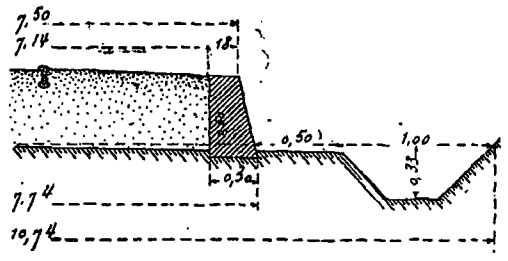


Fig. 324. — Détails.

est conservée par la compagnie de Lyon, mais les compagnies du Nord et de l'Est la réduisent à 2 mètres.

Elle est de 2m,12 sur les chemins de fer d'Orléans et de l'Ouest, aussi bien dans les tranchées en rocher que dans les tranchées ordinaires et les remblais. Enfin elle n'est que de 1m,86 dans les profils des chemins de fer du Midi.

Les accotements sont aussi variables, comme on peut le voir sur les figures 327 à 344.

501. La largeur de l'entre-voie sur les *chemins de fer d'intérêt local* est fixée de la manière suivante par l'article 7 du cahier des charges (n° 483).

Dans les parties à deux voies, la largeur de l'entre-voie sera telle qu'entre les parties les plus saillantes de deux véhicules qui se croisent il y ait un intervalle libre d'au moins $0^m,50$. Les autres

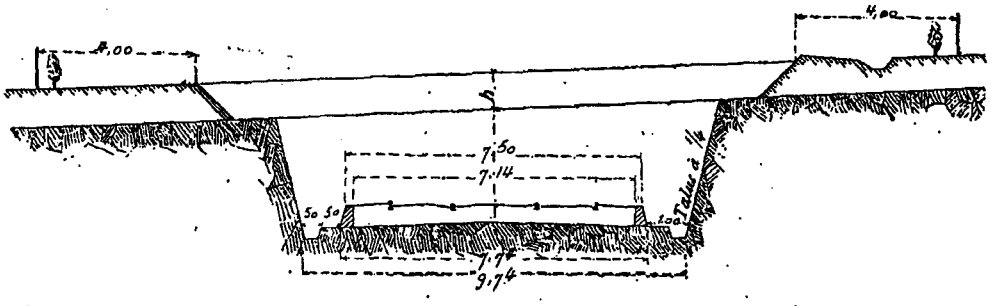


Fig. 325. — Déblai dans les tranchées en rocher.

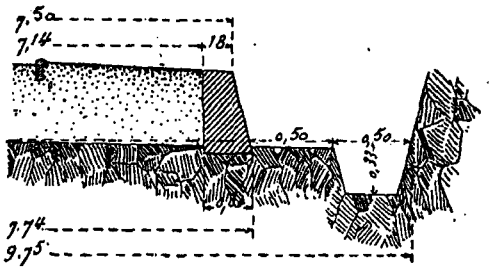


Fig. 326. — Détails.

largeurs sont fixées de la même façon que pour les chemins à une seule voie.

Or, les véhicules, sur les voies de $1^m,45$, ne peuvent pas avoir plus de $3^m,10$ de largeur totale, y compris toutes saillies (article 7). Il en résulte que la largeur d'entre-voie correspondante est de $2^m,09$, d'axe en axe des rails intérieurs (*fig.* 345). C'est un maximum.

Avec cette largeur maximum d'entre-voie, la largeur du chemin au niveau des rails, mesurée entre les bords supérieurs du ballast, est de $6^m,70$. La largeur de la plate-forme est de $8^m,50$. On voit que ces largeurs sont moins grandes que celles des profils relatifs aux chemins de fer d'intérêt général. Elles peuvent l'être moins encore, si le matériel roulant n'a pas la largeur maximum de $3^m,10$ prévue par le cahier des charges.

502. *Ouverture des passages supérieurs.* — En ce qui concerne les *chemins de fer d'intérêt général*, l'article 12 du cahier des charges (n° 482) prescrit une ouverture d'au moins 8 mètres entre les culées.

Les voies ayant $1^m,45$ entre les bords intérieurs des rails et l'entre-voie 2 mètres entre les bords extérieurs des rails intérieurs, il en résulte que, si les champignons des rails ont $0^m,06$ de largeur, la distance d'axe en axe des deux rails extérieurs du profil à deux voies est de

$$2 \times 1,45 + 2,00 + 3 \times 0,06 = 5^m,08.$$

L'ouverture minimum du pont entre culées devant être de 8 mètres, (*fig.* 346) il restera donc, de chaque côté, entre l'axe du rail extérieur et le parement de la culée, une largeur de

$$\frac{8,00 - 5,08}{5} = 1^m,46.$$

On voit que cette distance est largement suffisante pour le passage du matériel roulant avec ses plus grandes saillies accidentelles. Elle est très notablement supérieure à la moitié de l'entre-voie qui n'a que 2 mètres.

Au premier abord, dit M. Sévène, dans son cours de chemins de fer, il semblerait naturel que la largeur ménagée entre le rail et un obstacle latéral fût égale à la moitié de l'entre-voie, puisque cette largeur latérale doit donner passage à la

COMPAGNIE DU NORD

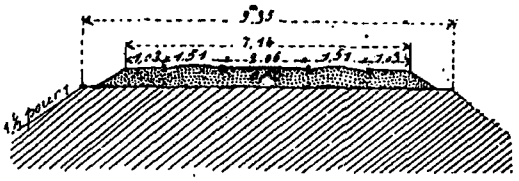


Fig. 327.

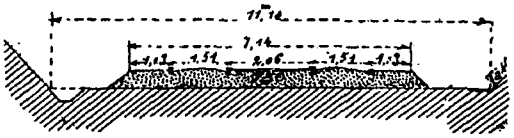


Fig. 328.

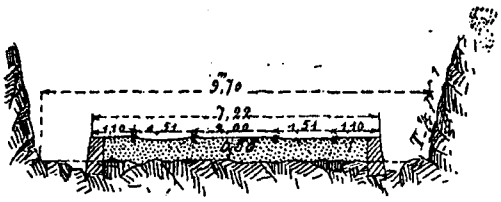


Fig. 329.

COMPAGNIE DE L'EST

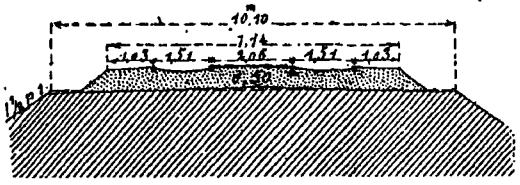


Fig. 330.

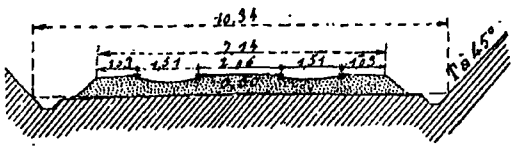


Fig. 331.

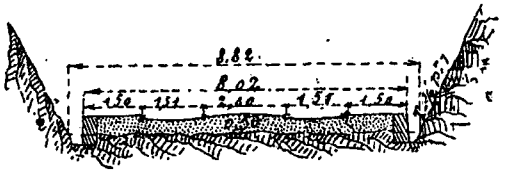


Fig. 332.

COMPAGNIE DE LYON

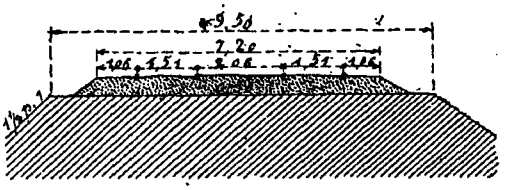


Fig. 333.

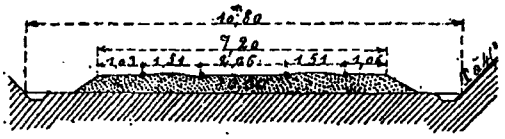


Fig. 334.

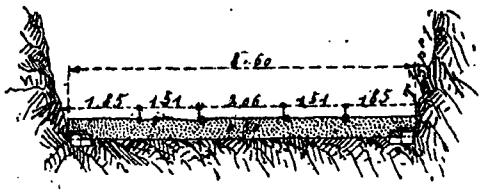


Fig. 335.

COMPAGNIE D'ORLÉANS

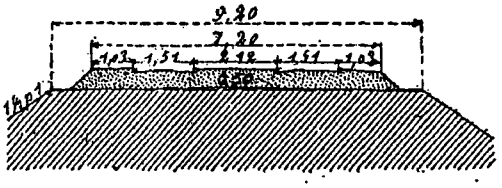


Fig. 336.

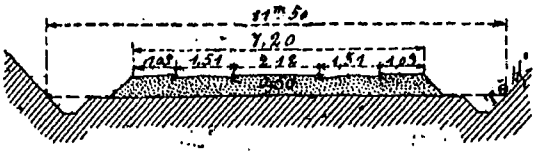


Fig. 337.

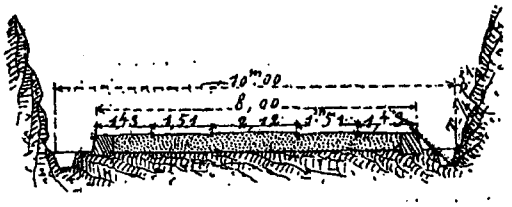


Fig. 338.

COMPAGNIE DE L'OUEST

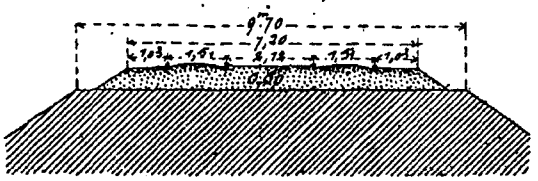


Fig. 339.

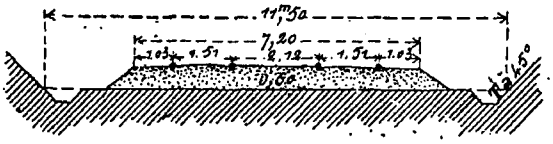


Fig. 340.

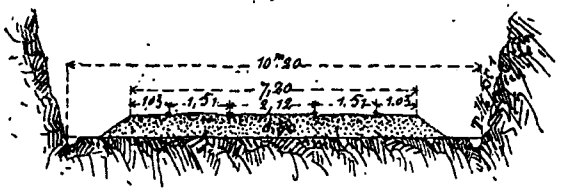


Fig. 341.

COMPAGNIE DU MIDI

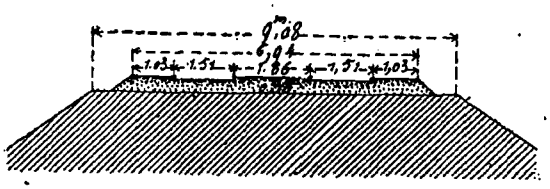


Fig. 342.

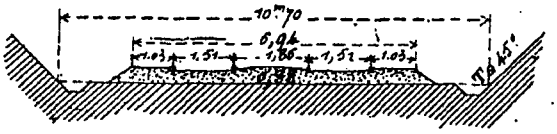


Fig. 343.

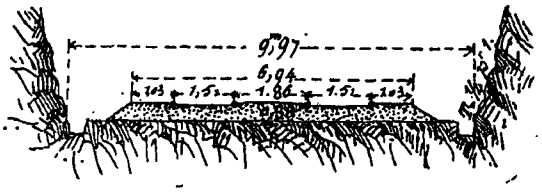


Fig. 344.

partie saillante d'un train, et l'entrevoie à la saillie de deux trains se croisant. Mais pour que la division ainsi établie constituât des situations équivalentes des deux côtés d'une même voie, il faudrait supposer qu'à la saillie accidentelle d'un train circulant sur cette voie correspondît une saillie symétrique du train croisé. Supposition fort invraisemblable. De plus, c'est surtout du côté extérieur que le danger d'une saillie est à craindre, parce que c'est surtout de ce côté qu'on a tendance à se pencher, particulièrement le mécanicien et son chauffeur, il est donc

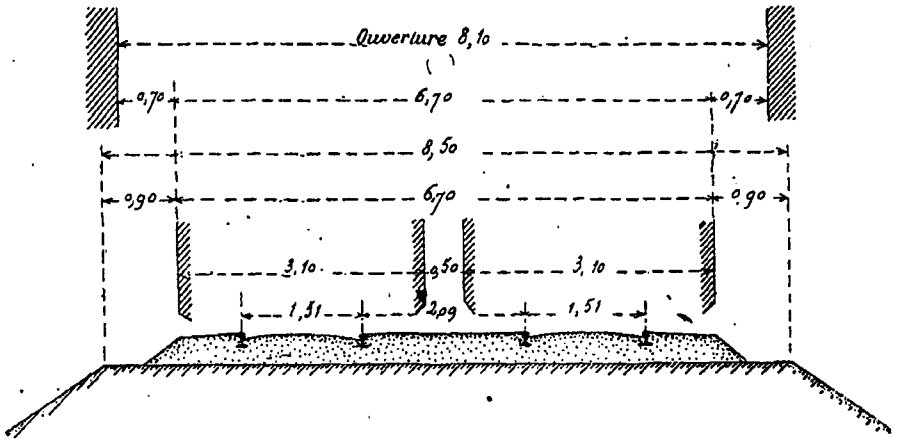


Fig. 345.

sage de ménager latéralement à un obstacle une largeur plus grande que la demi-entrevoie.

503. En ce qui concerne les *chemins de fer d'intérêt local*, l'article 12 du cahier des charges (n° 483) fixe l'ouverture de la manière suivante.

L'ouverture du pont entre les culées

sera telle qu'il y ait un intervalle de 0m,70 au moins entre les culées et les parties les plus saillantes du matériel roulant, et la largeur qui en résulte doit régner jusqu'à 2 mètres au moins au-dessus du niveau des rails.

Si nous considérons la largeur maximum du matériel roulant, y compris toutes saillies, soit 3m,10, nous voyons que la distance entre les parties les plus saillantes extérieures est égale à

$$2 \times 3{,}10 + 0{,}50 = 6^{m},70.$$

En ajoutant à cette distance les deux largeurs de 0m,70 fixées par le cahier des charges, on a comme ouverture

$$6{,}70 + 2 \times 0{,}70 = 8^{m},10.$$

Cette ouverture serait donc un peu plus grande que celle imposée pour les

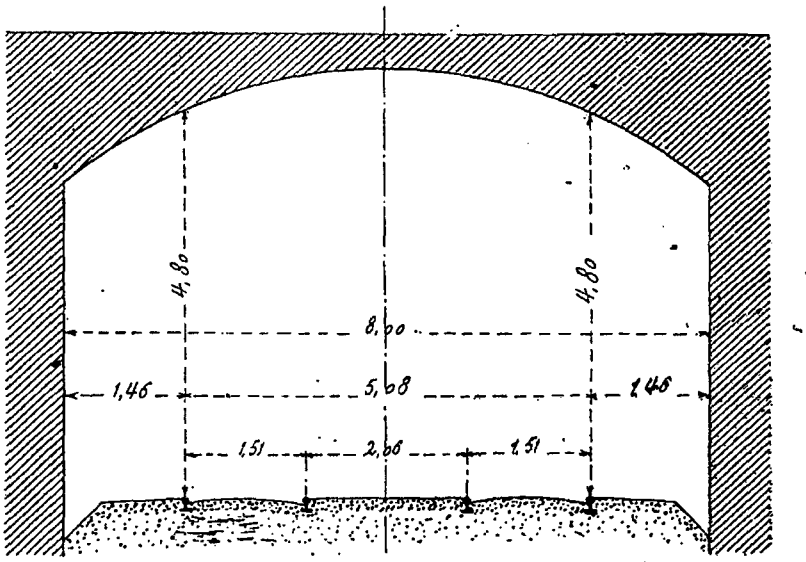


Fig. 346.

chemins de fer d'intérêt général. Mais il faut remarquer que la cote 8 mètres, relative à ces derniers, est un *minimum*, tandis que pour les chemins de fer d'intérêt local, la cote 8m,10 est un *maximum*, puisqu'elle est calculée pour la largeur maximum du matériel roulant.

Si la largeur du matériel roulant était seulement de 3 mètres au lieu de 3m,10, l'ouverture se réduirait à 7m,90. Elle serait encore plus faible si la largeur du matériel était inférieure à 3 mètres.

504. *Hauteur libre sous les passages supérieurs.* — Cette hauteur, comptée à partir du niveau des rails, est fixée comme nous l'avons expliqué pour les simples voies larges, numéro 499. (Articles 12 des cahiers des charges, nos 482 et 483.)

III. — Voie étroite.

505. *Profil transversal de la voie.* — Si nous nous reportons au cahier des charges type annexé au décret du 6 août 1881 (n° 483), nous voyons que la voie étroite peut être, soit de 1 mètre, soit de 0m,75 entre bords intérieurs des rails. Mais, par circulaire ministérielle du 12 janvier 1888, cette largeur a été définitivement fixée à 1 mètre. Cette unification de largeur des voies étroites a pour but d'approprier toutes ces lignes à la circulation d'un même matériel. Nous ne nous occuperons donc ici que de la voie de 1 mètre.

Le profil transversal de cette voie étroite est déterminé ainsi qu'il suit : La largeur de la voie est, comme nous venons de le dire, de 1 mètre *entre bords intérieurs* des rails. La largeur des accotements, c'est-à-dire des parties comprises de chaque côté entre le bord extérieur du rail et l'arête supérieure du ballast, doit être calculée de façon que l'arête supé-

rieure du ballast se trouve sur la verticale de la partie la plus saillante du matériel roulant.

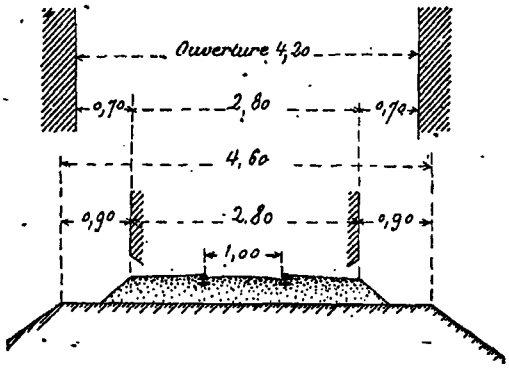


Fig. 347.

L'épaisseur de la couche de ballast doit être d'au moins 0m,35, et la banquette à ménager au pied de chaque talus du ballast doit avoir une largeur telle que l'arête de la banquette se trouve à 0m,90 au moins de la verticale de la partie la plus saillante du matériel roulant.

Quant aux fossés ou rigoles à établir le long du chemin de fer, pour l'écoulement des eaux, leurs dimensions sont déterminées par le préfet, suivant les circonstances locales, sur les propositions du concessionnaire.

Le profil transversal de la voie étroite est donc basé sur les dimensions du matériel roulant. Or, d'après l'article 7 du cahier des charges, la largeur du matériel roulant, y compris toutes saillies, doit rester inférieure à 2m,80, et c'est cette dimension qui doit servir à déterminer la largeur de la plate-forme et des ouvrages d'art.

Ce profil transversal aura donc les dimensions suivantes (*fig.* 347) :

Largeur de la voie entre bords intérieurs des rails.	1m,00
Largeur au niveau de la voie, entre les arêtes supérieures du ballast	2m,80

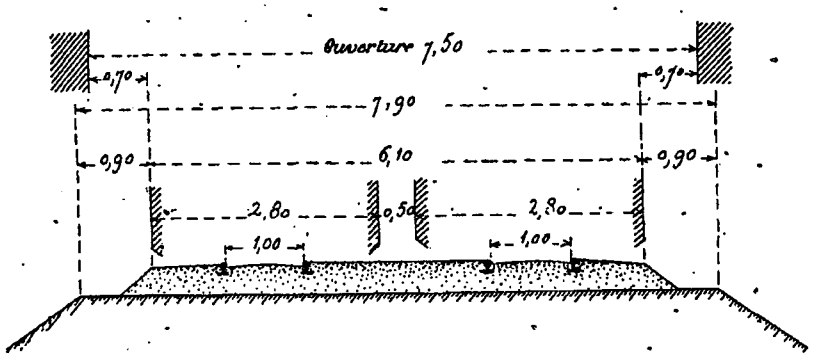


Fig. 348.

Largeur de la plate-forme des terrassements.	4m,60
Épaisseur de la couche de ballast	0m,35

Sur les lignes ou sections pour lesquelles le concessionnaire est autorisé à établir deux voies, la largeur de l'entre-voie doit être telle qu'il existe un intervalle de 0m,50 entre les parties les plus saillantes de deux véhicules qui se croisent.

Le profil transversal a alors les dimensions indiquées dans la figure 348 :

Largeur au niveau de la voie, entre les arêtes supérieures du ballast,

$$2 \times 2{,}80 + 0{,}50 = 6^{m},10;$$

Largeur de la plate-forme,

$$6{,}10 + 2 \times 0{,}90 = 7^{m},90.$$

506. Les largeurs ci-dessus sont celles qui résultent de la largeur *maximum* du matériel roulant, fixée à 2m,80 par le cahier des charges type (n° 483). Elles peuvent être moindres, lorsque la largeur du matériel roulant est inférieure à 2m,80.

Ainsi, par exemple, si nous prenons pour base les dimensions du matériel

roulant du chemin de fer d'Angers à Noyant, déterminées par le cahier des charges annexé à la loi du 8 juin 1888 (n° 485), nous voyons que ce matériel doit avoir comme largeur, y compris toutes saillies, 2 mètres au plus.

Ce cahier des charges fixe en outre la largeur des accotements à 0m,50 au moins, du bord extérieur du rail à l'arête supérieure du ballast.

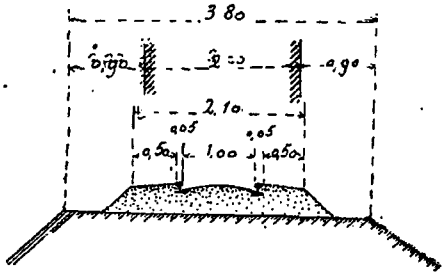


Fig. 349.

Enfin, la largeur de la plate-forme des terrassements se trouve déterminée, comme précédemment, par cette condition que l'arête de la banquette à ménager de chaque côté au pied du talus du ballast doit être à 0m,90 au moins de la verticale de la partie la plus saillante du matériel roulant.

Dans les parties à une seule voie, le profil transversal a donc les dimensions suivantes :

Largeur au niveau des rails, entre les arêtes supérieures du ballast :

$$1^m,00 + 2 \times 0,50 + 2 \times 0^m,05 = 2^m,10$$

en admettant que les champignons des rails ont 0m,05 de largeur (*fig.* 349). On voit que cette largeur est sensiblement égale à la largeur maximum du matériel roulant qui est de 2 mètres.

Largeur de la plate-forme des terrassements :

$$2^m,00 + 2 \times 0,90 = 3^m,80.$$

Dans les parties à deux voies, la largeur de l'entre-voie, mesurée entre les bords extérieurs des rails, doit être de 1m,50, d'après le même cahier des charges. Les largeurs du profil à deux voies seront donc :

Largeur au niveau des rails, entre les arêtes supérieures du ballast (*fig.* 350) :

$$2 \times 1,00 + 1,50 + 4 \times 0,05 + 2 \times 0,50 = 4^m,70.$$

Comme la largeur du matériel roulant est

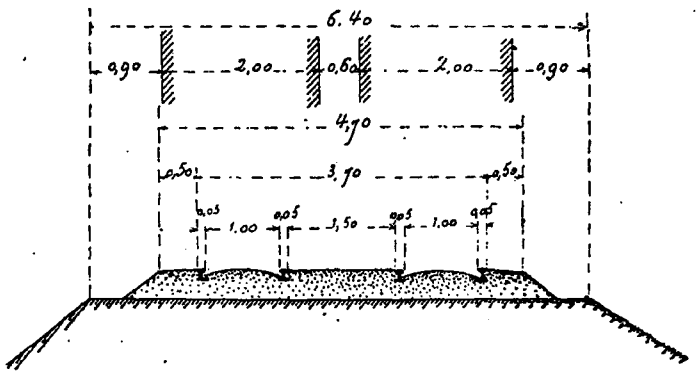


Fig. 350.

de 2 mètres et que la distance d'axe en axe des deux voies est de :

$$1,00 + 1,50 + 2 \times 0,05 = 2^m,60,$$

il en résulte que l'intervalle entre les plus grandes saillies de deux véhicules qui se croisent est de :

$$2^m,60 - 2^m,00 = 0^m,60$$

un peu plus forte que celle prescrite par le cahier des charges type, laquelle est de 0m,50.

Largeur de la plate-forme :

$$2 \times 2^m,00 + 0,60 + 2 \times 0,90 = 6^m,40$$

507. *Ouverture des passages supérieurs.* — Cette ouverture est fixée par le cahier des charges type du 6 août 1881, (n° 483), comme pour les voies larges (article 12).

Elle doit être telle qu'il y ait un intervalle de $0^m,70$ au moins, entre les culées et les parties les plus saillantes du matériel roulant et elle doit régner jusqu'à 2 mètres au moins au-dessus du niveau des rails.

Par conséquent, pour un pont établi sur une voie étroite de 1 mètre, sur laquelle le matériel roulant aurait $2^m,80$ de largeur maximum (*fig.* 347), l'ouverture devrait être :

$$2,80 + 2 \times 0,70 = 4^m,20.$$

Pour un pont établi sur deux voies étroites, le matériel roulant ayant les mêmes dimensions (*fig.* 348), l'ouverture serait :

$$6,10 + 2 \times 0,70 = 7^m,50.$$

Si le matériel roulant avait des dimensions inférieures à celles indiquées comme un maximum par le cahier des charges type, on déterminerait l'ouverture de la même manière, en se basant sur les dimensions du matériel roulant adopté.

508. *Hauteur libre sous les passages supérieurs* — D'après l'article 12 du cahier des charges type, la distance verticale à ménager au-dessus des rails pour le passage des trains *dans une largeur égale à celle qui est occupée par les caisses des voitures*, sera égale à la hauteur du matériel roulant, augmentée de $0^m,60$.

D'autre part, l'article 7 du même cahier des charges dit que la hauteur du matériel roulant au-dessus des rails est à déterminer dans chaque cas particulier pour les voies étroites.

Par conséquent, connaissant la hauteur et la largeur des caisses de voitures, il sera bien facile d'en déduire la hauteur libre à réserver entre le niveau des rails et la voûte, *sur toute la largeur occupée par les caisses*.

§ *VIII. — LARGEUR DES PONTS*

I. — Pour le passage des routes et chemins.

509. La largeur d'un pont donnant passage à une route ou chemin dépend évidemment de l'importance plus ou moins grande de la voie de communication elle-même.

Tout en donnant à cette largeur une valeur suffisante pour que la circulation soit convenablement assurée, il faut avoir soin de la réduire le plus possible par raison d'économie (voir nos 478 à 481).

Du reste, les largeurs des ponts sont aujourd'hui déterminées par les cahiers des charges, pour les passages au-dessus des canaux et des chemins de fer.

Ainsi, le cahier des charges de la concession d'un canal de Saint-Dizier à Vassy (avril 1879) (n° 475) contient à l'article 3 les prescriptions suivantes :

Les ponts fixes auront, entre les têtes, les largeurs ci-après :

10 mètres pour les routes nationales ;

8 mètres pour les routes départementales ;

5 mètres pour les chemins vicinaux.

Lorsque la route ou le chemin passe au-dessus d'une voie ferrée, les largeurs des ponts sont fixées ainsi qu'il suit par l'article 12 du cahier des charges relatif aux chemins de fer d'intérêt général (n° 482) :

La largeur entre les parapets du pont qui supportera la route ou le chemin sera fixée par l'administration, en tenant compte des circonstances locales ; mais cette largeur ne pourra, dans aucun cas, être inférieure à :

8 mètres pour la route nationale ;

7 mètres pour la route départementale ;

5 mètres pour un chemin vicinal de grande communication ;

4 mètres pour un simple chemin vicinal.

L'article 12 du cahier des charges relatif aux chemins de fer d'intérêt local (n° 483) prescrit les mêmes dimensions. La plus petite largeur, celle de 4 mètres, destinée au passage des chemins vicinaux ordinaires, est parfaitement rationnelle, attendu qu'on peut la décomposer en une largeur de $2^m,40$ pour *une* voie charretière,

et une largeur de 1m,60 pour deux trottoirs de 0m,80 chacun.

Quant à la largeur de 5 mètres, indiquée pour le passage d'un chemin vicinal de grande communication, elle a l'inconvénient d'être trop grande pour un chemin à une seule voie, et trop petite pour un chemin à deux voies. Nous venons en effet, de voir que pour une seule voie charretière, une largeur totale de 4 mètres, y compris trottoirs, est suffisante. Mais pour deux voies charretières, la largeur de la chaussée doit être de 4m,25 au moins (n° 479, *fig.* 297). Si à cette largeur on

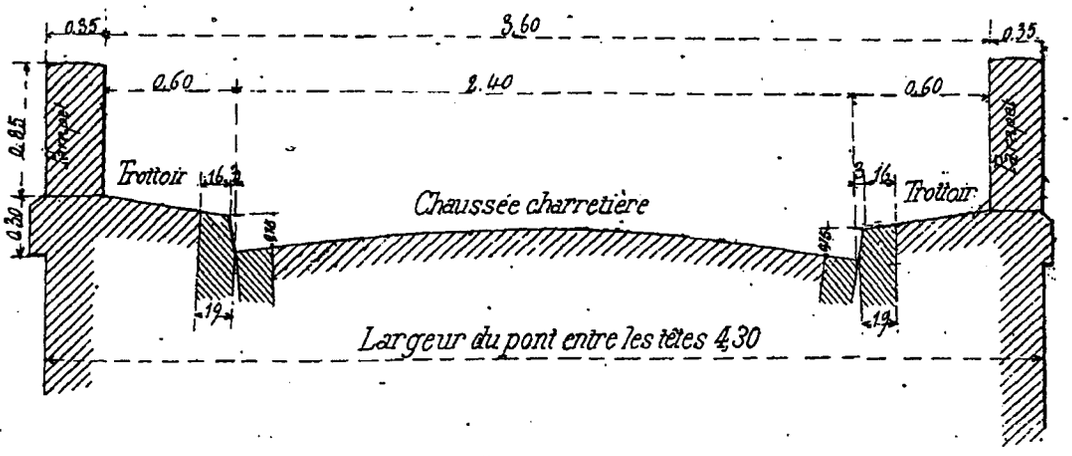


Fig. 351.

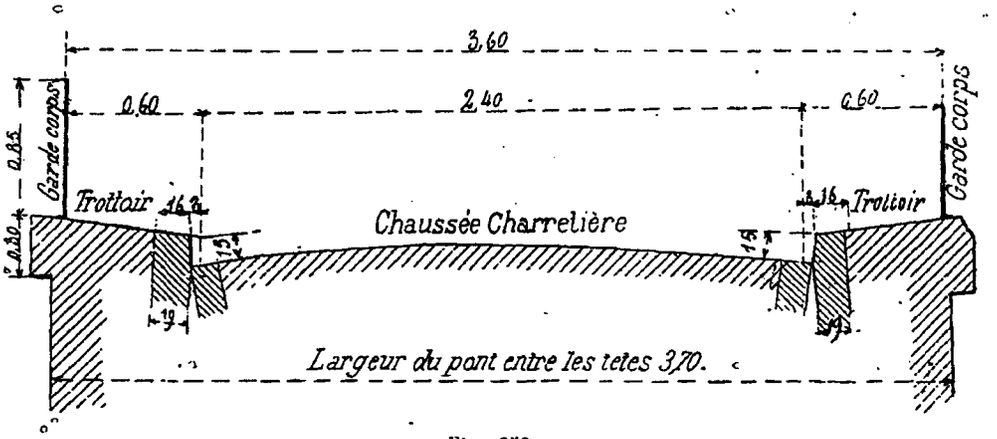


Fig. 352.

ajoute 1m;60 pour deux trottoirs de 0m,80, on arrive à une largeur totale entre parapets de

$$4{,}25 + 1{,}60 = 5^{m},85$$

soit 6 mètres.

Aussi, il arrive fréquemment, que la largeur de 5 mètres, prescrite par les cahiers des charges, étant considérée seulement comme un minimum, on porte cette largeur à 6m,00 pour les chemins vicinaux qui doivent pouvoir donner passage à deux files de charrettes.

C'est ainsi que le recueil des types d'ouvrages d'art les plus usuels du service vicinal, annexé à la circulaire ministérielle du 20 août 1881, contient en ce qui concerne les profils en travers sur ponts en maçonnerie, les indications représentées par les figures 351 à 354. On voit que dans le cas d'une seule voie charretière, la largeur de la chaussée est de 2m,40, et les trottoirs ont 0m,60, ce qui donne une largeur libre de 3m,60 seulement. Dans le cas de deux voies charre-

tières, la chaussée a 4m,50 de largeur, et les trottoirs ont 0m,75 ce qui donne une largeur de 6 mètres.

On voit aussi combien l'emploi des garde-corps métalliques est avantageux au point de vue de l'économie, en ce qu'il permet de réduire notablement la largeur du pont entre les têtes.

Les autres largeurs : 7 mètres pour les routes départementales et 8 mètres pour les nationales, répondent en général assez bien aux besoins de la circulation. Ce-

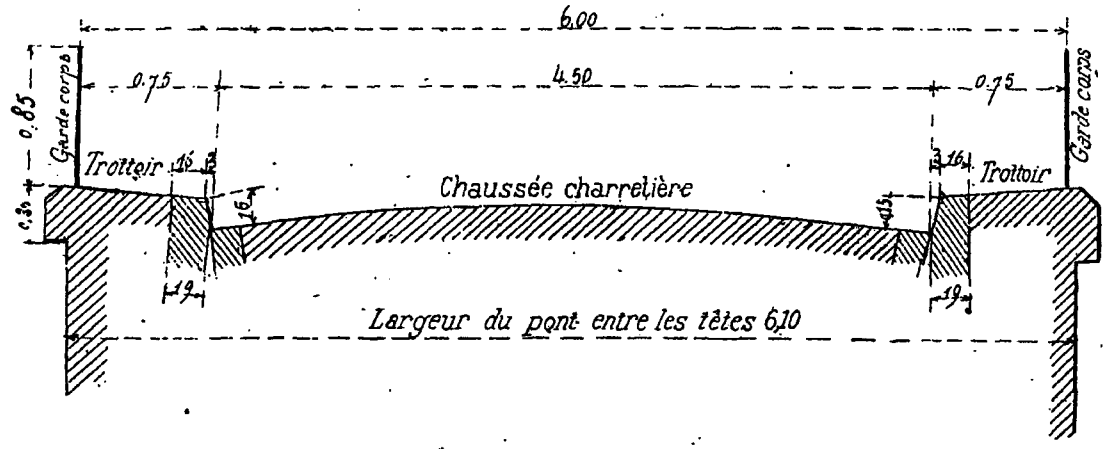


Fig. 353.

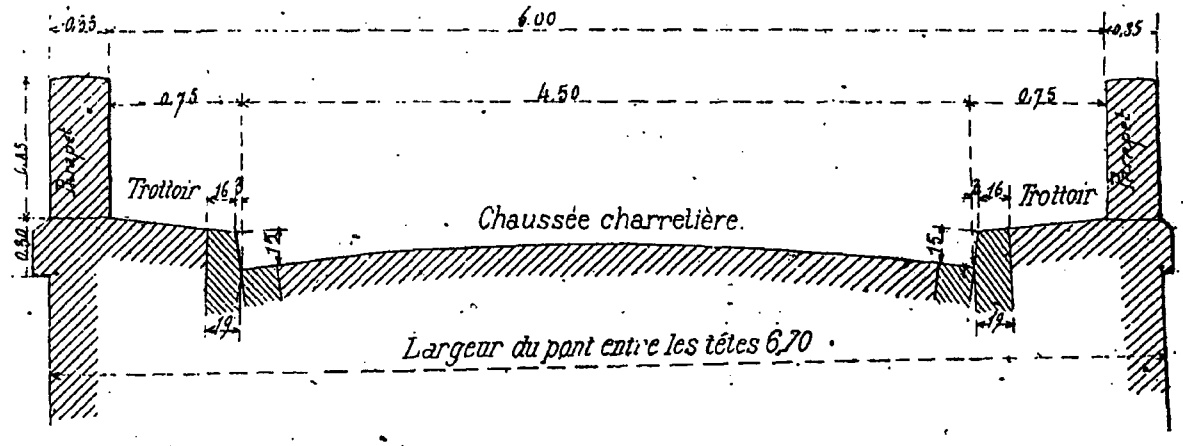


Fig. 354.

pendant, on augmente quelquefois ces largeurs, surtout à proximité d'un centre important de population. On donne alors assez souvent 8 mètres de largeur entre parapets pour les routes départementales et 10 mètres pour les routes nationales.

Dans les villes, la largeur des ponts est forcément très variable. Elle va parfois jusqu'à 30 mètres. Voici quelques exemples de largeurs supérieures à 10 mètres.

Pont de Moulins, sur l'Allier	12 mètres
Pont de Tours, sur la Loire	14 mètres
Pont de Neuilly, sur la Seine	14 »
Pont des Tuileries, à Paris	16 »
Pont Notre-Dame, à Paris	20 »
Pont de l'Alma, à Paris. . .	20 »
Chaussée, 12m ; trottoirs, 4m.	
Pont au Change, à Paris. .	30 »
Chaussée, 18m ; trottoirs, 6m.	

Enfin, le pont d'Austerlitz à Paris, a aussi 30 mètres de largeur depuis l'élargissement qu'on a fait subir à ce pont en 1885. L'ancien pont en pierre avait

déjà remplacé un pont en fonte de 12m,74 de largeur entre garde-corps, il avait une largeur de 18 mètres comprenant une chaussée de 11 mètres et deux trottoirs de 3m,50. Après l'élargissement, la largeur totale est de 30 mètres comprenant une chaussée de 20 mètres et deux trottoirs de 5 mètres.

On comprendra combien il était urgent d'élargir le pont d'Austerlitz après la comparaison des chiffres suivants, empruntés à l'atlas de statistique graphique dressé par le Ministère des travaux publics :

Circulation sur les ponts de Paris.

DÉSIGNATION	TONNAGE ANNUEL	NOMBRE DE COLLIERS par jour
	tonnes	
Pont d'Austerlitz	1 744 000	10 100
» de Sully	940 000	6 000
» de l'Archevêché	824 000	»
» Saint-Michel	1 006 000	11 700
» Neuf	876 000	10 100
» des Saints-Pères	326 000	4 200
» Royal	274 000	7 100
» de la Concorde	728 000	11 300
» des Invalides	418 000	3 500
» de l'Alma	832 000	6 100
» d'Iéna	307 000	1 500

Dans les grandes villes on a, en général, intérêt à donner aux ponts la plus grande largeur possible pour satisfaire aux exigences ultérieures de la circulation. En effet, dans les grands centres, la circulation devient de jour en jour plus active, d'autant plus que les voies ferrées pour tramways ont tendance à se développer beaucoup, et il faut prévoir la possibilité de l'établissement, dans un avenir plus ou moins rapproché, de ces voies sur les chaussées des ponts, sans entraves pour la circulation des voitures ordinaires.

Ces grandes largeurs ne sont, du reste, pas aussi coûteuses qu'elles peuvent le paraître à première vue, car le prix d'un pont ne varie pas proportionnellement à sa largeur. Les parties les plus coûteuses d'un pont sont les têtes, avec les avant et arrière-becs des piles, de sorte que quelques mètres de plus dans le corps de l'ouvrage n'augmentent pas beaucoup son prix de revient par mètre courant de largeur.

Dans les endroits où la circulation est au contraire peu active et où l'on ne prévoit pas pour l'avenir une augmentation de cette circulation, il faut évidemment réduire la largeur à son minimum (Voir n° 481).

II. — Pour le passage des chemins de fer.

510. La largeur à donner aux *passages inférieurs* des chemins de fer, est réglée par les cahiers des charges, de la même manière que pour les ouvertures des passages supérieurs.

Pour les *chemins de fer d'intérêt général*, le cahier des charges (n° 482) dit, à l'article 11 :

La largeur entre les parapets sera au moins de 8 mètres pour les chemins à deux voies. La hauteur de ces parapets sera fixée par l'administration et ne pourra dans aucun cas, être inférieure à 0m,80.

Sur les lignes et sections pour lesquelles la compagnie est autorisée à n'exécuter les ouvrages d'art que pour une seule voie, la largeur des viaducs entre les parapets est de 4m,50 au moins.

En ce qui concerne les *chemins de fer d'intérêt local* à voie de 1m,45 ou à voie étroite de 1 mètre, le cahier des charges type (n° 483) prescrit les largeurs suivantes, à l'article 11.

La largeur entre les parapets sera telle qu'il y ait un intervalle de 0m,70 au moins entre les parapets et les parties les plus saillantes du matériel roulant, d'après la largeur maximum qui est fixée dans le deuxième paragraphe de l'article 7. La hauteur de ces parapets ne pourra, dans aucun cas, être inférieure à 1 mètre.

Sur les lignes et sections pour lesquelles la compagnie exécutera les ouvrages d'art pour deux voies, la largeur entre les parapets sera déterminée comme pour les ouvrages à une voie.

III. — Pour le passage des canaux de navigation, d'irrigation et de dérivation.

511. La largeur à donner aux ponts-canaux et aux ponts-aqueducs, dépend na-

turellement de l'importance de la voie navigable et du volume des eaux à conduire. Il est évident qu'il ne peut pas être établi de règles générales à cet égard.

Voici quelques exemples :

Largeur de la partie supérieure du pont-aqueduc du Gard : environ 3 mètres;

Largeur de la partie supérieure du pont aqueduc de Roquefavour : $4^{m},50$;

Pont-canal d'Agen (canal latéral à la Garonne) : largeur totale entre les têtes, 12 mètres ; largeur de la voie navigable. $8^{m},28$; trottoirs, $2^{m},10$ en encorbellement;

Pont-canal de l'Orb près de Béziers (canal du Midi) : largeur totale entre les têtes, 15 mètres; largeur du canal, $7^{m},80$. à la hauteur du plan d'eau; trottoirs de $2^{m},80$ pour le halage.

CHAPITRE IV

DISPOSITIONS INTÉRIEURES ET EXTÉRIEURES DES MAÇONNERIES

§ I. — *AQUEDUCS EN TUYAUX OU BUSES*

512. Ce que nous avons dit jusqu'à présent s'applique aux formes générales et aux dimensions principales des ouvrages d'art. Nous aurons à y revenir en ce qui concerne le choix à faire de la forme générale, mais nous devons, auparavant, étudier les diverses dispositions à adopter dans les parties intérieures et extérieures des maçonneries.

Nous commencerons par les ouvrages les plus petits et nous continuerons cette étude jusqu'aux ouvrages les plus importants.

Nous donnerons le plus souvent possible les prix de revient des divers éléments qui constituent les ouvrages que nous aurons à examiner; mais nous devons faire remarquer que ces prix ne peuvent avoir rien d'absolument exact, attendu qu'ils sont très variables. Nous ne les donnerons donc que pour fixer à peu près les idées. Il est évident qu'il faudrait les déterminer exactement dans chaque région et dans chaque cas particulier.

Autrefois, on faisait passer les eaux pluviales ou celles des ravins peu importants, d'un côté de la route à l'autre, au moyens de *cassis*. (Voir le *Traité des routes et chemins*). Ces cassis, généralement à revers pavés, traversaient la route normalement à sa direction ou avec un biais plus ou moins grand; on leur donnait une pente convenable pour l'écoulement facile des eaux. Ils présentaient naturellement une concavité assez prononcée, et les dépressions ainsi placées de distance en distance sur les routes étaient fort gênantes pour la circulation des voitures, et même parfois dangereuses.

Aujourd'hui, pour écouler les eaux des ravins ou celles qui, à la suite de pluies, s'accumulent dans les fossés, on remplace avantageusement les cassis par des aqueducs qui traversent les remblais de la route.

Lorsque le filet d'eau à écouler est de peu d'importance, on emploie des aqueducs en tuyaux.

Ces tuyaux peuvent être en poterie, en fonte ou en béton de ciment.

I. — Tuyaux en poterie.

513. Les gros tuyaux de drainage en terre cuite sont ordinairement d'un bon emploi. On les pose sur un sol autant que possible incompressible, afin d'éviter les déplacements par suite de tassements, et pour cela, on prépare une couche de sable

Fig. 355.

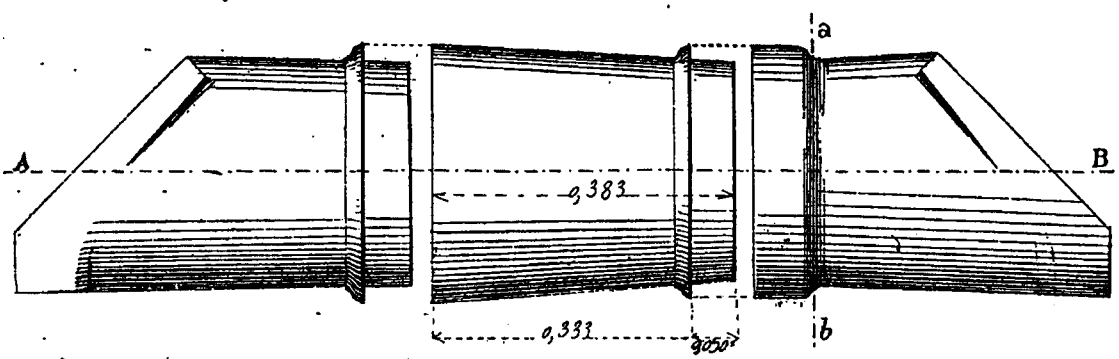


Fig. 356.

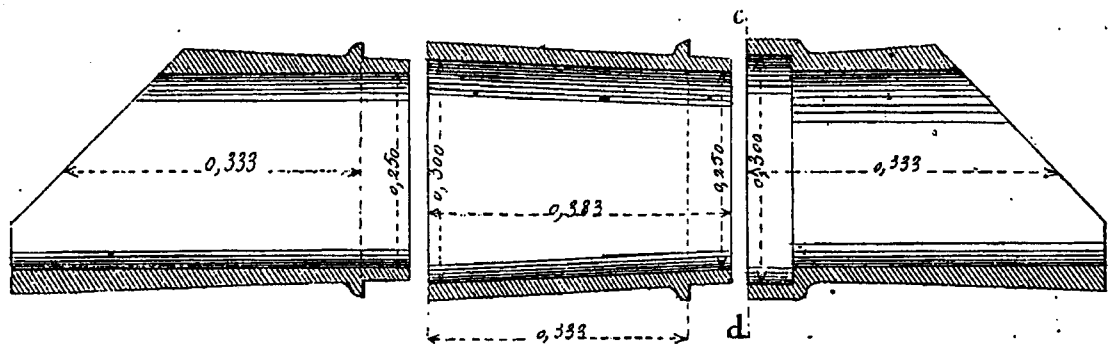


Fig. 357.

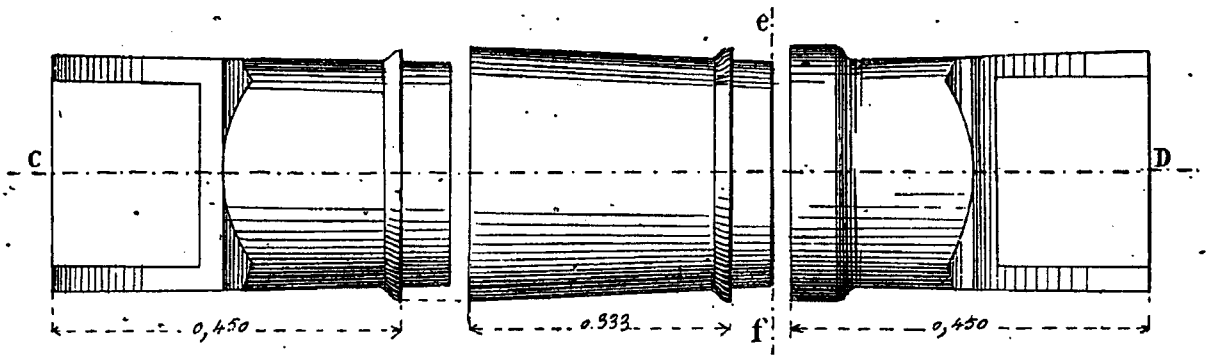


Fig. 358.

pilonnée au fond de la tranchée qui doit recevoir les tuyaux A l'amont et à l'aval de l'aqueduc cette couche de sable est plus exposée à être attaquée par les eaux courantes, aussi convient-il de protéger les bouches amont et aval par un corroi

en terre franche ou en argile recouvert d'un perré ou d'un gazonnement si on le juge nécessaire, et même faudrait-il perreyer les talus en amont et en aval, si les eaux devaient avoir une grande vitesse à leur passage dans l'aqueduc.

Les tuyaux en poterie composant l'aqueduc, ont 2 à 3 centimètres d'épaisseur; ils sont assemblés par emboîtement, ou bien ils sont simplement droits et juxtaposés bout à bout, et alors l'assemblage est fait au moyen de manchons cimentés. Ceux à emboîtement paraissent préférables.

C'est, croyons-nous, le service vicinal du département de l'Aisne qui a le premier, vers 1858, pris l'initiative du rem-

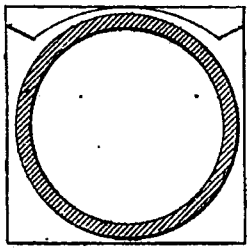


Fig. 359.

placement des cassis par des aqueducs économiques en poterie.

Les tuyaux employés étaient fabriqués à Wimy (Aisne) par M. Loreaux.

Les figures 354 à 359 représentent ce modèle de tuyaux Les tubes partiels ont $0^m,383$ de longueur totale et $0^m,333$ de longueur utile (longueur totale moins l'emboîtement).

Ils ont un diamètre intérieur de $0^m.250$ et une épaisseur de $0^m,025$. Ils s'assemblent à emboîtement à l'aide de tenons et de rebords convenablement disposés. Avec ces dimensions, les tubes sont faciles à cuire et à transporter. Il faut en compter trois au mètre courant de longueur d'aqueduc.

Dans l'origine, le corps de l'aqueduc seulement était en tuyaux, les têtes se faisaient en maçonnerie. Mais ces têtes furent bientôt remplacées par des têtes en poterie plus solides et moins coûteuses.

Les deux buses des extremités, formant têtes, ne sont autre chose que des tubes coupés en sifflet suivant l'inclinaison du talus, ou à peu près. Elles ont $0^m,450$ de longueur totale et ont une épaisseur un peu plus forte que les tuyaux courants. L'épaisseur se trouve surtout augmentée sur la face inclinée où la forme extérieure légèrement conique prend une forme prismatique dont la projection verticale (*fig.* 359) est un carré circonscrit à la circonférence extérieure du tube.

Pour procéder à la construction des aqueducs avec ces tuyaux en poterie, on commence par faire une tranchée de $0^m,50$ à $0^m,70$ de profondeur; on y dépose les tuyaux en ayant soin de les entourer de terre meuble, fortement pilonnée et purgée de cailloux, pierres et gros gravier; cette précaution indispensable a pour but de protéger les conduits contre les chocs dus aux lourds véhicules qui passent sur la chaussée.

Les aqueducs fournis par M. Loreaux au service vicinal de l'Aisne avaient trois diamètres différents: $0^m,20$; $0^m,25$ et $0^m,30$. Leurs prix étaient les suivants :

DIAMÈTRE	PRIX des tuyaux par mètre	PRIX des têtes la pièce	OBSERVATIONS
0^m20	4 fr.	4 fr.	Ajouter à ces prix les frais de transport pour avoir les prix de revient au lieu d'emploi.
0^m25	5 »	5 »	
0^m30	6 »	6 »	

Un aqueduc de 10 mètres de longueur et de $0^m,25$ de diamètre, comprenant deux têtes et une longueur de tuyaux de 9 mètres (27 tubes), revient à 55 francs savoir:

2 têtes à 5 francs	10 f. 00
9 m. de tuyaux à 5 fr. le mètre. .	45 fr.
Total . .	55 fr.

plus les frais de transport, de pose et autres frais accessoires.

Si la section d'un seul aqueduc ne suffit pas à l'écoulement des eaux, on peut très facilement en établir deux ou trois juxtaposés parallèlement.

Voici quelles sections les tuyaux ci-dessus offrent au passage des eaux:

Tuyaux de 0m,20 de diamètre . . 0mq,03
— 0 ,25 » . . . 0 ,05
— 0 ,30 » . . . 0 ,07

Dans le même département de l'Aisne, des tuyaux analogues aux précédents, mais non semblables, ayant 0m,02 d'épaisseur et 0m,50 de longueur sont revenus aux prix suivants :

Diamètre	
0,10.	1 f. 00 le mètre.
0,15.	1 50 —
0,20.	2 00 —
0,25.	3 00 —
0,30.	4 00 —

514. M. Baudoin, de La Flamengrie (Aisne), fabrique des tuyaux ayant une section composée d'un rectangle surmonté

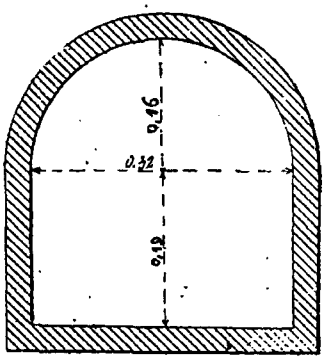


Fig. 360.

d'un petit plein-cintre. Le rectangle a 0m,320 de largeur et 0m,190 de hauteur ; le demi-cercle a par conséquent un rayon de 0m,16, ce qui donne à la section une hauteur totale de 0m,350 (*fig.* 360).

La section offerte à l'écoulement des eaux se décompose ainsi qu'il suit :

Rectangle de 0,32 × 0,19. . . . . 0mq,06
Demi-cercle de 0,16 de rayon . . 0 ,04
Surface totale de la section. 0 ,10

Ces tuyaux coûtent, pris à l'usine, 7 francs le mètre courant. Les têtes, présentant l'inclinaison des talus, coûtent 5 fr. 50 la pièce.

515. Dans le département de Saône-et-Loire, on a préféré l'emploi de *tuyaux droits sans emboîtement.* On les assemble en les plaçant bout à bout et en les entourant d'un manchon de diamètre plus grand, de manière à conserver un espace de 0m,01 environ entre ce manchon et les tuyaux à assembler ; cela fait, on bourre, dans cet intervalle, de la terre glaise ou mieux du mortier de ciment.

De semblables tuyaux, ayant de 0m,60 à 0m,66 de longueur, reviennent à :

Diamètre	
0m,15	0f. 80 le mètre courant
0 ,20	1 25 —
0 ,25	2 00 —
0 ,30	3 00 —

Les manchons ou couvre-joints reviennent à 25 francs le mille pour les conduites de 0m,15 ; 30 francs le mille pour celles de 0m,20 et 40 francs pour celles de 0m,30 de diamètre.

Ces tuyaux, lisses à l'intérieur, et sans ressauts, ont le grand avantage de ne pas provoquer, autant que les tuyaux coniques et à emboîtement, le dépôt des matières en suspension. Il en résulte qu'avec ce système l'engorgement de l'aqueduc est moins à craindre.

516. La tuilerie de Montchanin fabrique des tuyaux en terre cuite à emboîtement. Ils sont ordinairement non vernis, mais ceux qui sont vernis intérieurement sont préférables. Ils ont 0m,50 de longueur. Voici quelles sont leurs diamètres intérieurs, leurs poids et leurs prix.

DIMENSIONS intérieures	POIDS	PRIX A IVRY du tuyau de 0m50	
		non verni	verni intérieurement
0m05	2k 50	0f 50	0f 65
0.07	3 50	0.65	0.85
0.09	4 50	0.95	1.15
0.12	6 »	1.25	1.45
0.16	8 »	1.60	1.85
0.18	9 »	1.80	2.10
0.20	10 50	2.10	2.50
0.26	13 »	2.75	3.25
0.30	15 »	4 »	5 »
0.40	19 »	5.50	6.50

II. — Tuyaux en grès.

517. Ces tuyaux en grès cérame fin, provenant des fabriques de Doulton et Cie (*fig.* 361) sont beaucoup plus chers que les tuyaux en poterie ordinaire. Mais ils sont beaucoup plus résistants, leur

durée est pour ainsi dire indéfinie, et les dépots se forment difficilement à l'intérieur Quoique plus chers que les tuyaux en poterie ordinaire, ils offrent encore sur les tuyaux en fonte une économie d'environ 50 pour cent.

Leur pose est des plus simples; les joints sont à manchon et se font au ci-

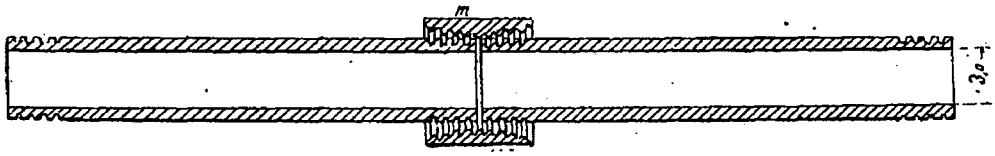


Fig. 361.

ment; quelquefois aussi avec un mastic de soufre fondu sur un feu doux et additionné d'un poids égal de sable fin.

Au lieu de faire usage des tuyaux précédents en grès fin, il est préférable d'employer, pour le cas qui nous occupe, les tuyaux en grès ordinaire de Doulton, ou de Godin et Delaherche, à collet d'emboîtement, dont nous donnons ci-dessous les diamètres et les prix.

DIAMÈTRE	FOURNITURE		POSE	OBSERVATIONS
	Doulton et Cie	Godin et Delaherche		
0m05	1f 10	1f 10	0f 5c.	(D'après la série municipale).
0 10	1 80	1 80	0 70	La pose comprend le dressement du fond de la tranchée, le transport à pied d'œuvre, la mise en place, le massif en maçonnerie de moellons durs à chaque joint et les collets en ciment. Les prix des fournitures sont ceux de l'usine, majorés de 10 p. 100.
0 15	»	2 30	0 95	
0 18	3 »	»	1 10	
0 20	»	4 55	1 20	
0 203	4 20	»	1 25	
0 25	»	6 45	1 45	
0 30	»	8 25	1 70	
0 305	8 25	»	1 70	
0 35	»	12 95	1 95	
0 40	»	14 70	2 20	
0 45	»	18 30	2 50	
0 457	19 80	»	2 55	
0 50	»	27 50	2 85	
0 53	30 80	»	3 »	
0 55	»	33 »	3 25	
0 60	»	36 65	3 75	
0 61	38 50	»	3 75	
0 76	66 »	»	5 50	

Enfin, lorsqu'on veut faire usage des tuyaux en grès pour les grands diamètres on peut les composer de segments *s* (*fig.* 362), creux dans leur épaisseur, s'assemblant au moyen de rainures et languettes. On a soin de croiser les joints transversaux. Les tuyaux Doulton ainsi formés sont d'un transport facile, et n'offrent aucune difficulté comme assemblage des divers segments dont ils se composent.

Ce genre de tuyaux segmentaires à joints alternés, ne comporte pas de tête spé-

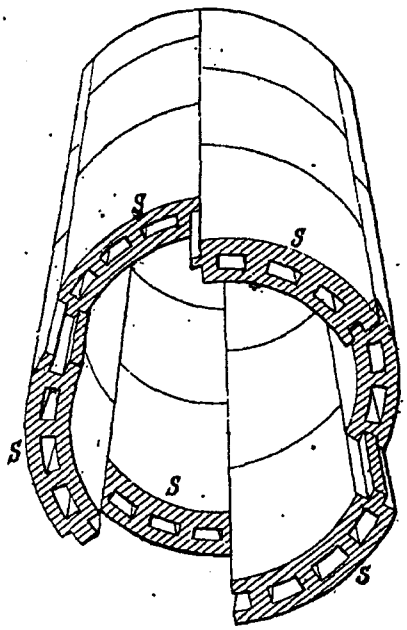


Fig. 362.

ciale. L'aqueduc devrait donc, dans ce cas, être terminé par des têtes en maçonnerie, dans lesquelles viendraient s'encastrer les derniers segments de la conduite.

III. — Tuyaux en fonte.

518. Avec les tuyaux en poterie ordinaire, on peut bien aller jusqu'à un dia-

mètre de 0m,30 à 0m,40, et avec les tuyaux précédents en grès, jusqu'à un diamètre de 0m,60 à 0m,70 et même au-delà, mais les premiers n'offrent pas toujours la résistance suffisante, et les autres sont très chers pour ces dimensions exceptionnelles. On doit alors préférer les tuyaux en fonte ou les tuyaux en ciment.

Les tuyaux en fonte ont l'avantage, sur les tuyaux en poterie, d'être plus solides et de pouvoir atteindre de plus grands diamètres. — On les pose simplement sur le fond de la tranchée. Ils peuvent s'assembler de bien des manières. Mais le système le plus en usage est celui des emboîtements. Un des bouts de chaque

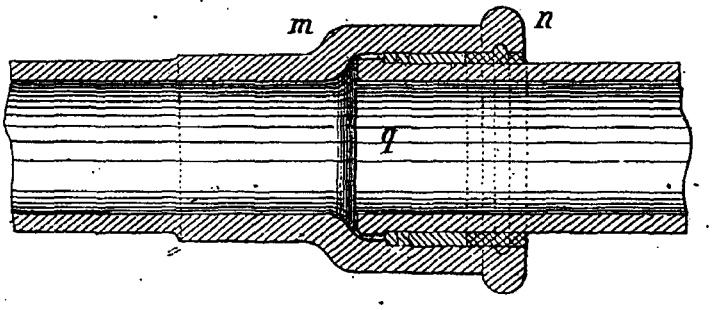


Fig. 363.

tuyau porte un évasement *mn* (*fig.* 363) dans lequel on place l'extrémité *q* du tuyau suivant, terminée par un petit cordon saillant de quelques millimètres.

Pour assembler ces tuyaux, on fait entrer dans l'emboîtement de l'un le plus petit bout de l'autre, puis au moyen d'un ciseau à mater, on fait pénétrer la corde

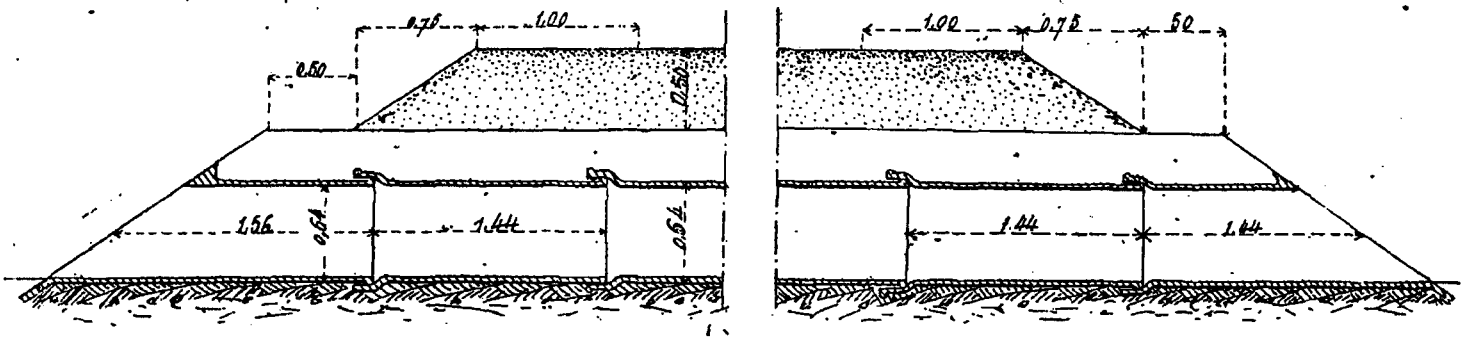


Fig. 364.

goudronnée ou une tresse de chanvre graissée dans le joint qui sépare les deux parois, où elle est arrêtée par le cordon saillant que porte le tuyau intérieur. — Lorsqu'elle est fortement comprimée et qu'il ne reste plus que quatre à cinq centimètres jusqu'à l'extrémité du joint, on termine en tassant fortement par dessus, du ciment, du mastic à la limaille, ou mieux du plomb. Pour introduire le plomb, on ferme intérieurement l'entrée du joint, par un boudin d'argile plastique en réservant à la partie supérieure une sorte de godet dans lequel on verse du plomb fondu à une température assez élevée pour qu'il ne se refroidisse pas au point de se solidifier avant d'avoir rempli le vide. On constate la température avec un morceau de papier trempé dans le métal en fusion ; on coule le joint quand le papier s'enflamme. Le plomb forme ainsi, entre la corde et le bourrelet de glaise une bague continue. Quand le métal est refroidi, on le tasse forte-

ment, dans tout le pourtour du joint, à coups de marteau, avec un ciseau à mâter, après avoir préalablement enlevé le boudin d'argile. De cette façon on obtient un joint parfaitement étanche.

Les tuyaux en fonte formant aqueduc s'engagent le plus souvent dans des têtes en maçonnerie disposées comme celles des aqueducs et ponceaux ordinaires.

On peut aussi former les têtes au moyen

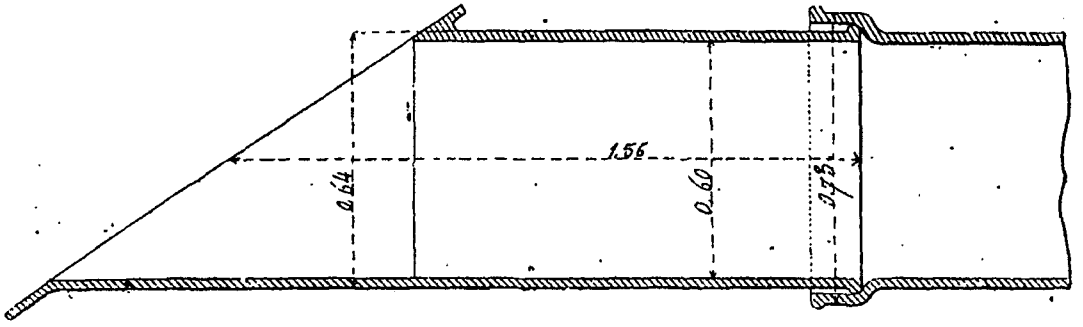


Fig. 365.

de tuyaux spéciaux présentant une face extérieure inclinée suivant la pente des talus.

C'est ainsi que sont formés certains aqueducs en fonte qui ont été employés sur le chemin de fer du Nord quand on

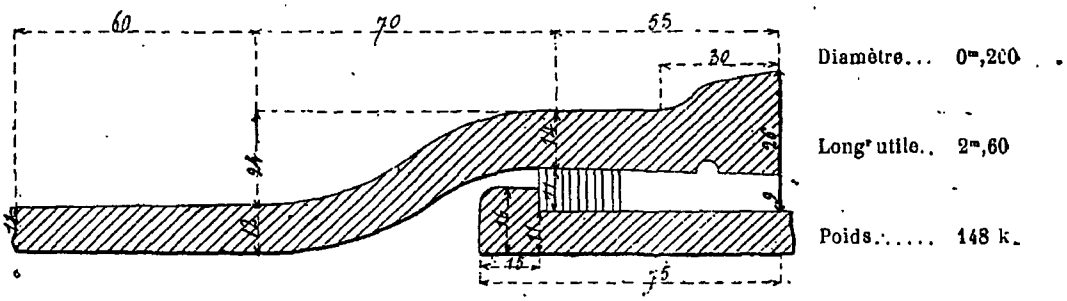


Fig. 366.

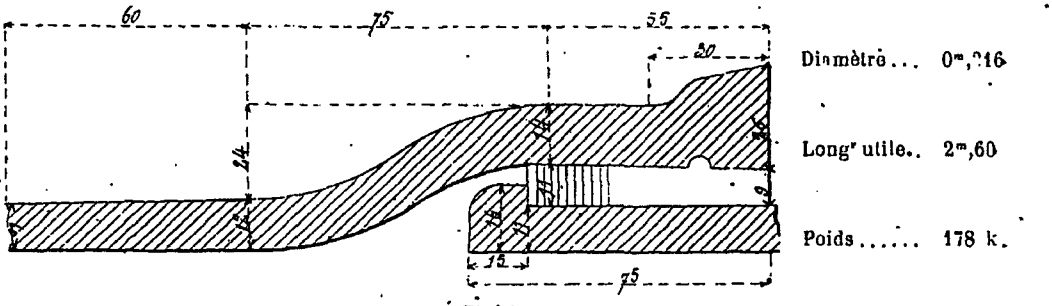
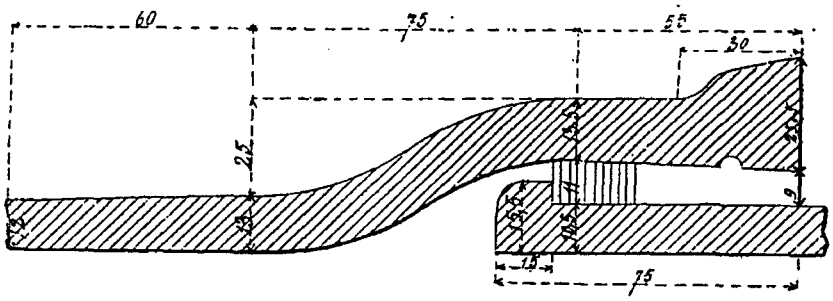


Fig. 367.

devait les établir sur un terrain peu solide ou quand on disposait de très peu de hauteur.

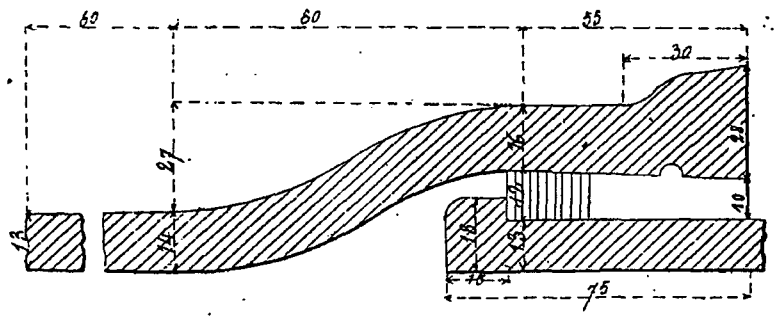
La figure 364 montre une coupe longitudinale de l'ensemble de l'un de ces aqueducs en fonte, de 0m,60 d'ouverture et la figure 365 donne le détail de la buse (coupe en long).

Nous donnons ci-contre les dimensions et poids d'une série de tuyaux en fonte à emboîtement dont les diamètres varient de 0m,200 à 0m,600 (*fig.* 366 à 375).



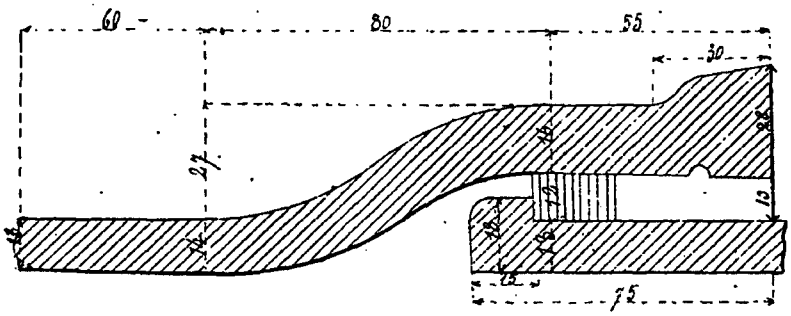
Diamètre... 0m,250
Long^r utile . 3m,00
Poids..... 228 k.

Fig. 368.



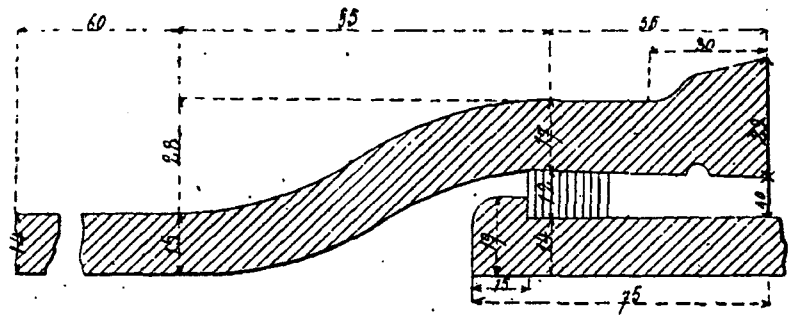
Diamètre... 0m,300
Long^r utile.. 3m,00
Poids..... 294 k.

Fig. 369.



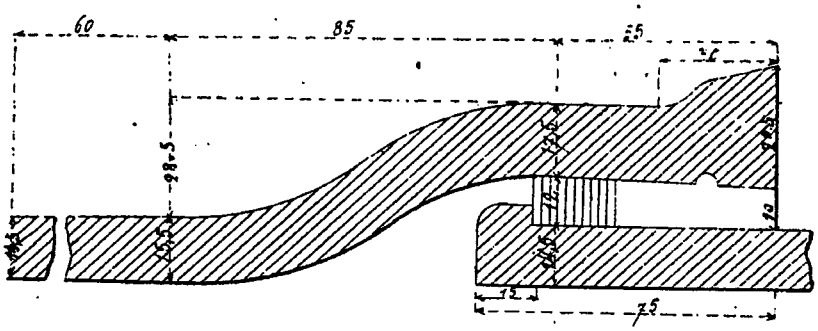
Diamètre... 0m,320
Long^r utile.. 3m,00
Poids..... 317 k.

Fig. 370.



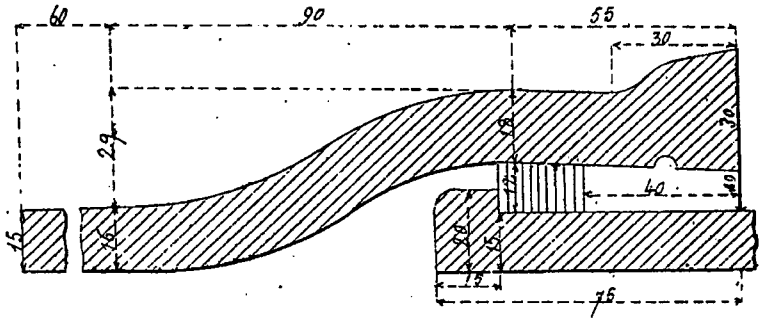
Diamètre... 0m,350
Long^r utile.. 3m,00
Poids..... 367 k.

Fig. 371.



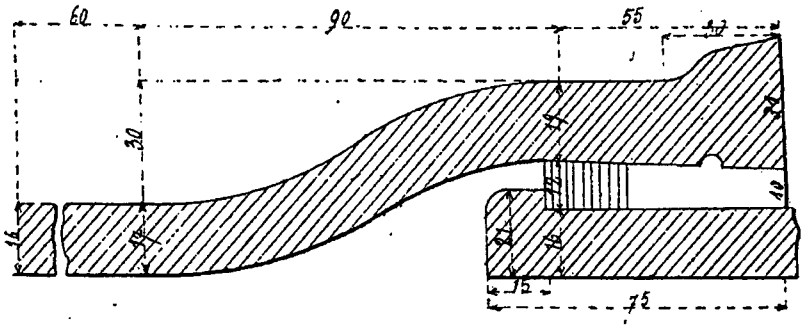
Diamètre... 0m,400
Long^r utile . 3m,00
Poids..... 432 k.

Fig. 372.



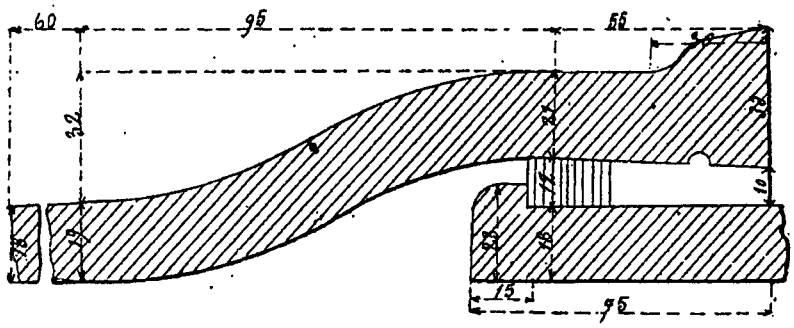
Diamètre... 0m,450
Long^r utile.. 3m,00
Poids..... 494 k.

Fig. 373.



Diamètre... 0m,500
Long^r utile.. 3m,00
Poids..... 517 k.

Fig. 374.



Diamètre... 0m,600
Long^r utile.. 4m,00
Poids..... 1040 k.

Fig. 375.

Un autre système d'assemblage des tuyaux qui peut être employé est le joint à brides avec intervalle garni de plomb (*fig.* 376). Les brides sont réunies et rapprochées par des boulons qui rendent le joint étanche par la compression qu'ils fournissent sur la garniture de plomb.

Enfin, on peut encore faire usage de tuyaux entièrement cylindriques et simplement juxtaposés bout à bout. L'assemblage se fait au moyen de bagues en fonte de 0^{m},08 de longueur dans lesquelles

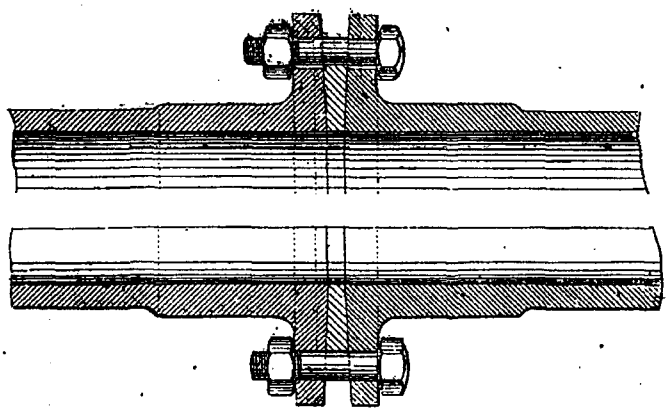


Fig 376.

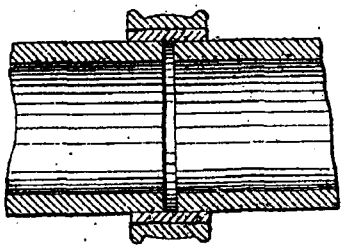


Fig. 377.

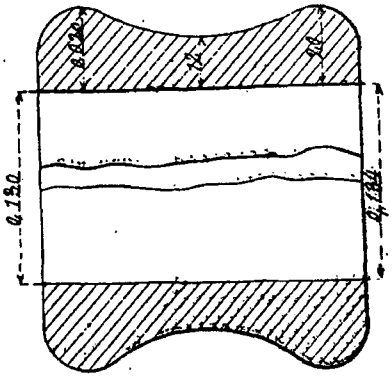


Fig. 378.

pénètrent les extrémités des deux tuyaux que l'on veut réunir. Dans le vide annulaire on coule du plomb en ayant le soin de remplir de glaise le vide entre les deux tuyaux afin qne le métal fondu ne pénètre pas à l'intérieur (*fig.* 377 et 378). M. Fortin-Hermann a perfectionné ce système pour les conduites d'eau de la

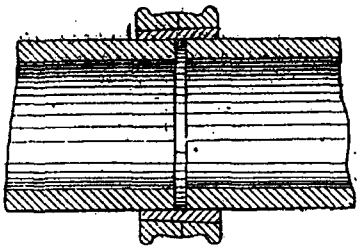


Fig. 379.

ville de Paris en employant des bagues en plomb toutes préparées, légèrement coniques et bombées, et que l'on comprime avec des bagues en fonte ayant intérieurement la même forme (*fig.* 379).

519. Les tuyaux en fonte ont des longueurs très variables. On peut facilement les obtenir de 2^{m},50 à 3 mètres de longueur et même 4 mètres. Ces grandes longueurs ont l'avantage, sur celles des

tuyaux en poterie, d'exiger un très petit nombre de joints.

Pour que l'aqueduc en tuyaux de fonte soit de longue durée, il faut mettre le métal à l'abri de l'oxydation, sans quoi les tuyaux seraient rapidement détruits, Autrefois, on employait pour cela, à Amiens, le procédé suivant. On faisait immerger à chaud les tuyaux dans un bain d'huile rendue siccative par de la litharge, et dans laquelle on introduisait $^1/_{20}$ de son poids de cire. Depuis, au lieu d'huile, on emploie le coaltar, et comme cette matière est moins fluide que l'huile, on se sert d'une chaudière cylindrique verticale au lieu d'une chaudière horizontale. Il résulte de cette opération un vernis qui recouvre la paroi extérieure, comme la paroi intérieure, et il y a avantage à cette double préservation parce que les tuyaux de fonte s'altèrent quelquefois par les parois extérieures, lorsque le sol contient des matières qui peuvent se combiner avec le fer.

520. Les tuyaux en fonte le plus souvent employés sont les tuyaux à emboîtement et cordon et les tuyaux unis à bagues. Ils ont l'avantage de se prêter à de légers mouvements provenant du tassement du sol et leur pose peut, sans inconvénient, ne pas être rigoureusement rectiligne. Les tuyaux à bride, au contraire, forment un aqueduc très rigide qui pourrait avoir à travailler beaucoup à la flexion dans le cas de fortes charges et de tassements du sol. Ils exigent une pose très soignée. Nous empruntons à une étude de M. Deharme, insérée dans la *Revue d'architecture et des travaux publics* de 1883, les éléments comparatifs suivants, entre les tuyaux unis à bagues, et les tuyaux à emboîtement et cordon. Ce tableau donne les poids des tuyaux dont les épaisseurs sont le plus communément employées.

DIAMÈTRE des TUYAUX en millimètres	LONGUEUR DES TUYAUX			ÉPAISSEUR des TUYAUX en millimètres	POIDS					PRIX de pose des TUYAUX à emboîtement et cordon
	UNIS	A EMBOITEMENT et cordon			TUYAUX UNIS A BAGUE			TUYAUX A EMBOITEMENT et cordon		
		totale	utile		d'un tuyau	d'une bague	du mètre bague comprise	d'un tuyau	du mètre utile	
	m.	m.	m.		kil.	kil.		kil.	kil.	
30	»	2.06	2.00	6.5	»	»	»	12	6	»
40	»	2.06	2.00	7	»	»	»	16	8	»
50	»	2.06	2.00	8	»	»	»	21	10.5	»
60	»	3.09	3.00	8	»	»	»	40	13.34	1.35
70	»	3.09	3.00	8.5	»	»	»	51	17	1.40
80	»	3.11	3.00	9.5	»	»	»	67	22.34	1.50
90	»	3.11	3.00	10	»	»	»	73	24.34	1.70
100	3.10	3.11	3.00	10	78	5	26.77	84	28	1.85
120	»	3.11	3.00	10	»	»	»	105	35	2.00
135	»	3.11	3.00	10	»	»	»	112	37.34	2.25
150	3.10	3.11	3.00	10.5	119	7	40.65	127	42.34	2.50
200	3.10	3.11	3.00	11	164	11	56.45	174	58	3.20
250	3.10	3.11	3.00	12	223	14	76.45	240	80	3.60
300	4.10	4.11	3.00	13	387	17	98.54	407	101.75	3.90
350	4.10	4.11	3.00	14	478	22	121.95	502	125.5	4.45
400	4.10	4.11	3.00	14.5	563	27	143.9	590	147.5	5.15
500	4.10	4.11	3.00	16	771	33	196.1	805	201.25	6.00
600	4.10	4.11	3.00	18	1 039	38	262.7	1 074	268.5	7.00
700	4.10	4.11	3.00	20	1 337	48	337.9	1 373	341.25	»
800	4.10	4.11	3.00	20	1 584	50	398.55	1 640	410	»
1 000	4.10	4.11	3.00	22	2 099	81	531.71	2 145	536.25	»
1 100	4.10	4.11	3.00	25	2 626	102	665.37	2 665	666.25	»

Quelquefois les tuyaux en fonte sont noyés dans un massif de béton. Tel est le cas, par exemple, du passage de l'aqueduc sous un canal lorsque la hauteur libre sous le plafond du canal est faible. Les figures 380 et 381, montrent un aqueduc formé de deux tuyaux en fonte de 1 mètre de diamètre, noyés dans un

massif de béton, et passant sous un canal.

Un autre exemple d'aqueduc formé de tuyaux en fonte noyés dans un massif de béton, est celui dont la section transversale est représentée par la figure 382.

Cet aqueduc a été établi sous un rem-

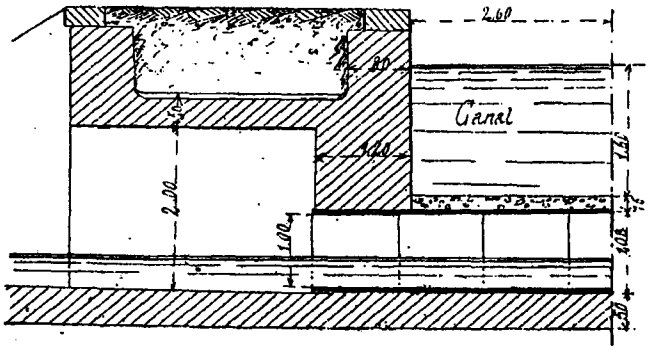


Fig. 380.

blai du chemin de fer de Busigny à Hirson.

Le sous-sol de cette ligne étant très mauvais, la construction des ouvrages d'art a présenté de nombreuses difficultés.

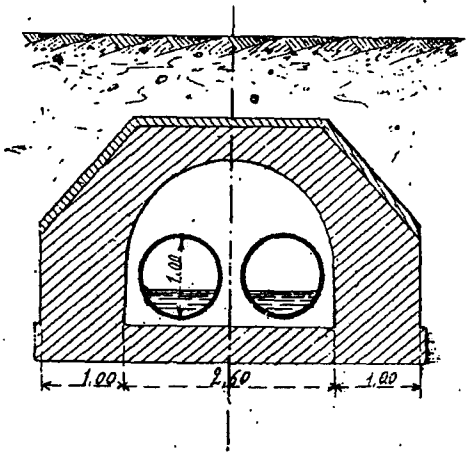


Fig. 381.

Il y avait à prendre des précautions particulières pour donner aux fondations la solidité désirable et pour assurer l'assainissement du sol traversé par des nappes souterraines.

Comme on le voit, l'aqueduc représenté par la figure 382, est fondé sur une couche de craie marneuse à travers des couches d'argile et d'alluvions.

Pour l'assainissement des couches traversées par l'aqueduc, deux conduites en gresserie de Sars-Poteries, recevant les eaux inférieures à la nappe superficielle et les écoulant à l'aval ont été noyées à la base et de chaque côté de la fondation en

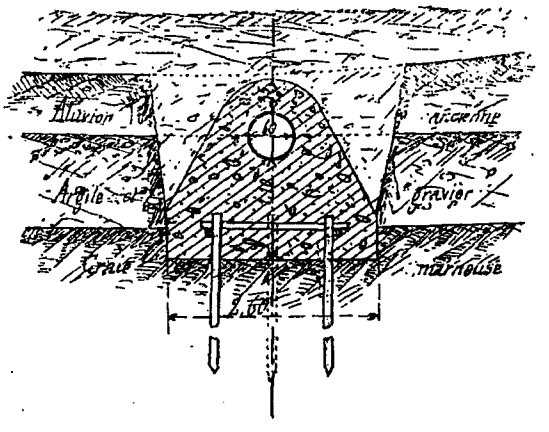


Fig. 382.

béton. Cette fondation repose sur deux files de pieux réunis par des liernes dans les deux sens. Les tuyaux en fonte de 0m,60 de diamètre sont assemblés à brides et noyés dans le massif de béton.

IV. — Tuyaux en béton ou en ciment.

521. Pour les petits débouchés, et si l'aqueduc doit être fortement chargé par le remblai supérieur, au lieu d'em-

ployer des tuyaux en poterie simplement placés dans les terres, on donne une grande solidité à l'aqueduc en encastrant les tuyaux dans un massif de béton ou de ciment que l'on moule sur place. On peut, au besoin, placer deux ou trois files de tuyaux dans le même massif (*fig.* 383).

Lorsque le débouché est un peu plus grand, on supprime les tuyaux en poterie et on fait alors usage de tuyaux en béton ou en ciment.

Les figures 384 et 385 représentent un exemple de buse en ciment qui a été employée sur le chemin de fer du Nord, quand

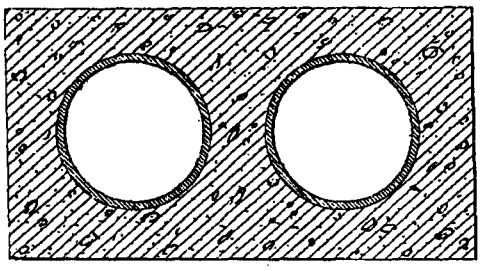


Fig. 383.

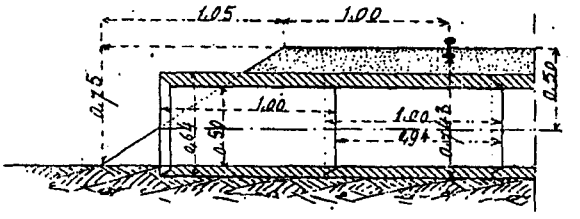


Fig. 384.

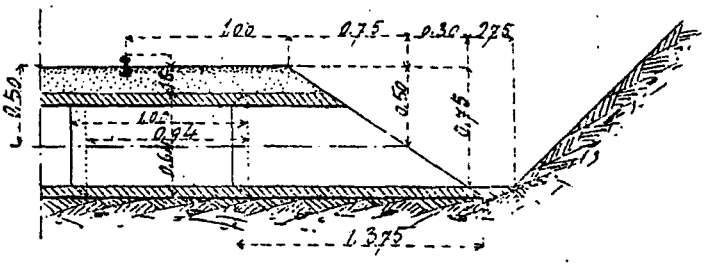


Fig. 385.

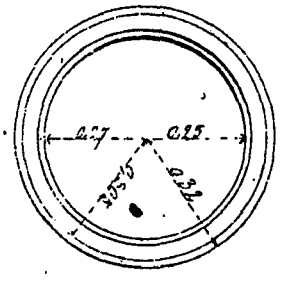


Fig. 386.

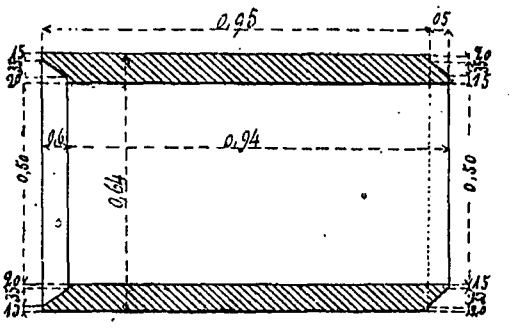


Fig. 387.

l'aqueduc doit être établi sur un terrain peu solide, ou quand on a très peu de hauteur disponible. Les tuyaux ont 0m,50 de diamètre intérieur, 0m,07 d'épaisseur et 1 mètre de longueur totale. Les extrémités des tuyaux sont terminées par des surfaces coniques saillantes et rentrantes qui s'emboîtent les unes dans les autres sur une profondeur de 0m,06, de sorte que la longueur utile de chaque tuyau est de 0m,94, (*fig.* 386 et 387).

La tête de l'aqueduc se termine, soit par un tuyau ordinaire, comme on le voit sur la figure 384, ou bien ce dernier

tuyau est coupé suivant une face inclinée ayant la même pente que le talus du remblai (*fig.* 385).

Ces tuyaux sont fabriqués à Boulogne. Leur diamètre est variable de 0m,10 à 0m,60. Nous donnons ci-dessous les dimensions et les prix de ces tuyaux.

INDICATION du diamètre intérieur	ÉPAISSEUR des tuyaux	LONGUEURS DES BOUTS		PRIX du mètre courant utile pris à Boulogne
		totale	utile	
0.10	0.025	1.00	0.94	1.00
	0.050	1.00	0.95	1.50
0.15	0.028	1.00	0.94	1.50
0.20	0.030	1.00	0.94	2.00
0.25	0.032	1.00	0.94	2.50
	0.050	1.00	0.94	4.00
0.30	0.032	1.00	0.94	3.00
0.40	0.050	.00	0.94	5.00
0.50	0.070	1.00	0.94	8.00
0.60	0.090	1.00	0.94	12.00

522. Pour la distribution des eaux d'irrigation du canal du Verdon en 1882, on a traversé les chemins au moyen de tuyaux en mortier de ciment. On a employé des buses de diamètres variables entre 0m,20 et 0m,50, mais on a été amené à modifier presque partout celles dont le diamètre était inférieur à 0m.30, parce que leur obstruction était trop facile par les feuilles, les débris de paille, etc...

Les tuyaux ont une longueur totale de 1m,025. Ils s'emboîtent suivant des surfaces cylindriques saillantes et rentrantes sur une profondeur de 0m,025, ce qui donne une longueur utile de tuyau de 1 mètre. La figure 388 montre une traver-

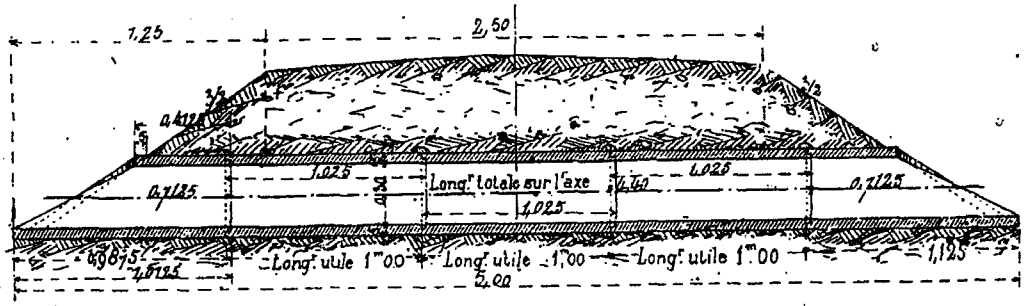


Fig. 388.

sée d'un chemin de 2m,50 de largeur, avec des tuyaux de 0m,30 de diamètre intérieur.

Les têtes sont formées par des tuyaux coupés suivant l'inclinaison des talus. Les figures 389 et 390 représentent l'élévation suivant le diamètre vertical et la projection horizontale de ces têtes spéciales.

Ces buses en mortier de ciment ont été fabriquées dans un atelier central. Le mortier qui servait à les confectionner, était composé de 450 kilogrammes de ciment Vicat de Grenoble et de 250 kilogrammes de ciment à prise rapide de la grande Chartreuse pour un mètre cube de sable. Ce mortier atteint rapidement une grande dureté et ne craint ni la gelée ni les agents atmosphériques.

523. MM. Delune et Cie, à Grenoble, fabriquent des tuyaux en béton de ciment

de la porte de France dont les principaux types sont représentés par les figures 391, 392 et 393. Les deux premiers sont cylindriques intérieurement ; le troisième

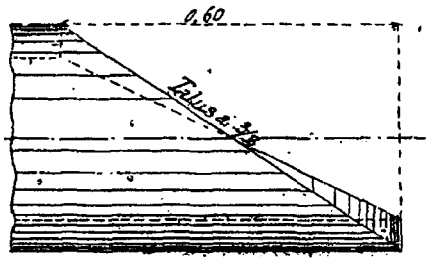


Fig. 389.

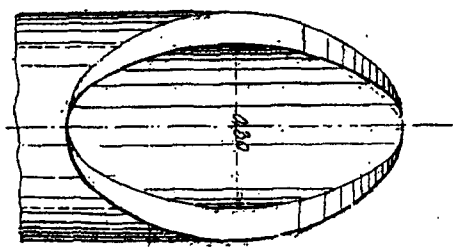


Fig. 390.

a une section transversale en forme d'anse de panier.

Extérieurement, leur section est formée de deux arcs de cercle raccordés par deux parties droites.

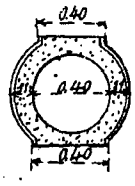


Fig 391.

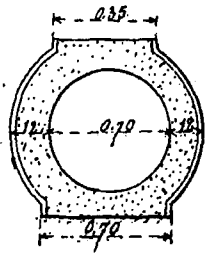


Fig. 392.

Leur dosage comprend 1 partie de ciment pour 1 partie de sable et 1 partie de gravier, soit 500 kilogrammes de ciment par mètre cube de béton.

Ce dernier chiffre peut être réduit à 300 kilogrammes lorsque l'aqueduc n'a pas à résister à de trop fortes charges.

524. Pour augmenter beaucoup la solidité de l'aqueduc formé de tuyaux en ciment, lorsque le diamètre des tuyaux doit atteindre et dépasser 0m,40 à 0m,50, et lorsque l'ouvrage est fortement surchargé, on entoure complètement les tuyaux d'un massif de béton auquel on donne la profondeur suffisante pour assurer une fondation parfaitement résistante. La figure 394 est un exemple de ce système appliqué à un aqueduc de 0m,40 de diamètre, et la figure 395 montre la même disposition pour un diamètre de 0m,80.

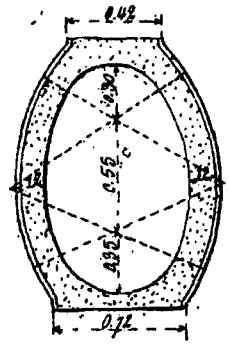


Fig. 393.

Ces tuyaux et la maçonnerie qui les entoure sont coupés suivant la pente des talus aux deux extrémités de l'aqueduc, comme on le voit sur la figure 396. — Au-dessous de l'extrémité de la tête, la

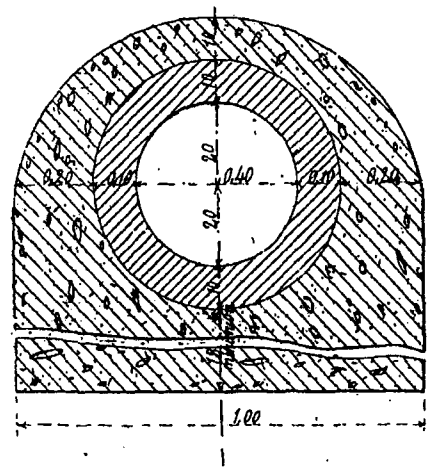


Fig. 394.

maçonnerie de béton s'approfondit de 0m,50 au moins, dans le but d'empêcher les affouillements. La pente longitudinale

doit être d'environ $0^m,015$ par mètre pour un écoulement facile des eaux.

525. On trouve généralement partout à se procurer les tuyaux de ciment à assez

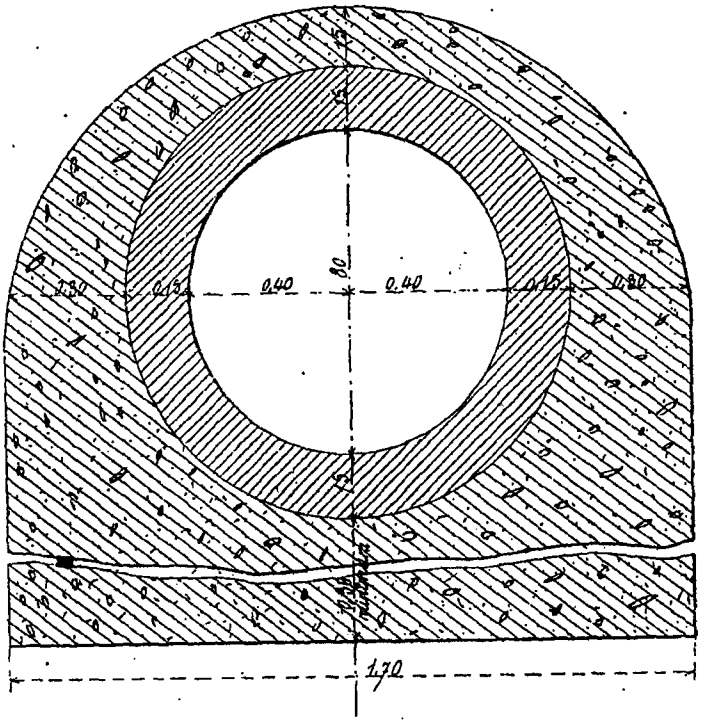


Fig. 395.

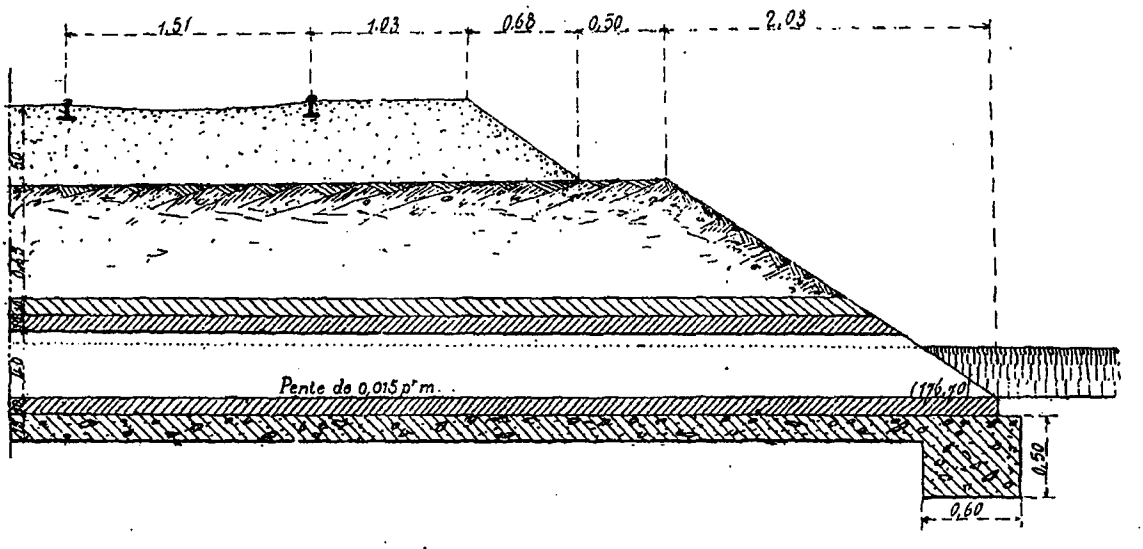


Fig. 396.

son compte. Cependant, lorsqu'il n'existe pas de fabricants dans les environs du travail, on peut aisément fabriquer sur place les tuyaux dont on a besoin.

On prépare une forme demi-cylindrique creuse ayant le diamètre extérieur du tuyau. Dans cette forme on applique une couche de bon mortier de ciment à

laquelle on donne l'épaisseur que le tuyau doit avoir. On a ainsi la moitié inférieure du tuyau et, dans le demi-cylindre creux de cette moitié, on place un cintre cylindrique en bois ayant le diamètre intérieur du tuyau et il est alors facile de terminer le tuyau en recouvrant la moitié supérieure du cintre d'une couche de mortier de ciment, ayant la même épaisseur que celle qui a été mise en place pour la moitié inférieure.

526. Lorsqu'un aqueduc doit résister à de très fortes charges et qu'il doit avoir en même temps une section transversale assez considérable, on le forme d'un gros tuyau en maçonnerie, à section circulaire ou elliptique. Mais on a alors un aqueduc ordinaire en maçonnerie, de section particulière, plutôt qu'un aqueduc composé de tuyaux proprement dits. On trouvera ce genre d'aqueducs, un peu plus loin.

§ II. — *AQUEDUCS DALLÉS, OU DALOTS*

1. — Calcul des dimensions des dalles employées en couverture d'aqueducs.

Formules de M. Maurice.

527. Les *aqueducs dallés* ou *dalots* sont formés de deux pieds-droits ou banquettes en maçonnerie ordinaire P, P, sur lesquelles reposent des dalles ayant l'épaisseur suffisante pour résister aux charges (*fig.* 397).

La première question qui se présente au sujet de ces aqueducs est de savoir quelle portée maximum et quelles dimensions on peut donner aux dalles employées en couverture.

M. Maurice a donné, dans les *Annales des Chemins Vicinaux* (1867), les formules suivantes :

En désignant par a l'ouverture de l'aqueduc et par E l'épaisseur des pieds-droits, on a pour longueur L des dalles, mesurée dans le sens transversal de l'aqueduc :

$$L = a + E \qquad (1)$$

c'est à dire que la longueur L est telle que le recouvrement des pieds-droits est égal de chaque côté à la moitié de l'épaisseur E de ces pieds-droits.

Dans le corps de l'ouvrage, l'épaisseur e des dalles peut être calculée au moyen de la relation

$$e = \frac{1}{3}\left(\frac{a}{a + 0{,}20}\right)^2 \qquad (2)$$

et, lorsque les dalles de tête forment plinthe, l'épaisseur e' de ces dalles de tête peut être obtenue au moyen de la formule

$$e' = e + 0{,}20\,a. \qquad (3)$$

Quand, au contraire, les dalles extrêmes affleurent simplement le parement des

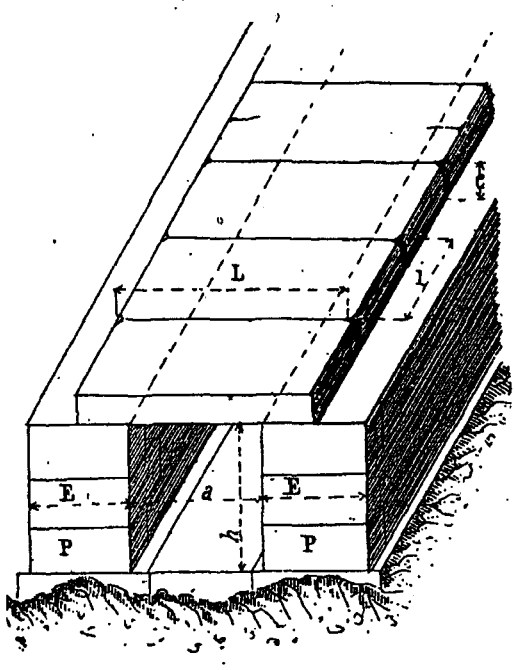


Fig. 397.

têtes et qu'elles supportent une plinthe, ces dalles se calculent comme les dalles courantes.

Quant aux plinthes placées sur les dalles de tête, on peut leur donner une épaisseur comprise entre

$$e'' = 0{,}25\,a \text{ et } 0{,}20\,a. \qquad (4)$$

La longueur l des dalles, dans le sens de la longueur de l'aqueduc, dépend évidemment des dimensions des pierres plates qu'il est possible de se procurer à proximité des ouvrages à construire.

Enfin, pour calculer l'épaisseur E des pieds-droits, M. Maurice donne la formule suivante :

$$E = 0{,}30\left[1 + a\left(2 - \frac{a}{h}\right)\right] \quad (5)$$

h étant la hauteur des pieds-droits.

Lorsque la section transversale de l'aqueduc est carrée, on a $a = h$ et la formule ci-dessus devient :

$$E = 0{,}30\ (1 + a). \quad (6)$$

M. Léon Durand-Claye donne la formule suivante pour déterminer l'épaisseur des pieds-droits :

$$E = 0^m{,}10 + 0{,}50\ a \quad (7)$$

a étant l'ouverture ou la largeur du débouché.

528. Si on applique les formules précédentes à un *dalot de* $0^m{,}60$ *d'ouverture et de* $0^m{,}80$ *de hauteur*, on a :

1° Épaisseur E des banquettes (formule 5) :

$$E = 0{,}30\left[1 + 0{,}60\left(2 - \frac{0{,}60}{0{,}80}\right)\right]$$
$$= 0^m{,}525;$$

2° Longueur L des dalles intérieures (formule 1) :

$$L = 0.60 + 0.525$$
$$= 1^m{,}125;$$

3° Épaisseur e des dalles intérieures (formule 2) :

$$e = \frac{1}{3}\left(\frac{0{,}60}{0{,}60 + 0{,}20}\right)^2$$
$$= 0^m{,}187.$$

4° Épaisseur e' des dalles de tête (formule 3) :

$$e' = 0{,}187 + 0{,}20 \times 0{,}60$$
$$= 0^m{,}307;$$

5° Épaisseur e'' des plinthes seules (formule 4) :

$$e'' = 0{,}25 \times 0{,}60 = 0^m{,}15 \text{ à } 0{,}20 \times 0{,}60 = 0^m{,}12.$$

Pour un *dalot de* $0^m{,}40$ *d'ouverture* et $0^m{,}40$ de hauteur, on aurait :

1° Épaisseur E des pieds-droits (formule 6) :

$$E = 0{,}30\ (1 + 0{,}40)$$
$$= 0^m{,}420;$$

2° Longueur L des dalles :

$$L = 0{,}40 + 0{,}42$$
$$= 0^m{,}820;$$

3° Épaisseur e des dalles courantes :

$$e = \frac{1}{3}\left(\frac{0{,}40}{0{,}40 + 0{,}20}\right)^2$$
$$= 0^m{,}148;$$

4° Épaisseur e' des dalles de tête :

$$e' = 0{,}148 + 0{,}20 \times 0{,}40$$
$$= 0^m{,}228;$$

5° Épaisseur e'' des plinthes seules :

$$e'' = 0{,}25 \times 0{,}40 = 0^m{,}10 \text{ à } 0^m{,}20 \times 0{,}40 = 0^m{,}08.$$

529. *Remarques.* — Lorsque les matériaux employés sont d'excellente qualité, les dimensions fournies par les formules ci-dessus peuvent être réduites de $^1/_{10}$ à $^1/_5$.

Si le dalot a plusieurs ouvertures, on donne aux piles intermédiaires les mêmes dimensions qu'aux pieds-droits.

L'épaisseur des piles et des pieds-droits ne doit pas être inférieure à $0^m{,}30$. Aussi, la formule (5) n'admet-elle pas pour la hauteur h des valeurs inférieures à la demi-ouverture $\frac{a}{2}$. En effet, si on fait $h = \frac{a}{2}$ dans la formule (5), il vient :

$$E = 0{,}30\ [1 + a\ (2 - 2)] = 0^m{,}30.$$

En général, il convient de donner, comme forme aux dalots, une hauteur de pieds-droits h, égale *au moins* à l'ouverture a.

Formules de M. Decomble.

530. Une dalle d'aqueduc peut être considérée comme une pièce prismatique, reposant sur deux appuis de niveau et soumise à des charges verticales. Elle travaille donc à la flexion. La partie supérieure de la dalle chargée est comprimée, et la partie inférieure est étirée, à cause de la déformation que le solide fléchi tend à prendre.

Considérons un parallélipipède de longueur a entre les appuis, de largeur l et d'épaisseur e, chargé de son propre poids uniformément réparti p par mètre de lon-

gueur et d'un poids additionnel P appliqué en son milieu.

Désignons par R_1 la résistance limite de la pierre à l'écrasement et par R_2 la limite de résistance à la rupture par extension.

M. l'Ingénieur en chef des ponts et chaussées Decomble, dans un mémoire des *Annales des ponts et chaussées* de 1872, admet que, eu égard aux résistances ordinaires tant à la compression qu'à l'étirement des pierres posées sur le lit de carrière, on est généralement assuré que la rupture d'une dalle sous un effort tendant à produire la flexion commence par la fibre la plus tendue, c'est-à-dire que la fibre la plus comprimée dans la dalle ne sera soumise à l'instant de la rupture qu'à un effort R_1', fraction de R_1, alors précisément que la fibre la plus tendue supportera R_2, limite de résistance à la rupture par extension.

En désignant par b et b_1 les distances de la fibre neutre aux fibres les plus comprimées et les plus étirées; par P, non plus une charge quelconque, mais celle capable d'entraîner la rupture de l'élasticité, ou bien encore la rupture complète et instantanée ; et par x la moindre distance entre l'un des appuis et l'intersection de la section de cassure avec les plans supérieurs et inférieurs de la pièce, plans constitués par les fibres les plus comprimées et les plus tendues, M. Decomble arrive aux relations suivantes, par des considérations que nous ne pouvons développer ici mais qu'on pourra lire dans les *Annales de* 1872 (page 174):

$$R_1' b^2 + R_2 b_1^2 = \frac{3}{l}\left[\frac{p}{2} x \left(a + \frac{P}{p} - x\right)\right] \quad (A)$$

$$\frac{R_1'}{R_2} = \frac{b_1}{b} \quad (B)$$

$$b + b_1 = e \quad (C)$$

cette dernière relation exprimant que la somme des distances b et b_1 est égale à l'épaisseur e de la dalle.

On suppose la distance x déterminée par expérience, et on pose :

$$K = \frac{p}{2} x \left(a + \frac{P}{p} - x\right).$$

On a d'autre part, d'après l'hypothèse qui sert de base à la théorie et à l'établissement des formules de Navier :

$$R_1 = R_1' \times \frac{b}{b_1}.$$

Donc :

$$R_1' = R_1 \times \frac{b}{b_1};$$

et, par la relation (B):

$$R_2 = R_1 \times \left(\frac{b}{b_1}\right)^2.$$

Substituant dans l'équation (A), il vient:

$$\frac{b^2}{b_1} = \frac{3}{l} \times \frac{K}{e \times R_1} \quad (A')$$

puis :

$$R_2 = R_1 \times \left(\frac{b}{b_1}\right)^2 \quad (B')$$

relation faisant voir que l'axe neutre ne peut jamais se trouver sur l'une des faces horizontales de la dalle (car si, par exemple, on pose $b = o$, on a $\frac{R_1}{R_2} = \infty$, ce qui est absurde); enfin :

$$b + b_1 = e. \quad (C')$$

dans lesquelles relations, R_1 peut être considérée comme déterminée d'avance par une expérience directe, c'est-à-dire par l'écrasement préalable d'un petit cube de pierre.

On a, par conséquent, trois équations entre trois inconnues, et une solution complète est assurée.

Il est d'ailleurs évident que tout ce qui précède serait encore vrai dans le cas où la dalle, au lieu de se rompre par la fibre la plus tendue, se romprait au contraire par la fibre la plus écrasée.

Il en résulte que, si l'on veut déterminer R_2, les équations deviennent les suivantes :

$$b = -\frac{1}{2e} \times \frac{3K}{lR_1} + \sqrt{\frac{3K}{lR_1} + \left(\frac{1}{2e} \times \frac{3K}{lR_1}\right)^2} \quad (A'')$$

$$b_1 = e - b \quad (B'')$$

$$R_2 = R_1 \times \left(\frac{b}{b_1}\right)^2. \quad (C'')$$

Et si l'on veut la relation constante qui existe entre les dimensions variables des dalles (l, e et a), on trouve :

$$b = e \times \left(\frac{1}{1 + \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}}\right) \quad (A''')$$

$$b_1 = e \times \left(\frac{\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}}{1+\sqrt{\frac{R'}{R_2}}} \right) \qquad (B'')$$

$$l = \frac{1}{e^2}\left[\frac{p}{2}x\left(a+\frac{P}{p}x\right)\right] \times \left[\frac{3}{R_1}\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\left(1+\sqrt{\frac{R'}{R_2}}\right)\right] \qquad (C'')$$

de sorte que l ne varie pas, en général, proportionnellement à a, mais toujours d'une manière inversement proportionnelle à e^2.

Pour appliquer ces formules, il faut déterminer expérimentalement les valeurs des coefficients de résistance R_1 et R_2, ainsi que la distance x.

Dalles en ardoises de Lourdes.

531. Cette détermination a été faite sur des dalles extraites dans les ardoisières de Lourdes (Hautes-Pyrénées), au moyen d'un appareil composé de deux poteaux en chêne fixés verticalement d'une manière invariable sur une forte semelle en charpente, leurs faces posées parallèlement, et dont les extrémités supérieures, dérasées dans un même plan horizontal, portaient deux couteaux en fer dont les tranchants se trouvaient à 0m,506 l'un de l'autre.

La poutrelle en pierre et à section rectangulaire que l'on voulait essayer, se trouvait posée bien d'aplomb sur les deux couteaux, à l'aide de coussinets formés de plusieurs feuillets de papier superposés. Puis, sur le milieu même de la poutrelle (préalablement repéré avec soin, ainsi que les lignes de pose sur les couteaux), on plaçait un cylindre creux en fer, dont l'arête de contact était amenée aussi exactement que possible en ce milieu.

Deux chaînes suspendaient un plateau aux deux bouts du cylindre; on posait une planche assez longue sur ce plateau, pour donner une large assiette à la charge d'épreuve; et, enfin, on accumulait des poids sur cette plate-forme, successivement, lentement, sans secousses sensibles, en ayant soin de terminer la charge par écoulement de grenaille de plomb dans une caisse, jusqu'à obtenir la rupture complète et instantanée.

Toutes les cassures, obtenues dans les prismes en ardoises de Lourdes, sont

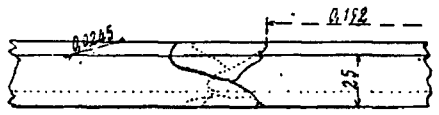


Fig. 398.

lamellaires, en quelque sorte nerveuses comme celles de certains fers. Aucune de ces cassures n'est franche, normale à la longueur de la pièce, et placée juste en

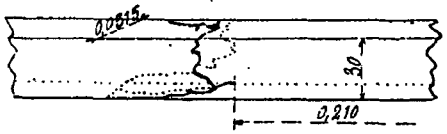


Fig. 399.

son milieu; toutes, au contraire, sont obliques, en quelque sorte à cheval sur la section médiane, jamais très allongées (*fig.* 398, 399, et 400).

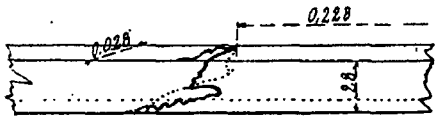


Fig. 400.

De plus, une des pièces a été posée sur les couteaux, dans un sens perpendiculaire au lit de carrière, et la cassure constatée est celle représentée par la figure 401.

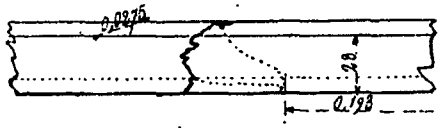


Fig. 401.

La première expérience (*fig.* 398) a donné les résultats suivants :

Pour $a = 0^m,506$; $l = 0^m,0245$;

$e = 0^m,025$; la rupture s'est produite sous les charges :

p (poids du mètre courant de poutrelle) $= 1^k,715$.

P (poids additionnel concentré au milieu de la pièce) $= 159^k,40$, et on a constaté comme distance x de l'un des appuis au point le plus rapproché de la cassure :

$$x = 0^m,192.$$

La résistance R_1 ayant été déterminée au moyen de la rupture par compression directe d'un petit cube de $0^m,03$ de côté, en même pierre, on a trouvé :

$R_1 = 4\,010\,000$ kilogrammes par mètre carré de section tranversale. On a alors tous les éléments pour calculer R_2.

La formule (A″) donne :

$$b = 0,0142$$

et la formule (B″) :

$$b_1 = 0,0108$$

et on obtint, par suite, avec la formule (C″) la valeur de R_2 :

$$R_2 = 6\,932\,326.$$

Dans la deuxième expérience (*fig.* 399) on avait :

$$a = 0^m,506$$
$$l = 0^m,0315$$
$$e = 0^m,030$$
$$p = 2_k,646$$
$$P = 264^k$$
$$x = 0^m,210$$

et, par suite, les formules ont donné les résultats suivants :

$$b = 0^m,017$$
$$b_1 = 0,013$$
$$R_2 = 6\,857\,337.$$

Dans la troisième expérience (*fig.* 400) toutes ces valeurs étaient respectivement :

$$a = 0^m,506$$
$$l = e = 0^m,028$$
$$p = 2^k,195$$
$$P = 196^k,60$$
$$x = 0^m,228,$$

d'où

$$b = 0,016$$
$$b_1 = 0,012$$
$$R_2 = 7\,128\,889.$$

La moyenne des trois valeurs trouvées pour le coefficient de résistance R_2 est :

$$R_2 = \frac{6\,932\,326 + 6\,857\,337 + 7\,128\,889}{3} = 6\,972\,851.$$

On peut dire que les coefficients R_1 et R^2 ont pour valeur, en nombres ronds :

$$R_1 = 4\,000\,000^k$$
$$R_2 = 7\,000\,000^k$$

Enfin, dans la quatrième expérience (l'ardoise posée de champ) (*fig.* 401), les résultats ont été :

$$R_1 = 3\,810\,000$$
$$R_2 = 5\,691\,477.$$

(Pour la détermination de R_1, le cube d'essai se trouvait placé de champ comme la dalle en expérience).

Dans les applications on prend le dixième de ces valeurs de R_1 et R_2 quand les dalles sont d'excellente qualité et seulement 1/15 de ces mêmes valeurs pour uue bonne qualité ordinaire.

On voit donc que, dans le cas de la pose de la poutrelle sur le lit de carrière (expériences 1, 2 et 3), on a :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{4\,000\,000}{7\,000\,000} = 0,57$$

et que, dans le cas de la pose de la pierre de champ (4e expérience), ce rapport a pour valeur :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{3\,810\,000}{5\,691\,477} = 0,67.$$

Application des données précédentes à la recherche des dimensions qu'on peut adopter pour les dalles de Lourdes sous les voies de chemin de fer.

532. Si, dans les formules (A‴), (B‴) et (C‴), on remplace R_1 et R_2 par le dixième des valeurs précédemment trouvées, on a :

$$b = 0,57 \times e \qquad (A^{IV})$$
$$b_1 = 0,43 \times e \qquad (B^{IV})$$
$$l = \frac{1}{e^2}\left[\frac{p}{2}x\left(a + \frac{P}{p} - x\right)\right] = 0,000\,01 \qquad (C^{IV})$$

Problème.

533. *Calculer l'épaisseur que doit avoir une dalle de* 1 *mètre de portée et de* $0^m,70$ *de largeur.*

Cette largeur $l = 0^m,70$ est la largeur courante du commerce. On a :

$$a = 1^m,00$$
$$l = 0^m,70.$$

Le poids P sera, par exemple, celui que transmet un demi-essieu de machine En-

gerth, soit $\frac{11500^k}{2}$, multiplié par le maximum du coefficient de trépidation qui résulte des expériences anglaises, soit 3. Donc :

$$P = 3\,\frac{11\,500}{2} = 17\,250^k.$$

Le poids p, uniformément réparti par mètre de longueur de dalle, se composera du poids d'une bande de ballast et de matériel fixe de 1 mètre de longueur et de $0^m,70$ de largeur, et du poids propre de la dalle.

(L'ardoise pèse 2 800 kilogrammes le mètre cube). Par conséquent,

$$p = 0^m,70 \times \left(\frac{240^k + (0^m,50 \times 3^m,50 \times 1^m,00 \times 2000^k)}{3^m,50}\right) + (1^m,00 \times 0^m,70 \times e + 2\,800^k),$$

$$p = 748 + 1\,960\,e.$$

La distance x est égale à environ la moitié de la portée a, soit :

$$x = \frac{1,00}{2} = 0^m,50.$$

La formule (C^{IV}) donne :

$$0^m70 \times e^2, = \frac{748 + 1960e}{400\,000}\left(0,50 + \frac{17\,250}{748 + 1\,960\,e}\right)$$

d'où

$$e = 0^m,2526$$

soit,

$$e = 0^m,25.$$

On arrive ainsi à une épaisseur de dalle appliquée depuis longtemps sous les chemins de fer et vérifiée par expérience.

Cependant, sous le chemin de fer de Lourdes à Pierrefitte, l'épaisseur e a été portée jusqu'à $0^m,30$ pour une portée $a = 1^m,00$, pour tenir compte des défauts inaperçus qui pourraient se rencontrer dans les dalles.

Problème.

534. *Calculer la portée maximum qu'il est possible de donner à une dalle de Lourdes.*

Supposons qu'on ait à sa disposition de bonnes dalles de Lourdes de *premier choix*. On veut savoir quelle plus grande portée il est raisonnable de leur assigner quand on les emploie sous les rails d'un chemin de fer.

La plus grande largeur qu'on peut obtenir avec recherche, mais sans grande difficulté, est $l = 1^m,00$.

Nous supposerons que les traverses et le ballast ont pour effet de transmettre uniformément la charge roulante à toute la surface du dallage. C'est une hypothèse qu'on fait souvent pour le calcul des ouvrages placés au-dessous des voies ferrées lorsque celles-ci sont posées sur des traverses reposant elles-mêmes sur une couche de ballast.

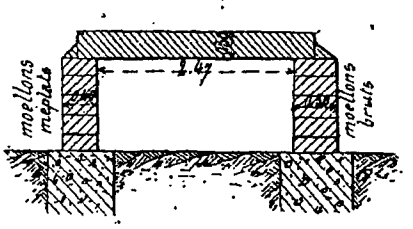


Fig. 402. — Coupe d'un dalot de portée maxima en ardoises de Lourdes.

Considérons une tranche de dallage, large de 1 mètre. On a :

$$l = 1^m,00$$

$$x = \frac{a}{2}$$

Dès lors, la formule (C^{IV}) se simplifie et peut se mettre sous la forme

$$e^2 = \frac{pa^2}{800\,000}$$

dans laquelle la valeur de la charge totale uniformément répartie p a pour valeur :

$$p = \frac{11500^k \times 3 + 240^k + (0^m,50 \times 3^m,50 \times 1^m,00 \times 2000^k)}{3^m,50} + (1^m,00 \times 1^m,00 \times e \times 2\,800^k) = 10\,926 + 2\,800\,e.$$

On en tire :

$$a = \sqrt{\frac{800\,000 \times e^2}{10\,926 + 2\,800\,e}}$$

et comme, en exploitation courante, l'épaisseur e dépasse assez rarement $0^m,30$, on a pour limite de a :

$$a = \sqrt{\frac{800\,000 \times 0,09}{10\,926 + 2\,800 \times 0,30}} = \sqrt{6,12} = 2^m,47.$$

La coupe transversale d'un dalot de portée maximum en ardoises de Lourdes pourra donc être représentée par la figure 402.

Si, au lieu de supposer des dalles de premier choix (ou $\frac{1}{10}$ des coefficients R_1 et R_2), on avait admis de bonnes dalles ordinaires (ou $\frac{1}{15}$ des coefficients R_1 et R_2), on aurait trouvé :

$$e^2 = \frac{pa^2}{8} \times 0{,}000\,015$$

d'où

$$a = 2^m{,}02.$$

Sous la route nationale n° 117, à la traversée du canal de l'Est de la plaine de Tarbes, on a construit, en 1853, un pont en dalles de Lourdes avec une portée $a = 3^m{,}80$, une épaisseur $e = 0^m{,}18$ à $0^m{,}22$, et une largeur $l = 0^m{,}85$ au minimum. En appliquant les formules et les coefficients précédents à ces dalles, on trouve que, sous les plus lourdes charges, elles travaillent à $\frac{1}{13}$ des résistances R_1 et R_2 admises par M. Decomble.

535. En *résumé*, on voit par ce qui précède que les ardoises de Lourdes fournissent des dalles dont les coefficients de rupture à la compression et à l'extension ont pour valeurs moyennes :

$$R_1 = 3\,810\,000^k.$$
$$R_2 = 5\,691\,477^k.$$

par mètre carré de section transversale.

En pratique, lorsque les dalles sont choisies d'excellente qualité, on peut compter en toute sécurité sur le $\frac{1}{10}$ de ces chiffres, et lorsque les dalles sont simplement de bonne qualité ordinaire, on ne doit pas dépasser $\frac{1}{15}$ de ces mêmes chiffres, autant que possible.

Le problème consistant à calculer l'épaisseur e d'une dalle dont on connaît la portée a et la largeur l, est facile à résoudre au moyen de la formule C^v. C'est ainsi qu'on a trouvé qu'une dalle de 1 mètre de portée et $0^m{,}70$ de largeur, provenant des ardoisières de Lourdes, et employée en couverture d'aqueduc sous voie ferrée, devait avoir une épaisseur e égale à $0^m{,}25$.

Pour calculer la portée maximum qu'on peut donner à une dalle de largeur et d'épaisseur données, on se sert encore de la formule C^v, de laquelle on tire la valeur de a. On a trouvé qu'une dalle de Lourdes se trouvant dans les conditions les plus favorables de qualité ($^1/_{10}$ des valeurs de R_1 et R_2), de 1 mètre de largeur et de $0^m{,}30$ d'épaisseur, pouvait avoir une portée maximum de $2^m{,}47$. Une dalle de qualité ordinaire, ayant les mêmes dimensions, pourrait avoir une portée maximum de $2^m{,}02$.

Dalles en marbre rouge de Cierp.

536. La densité du marbre rouge de Cierp, dit Griote, est 2 965 kilogrammes. Ce marbre est formé de veines et de nodules d'aspect et de résistances variables, ayant des soudures de résistances, différentes avec la pâte juxtaposée. Il résulte de ce défaut d'homogénéité que les coefficients de rupture présentent des écarts assez considérables. Ainsi, le coefficient de résistance à la rupture instantanée par compression varie de $R_1 = 3\,080\,000$ kilogrammes par mètre carré à $R_1 = 3\,400\,000$ kilogrammes.

Des expériences analogues à celles qui ont été faites sur les ardoises de Lourdes ont donné les résultats suivants, en ce qui concerne le coefficient de résistance R_2 à la rupture par extension :

$$R_2 = 1\,632\,570 \text{ kil.}$$
$$R_2 = 1\,687\,707 \text{ —}$$
$$R_2 = 1\,464\,928 \text{ —}$$

Moyenne : $R_2 = 1\,595\,068$ kil.

Les valeurs de R_1 et R_2 à introduire dans les formules sont donc, en nombres ronds :

$$R_1 = 3\,000\,000 \text{ kil.}$$
$$R_2 = 1\,600\,000 \text{ kil.}$$

En réalité les chiffres qui entrent dans les calculs seront le $^1/_{10}$ de ces nombres.

Dalles en pierre grise de Cazaux.

537. La pierre grise de Cazaux pèse 2 865 kilogrammes et son coefficient de résistance à la rupture par compression est de :

$$R_1 = 3\,080\,000 \text{ kil.}$$

Des expériences analogues à celles qui ont été faites sur les dalles de Lourdes, ont donné les résultats suivants, pour le coefficient de résistance à la rupture par extension :

$$R_2 = 2\ 697\ 547 \text{ kil.}$$
$$R_2 = 2\ 648\ 316 \text{ —}$$

On peut donc adopter, en chiffres ronds :

$$R_1 = 3\ 000\ 000 \text{ kil.}$$
$$R_2 = 2\ 600\ 000 \text{ —}$$

et prendre, dans les applications, le $^1/_{10}$ de ces coefficients.

538. *Calculer la portée maximum qu'il est possible de donner à une dalle en pierre grise de Cazaux.*

La formule (C‴) peut s'écrire :

$$l = \frac{1}{e^2} \times pa^2 \times c$$

en exprimant x en fonction de $a \left(x = \frac{a}{2}\right)$

et en désignant par c tout le terme restant. On en tire :

$$a = \sqrt{\frac{8\,le^2}{pc}}.$$

Soit une dalle ayant une largeur $l = 1^m,00$ et une épaisseur $e = 0^m.30$. On a, en outre :

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{3\ 000\ 000}{2\ 600\ 000}$$

$$\text{et } R_1 = 300\ 000^k \left(\frac{1}{10} R_1\right)$$

En effectuant les calculs, il vient :

$$a = \sqrt{\frac{0{,}72}{c(10\,926 + 2\,865\,e)}} = \sqrt{\frac{0{,}72}{c \times 11\,785{,}5}}$$

$$\text{et } c = \frac{3}{300\ 000} \sqrt{\frac{3\ 000\ 000}{2\ 600\ 000}} \left(1 + \sqrt{\frac{3\ 000\ 000}{2\ 600\ 000}}\right)$$

$$= \frac{1}{100\ 000} \sqrt{1{,}153\ 846} \left(1 + \sqrt{1{,}153\ 846}\right)$$

$$= 0{,}000\ 022\ 274\ 76.$$

Par conséquent :

$$a = \sqrt{\frac{0{,}72}{0{,}000\ 022\ 274\ 76 \times 11\ 785{,}5}}$$

$$= \sqrt{\frac{0{,}72}{0{,}2625}} = \sqrt{2{,}743}$$

$$a = 1^m,66.$$

La figure 403 représente un dalot dont les dalles, en pierre grise de Cazaux, ont leur portée maximum de $1^m,66$.

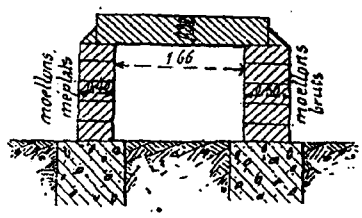


Fig. 403. — Coupe d'un dalot de portée maxima en marbre gris de Cazeaux.

Le marbre de Cazaux a été employé sous le chemin de fer de Montréjeau à Bagnères-de-Luchon, en dalles ayant une portée $a = 0^m,70$, une épaisseur $e = 0^m,25$ et une largeur l d'environ $0^m,60$.

II. — Sections transversales des dalots.

Dalots simples.

539. Lorsque les dalots doivent avoir des dimensions très petites, on se contente de les constituer avec quatre pierres plates; l'une pour radier à la partie inférieure, deux autres placées latéralement forment les pieds-droits verticaux et enfin, une quatrième, posée sur les deux précédentes en recouvrement. On peut obtenir une section encore très solide en lui donnant une forme triangulaire composée d'une pierre servant de radier et de deux autres inclinées arc-boutées à leur sommet.

Les ouvertures généralement en usage pour les aqueducs dallés sont : $0^m,40$, $0^m,50$; $0^m,60$; $0^m,70$; $0^m,80$; $0^m,90$. On ne va guère au-delà de 1 mètre, et encore, dans ce cas faut-il qu'il existe dans le pays, et en quelque sorte à pied d'œuvre, des pierres de libage d'une dimension exceptionnelle.

Cependant, quand on peut facilement se procurer d'excellentes dalles, comme celles des ardoisières de Lourdes ou des carrières de marbre rouge de Cierp, par exemple, on a vu que cette ouverture de 1 mètre peut être dépassée de beaucoup.

540. *Radiers et fondations.* — Les pieds-droits ou banquettes des dalots reposent sur une fondation formant socle (*f*, *f*, *fig.* 404). Ordinairement, on établit entre les socles un petit massif de maçonnerie *r*, de $0^m,20$ à $0^m,30$ d'épaisseur, formant *radier*, dans le but d'empêcher les affouillements du sol qui, sans cela, se produiraient au passage du courant.

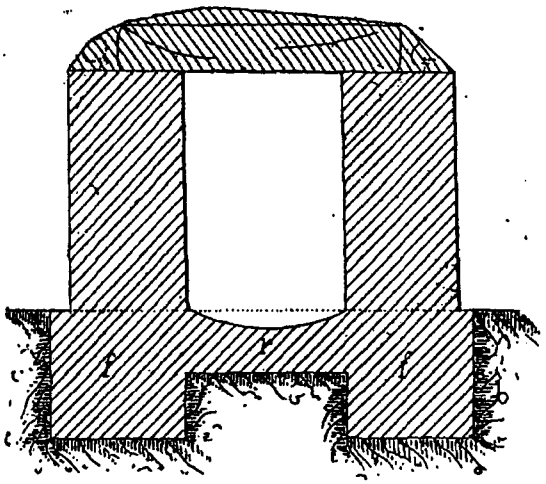


Fig. 404.

Lorsqu'il n'y a pas de radier, on donne aux socles, sous les pieds-droits, une surépaisseur de $0^m,10$ à $0^m,15$, régnant sur tout le pourtour de la banquette.

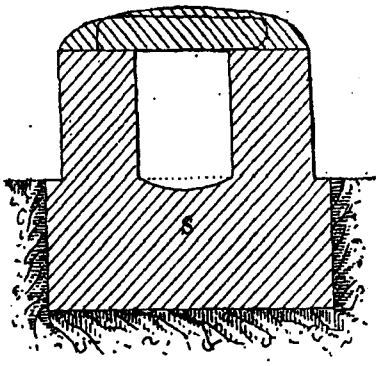


Fig. 405.

Le plus souvent, et surtout quand le sol est peu résistant, on répartit la charge totale du dalot sur une plus grande surface de terrain, en établissant sur toute la largeur de l'ouvrage un massif ou socle unique *s* (*fig.* 405) qui supporte à la fois les deux pieds-droits et le radier.

La section transversale du radier présente quelquefois une légère concavité déterminée par un arc de cercle auquel on donne une flèche généralement égale au douzième de l'ouverture environ (*fig.* 404 et 405).

Mais cette concavité n'est pas très efficace si elle n'a pour but que de ramasser les eaux sur l'axe du dalot, car elle disparaît promptement par les amas de détritus qui s'y forment. Il vaut mieux, dans ce cas, simplifier la forme de la section transversale de l'ouvrage en faisant un radier plat (*fig.* 406 et 407).

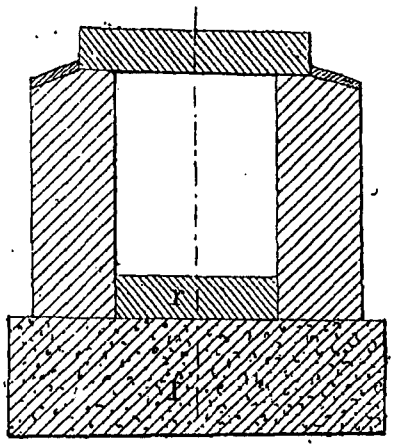


Fig. 406.

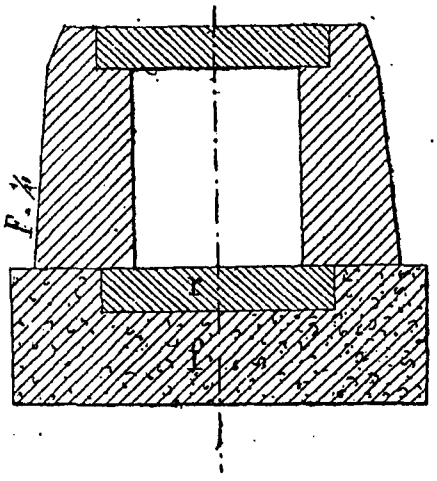


Fig. 407.

Le radier concave n'a sa raison d'être que lorsque, en raison de la mauvaise qualité du sol dans lequel le dalot doit être établi, on a à craindre des poussées laté-

rales tendant à produire un soulèvement du radier.

Le radier concave constitue alors une espèce de voûte renversée se trouvant dans de bonnes conditions pour résister aux poussées verticales dirigées de bas en haut.

Lorsque la fondation est formée par un massif général occupant toute la largeur de l'ouvrage, le radier *r* peut être placé au-dessus de ce massif de fondation *f*, comme cela est indiqué pour le radier plat de la figure 406; il occupe alors la largeur comprise entre les pieds-droits. Il peut aussi être noyé dans le massif des fondations, comme on le voit sur la figure 407. Dans ce cas, il se prolonge un peu en dessous des pieds-droits.

Les radiers des dalots se font en maçonnerie ordinaire ou en béton, et souvent ils sont formés d'un simple pavage en moellons. Quand le massif des fondations existe sur toute la largeur, on se dispense parfois de construire un radier; il se trouve formé par le massif lui-même, comme on le verra dans quelques types de dalots.

Le massif des fondations se fait soit en maçonnerie ordinaire, soit, plus fréquemment, en béton.

541. *Pieds-droits.* — Les pieds-droits des dalots se font presque toujours à parements verticaux (*fig.* 406). Cependant, lorsque l'ouvrage est fortement chargé par un remblai élevé, on donne un fruit au parement extérieur afin d'augmenter la résistance des pieds-droits sans augmenter sensiblement leur cube de maçonnerie. Ce fruit est ordinairement de $^1/_{10}$ (*fig.* 407).

Les pieds-droits se construisent en maçonnerie ordinaire, moellons ou briques, selon les cas.

542. *Dallage.* — Les dalles sont maçonnées sur les pieds-droits et entre elles, en garnissant, avec des éclats noyés dans le mortier, tous les vides et défauts d'épaisseur, de manière à former extérieurement une surface convexe, comme cela se voit sur les figures 404 et 405.

Inutile d'ajouter que ces couverceaux sont des libages bruts ou simplement dégrossis, car il est absolument inutile de tailler les pierres qui sont entièrement cachées.

Les dalles ont ordinairement une épaisseur de $0^m,15$ à $0^m,20$; elles portent sur les banquettes avec un recouvrement à peu près égal à leur épaisseur, soit $0^m,15$ à $0^m,20$.

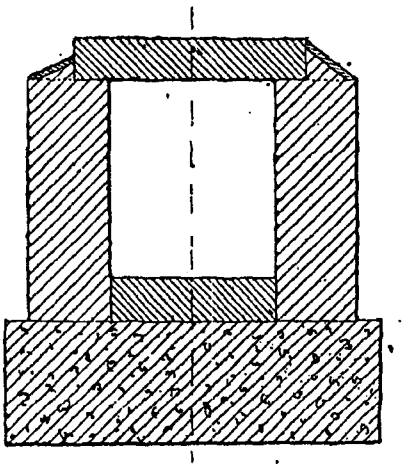


Fig. 408.

Dans la disposition représentée par la figure 406, les dalles sont simplement posées à mortier sur les pieds-droits, lesquels se terminent latéralement par un plan incliné recouvert d'une chape. Il n'y a donc pas encastrement latéral.

Dans d'autres types, les dalles sont épaulées à moitié épaisseur, comme on le voit à gauche de l'axe de la figure 408; ou bien l'épaulement est complet, comme cela est représenté à droite de la même figure.

543. *Dimensions des dalots.* — L'*ouverture* des dalots varie de $0^m,40$ à 1 mètre. On fait rarement des dalots ayant moins de $0^m,40$ (on les remplace dans ce cas par des aqueducs en tuyaux) et ayant plus de 1 mètre d'ouverture (on a alors généralement avantage à construire des dalots doubles).

Les dalots simples ont presque toujours une section libre de forme carrée, et par conséquent, la *hauteur libre*, mesurée entre le dessus du radier et le dessous des dalles, est égale à l'ouverture. La hauteur est rarement supérieure à l'ouverture, car les dalots ne s'emploient le plus souvent que sur des points où l'on manque de hauteur pour établir un aqueduc voûté.

L'*épaisseur minimum du radier et du massif de fondation*, est de 0m,25 à 0m,30. Cette épaisseur doit être augmentée quand l'ouvrage est établi sur un sol ne présentant pas une résistance parfaite.

L'*épaisseur des pieds-droits* se calcule par les formules précédemment indiquées: formules de M. Maurice (5) et (6) et formule de M. Léon Durand-Claye (7) (n° 527). Cette épaisseur varie de 0m,35 à 0m,60 suivant l'ouverture, mais lorsque les matériaux employés ne sont pas très résistants, on ne doit pas donner aux pieds-droits une épaisseur inférieure à 0m,50.

L'*épaisseur des dalles* est assez irrégulière; elle est ordinairement comprise entre 0m,15 à 0m,20. C'est l'épaisseur suivant laquelle elles sont le plus couramment débitées en carrière.

La *largeur des dalles* doit être égale à l'ouverture du dalot plus les deux recouvrements. Or, les dalles que l'on rencontre le plus fréquemment n'ont pas plus de 0m,70 à 1m,20, de sorte qu'elles ne peuvent servir à couvrir que des dalots ayant moins de 1 mètre d'ouverture. Ce n'est qu'exceptionnellement qu'on a à sa disposition des dalles aussi résistantes et présentant d'aussi grandes dimensions que celles extraites des ardoisières de Lourdes ou des carrières de marbre rouge du Cierp. Les premières peuvent atteindre jusqu'à 3 et 4 mètres, sur des épaisseurs en rapport avec leur résistance. Elles permettent d'établir des ponceaux dallés de grande ouverture, comme cela a été fait, par exemple, par le service vicinal des Basses-Pyrénées pour des ouvertures de 4 mètres. Dans le Loir-et-Cher, on a construit avec des dalles de la carrière de Pince-Allouette (Indre-et-Loire) un dalot triple avec des ouvertures de 3 mètres, les pieds-droits ayant 1m,45 de hauteur. Ces constructions, avec de très grandes dalles, ne sont possibles que lorsqu'on se trouve à proximité des carrières et que le débouché de l'ouvrage doit présenter la plus grande hauteur possible. On comprend, en effet, que dans le cas contraire, l'extraction, le transport à pied-d'œuvre et la mise en place de pareilles dalles occasionneraient nécessairement des dépenses supérieures à celles qu'exigerait la construction d'un aqueduc voûté en maçonnerie ou d'un dalot à plusieurs ouvertures.

Sur les chemins de fer P.-L.-M. on a autrefois employé la disposition représentée par la figure 409, dans le but de couvrir un dalot d'ouverture donnée au moyen de dalles trop petites pour cette ouverture. Les dalles reposent sur des encorbellements qui diminuent leur portée. Mais il vaut encore mieux, quand les dalles dont on dispose sont trop petites pour couvrir l'aqueduc d'ouverture donnée, résoudre le problème par l'emploi d'un dalot double. C'est du reste ce qui a été fait depuis.

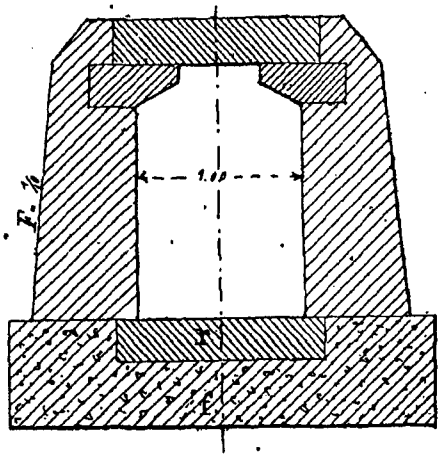


Fig. 409.

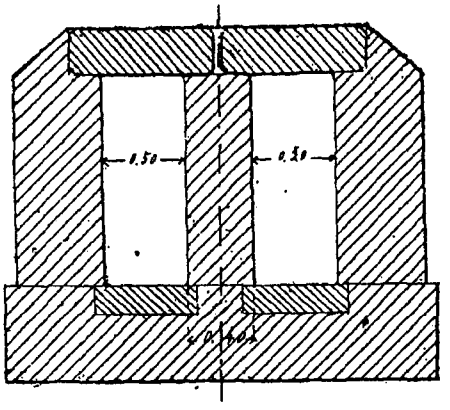


Fig. 410.

Dalots à plusieurs ouvertures.

544. Ainsi, pour un aqueduc de 1 mètre d'ouverture, si l'on n'a pas de dalles

de dimensions suffisantes, on pourra faire deux aqueducs de $0^m,50$ d'ouverture chacun séparés seulement par une pile intermédiaire de $0^m,40$ d'épaisseur (*fig.* 410).

M. Maurice recommande de donner aux piles intermédiaires la même épaisseur qu'aux pieds-droits et calculer cette épaisseur pour le support qui a le plus de hauteur. L'aqueduc triple (*fig.* 411) est établi dans ces conditions.

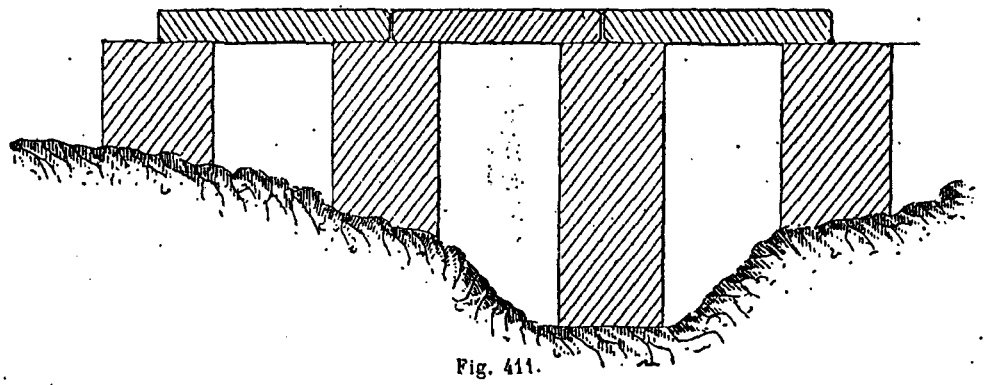


Fig. 411.

III. — Sections longitudinales des dalots.

Dalots à faible pente.

545. La section longitudinale d'un aqueduc dallé à faible pente ne présente rien de bien particulier.

Le radier doit être un peu plus bas à l'aval qu'à l'amont pour la facilité de l'écoulement des eaux. On donne généralement au radier une pente longitudinale de $0^m,01$ par mètre environ.

On doit avoir soin, en mettant les dalles en place que leur parement inférieur soit bien sur un même plan, autant que possible.

Dalots à forte pente.

546. Lorsque les aqueducs sont établis sur des ruisseaux qui ont une forte pente, on ne peut établir les radiers de ces ouvrages sensiblement horizontaux. On leur donne alors la pente du ruisseau. Mais comme l'eau acquiert dans ces aqueducs une grande vitesse, il est nécessaire que le radier soit très solidement établi. On le garnit de moellons smillés, soigneusement posés et maçonnés en alternant les joints. Les fondations reposent sur le sol naturel par redans successifs afin qu'il n'y ait aucune tendance au glissement sous l'action de la poussée des terres ou du poids de l'aqueduc (*fig.* 412, 414, 416, 417).

Quand la différence de niveau entre l'amont et l'aval de l'aqueduc n'est pas trop grande, on peut donner au radier seulement l'inclinaison du ruisseau, le dallage restant horizontal. Il faut évidemment que le débouché ait la section suffisante dans sa partie la moins haute, c'est-à-dire à l'amont. La coupe longitudinale de l'aqueduc dallé présente alors la disposition de la figure 412. Mais cette dispo-

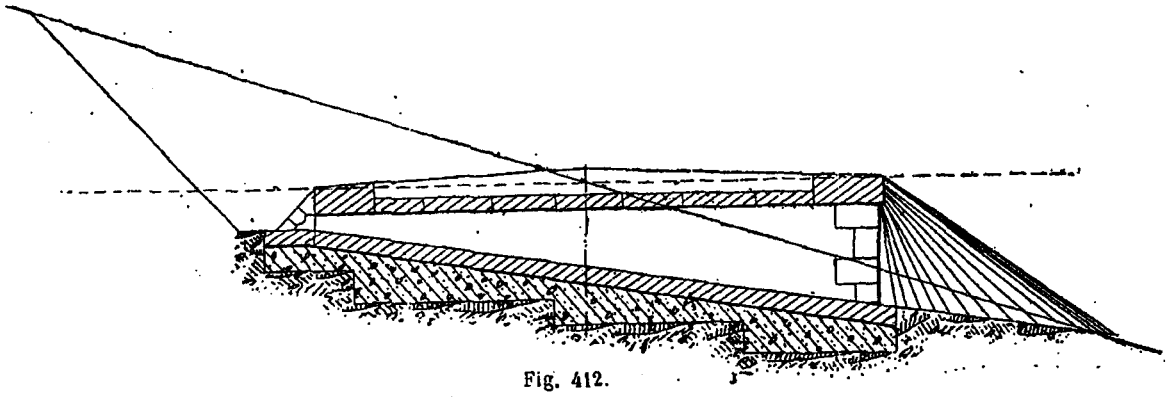


Fig. 412.

sition n'est vraiment avantageuse que pour les aqueducs voûtés.

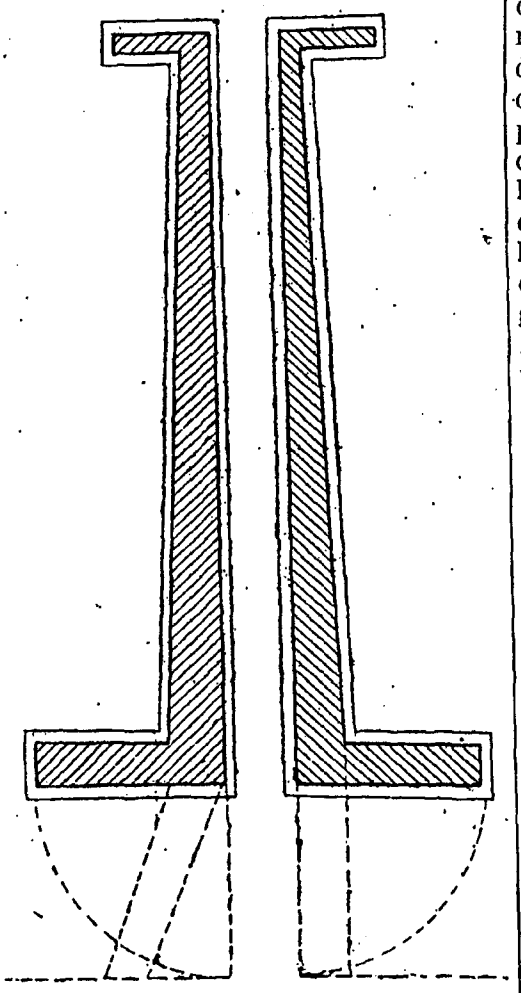


Fig. 413.

On remarquera que les pieds-droits n'ont pas la même hauteur sur toute la longueur de l'ouvrage. M. Maurice, donne à ce sujet les indications suivantes (*Annales des chemins vicinaux*, 1867) : Si la différence de niveau entre l'amont et l'aval ne donne pour le plafond de l'aqueduc que des valeurs de moins d'un mètre, on calcule l'épaisseur des pieds-droits par rapport à la plus grande hauteur, et on adopte cette épaisseur uniformément pour toute la longueur de l'aqueduc. Mais lorsque la différence de niveau entre l'amont et l'aval est supérieure à un mètre, les pieds droits peuvent avoir des épaisseurs inégales à l'amont et à l'aval, déduites de leur hauteur respective et présentant en plan la disposition de la figure 413.

Il est quelquefois préférable, au lieu d'adopter cette différence d'épaisseur pour un même pied droit, de niveler le radier dans le sens de sa longueur au moyen d'un massif de maçonnerie formant fondation à profondeurs inégales. Sur ce massif on établit des pieds-droits dont l'épaisseur est calculée par rapport à une hauteur unique (*fig.* 414 et 415).

Pour un aqueduc dallé, relativement peu incliné, l'arasement des pieds-droits peut être fait en pente continue, les dalles du corps de l'ouvrage se trouvant juxtaposées suivant cette pente (*fig.* 416). Mais il faut toujours que les dalles des extrémités amont et aval soient posées horizontalement.

Lorsque la pente de l'aqueduc est plus fortement accentuée, les dalles qui seraient placées suivant cette pente auraient tendance au glissement et il est préférable, dans ce cas, d'araser les pieds-droits par redans successifs horizontaux sur lesquels les dalles sont posées horizontalement

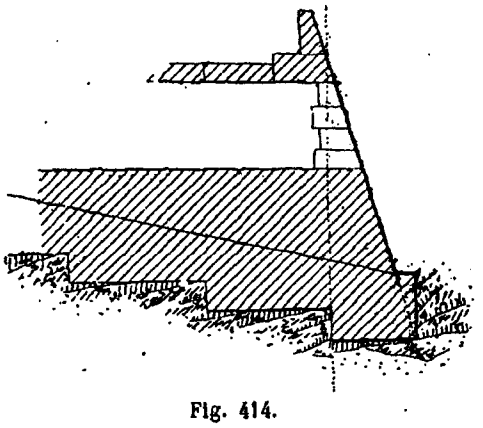


Fig. 414.

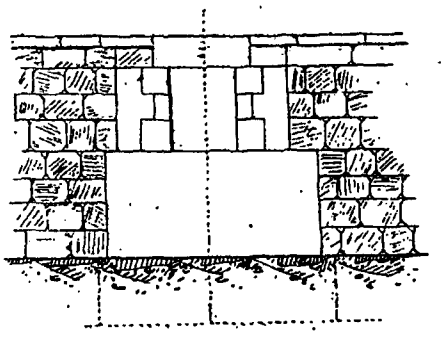


Fig. 415.

(*fig.* 417). Ces redans peuvent du reste recevoir chacun une, deux, trois dalles..., suivant leur longueur, cette longueur résultant du plus ou moins d'inclinaison de l'aqueduc et de la dénivellation adoptée d'un redan au suivant.

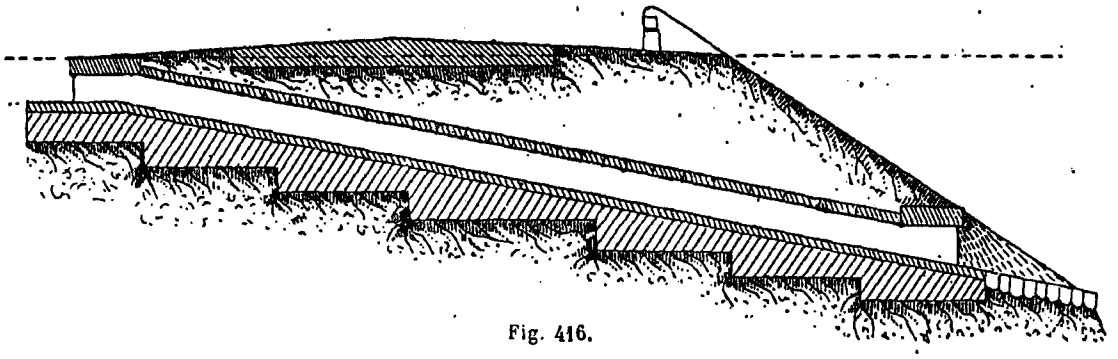


Fig. 416.

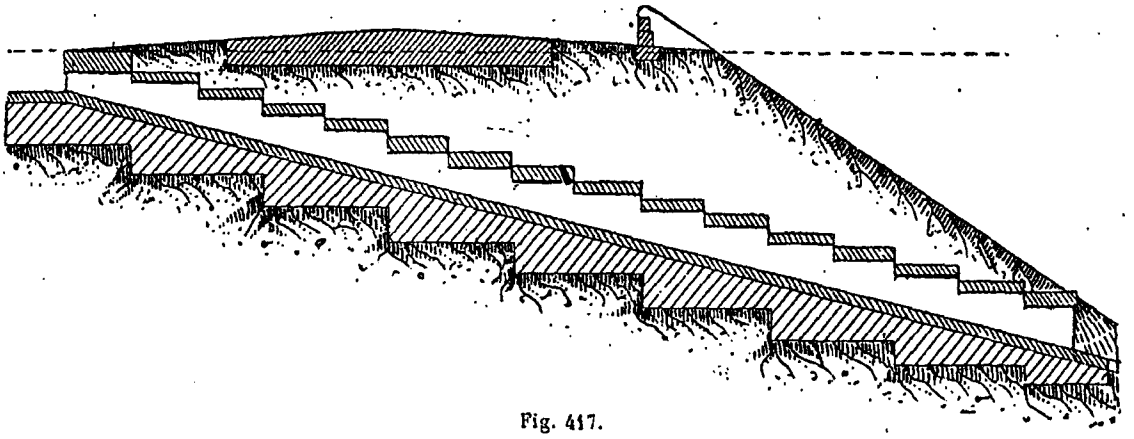


Fig. 417.

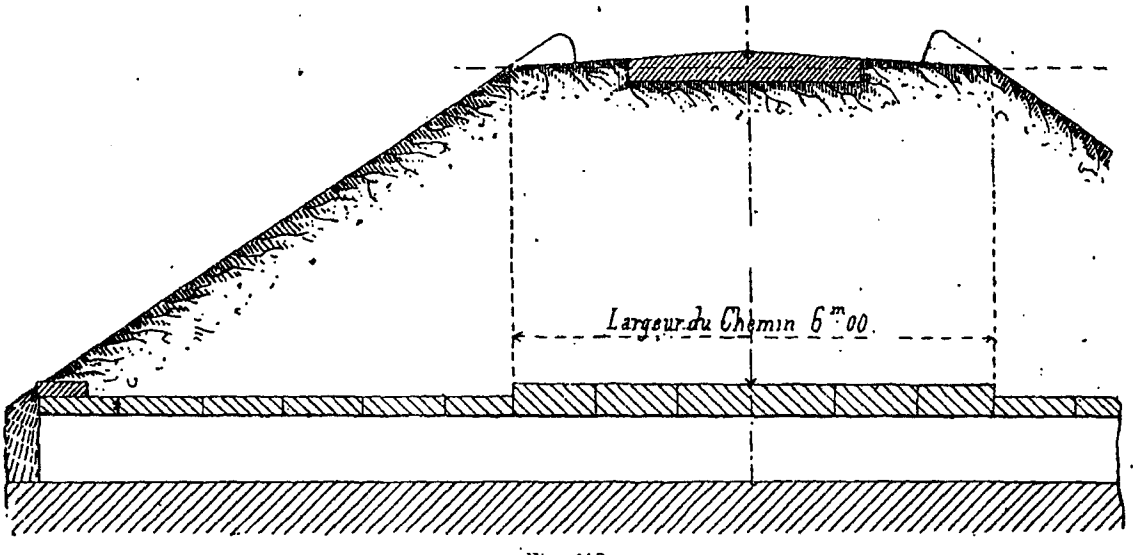


Fig. 418.

547. *Remarque.* — Quand l'aqueduc dallé est placé sous un chemin et que les remblais doivent avoir, au-dessus de l'ouvrage, une hauteur de plus de deux mètres, il convient de placer les dalles les plus épaisses dans toute la partie qui doit supporter la plus grande charge, c'est-à-dire sur la longueur d'aqueduc qui corres-

pond à la largeur du chemin entre les arêtes limitant la voie (*fig.* 418). Nous devons ajouter qu'on a rarement à établir un dalot à la base d'un haut remblai, car l'usage du dalot n'est généralement motivé que parce qu'on manque de hauteur pour la construction d'un aqueduc voûté. — Cependant, quoique cette disposition de la figure 418 soit surtout applicable à ces derniers ouvrages, il peut arriver qu'on ait à l'utiliser pour un dalot, si l'ouvrage doit être construit, par exemple, dans un pays où les dalles sont abondantes et de bonne qualité.

Cette économique disposition est d'un emploi très rationnel quand le dalot traverse un chemin de fer. — On ne met de fortes dalles qu'à l'aplomb des voies, et on peut utiliser des dalles beaucoup moins épaisses sous l'entrevoie, ainsi que sous les accotements.

IV. — Têtes des dalots.

Murs en retour.

548. Les têtes des dalots sont formées, soit par des *murs en retour*, soit par des *murs en aile*.

Les *murs en retour* sont établis d'équerre sur les pieds-droits, comme on le voit figure 419. — Ils reposent sur la même fondation que les pieds-droits et pour cela la fondation se retourne d'équerre comme les murs en retour. — Leur arête supérieure est horizontale, de sorte qu'ils ont la même

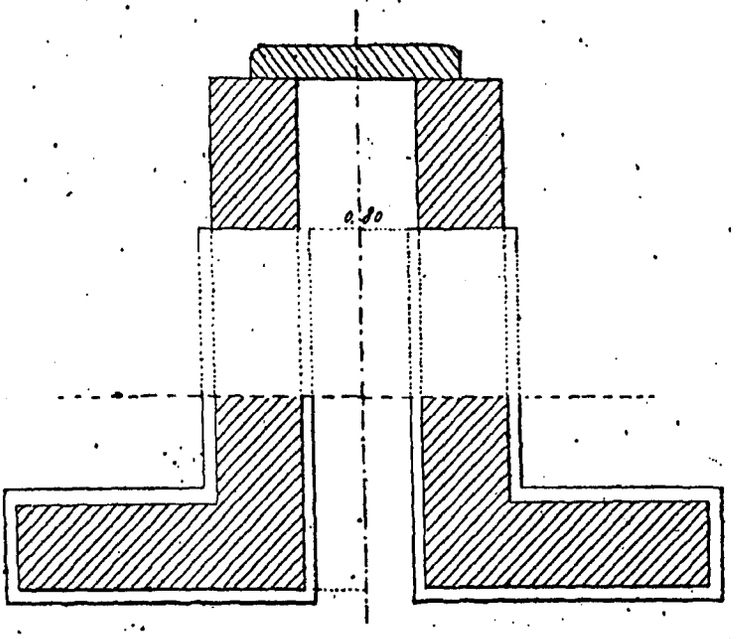


Fig. 419.

hauteur sur toute leur longueur. On leur donne ordinairement la même épaisseur qu'aux pieds-droits. Cette épaisseur est constante sur toute leur longueur. — Quelquefois on leur donne une épaisseur décroissante, parce qu'on tient compte de la contre-poussée que le quart de cône exerce sur le parement extérieur, et aussi parce qu'on les considère comme des solides encastrés. Cette variation d'épaisseur ne se fait guère que dans les aqueducs voûtés plus importants que les dalots, car dans ces derniers ouvrages on recherche surtout la simplicité d'exécution et on a par conséquent intérêt à conserver une section constante.

La tête de l'aqueduc dallé est ainsi formée par les faces verticales extérieures des deux murs en retour (*fig.* 420). Une partie de ces faces est recouverte par les quarts de cône du remblai.

Quand on jette les terres au point *s* où finit le mur en retour, pour achever le remblai, ces terres prennent leur talus naturel suivant *sp* et *sm* et par conséquent suivant une surface conique ayant son

sommet au point *s* et sa base circulaire en *mp*. Les terres forment donc un quart de cône qui se raccorde d'un côté avec le talus du remblai et qui recouvre, de l'autre côté, la surface triangulaire *smp* du mur en retour.

Il est indispensable que le pied *m* du talus ne dépasse pas l'arête verticale *m* de l'ouverture. On est ainsi conduit à donner au mur en retour une longueur *mp* telle que si on mène par le sommet *s* une ligne *sm* ayant l'inclinaison du talus naturel des terres, cette ligne doit passer par le pied *m* de l'arête verticale *m*.

La *longueur à donner au mur en retour* se déterminera donc simplement, en menant

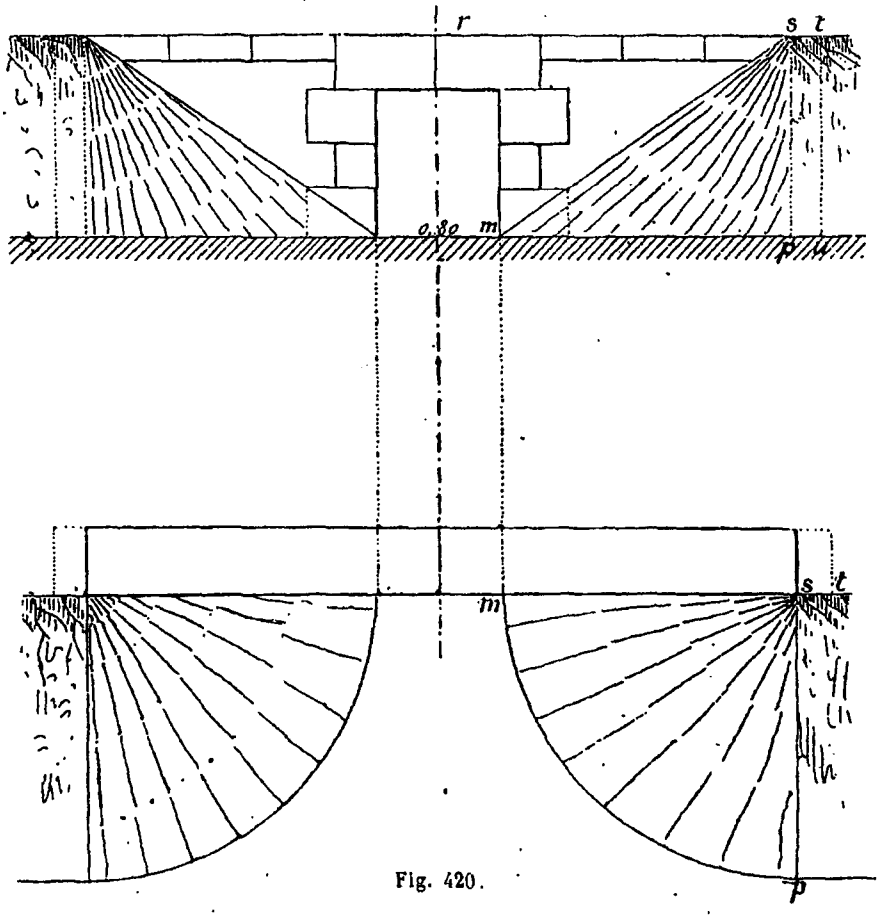


Fig. 420.

par le pied *m* de l'arête verticale *m* une droite *ms* ayant l'inclinaison du talus naturel. Le point de rencontre *s* de cette droite inclinée avec l'arête horizontale supérieure *rs* de la plinthe, donnera la longueur *mp* du mur. Si le talus du remblai est réglé à 3/2, ce qui est le plus fréquent, la droite *ms* devra avoir, comme le talus du remblai, une pente de 3 de base pour 2 de hauteur. La longueur *mp* du mur en retour serait donc égale, dans ce cas, à 3/2 de la hauteur *mr*, c'est-à-dire à une fois et demi la hauteur totale du dalot à partir du radier.

A cette longueur *mp*, il convient d'ajouter une longueur *pu* de 0^{m},20 à 0^{m},30, qui est la quantité dont on enracine le mur dans les terres.

La base du cône est facile à tracer en plan; il suffit pour cela de décrire, du point *s*, comme centre, un quart de cercle *pm* ayant un rayon égal à la base *mp* de la projection verticale.

La longueur du mur en retour, déterminée comme nous venons de le dire, est assez souvent jugée trop grande pour l'importance de l'ouvrage. On cherche alors à la diminuer. On y parvient en ne

laissant pas les terres prendre leur talus naturel et en donnant au quart de cône une base de forme elliptique, de manière que l'inclinaison du talus le long du mur en retour soit de 45 degrés seulement au lieu de 3/2. Il est alors nécessaire de soutenir les terres en garnissant la surface du quart de cône de plaques de gazon ou même de perrés.

Sur les petits cours d'eau sujets aux inondations, il est indispensable de défendre, en tous cas, le pied du quart de cône par des perrés jusqu'à $0^m,50$ ou $0^m,60$ au-dessus des plus hautes eaux prévues. Pour les aqueducs de petite importance on se contente assez souvent de faire simplement ce revêtement en gazon.

Les angles *mn* (*fig.* 420) résultant des intersections des faces des murs en retour avec les parements intérieurs des pieds-droits, doivent être construits soit en pierre de taille, soit en briques, afin d'obtenir des arêtes verticales bien vives, bien formées, satisfaisantes à l'œil et pouvant résister parfaitement aux actions destructives des eaux.

Lorsque l'aqueduc débouche dans un mur de soutènement, comme on le voit (*fig.* 414), les faces de tête sont formées par la face même du mur de soutènement et les quarts de cône n'existent plus.

549. Les dalles des têtes du dalot sont ordinairement plus épaisses que les dalles courantes du corps de l'ouvrage. On taille alors leurs faces apparentes, et on les pose en leur donnant une légère saillie de 2 à 4

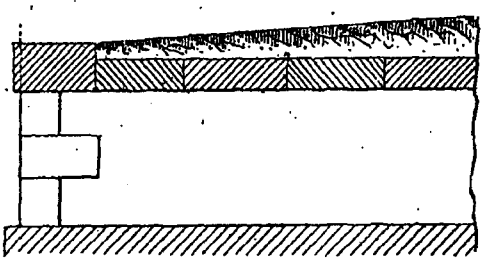


Fig. 421.

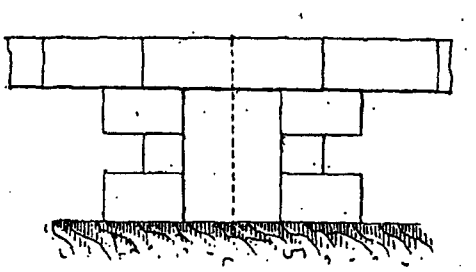


Fig. 422.

centimètres environ sur la face de tête. Dans ce cas elles forment *plinthe* ou bandeau (*fig.* 421 et 422).

D'autres fois, elles ont la même épaisseur que les dalles courantes et ne sont plus en saillie. Elles portent alors une

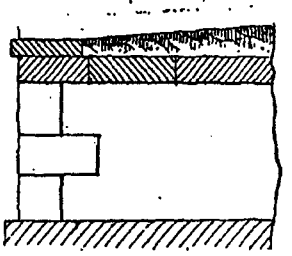


Fig. 423.

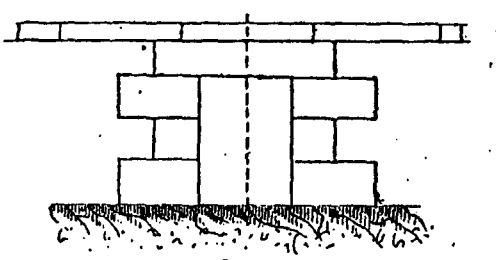


Fig. 424.

plinthe proprement dite (*fig.* 423 et 424). Nous avons dit (n°s 527 et 528) comment on détermine les épaisseurs à donner aux dalles courantes, aux dalles de tête formant plinthe et aux plinthes seules posées sur dalles.

Murs en aile.

550. Les murs en aile sont ceux qui, au lieu de se retourner d'équerre sur les pieds-droits du dalot, font avec ces pieds-droits des angles plus grands que 90 degrés.

Ils sont donc dirigés obliquement par rapport à l'axe de l'ouvrage, comme cela est indiqué sur la figure 425.

Lorsque l'angle des murs en aile avec les pieds-droits est de 180 degrés, ces murs sont parallèles à l'axe (*fig.* 426).

Dans les deux cas, la face supérieure du mur en aile est dérasée dans le plan du talus des remblais soutenus. La hauteur du mur est donc variable, depuis son attache avec les pieds-droits, où elle doit dépasser un peu le dessus des dalles, jusqu'au pied du talus.

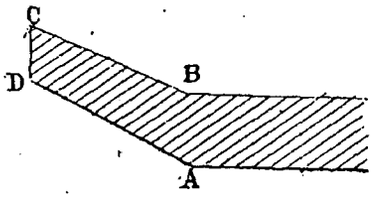


Fig. 425.

Les murs en aile maintiennent les terres du remblai comme des murs de soutènement dont la hauteur serait variable en même temps que la poussée à laquelle ils ont à résister. Il est par conséquent rationnel de diminuer leur épaisseur depuis leur jonction avec les culées, où la hauteur et la poussée sont maxima, jusqu'à leur extrémité, où l'épaisseur est déterminée simplement par les exigences d'une bonne exécution. C'est du reste ce qu'on

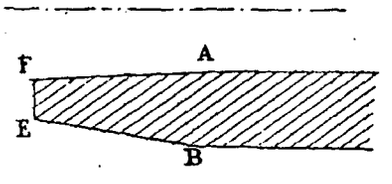


Fig. 426.

fait presque toujours (*fig.* 425 et 426). Les dimensions de ces murs devront donc être déterminées comme celles des murs de soutènement. On leur donnera, en chaque point, une épaisseur moyenne comprise entre le quart et le tiers de la hauteur correspondante, sans jamais descendre au-dessous de $0^m,35$ pour la maçonnerie de moellons.

Souvent aussi on donne aux parements de ces murs en aile un fruit des deux côtés ou d'un seul côté et, dans ce dernier cas, c'est presque toujours du côté des terres. Le fruit est ordinairement de $^1/_{10}$.

Cependant ces dispositions se rencontrent surtout dans les aqueducs et ponceaux voûtés ayant une assez grande hauteur, car il importe alors de faire le nécessaire pour réaliser la plus grande économie possible dans le cube des maçonneries.

Pour les dalots qui n'ont jamais une grande hauteur, l'économie réalisée serait minime et ne compenserait pas, en général, la dépense provenant de ces petites complications d'exécution.

Ce qu'on recherche surtout dans les ouvrages peu importants, comme le sont les dalots, c'est la simplicité de forme et de construction, et c'est ainsi qu'on arrive aux types les plus économiques.

Aussi, pour tous les aqueducs peu importants on emploie rarement la disposition de murs en aile représentée par la figure 425.

La disposition de la figure 426 est presque toujours préférée. C'est la disposition des *murs en prolongements*, *murs en aile droits* ou simplement *rampants*.

On se dispense quelquefois aussi de diminuer l'épaisseur des murs à leur extrémité et on supprime le fruit des parements. On arrive ainsi à la forme la plus simple, représentée par la figure 427. La figure montre l'application de cette forme simple des murs en aile à un dalot double. Dans ce cas, le pied-droit intermédiaire s'arrête à l'aplomb de la face de tête et les murs droits ou rampants n'existent qu'en prolongement des deux pieds-droits extrêmes. L'élévation et le plan de cette disposition sont représentés par la figure 428.

Quand l'aqueduc dallé doit être établi dans une tranchée ou à travers un chemin muni de fossés, les têtes du dalot sont toujours avec murs en prolongement et on donne aux rampants de ces murs une inclinaison égale à celle des talus du fossé (*fig.* 429).

Quelquefois, surtout dans les construc-

tions à mi-côte, les aqueducs ont, à l'amont, des murs en prolongement des pieds-droits (*fig.* 429), comme précédemment, et à l'aval, des murs en retour (*fig.* 412).

Les murs mixtes et courbes ne s'em-

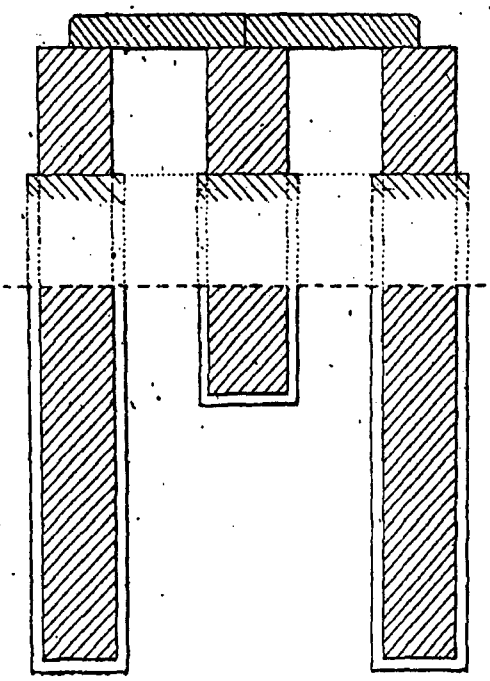


Fig. 427.

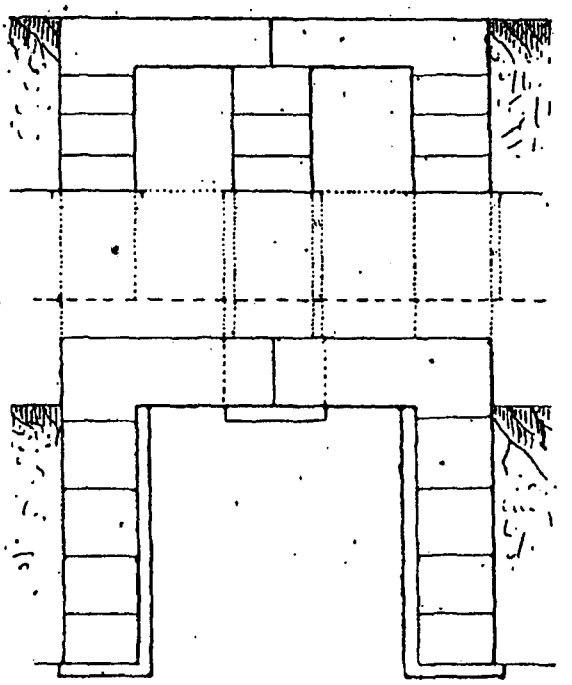


Fig. 428.

ploient jamais dans les aqueducs dallés; nous nous en occuperons à propos des aqueducs voûtés et des ponceaux.

Si on compare les murs en aile aux murs en retour, il est facile de voir que dans le premier de ces systèmes le cube des maçonneries est notablement moindre que dans le deuxième. Dans les deux cas, en effet, la longueur des murs est sensiblement la même, tandis que pour les

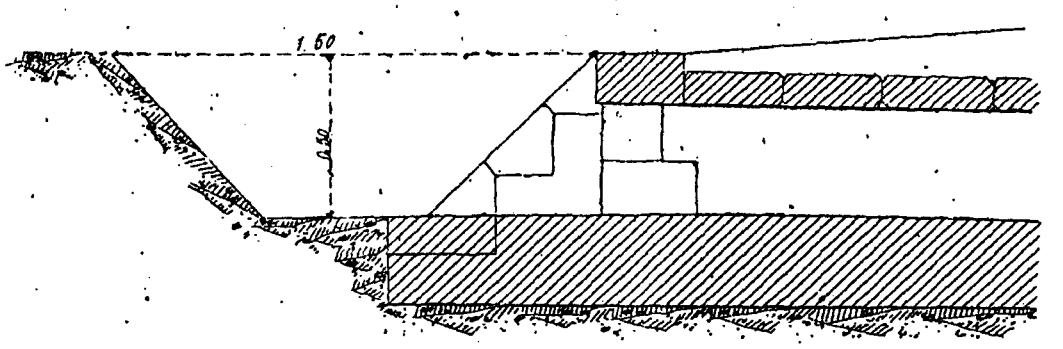


Fig. 429.

murs en aile la hauteur moyenne est plus petite que celle des murs en retour.

Il résulte de là que les murs en aile sont généralement plus économiques que les murs en retour, surtout lorsque ceux-ci doivent être garnis de parapets ou de garde-corps.

Forme des plinthes.

551. Les terres sous lesquelles passe l'aqueduc sont maintenues par les plinthes au-dessus des têtes. Si la plinthe avait une forme simple, comme figure 430, le

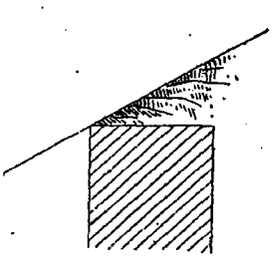


Fig. 430.

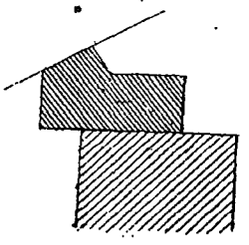


Fig. 431.

talus du remblai viendrait affleurer le bord de la pierre et serait exposé à s'ébouler, aussi prend-on des dispositions spéciales dans le but de retenir le pied du talus.

On refouille le couronnement suivant une facette en retour d'équerre sur le parement incliné du talus, de manière que le pied de celui-ci vienne s'appuyer sur une surface perpendiculaire à sa direction (*fig.* 431). Il est en saillie sur le parement du mur qui se trouve ainsi abrité contre les eaux de pluie. Il est découpé en chanfrein suivant la pente du talus du remblai.

Lorsque le dessus de la plinthe est au niveau de la plate-forme de la route ou

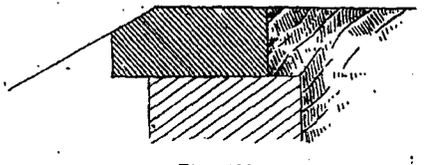


Fig. 432.

du ballast du chemin de fer, on ne fait plus de refouillement. La face supérieure de la plinthe se trouve simplement dressée suivant un plan horizontal affleurant les accotements ou les trottoirs (*fig.* 432).

La plinthe est ordinairement formée de pierres de taille ou de moellons piqués. Elle règne sur toute la longueur des murs en retour dont elle augmente beaucoup le prix de revient.

Rampants.

552. Les faces supérieures inclinées des murs en aile doivent être garanties contre les intempéries et les chocs. Pour cela, on les recouvre d'un couronnement en pierre

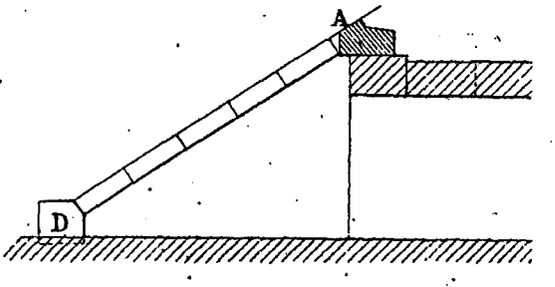


Fig. 433.

de taille qu'on désigne plus spécialement sous le nom de *rampant*.

Le plus souvent le rampant est formé de dalles simplement posées sur le mur (*fig.* 433). Ces dalles ayant une tendance au glissement sur le plan incliné, on s'oppose à tout mouvement en plaçant au pied du rampant un *dé* D posé sur la fondation ou mieux encastré de quelques centimètres dans le massif.

Le raccordement du rampant avec la plinthe se fait au point A au moyen d'une saillie triangulaire faisant corps avec la

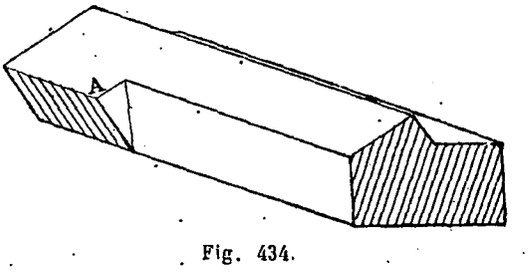


Fig. 434.

plinthe et dont la facette de repos est d'équerre sur la face inclinée supérieure.

La pierre qui possède cette saillie triangulaire a l'aspect perspectif représenté par la figure 434.

Quelquefois on forme le rampant de pierres ayant des faces de forme pentagonale. L'une des faces a l'inclinaison du rampant. Les deux facettes adjacentes, de repos et d'attente, sont normales à la

précédente. Enfin les deux autres faces de la pierre sont : l'une verticale et l'autre horizontale (*fig.* 435). Chaque pierre repose ainsi sur un plan horizontal et ne peut avoir aucune tendance au glissement. Le dé n'est plus indispensable et on peut le supprimer.

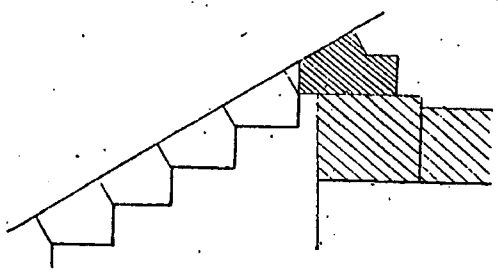


Fig. 435.

Le rampant se raccorde à la plinthe comme nous l'avons indiqué ci-dessus (*fig.* 433 et 434).

La largeur du rampant ne varie pas comme celle du mur en aile. Elle est uniforme, et si certaines portions des murs débordent le rampant on les recouvre avec les terres du remblai.

Parafouille et garde-radier.

553. Quand le terrain sur lequel l'aqueduc est établi est affouillable et qu'on redoute qu'il ne puisse être entraîné par les eaux qui s'infiltreraient par dessous le radier, on consolide les deux extrémités de ce radier au moyen de parafouilles. Ce sont des murs de garde transversaux,

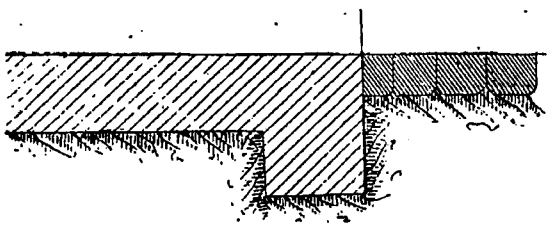


Fig. 436.

faits en même maçonnerie que la fondation, mais implantés à une plus grande profondeur (*fig.* 436). Le garde-radier est un appareil en pierre de taille placé en avant du radier et au même niveau. Lorsque l'aqueduc est petit, c'est simplement une dalle occupant toute la largeur de l'ouvrage. Quand on emploie plusieurs dalles sur la largeur, on les appareille comme les claveaux d'une voûte de manière que l'action des eaux sérre les joints. Ces garde-radiers s'opposent à l'enlèvement des pavés qui forment le radier.

Puisards.

554. Il arrive quelquefois que le niveau de la chaussée ou de la plate-forme du chemin de fer est situé au-dessous du lit du ruisseau. Pour opérer la traversée, on construit un aqueduc ordinaire à faible pente sous la chaussée, et la tête amont de cet aqueduc se termine par un puisard vertical qui va du radier de l'aqueduc au niveau du ruisseau.

Il faut avoir soin de descendre le fond du puisard un peu plus bas que le radier, afin que les matières en suspension, entraînées par les eaux qui s'engouffrent dans le puisard, puissent se déposer. De cette manière ces matières n'obstruent pas la section de l'aqueduc, et leur enlèvement devient facile.

A l'aval, on raccorde le radier de l'aqueduc avec le lit naturel du ruisseau au moyen d'un lit artificiel creusé à très faible pente.

Quand ce dernier raccordement n'est pas possible, ou exigerait un lit artificiel d'un trop grand développement, on termine l'aqueduc par un puisard à chacune de ses extrémités. On a alors des *aqueducs siphons* dont nous dirons quelques mots plus loin.

V. — Types de dalots.

Dalots simples à faible pente.

555. *Dalots de* 0^{m},25. — Nous avons dit (n° 539) que les ouvertures généralement en usage pour les aqueducs dallés varient de 0^{m},40 à 1,00. Cependant, dans certains cas on peut faire usage de dalots plus petits, ainsi, par exemple, pour les irrigations, les assainissements, pour le passage de tout petits ruisseaux, pour l'écoulement des eaux recueillies dans les fossés d'un chemin de fer à la traversée des passages à niveau, etc., on peut avoir

à construire des dalots dont l'ouverture descend quelquefois à 0m,25 seulement.

Comme il est impossible de passer dans l'intérieur d'ouvrages ayant d'aussi petites dimensions, ces dalots ne doivent être évidemment employés que sous des remblais de très faible épaisseur, afin que les dalles puissent être facilement levées au besoin, pour le nettoyage dans le cas d'engorgement.

Les figures 437, 438, 439 représentent un aqueduc de 0m,25 d'ouverture et de 0m,30 de hauteur sous dalles. — Il est construit en pierres sèches. Ce genre de construction peut être employé quand on a à sa disposition de bons moellons. Le parafouille est formé par une pierre un peu plus épaisse que celles qui composent la fondation courante. Les têtes en aile sont formées par des pierres de libage,

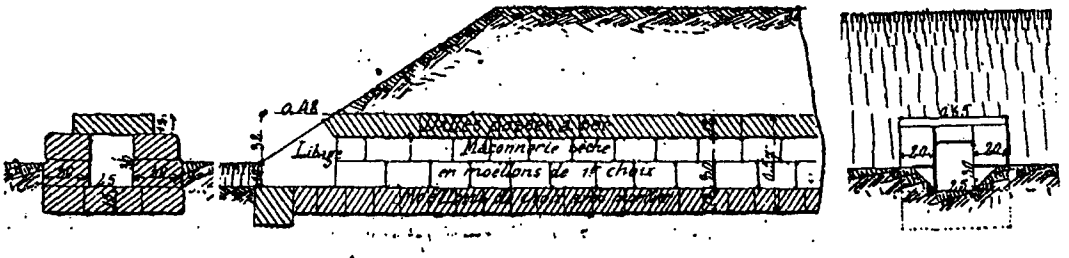


Fig. 437. Fig. 438. Fig. 439.

de 0m,20 d'épaisseur, dont le parement supérieur est taillé suivant l'inclinaison du talus du remblais. — Les dalles sont simplement posées à sec; leur enlèvement est ainsi très facile.

Un autre dalot de 0m,25 d'ouverture et de 0m, 30 de hauteur est représenté par les figures 440, 441 et 442. Il est en maçonnerie de moellons ; les pieds-droits ont 0m,30 d'épaisseur. Le radier, placé entre pieds-droits est formé de moellons ayant 0m,15 d'épaisseur. Le tout repose sur une fondation générale en béton de 0m,20 de profondeur. Cette fondation se termine par un parafouille également en béton, de 0m,40 de longueur et 0m, 35 de profondeur. Les dalles sont encastrées dans la maçonnerie des pieds-droits, la-

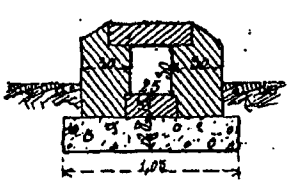


Fig. 440

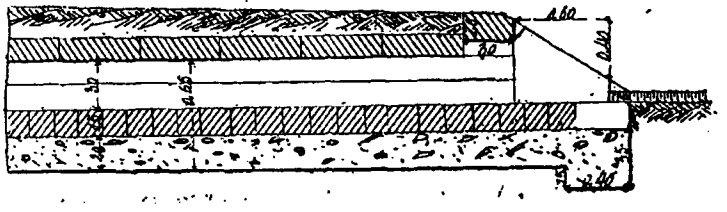


Fig. 441.

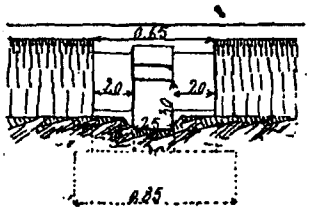


Fig. 442.

quelle est garantie par deux petites chapes inclinées. A cause de la nécessité qu'il y a à pouvoir enlever facilement les dalles, pour le nettoyage de l'aqueduc, cet encastrement latéral est défectueux. La disposition de la figure 406 serait préférable.

Pour ces dalots de 0m,25 d'ouverture, les dalles ont ordinairement les dimensions suivantes :

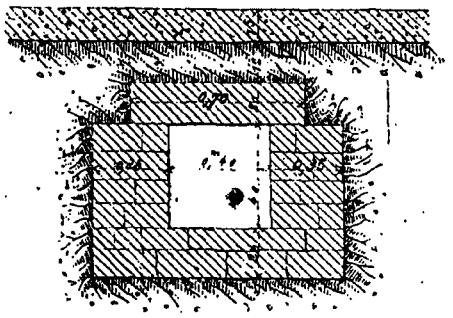


Fig. 443.

Dalot sous chemin de fer :

longueur	$0^m,55$
épaisseur	$0^m,14$

Dalot sous routes et chemins :

longueur	$0^m,50$
épaisseur	$0^m,12$

556. *Dalots de* $0^m,40$. — Un type de dalot de 0^m, 40 d'ouverture très fréquemment employé dans la construction des chemins vicinaux est celui représenté par les figures 443 et 444. Il a $0^m,40$ de hauteur sous dalles et une longueur de 6 mètres entre les faces des têtes. Il se compose de deux culées en maçonnerie de moellons durs et mortier de chaux hydraulique avec enduits. Les culées reposent sur un radier général en mêmes maçonneries. Les dalles de têtes, les arêtiers et les seuils sont en pierre de taille dure. Les dalles de recouvrement sont en pierre de taille dure brute ; elles sont posées avec mortier hydraulique et ont 0^m, 20 d'épaisseur ; elles peuvent être facilement enlevées pour le nettoyage. La

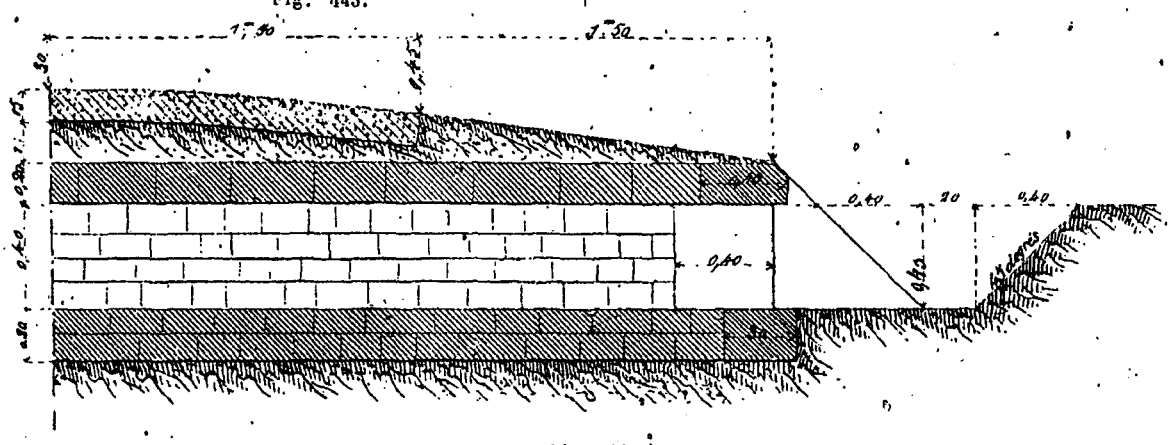


Fig. 444.

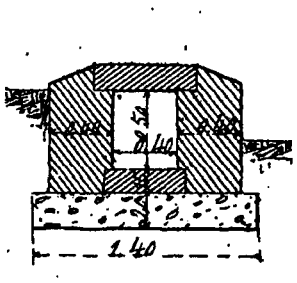


Fig. 445.

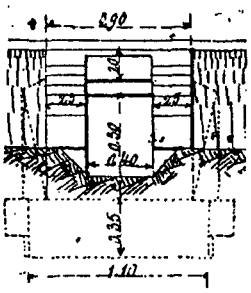


Fig. 446.

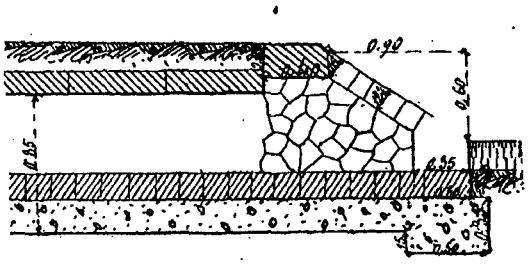


Fig. 447.

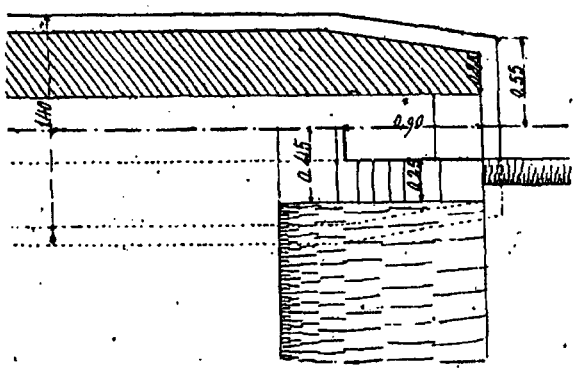


Fig. 448.

pierre de taille peut être remplacée par de la pierre brute piquée seulement, ce qui donne une économie importante. La hauteur sous dalles de 0m, 40 peut être portée à 0m,50, 0m,60 et 0m,70, sans beaucoup plus de dépense.

Ce dalot donne passage aux eaux qui s'accumulent dans les fossés latéraux du chemin, comme celui dont nous avons donné la disposition générale (*fig.* 429).

Un autre type de dalot de 0m,40 d'ouverture est représenté par les figures 445, 446, 447 et 448. Il a 0m,50 de hauteur sous dalles. Les murs sont en aile en prolongement des culées. Ces culées ont 0m,40 d'épaisseur et les murs en aile ont seulement 0m,25 à leurs extrémités. Les pierres qui recouvrent les murs en aile ont une largeur uniforme de 0m,25. — Chaque tête est munie d'un parafouille et d'un garde-radier ou seuil. Le massif de fondation est en béton. Les dalles de recouvrement sont encastrées latéralement au sommet des pieds-droits, lesquels sont garnis de deux petites chapes inclinées. Cet encastrement latéral des dalles est défectueux, si on veut se réserver la possibilité d'un enlèvement ultérieur, dans le cas où la hauteur de l'aqueduc est insuffisante pour le passage d'un enfant.

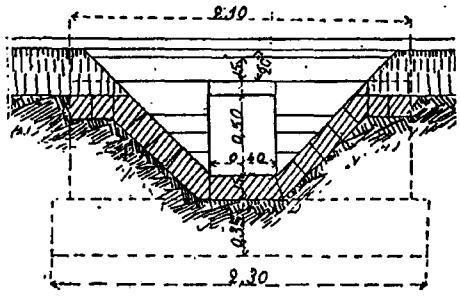


Fig. 449.

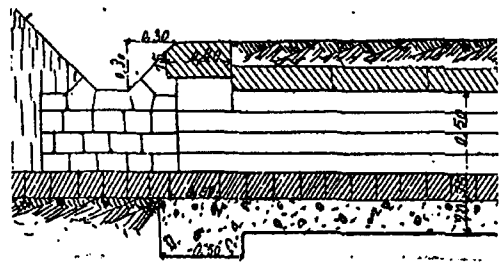


Fig. 450.

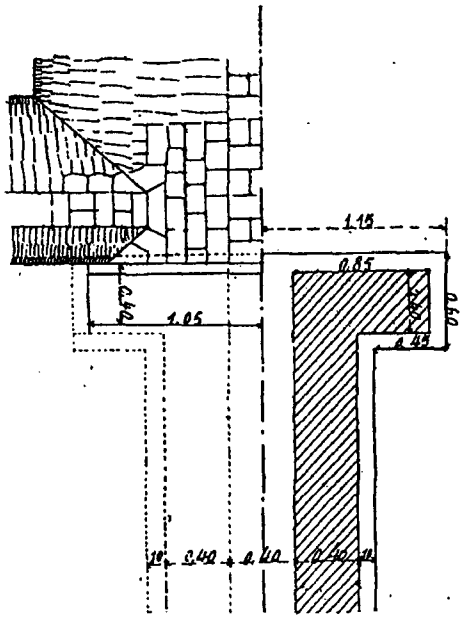


Fig. 451.

Les figures 449, 450 et 451 représentent un autre type de dalot ayant, comme le précédent, une ouverture de 0m,40 et une hauteur sous dalles de 0m, 50. La section transversale est semblable à celle de la figure 445. — Ce dalot ne diffère du précédent qu'en ce qu'il se termine par des murs en retour. — Ces murs ont la même épaisseur que les pieds-droits, c'est-à-dire 0m,40. — Des fossés latéraux déversent leurs eaux dans le lit du ruisseau. Les parois et les fonds du point de rencontre sont perreyés afin d'éviter les dégradations qui ne manqueraient pas de se produire en cet endroit.

Pour ces aqueducs dallés les dimensions des dalles sont ordinairement les suivantes :

Dalot sous chemin de fer :

longueur	0,70
épaisseur	0,16

Dalot sous routes et chemins :

longueur	0,65
épaisseur	0,14

557. *Dalots de* 0m,50, 0m,60 et 0m,70. — Les types précédents sont applicables

aux aqueducs dallés de 0m,50, 0m,60 et 0m,70 d'ouverture. Pour ces ouvertures on adopte ordinairement les dimensions suivantes :

Dalot de 0m,50 sous chemins de fer :

hauteur sous dalles	0,50
épaisseur des pieds-droits	0,40
longueur des dalles	0,80
épaisseur des dalles	0,18

Dalot de 0m,50 sous routes et chemins :

hauteur sous dalles	0,50 à 0,60
épaisseur des pieds-droits	0,40
longueur des dalles	0,75 à 0,80
épaisseur des dalles	0,15 à 0,16

Dalot de 0m,60 sous chemins de fer :

hauteur sous dalles	0,60
épaisseur des pieds-droits	0,50
longueur des dalles	0,90
épaisseur des dalles	0,20

Dalot de 0m,60 sous routes et chemins :

hauteur sous dalles	0,70
épaisseur des pieds-droits	0,40
longueur des dalles	0,85 à 0,90
épaisseur des dalles	0,16 à 0,18

Dalot de 0m,70 sous chemins de fer :

hauteurs sous dalles	0,80 à 1,00
épaisseur des pieds-droits au sommet avec fruit de 1/10	0,50 ou 0,60

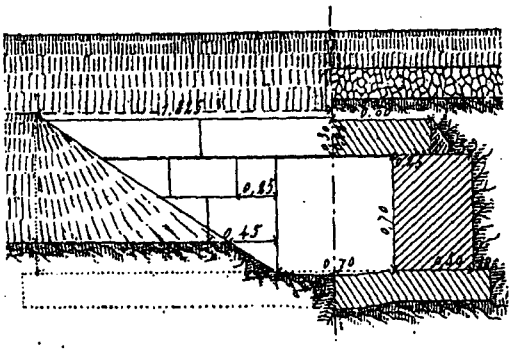


Fig. 452.

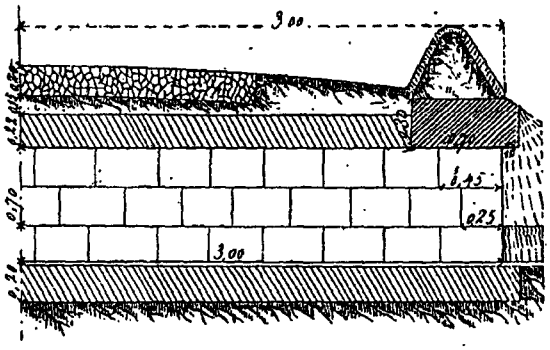


Fig. 453.

longueur des dalles	1,00 à 1,10
épaisseur des dalles	0,22 à 0,25

Dalot de 0m,70 sous routes et chemins :

hauteur sous dalles	0,70
épaisseur des pieds-droits	0,40
longueur des dalles	0,95 à 1,00
épaisseur des dalles	0,18 à 0,20

Les dimensions ci-dessus n'ont rien d'absolu et peuvent évidemment être modifiées selon les circonstances. — Nous ne les donnons que pour fixer les idées.

558. *Le type de dalot de 0m,70 d'ouverture* représenté par les figures 452, 453 et 454 diffère un peu des précédents. Il est à murs en retour à épaisseur variable.

L'épaisseur de ces murs, à leur jonction avec les pieds-droits, et de 0m,50 ; elle n'est plus que de 0m,30 à leurs extrémités.

Ce dalot, établi sur un bon terrain au-dessous d'un chemin de 6 mètres, ne comporte ni parafouille ni garde-radier. La fondation est formée par un radier général en béton de 0m,20 d'épaisseur, lé-

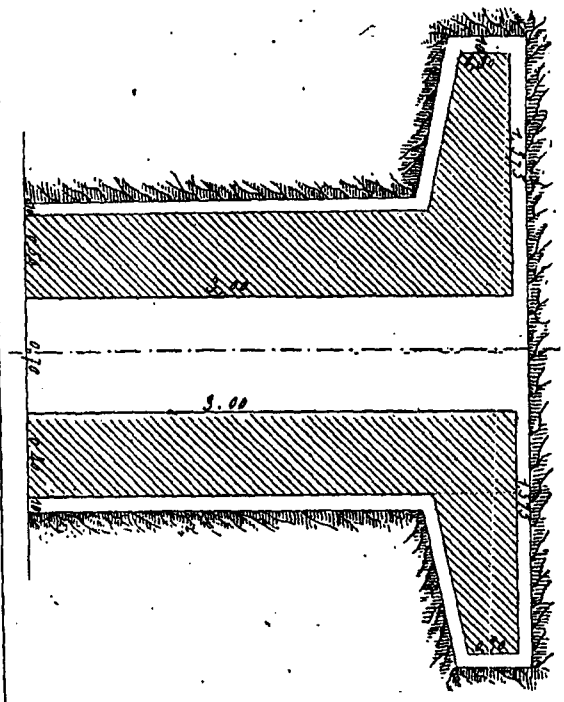


Fig. 454.

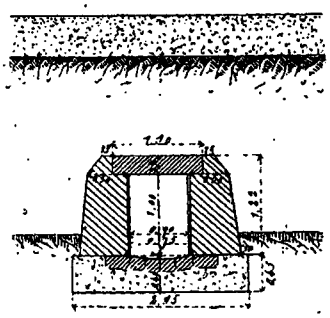


Fig. 455.

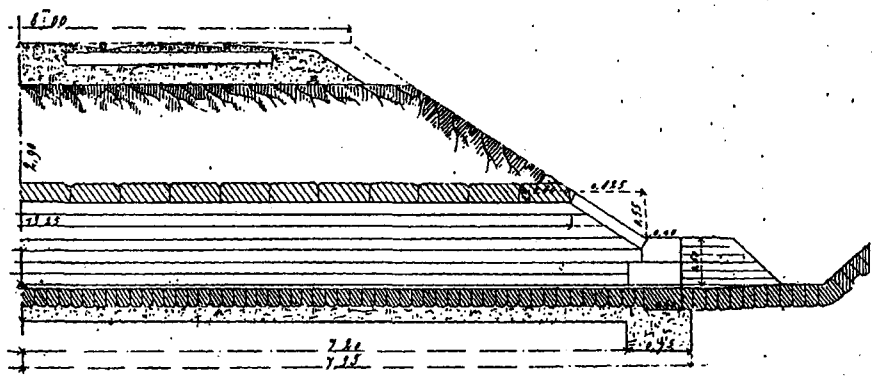


Fig. 457.

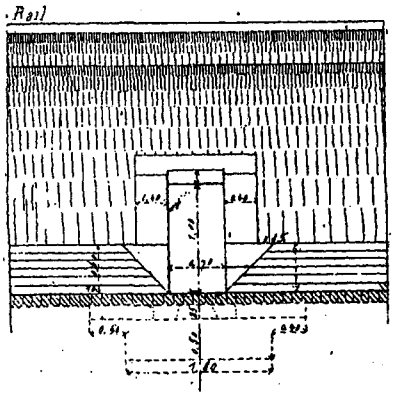


Fig. 456.

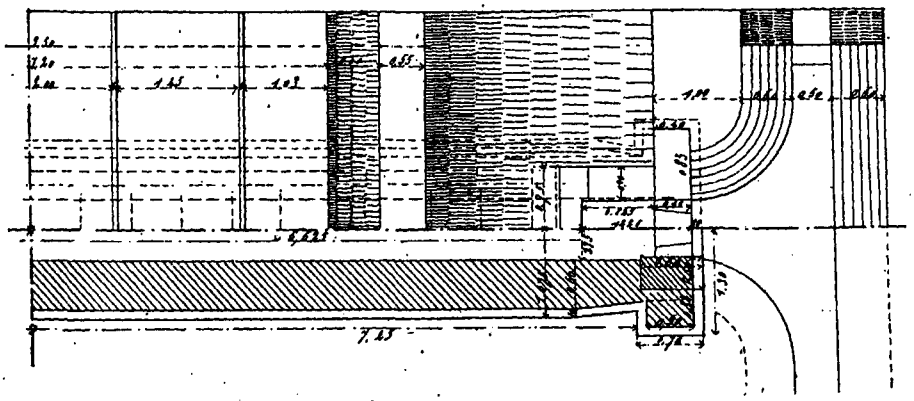


Fig. 458.

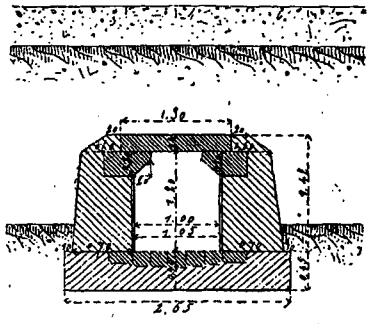


Fig. 459.

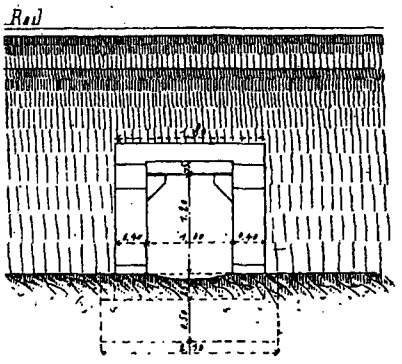


Fig. 460.

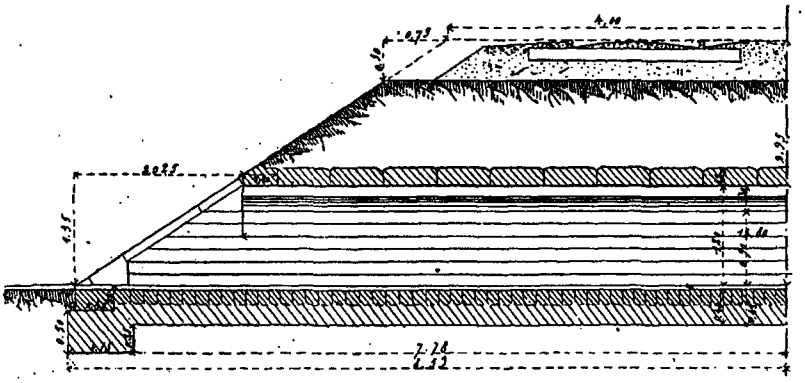


Fig. 461.

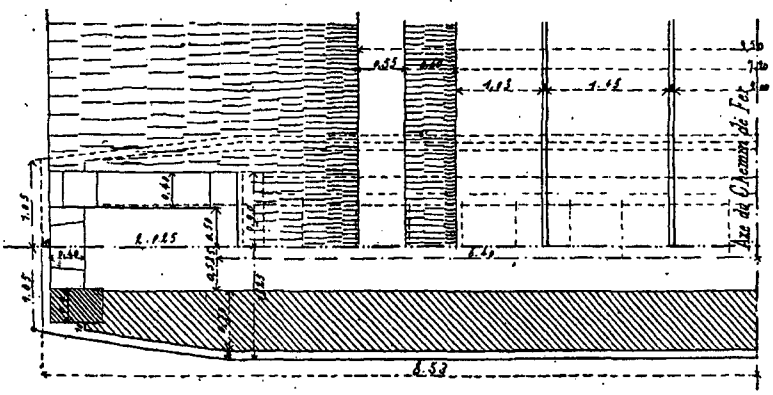


Fig. 462.

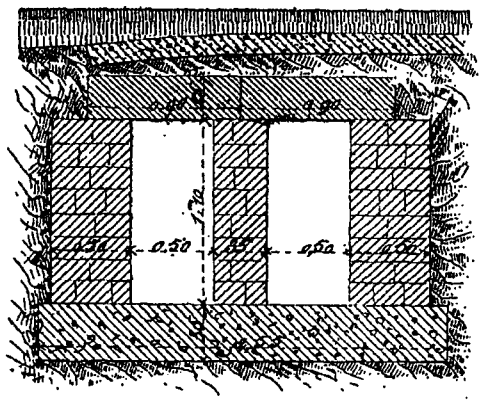


Fig. 463.

gèrement concave entre les pieds-droits. La dalle de tête est plus épaisse que les autres ; elle est en saillie de 0m,10 sur le nu de la face de tête et forme plinthe sur toute la longueur des murs en retour. Le dessous de la saillie est muni d'un petit larmier destiné à garantir d'une manière efficace les parements des têtes contre l'action des eaux pluviales.

Une forme de tête dont nous n'avons pas encore parlé se rencontre quelquefois dans certains aqueducs dallés de 0m,70 placés sous chemins de fer (réseau P.-L.-M.). Ce type de dalot est représenté par les figures 455, 456, 457 et 458.

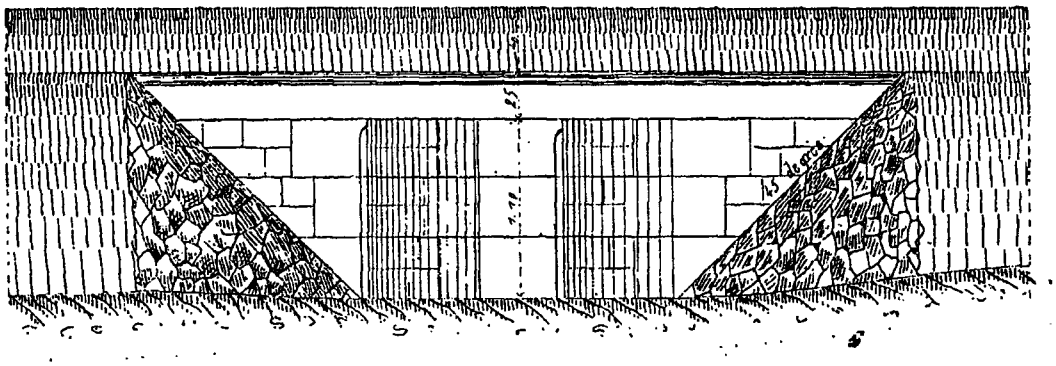


Fig. 464.

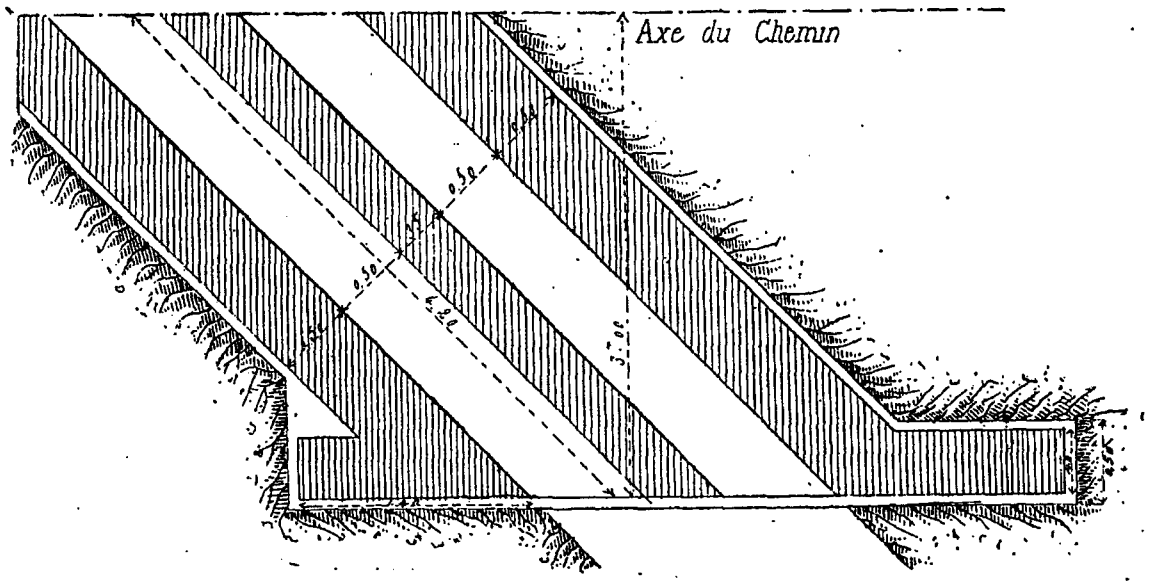


Fig. 465.

Les murs sont en aile en prolongement des culées, à épaisseur variable. Mais leurs extrémités se retournent d'une petite largeur sur une hauteur de 0m,60

en formant comme deux petits murs en retour. La fondation en béton est munie d'un parafouille. Le seuil ou garde-radier est appareillé comme les claveaux d'une plate-bande. La dalle de tête affecte la forme représentée par la figure perspective 434.

559. *Dalots de 1 mètre.* — Les dalots de $0^m,80$, $0^m,90$ et 1 mètre peuvent être construits de la même manière que les précédents. Pour terminer, nous donnons (*fig.* 459, 460, 461 et 462) le type d'un aqueduc de 1 mètre, avec murs en aile en prolongement des culées, à épaisseur variable. — Ce dalot est muni d'un parafouille en béton et d'un garde-radier appareillé. Le radier est légèrement concave entre les pieds-droits. La dalle de tête a la forme représentée par la figure perspective 434, mais toutes les dalles ont leur portée diminuée par un encorbellement (*fig.* 409) qui règne sur toute la longueur de l'ouvrage.

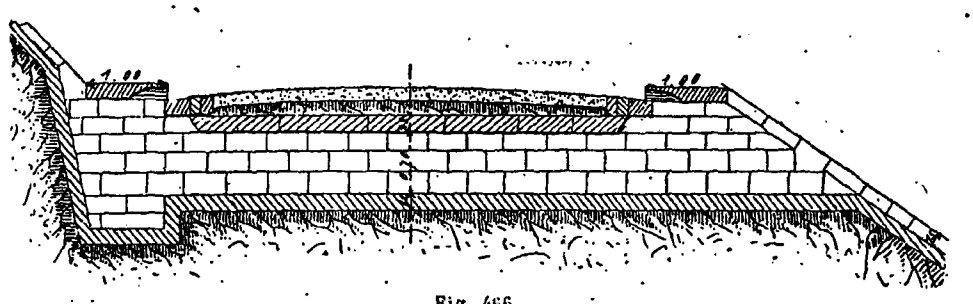


Fig. 466.

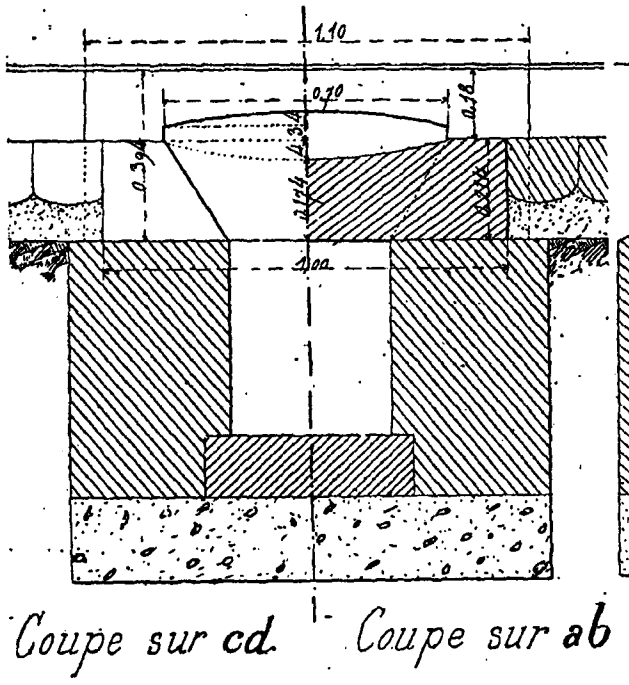


Fig. 467.

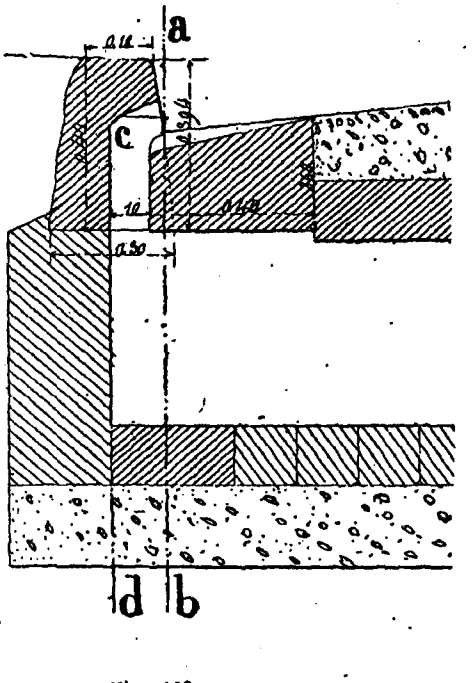


Fig. 468.

Dalots à plusieurs ouvertures.

560. Les dalots doubles ou triples, ne présentent rien de bien particulier. Nous en avons déjà parlé au n° 544. Nous donnerons seulement, comme exemple de dalot double, celui qui est représenté par les figures 463, 464, et 465 (*Annales de la construction*, 1868).

Ce dalot est biais ; il a 1 mètre d'ouver-

ture totale en deux largeurs de 0m,50. La hauteur sous dalles est de 1m,10 et la longueur de l'ouvrage est de 8m,40.

Construit sur un terrain peu résistant cet aqueduc se compose de deux culées de 0m,50 d'épaisseur et d'une pile intermédiaire de 0m,35, en maçonnerie de moellons durs et mortier de chaux hydraulique.

Les plinthes, chaînes d'angle et seuils sont en pierre de taille dure. Le radier général de 0m,35 d'épaisseur est en béton; il a été exécuté avec beaucoup de soin à cause de la mauvaise qualité du sol. Les dalles ont 0,25 d'épaisseur

Dalots en terrain incliné.

561. Lorsque un chemin placé à flanc de côteau, traverse un ruisseau, celui-ci a une inclinaison générale très prononcée par rapport à la plate-forme du chemin. Mais il n'en résulte pas forcément que

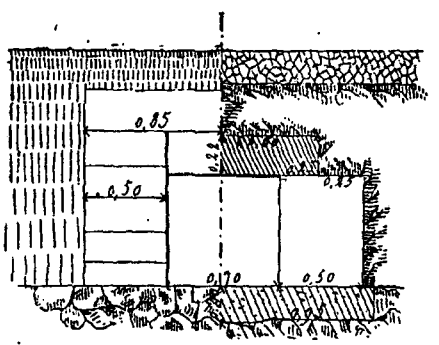


Fig. 469.

l'aqueduc qui donne passage au ruisseau doive avoir la même inclinaison que lui. L'ouvrage peut même être horizontal si on emploie un puisard à l'amont. Tel est le type dont la section longitudinale est représentée par la figure 466, — empruntée au *Traité des ponts* de M. A. Charpentier. — Cet aqueduc horizontal a des murs en aile en prolongement des culées du côté aval. Le fossé très incliné qui fait suite à l'aqueduc de ce côté, est revêtu d'une chemise en maçonnerie, ainsi que le fossé amont qui amène les eaux au puisard. Les plinthes forment trottoirs, elles sont évidées pour l'écoulement des eaux de la voie charretière.

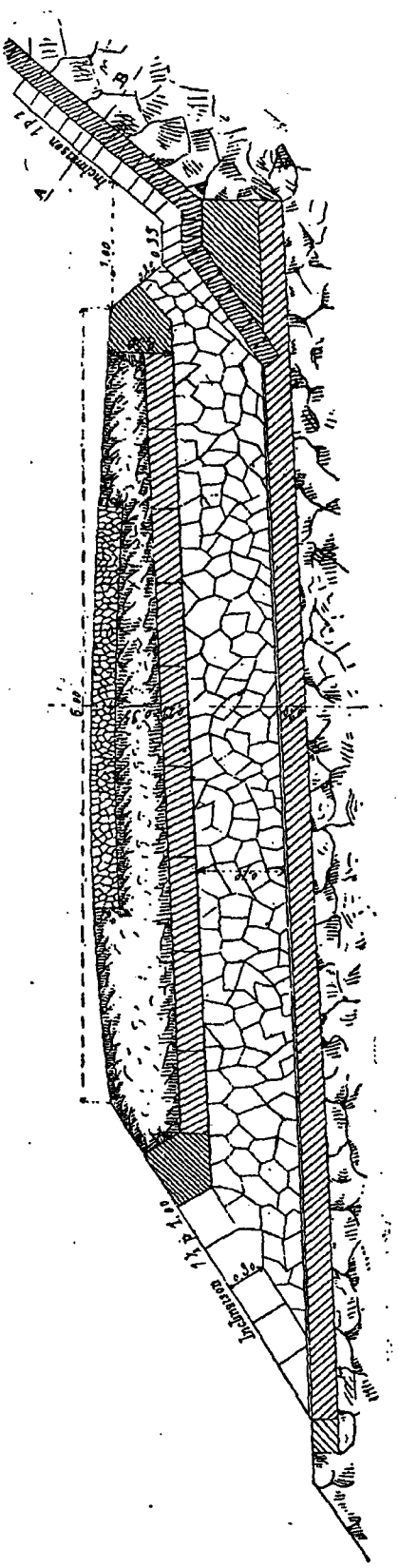


Fig. 470.

Ces bouches sous trottoir peuvent affecter diverses formes; nous en donnons un exemple dans les figures 467 et 468.

Fig. 471.

Dans l'aqueduc dallé ci-dessus, on augmente, au besoin, la largeur des trottoirs, en prolongeant le dalot au-delà des plinthes évidées. L'aqueduc prolongé est recouvert, dans ce cas, de la matière admise pour le dessus des trottoirs. Il est, du reste, facile de protéger les voyageurs au moyen d'une haie vive plantée à la crête des talus en remblais.

Un type de dalot assez fréquemment adopté dans les pays de montagne, est celui dont les figures 469 et 470 représentent la section transversale et la section longitudinale. On voit que la pente

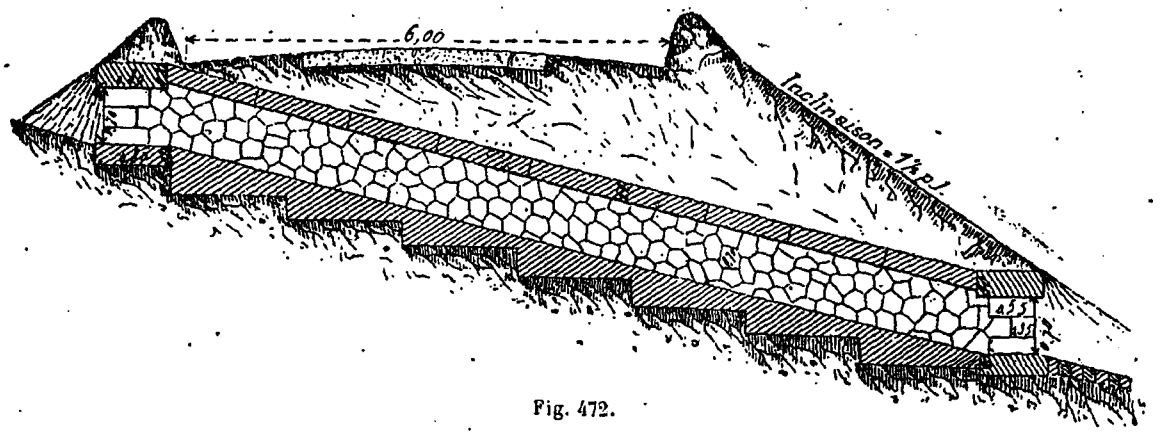


Fig. 472.

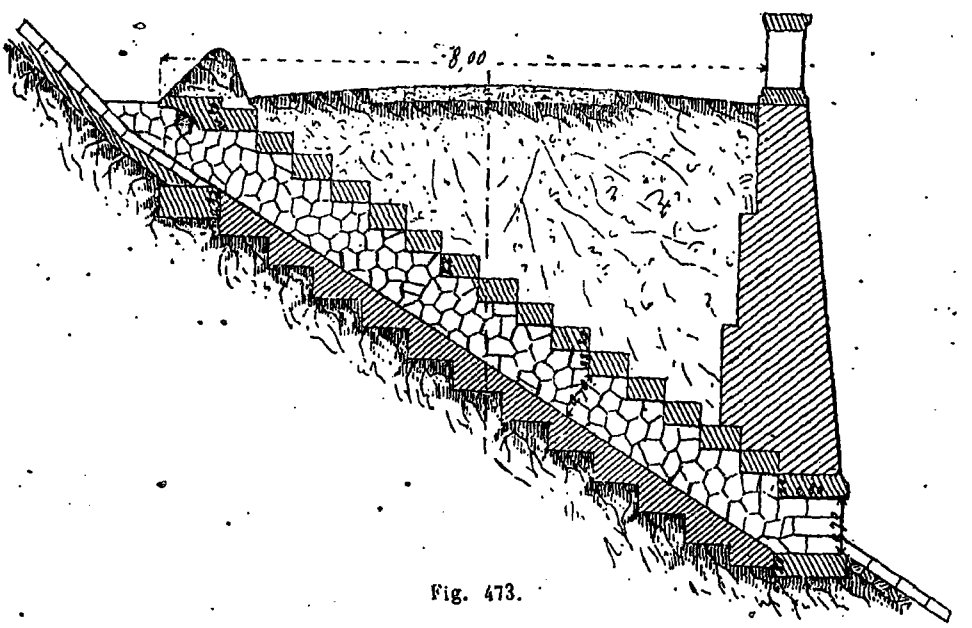


Fig. 473.

du radier est très faible; aussi repose-t-il simplement sur le sol suivant une surface d'appui continue sans redans. Les dalles sont juxtaposées suivant la pente de l'ouvrage. La tête aval se termine par deux murs en prolongement. La tête amont a une forme particulière permettant aux eaux des ruisseaux de s'engager facilement dans l'aqueduc. Le fond et les bords de ce ruisseau sont revêtus d'un pavage

maçonné dont la coupe transversale est représentée par la figure 471. — Ce type ne prévoit ni trottoirs, ni banquettes, mais il serait facile de lui en ajouter.

M. Charpentier donne encore, dans son *Traité des ponts* les deux types suivants, présentant une inclinaison plus grande. — Dans la coupe longitudinale

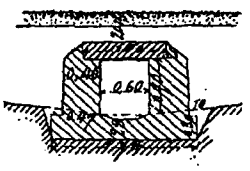


Fig. 474.

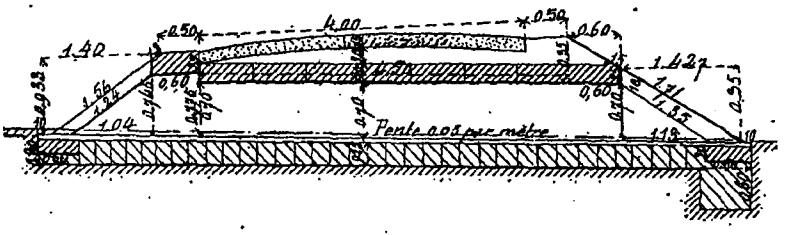


Fig. 475.

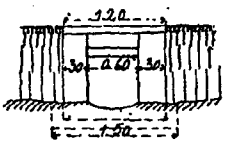


Fig. 476.

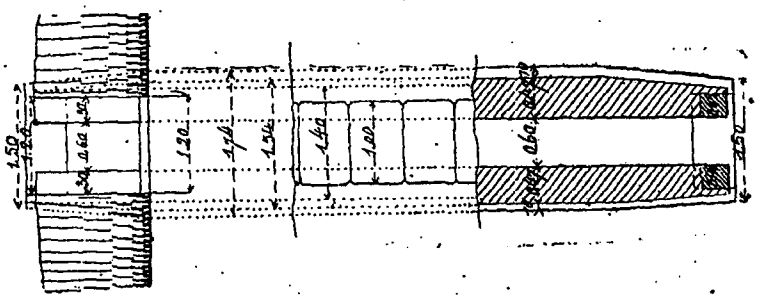


Fig. 477.

du premier de ces types (*fig.* 472), on voit que le radier est établi par redans successifs sur le sol. Les dalles sont encore posées suivant l'inclinaison de l'ouvrage, sauf les deux dalles des têtes, un peu plus épaisses que les autres, po-

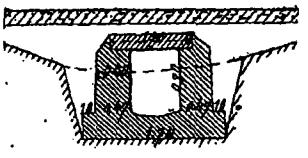


Fig. 478.

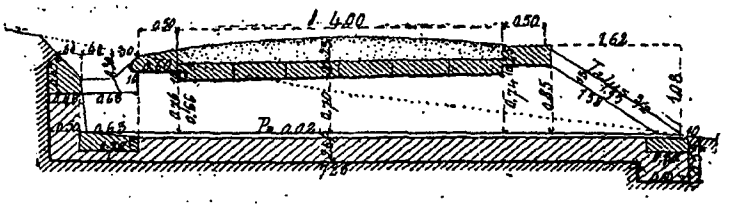


Fig. 479.

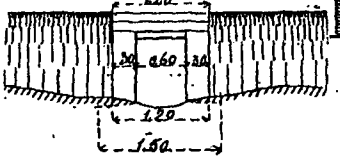


Fig. 480.

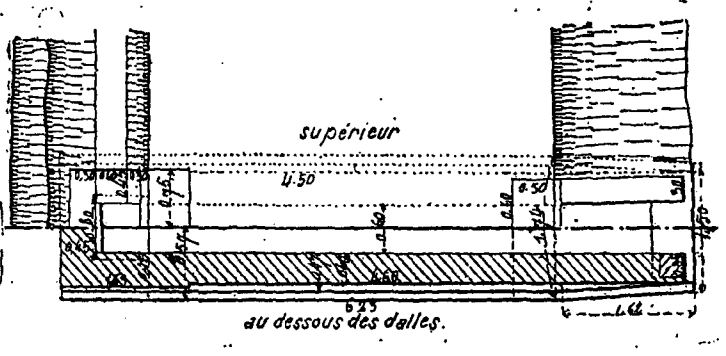


Fig. 481.

sées horizontalement. Les murs en retour sont accompagnés de quarts de cône.

Dans le deuxième de ces types, dont la figure 473 représente la coupe longitudinale, l'inclinaison est beaucoup plus grande. Le radier présente des redans

successifs comme précédemment. Mais l'inclinaison étant beaucoup plus considérable, le dallage de recouvrement est aussi posé à redans. Les terres sont soutenues à l'aval par un mur de soutènement surmonté d'un parapet. Une banquette de sûreté protège la circulation en amont et les fossés d'écoulement sont revêtus d'une chemise en maçonnerie, semblable à celle représentée en coupe transversale par la figure 471.

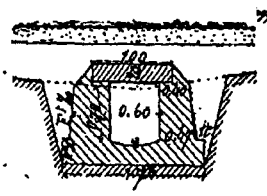


Fig. 482.

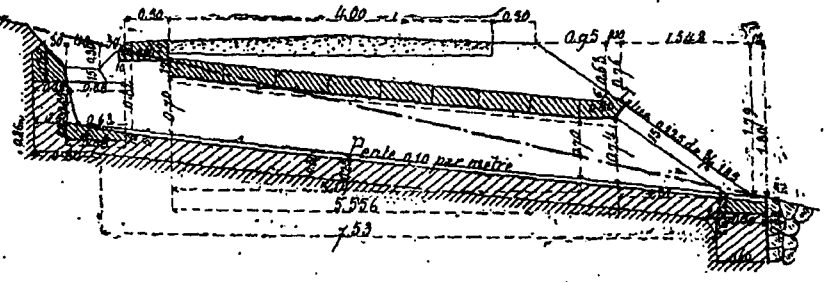


Fig. 483.

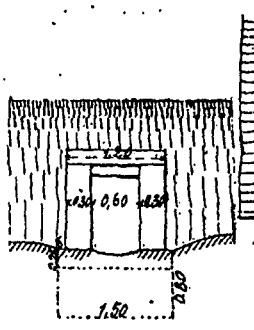


Fig. 484.

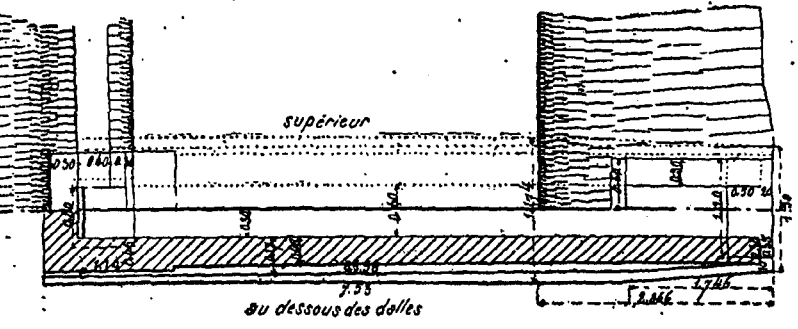


Fig. 485.

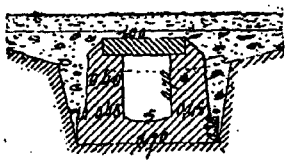


Fig. 486.

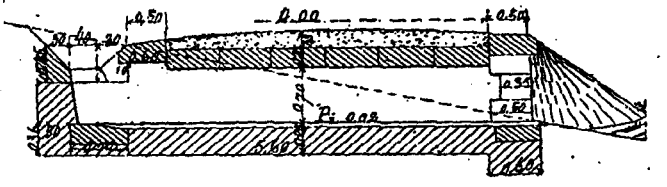


Fig. 487.

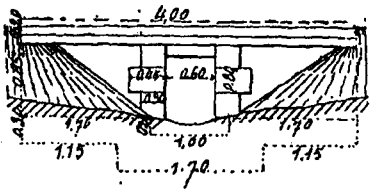


Fig. 488.

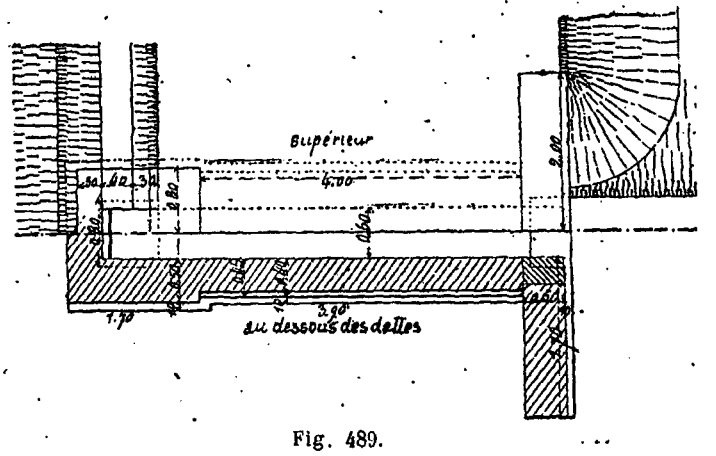


Fig. 489.

562. M. Thévenard, agent-voyer en chef des Hautes-Alpes, donne, dans les *Annales des chemins vicinaux* de 1887, une

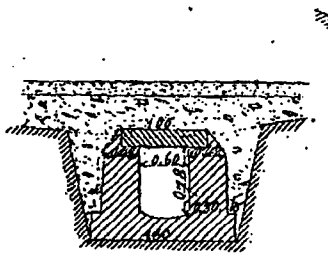


Fig. 490.

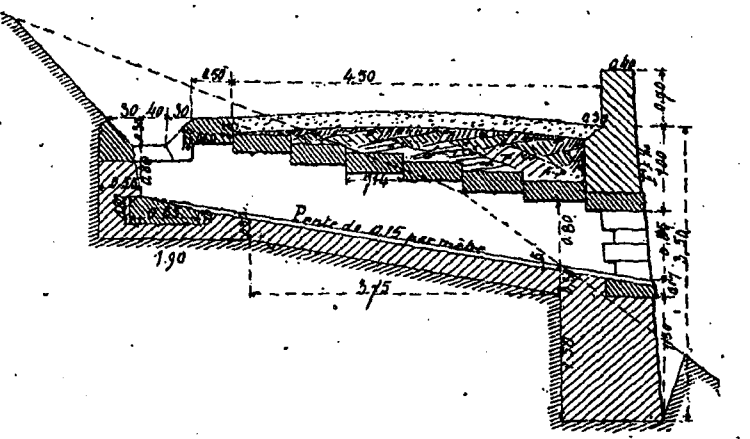


Fig. 491.

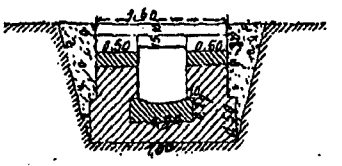


Fig. 492.

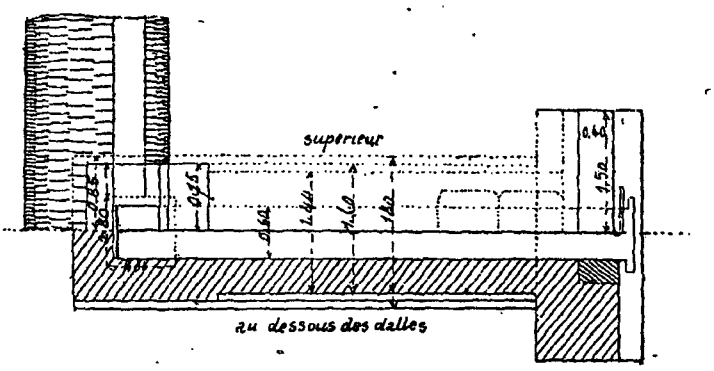


Fig. 493.

série de types d'aqueducs dallés de 0m,60 d'ouverture en usage dans le département des Hautes-Alpes. Ces types sont fort bien étudiés et peuvent être très utiles dans bien des cas. Nous reproduisons quelques-uns des dessins de ces dalots (*fig.* 474 à 493).

« Les types d'aqueducs de 0m,60 d'ouverture que nous avons dressés pour le service des chemins vicinaux du département des Hautes-Alpes, dit M. Thévenard, sont établis de manière à répondre aux cas qui se présentent le plus fréquemment en pratique dans l'établissement des voies de communication à flanc de coteaux ou en pays de montagne. Depuis 1879, ils ont reçu dans les Hautes-Alpes une application constante dans l'exécution des travaux des chemins. Les résultats ont été des plus satisfaisants, tant au point de vue de leur exécution facile que de leur entretien peu coûteux.

Dans la rédaction des projets, ces dessins d'ouvrages permettent d'appliquer, à la seule inspection du profil transversal du terrain, l'ouvrage qu'il convient d'adopter. Les agents-voyers de tous grades n'éprouvent, à ce sujet, aucune peine à les appliquer, et il en résulte un avantage précieux, soit sous le rapport du temps employé, soit comme exactitude dans l'évaluation des projets. Ces dessins tirés sur pierres autographiques, peuvent être placés dans chaque dossier et être remis aux entrepreneurs pour servir à l'exécution.

Aux avantages ci-dessus indiqués viennent se joindre ceux résultant des métrés de chaque ouvrage. Ces métrés ont pour objet d'abréger les calculs, de donner de l'uniformité dans les dispositions, de fournir directement les quantités de chaque nature de travail en diminuant les erreurs de calcul et celles qui pourraient résulter d'omission dans les prévisions.

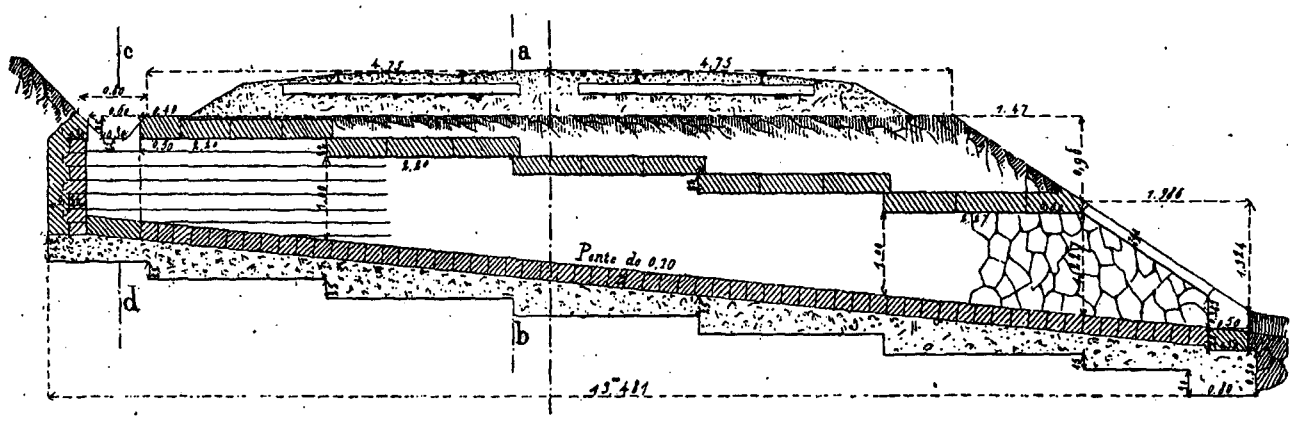


Fig. 494.

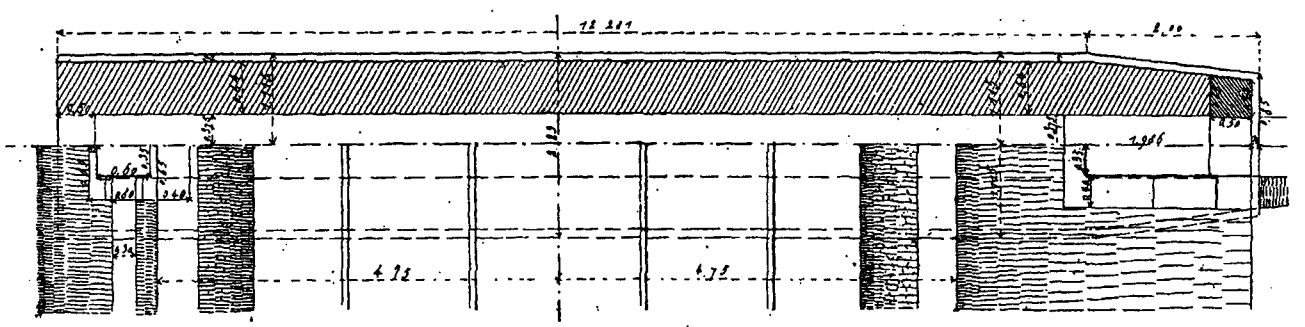


Fig. 495.

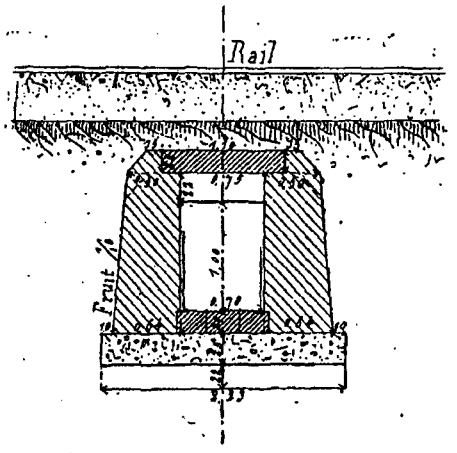


Fig. 496.

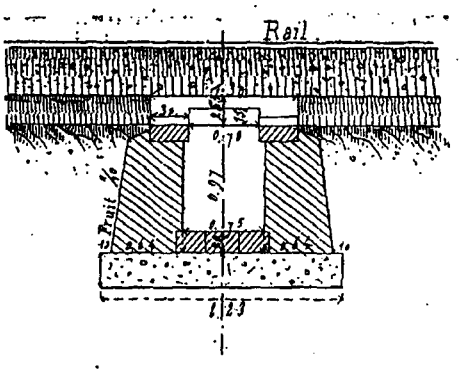


Fig. 497.

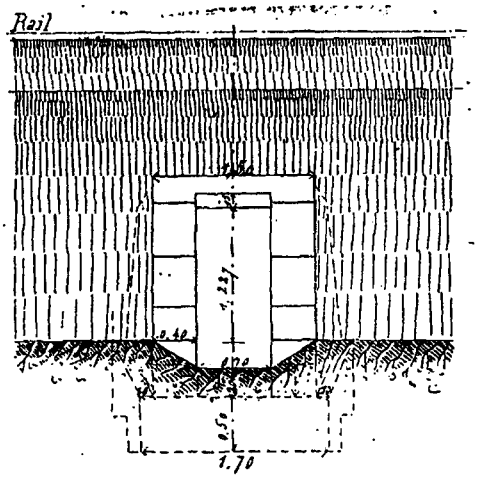


Fig. 498.

Les dessins, et par suite les métrés, ont été dressés pour la largeur de voie ordinairement adoptée dans les Hautes-Alpes, c'est-à-dire pour 5 mètres. Mais rien n'est plus facile que de les appliquer soit à la voie réduite de 4 mètres de certains chemins vicinaux ordinaires, soit à la voie de 6, 7 et même 8 mètres de certains chemins de grande communication, soit enfin aux longueurs quelconques que peuvent nécessiter les aqueducs sous remblais.

Dans ces divers cas, en effet, les cotes restant les mêmes et le corps de l'ouvrage étant le seul modifié, il n'y a pas à changer les dessins. Il suffit de diviser la coupe longitudinale et le plan, chacun par deux traits indiquant que l'ouvrage a une longueur plus grande ou plus petite que celle du type ordinaire, et les cotes de longueur seules sont à modifier.

Quant aux métrés, la modification à introduire consiste à ajouter ou à retrancher dans les maçonneries le cube produit par la différence de longueur et la section transversale de l'ouvrage.

Enfin, lorsque le sol rencontré est en nature de rocher, on peut supprimer le puisard et le radier en tout ou partie, et dans ce cas, on opère au métré les réductions produites par les suppressions faites. »

On trouvera les métrés complets de ces aqueducs dallés dans les *Annales des chemins vicinaux* de 1887.

563. Voici enfin un type d'aqueduc dallé en terrain incliné, placé sous chemin de fer (P.-L -M.). Ce type, représenté par les figures 494, 495, 496, 497 et 498 a une ouverture de $0^m,70$ et une hauteur minimum sous dalles de $1^m,00$; il a un radier en pente de $0^m,10$ par mètre. La fondation en béton repose sur le sol par redans successifs horizontaux. Cette fondation est du reste variable suivant la nature du terrain. Le radier en pavés maçonnés doit être jointoyé en mortier de ciment.

Le dallage de recouvrement est posé par redans successifs, mais comme la pente de l'aqueduc est relativement faible, chaque redan se compose de trois dalles juxtaposées sur le même plan horizontal.

A l'aval, la tête est formée par deux murs en aile en prolongement; à l'amont un puisard reçoit les eaux pluviales des fossés latéraux.

Ponts en dalles.

564. Nous avons dit que l'ouverture des aqueducs dallés ne dépasse que très rarement 1 mètre. On ne construit, en effet, presque jamais de dalots ayant une plus grande ouverture. — Cependant, on a vu (nos 534 et 535) que la portée maximum qu'il est possible de donner à une *dalle de Lourdes placée sous chemin de fer* est de $2^m,02$ pour les qualités ordinaires et de $2^m,50$ environ pour les bonnes qualités.

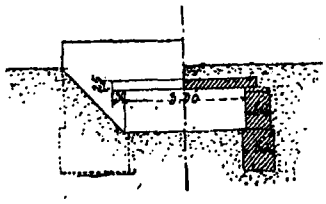


Fig. 499.

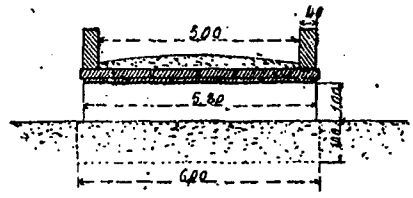


Fig. 501

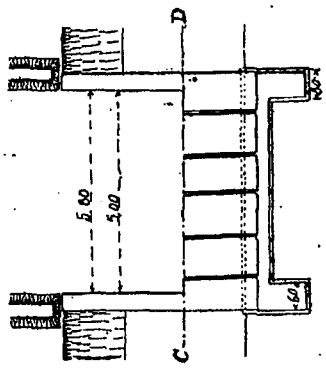


Fig. 500.

— On pourrait donc, avec les dalles de Lourdes, construire des aqueducs ayant plus de 2 mètres d'ouverture. — De plus, quand les dalles sont placées sous un chemin vicinal, les surcharges roulantes sont beaucoup moins importantes que lorsqu'il s'agit d'un chemin de fer, et la portée maximum de $2^m,50$, calculée dans cette dernière hypothèse, peut être dépassée de beaucoup.

C'est ce qu'on a fait dans le service vicinal des Basses-Pyrénées, par l'emploi de bonnes dalles de Lourdes. On a pu construire de vrais ponts à une ou plusieurs travées de 3 à 4 mètres d'ouverture. (Voir les *Annales des ponts et chaussées* de 1874.)

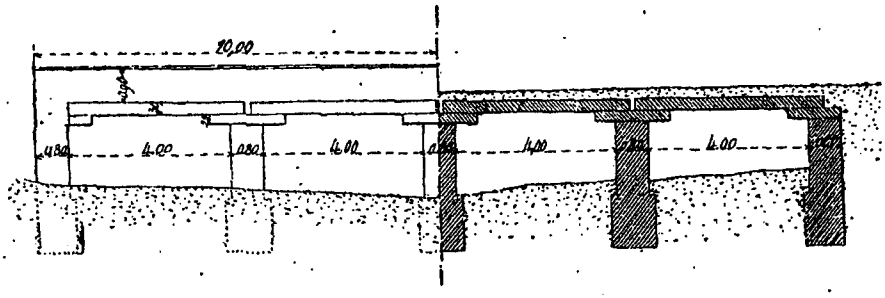


Fig. 502.

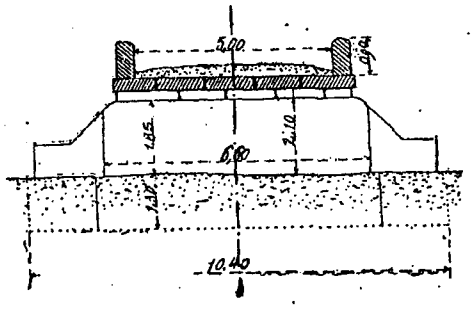


Fig. 503.

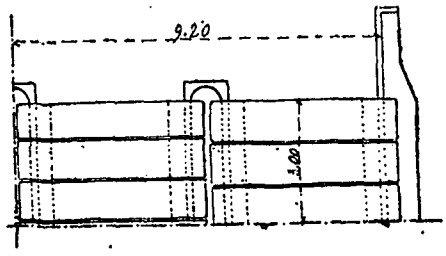


Fig. 504.

Les figures 499, 500, et 501 représentent un ponceau de trois mètres d'ouverture construit sous un chemin vicinal ordinaire de 5 mètres de largeur (pont de Laherrere). Les dalles de recouvrement ont une longueur égale à l'ouverture de 3 mètres plus les recouvrements. Elles ont 0m,25 d'épaisseur et reposent sur des culées de 0m,60 d'épaisseur terminées par de petits murs en retour. Les dalles de rive, formant plinthe, supportent les parapets de 0m,40 d'épaisseur.

Cet ouvrage, fondé sur le gravier compact, a coûté seulement 624 francs, ce qui donne comme prix de revient du mètre carré :

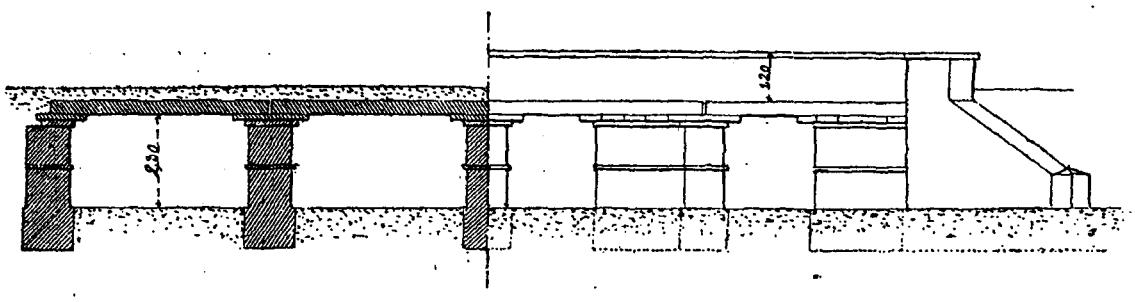


Fig. 505.

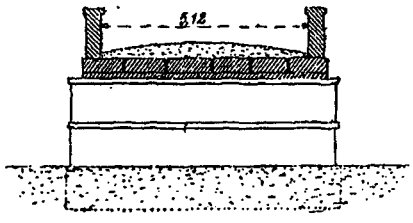


Fig. 506.

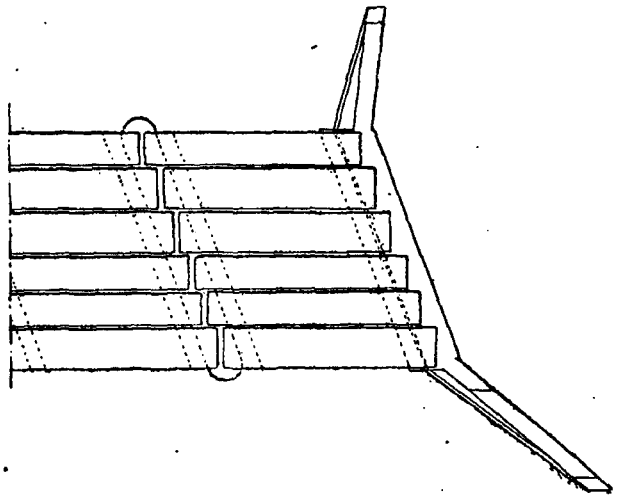


Fig. 507.

$$\frac{624{,}00}{3{,}00 \times 5{,}00} = 41 \text{ fr. } 60.$$

Un exemple de pont en dalles, à plusieurs travées, est celui qui est représenté par les figures 502, 503 et 504. — Il se compose de quatre travées de 4 mètres. La portée réelle des dalles a été un peu diminuée par l'emploi d'autres dalles en encorbellement sur les pieds-droits. Les piles et les culées ont 0m,80 d'épaisseur, les dalles de recouvrement 0m,30 et les dalles en encorbellement 0m,25.

Les dalles de rive, formant plinthe, supportent les parapets ayant 0m,90 de hauteur. Les deux culées se terminent par des murs en aile, en prolongement.

Enfin, les figures 505, 506 et 507 montrent un pont en dalles à quatre travées biaises.

§ III. — AQUEDUCS EN CHARPENTE

565. Nous allons rapidement examiner ici les aqueducs en charpente, afin de n'avoir pas à nous en occuper lorsque nous traiterons des ponts en charpente. Ces aqueducs présentent du reste une grande analogie avec les dalots. Le dallage de recouvrement est remplacé par un plancher en bois. — Ces aqueducs s'emploient quand on est complètement gêné par la hauteur.

Comme les poutres du plancher ne peuvent pas reposer directement sur le sol qui n'offre pas assez de résistance, à moins qu'il ne soit en rocher, on les fait

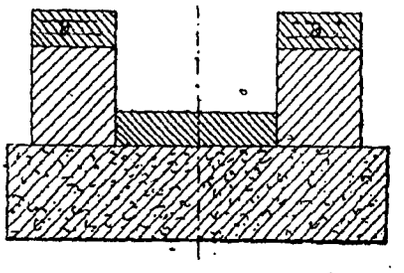


Fig. 508.

porter sur deux culées plus ou moins avancées sur le talus du fossé. Les culées peuvent se construire en charpente ou en maçonnerie; mais comme les bois ainsi enfoncés dans la terre pourrissent très promptement, on ne fait en bois les culées des aqueducs et ponceaux en charpente que dans les localités où le bois est à très bas prix et la maçonnerie très chère. — Dans ce cas, les culées sont formées d'nn rang de pieux enfoncés verticalement dans le sol et couronnés à leur partie supérieure par un chapeau placé à la hauteur nécessaire pour recevoir les poutres.

Quand on construit les culées en maçonnerie, on les rapproche davantage, et la section transversale de la maçonnerie a ordinairement la disposition représentée par la figure 508. Le radier est placé au-dessus du massif des fondations. Les pieds-droits sont verticaux, ils sont recouverts de cordons en pierre de taille a, a, servant de support aux longrines du plancher et aux abouts des traverses.

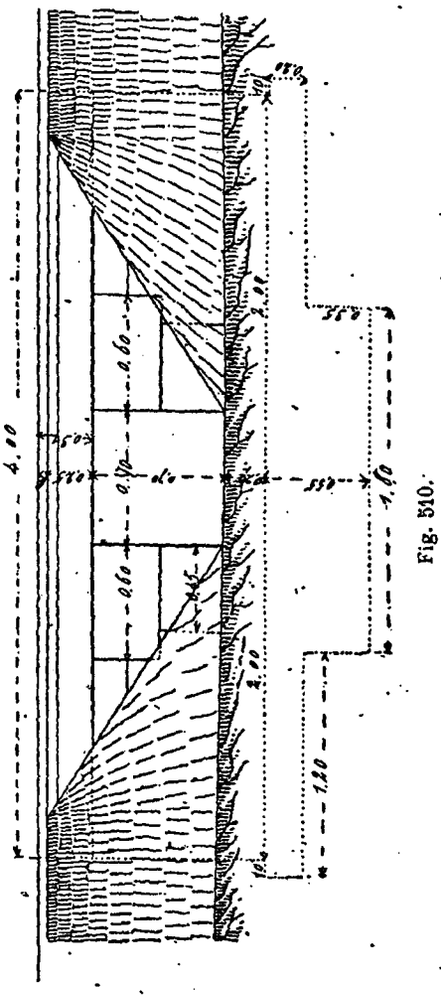


Fig. 510.

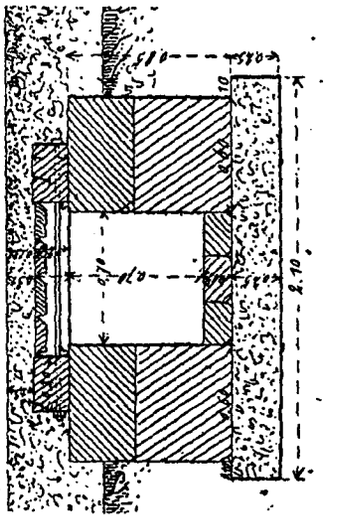


Fig. 509.

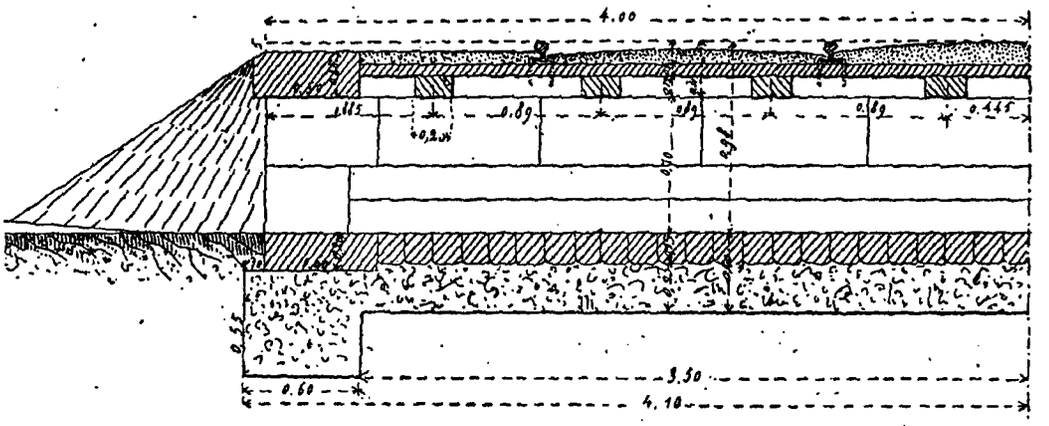


Fig. 511.

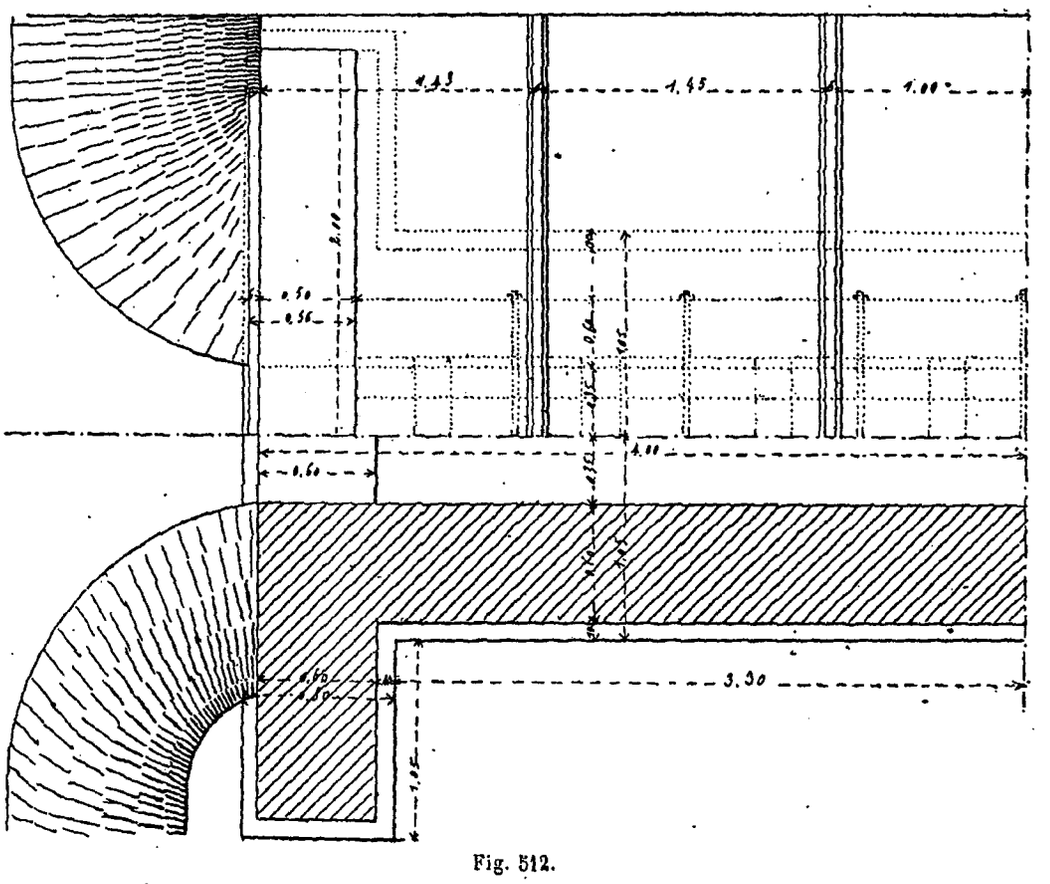


Fig. 512.

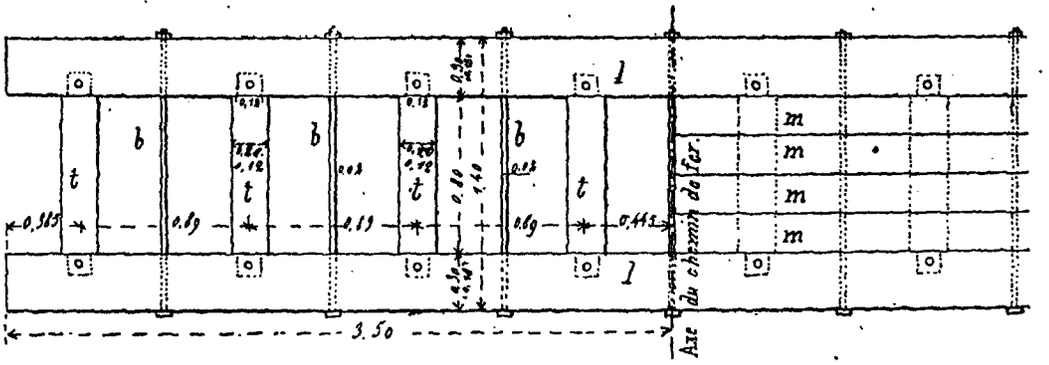


Fig. 513.

Les figures 509 à 513 montrent un exemple de cette disposition, employée en-dessous des voies ferrées (P.-L.-M.). Le plancher se compose de deux longrines longitudinales l, l, de $\frac{0,18}{0,30}$ d'équarrissage reposant sur les cordons en pierre de taille, et reliées par des boulons b,b de 0,02 de diamètre et des traversines t, t, de $\frac{0.12}{0,20}$ d'équarrissage.

Sur le châssis ainsi constitué sont placés longitudinalement des madriers m,m, de 0,055 d'épaisseur. Le tout est recouvert d'une couche de ballast de $0^m,135$ d'épaisseur.

On remarquera que les rails reposent sur les madriers en des points intermédiaires entre les traverses. Dans un autre type, les rails sont portés directement par des longrines de $\frac{0,14}{0,30}$. Les planches, placées normalement à ces longrines, reposent dessus par le moyen d'entailles. Il n'y a plus de traverses, mais l'écartement des longrines est toujours assuré au moyen de boulons.

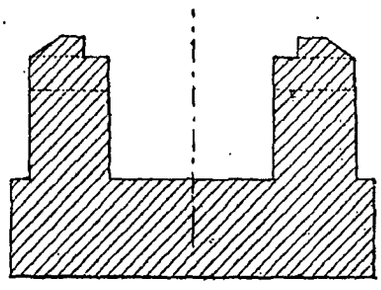


Fig. 514.

Quelquefois les maçonneries des aqueducs en charpente sont disposées un peu autrement. Les pieds-droits sont encore verticaux, mais le radier est noyé dans le massif des fondations (*fig.* 514). « Dans ce type, les rails sont portés par des longrines transversales formant cadre avec des longrines longitudinales qui reçoivent les planches normalement. Les longrines porte-rails reposent sur des coussinets de 0,25 de hauteur et $\frac{0,50}{0,48}$ de section horizontale; elles dépassent l'aqueduc de chaque côté et sont soutenues par des traversines de $\frac{0,15}{0,15}$. Un revers d'eau en maçonnerie de 0,16 de hauteur est établi derrière les longrines porte-plancher. Ce revers d'eau est interrompu au droit des longrines porte-rails. Les madriers ont 0,05 d'épaisseur et reçoivent $0^m,09$ de ballast. Les longrines ont 0,16 de hauteur uniformément. La largeur des porte-rails est 0,25 et celle des porte-plancher 0,20 (ancien réseau sud P.-L.-M.) » (J. Dubuisson).

Le même auteur donne, pour les aqueducs à plancher du chemin de fer P.-L.-M., les éléments contenus dans le tableau suivant :

DÉSIGNATION des OUVRAGES	OUVERTURE	HAUTEUR des PIEDS-DROITS	EPAISSEUR des PIEDS-DROITS	EPAISSEUR des RADIERS	OBSERVATIONS
Type réseau nord P.L.M.....	0.70	0.70	0.60	0.15	Le radier repose sur un massif en béton.
Type réseau sud P.L.M.....	0.70	0.80	0.48	0.30	Radier reposant sur le sol.
Type P.L.M. 1875.....	0.70	0.75	0.60	0.20	Radier sur béton.
Ligne du Puy à St-Georges-d'Aurac.....	0.50	0.50	0.45	0.30	Radier reposant sur le sol.

566. Pour les ponceaux en bois, destinés à la traversée des chemins, M. Léon Durand-Claye donne les indications suivantes :

Les tabliers en bois se composent de poutres longitudinales A, A, (*fig.* 515), sur lesquelles sont posées des poutres transversales C appelées *pièces de pont*. Ces pièces supportent des madriers longitudinaux BB. Sur ces madriers sont clouées des planches minces D,D, habituellement en bois blanc, qui constituent le *platelage* et sur lesquelles se fait la circulation. Quelquefois on remplace le platelage par

une chaussée d'empierrement, mais alors la charge que portent les poutres est excessive, et il faut leur donner un fort équarrissage ; les madriers sont en outre exposés à une pourriture rapide.

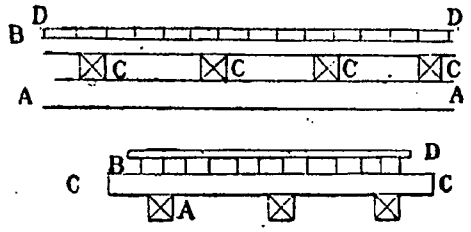


Fig. 515.

Les poutres reposent par leurs extrémités sur les culées, qui peuvent être en maçonnerie ou en bois.

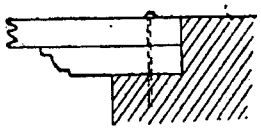


Fig. 516.

Dans les culées en maçonnerie, on encastre les poutres au moyen d'un fort boulon (*fig.* 516). On les consolide souvent par

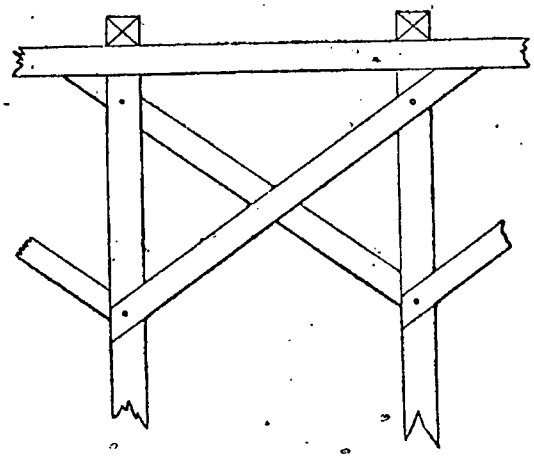


Fig. 517.

une *sous-poutre*, pièce de bois également encastrée dans la maçonnerie et faisant saillie sur le nu du mur.

Les culées en bois, qui prennent le nom de *palées*, sont formées de pieux espacés de 1m,50. à 2 mètres, solidement battus dans le sol, et contreventés par des liernes ou des moises en croix de Saint-André. (*fig.* 517). Ces pièces sont réunies à la partie supérieure par un chapeau sur lequel posent les poutres.

Pour les portées un peu grandes, on interpose une sous-poutre entre la palée et la poutre.

La palée ne pouvant soutenir les terres,

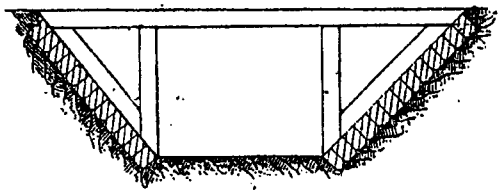


Fig. 518.

on dresse le remblai avec un talus de 45 degrés à partir du fond du ruisseau, et on le garnit de perrés (*fig.* 518). La poutre a une longueur suffisante pour enjamber le vide laissé par le talus. On soutient au besoin son porte-à-faux par des contre-fiches.

Les garde-corps sont formés d'une *lisse* A (*fig.* 519), portée de distance en distance

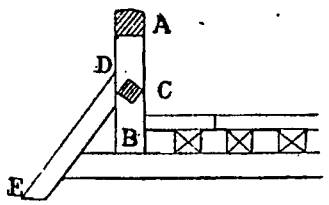


Fig. 519.

par des poteaux AB, dont l'écartement est maintenu par des traverses C. Les poteaux sont, en outre, contrebutés par une contrefiche ED qui vient s'appuyer sur l'extrémité de la pièce de pont, à laquelle on a donné une longueur suffisante.

§. IV. — AQUEDUCS-SIPHONS

567. Lorsque la hauteur disponible pour la construction d'un aqueduc est trop petite pour qu'on puisse employer l'aqueduc voûté, on fait usage, comme nous venons de le voir, de dalots ou d'aqueducs en charpente. Il arrive quelquefois que la hauteur dont on dispose est encore insuffisante pour l'établissement

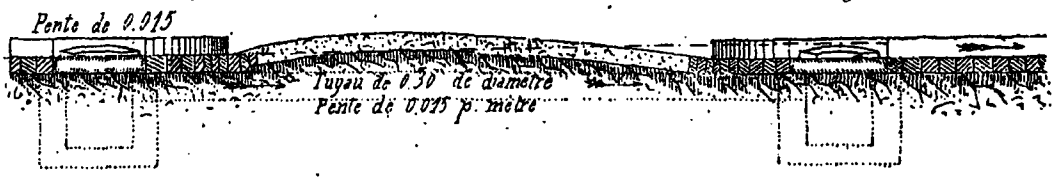


Fig. 520.

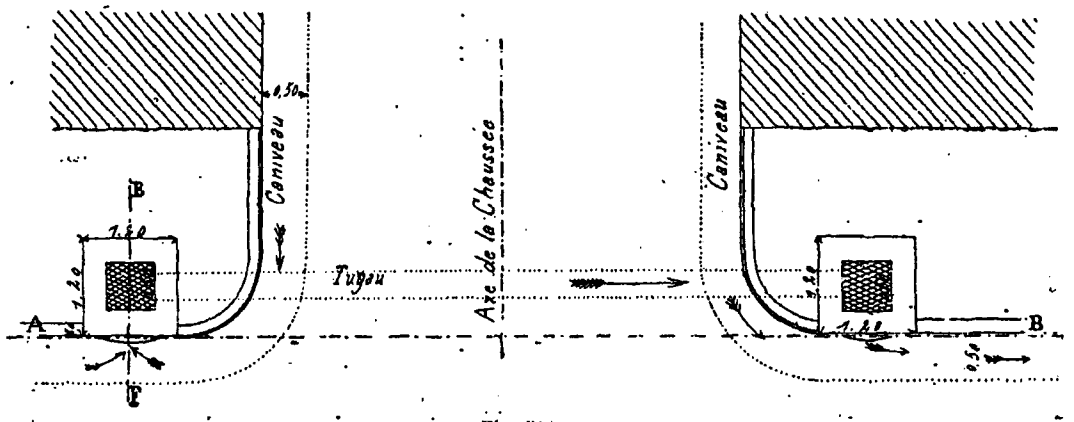


Fig. 521.

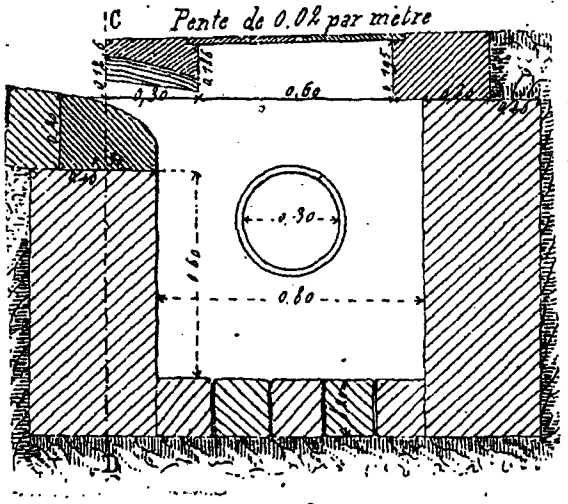


Fig. 522.

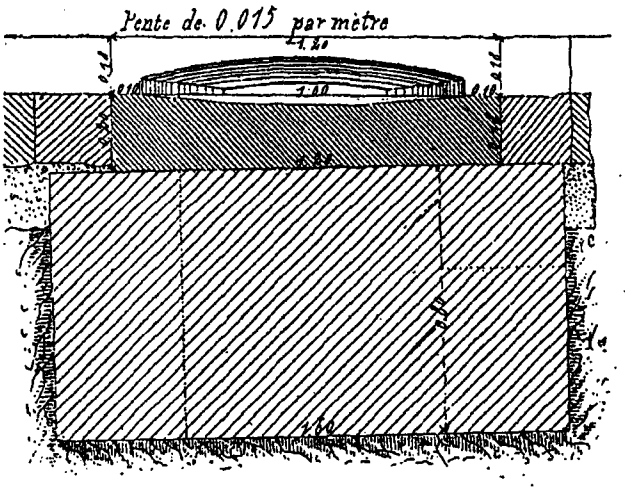


Fig. 523.

d'un dalot. On est alors obligé d'avoir recours à un *aqueduc-siphon*.

L'aqueduc-siphon est formé par une conduite quelconque placée en contre-bas de la voie de communication qu'il s'agit de traverser, terminée à ses deux extrémités, en amont et en aval, par un puisard. L'eau s'écoule, grâce à la vitesse d'écoulement

qui résulte de la différence entre le niveau de l'eau à l'amont et le niveau de l'eau à l'aval.

Les figures 520 et 521 montrent un aqueduc-siphon établi au-dessous d'un chemin au moyen de tuyaux en fonte de 0,30 de diamètre, ayant une pente verticale de $0^m,015$ par mètre et débouchant dans deux puisards extrêmes.

Chaque puisard est recouvert d'une dalle évidée, au milieu de laquelle est pratiquée une ouverture fermée par une plaque de fonte striée à sa surface supérieure. Cette plaque peut facilement s'enlever pour le nettoyage.

Les figures 522 et 523 donnent le détail d'un puisard allant avec la disposition d'ensemble des figures 520 et 521.

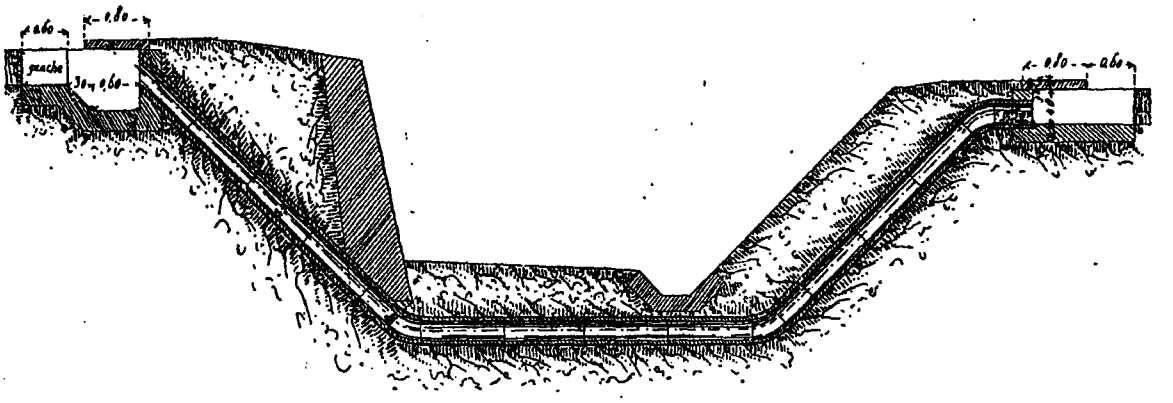


Fig. 524.

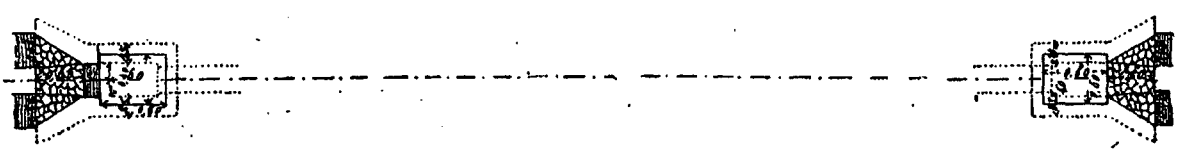


Fig. 525.

M. Bricka, ingénieur des ponts et chaussées, donne dans un mémoire sur la distribution des eaux des canaux d'irrigation (*Annales des ponts et chaussées* de 1882), les dessins de siphons pour les rigoles. Nous en extrayons les figures 524 et 525, représentant un type de siphon composé de buses en mortier de ciment, posées suivant deux tronçons inclinés, raccordées à leur partie inférieure par une conduite horizontale.

Lorsque les rigoles ont des directions en retour d'équerre, les deux points de départ du siphon sont disposés comme cela est indiqué dans les figures 526 à 530. Les figures 526, 527 et 528 se rapportent à la tête amont, et les figures 529 et 530, à la tête aval.

Les aqueducs-siphons peuvent d'ailleurs être faits en maçonnerie et avoir comme sections transversales celles en usage dans ce genre d'ouvrages.

Si l'aqueduc-siphon devait être placé à une assez grande profondeur au-dessous du plan d'eau d'amont, il serait nécessaire de calculer la voûte de l'ouvrage pour s'assurer de sa résistance à l'action de la sous-pression. Pour faire ce calcul, on négligerait l'adhérence du mortier et on supposerait la voûte non surchargée. On considérerait la partie de voûte qui se trouve au-dessus des joints de rupture, c'est-à-dire des joints inclinés à 30 degrés sur l'horizon, et on ajouterait à son poids celui de la terre placée au-dessus. Ce poids total devrait équilibrer

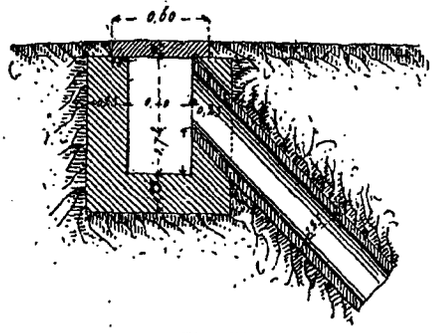


Fig. 526.

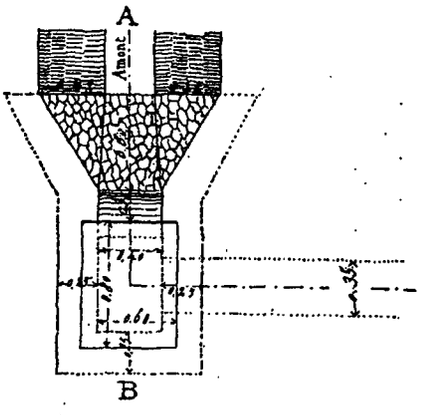


Fig. 527.

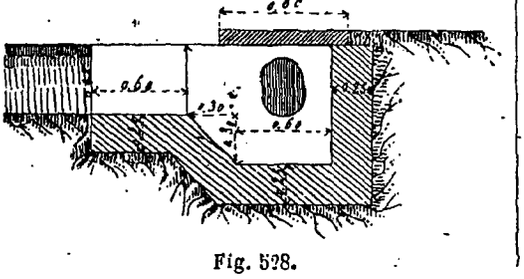


Fig. 528.

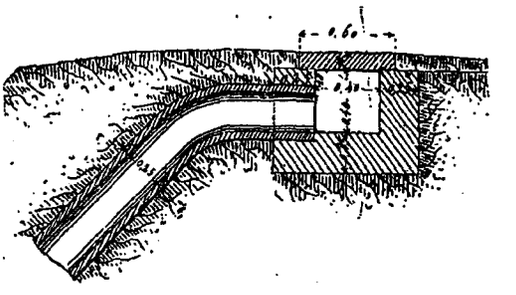


Fig. 529.

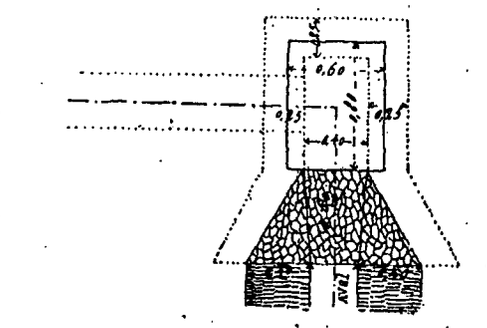


Fig. 530.

la composante verticale de la sous-pression transmise par l'eau à la partie de voûte considérée. Cette composante verticale est égale à la projection horizontale de la voûte considérée multipliée par la hauteur du plan d'eau d'amont au-dessus de l'intrados de l'aqueduc.

§ V. — *AQUEDUCS VOUTÉS ET PONCEAUX*

I. — Sections transversales des aqueducs voûtés.

a. — *Acqueducs plein-cintre.*

568. Les aqueducs étudiés jusqu'à présent (tuyaux, dalots, charpente, siphons) trouvent leur emploi lorsqu'il s'agit de donner passage à une très petite quantité d'eau (tuyaux), ou bien lorque la hauteur disponible est insuffisante pour la construction d'un aqueduc voûté. Dans le cas contraire, qui se présente le plus fréquemment, on a assez de hauteur, et alors on doit adopter l'aqueduc voûté et particulièrement la voûte en plein cintre qui est la forme la plus favorable à la stabilité. — On emploie aussi quelquefois la forme en arc surbaissé pour augmenter le débouché superficiel de l'aque-

duc sans augmenter sa hauteur sous clef.

Dans les aqueducs voûtés en plein-cintre, la courbe d'intrados est tangente aux parements intérieurs des culées ou pieds-droits. Ceux-ci, ainsi que la courbe d'extrados peuvent affecter des formes diverses.

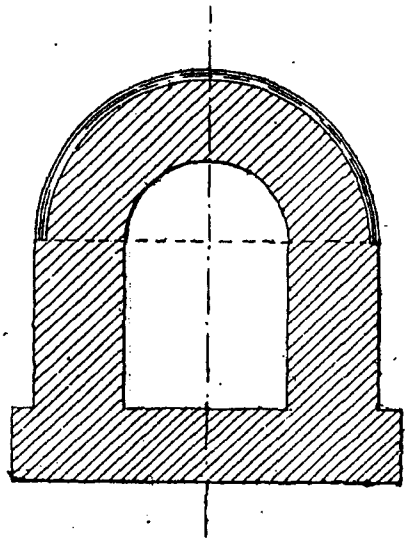


Fig. 531.

La forme la plus simple de la section transversale d'un aqueduc voûté en plein-cintre est celle représentée par la figure 531. L'extrados est concentrique à l'intrados; les pieds-droits sont verticaux à l'intérieur et à l'extérieur; le radier est plat et fait partie du massif des fondations.

Une autre forme ayant sur la précédente l'avantage d'exiger un cube moindre de maçonnerie à résistance égale, est celle de la figure 532. L'épaisseur de la voûte à la clef est moindre qu'aux naissances et cette différence est obtenue au moyen d'un léger extradossage commençant aux naissances n, n. Le centre de l'intrados étant au point c, celui de l'extrados est

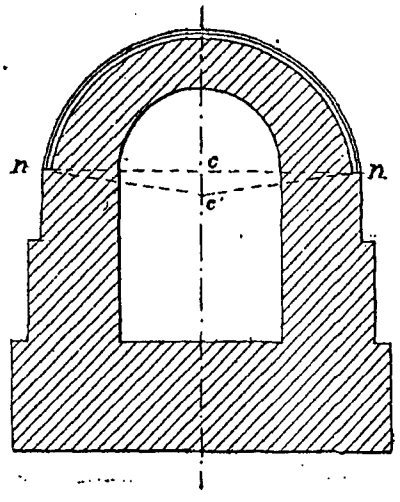


Fig. 532.

un peu au-dessous, au point c'. Les pieds-droits sont plus épais à la base qu'aux naissances et cette différence d'épaisseur, qui augmente sensiblement la force des

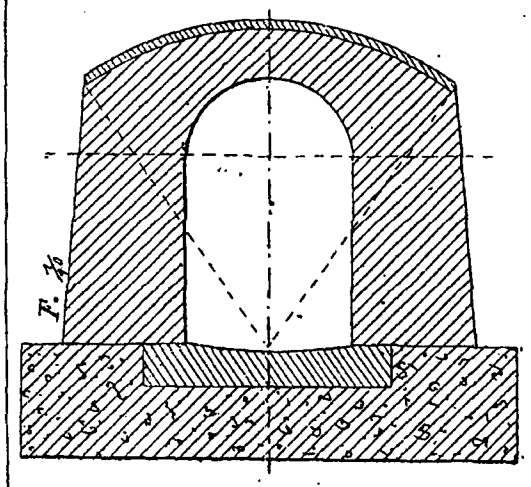


Fig. 533.

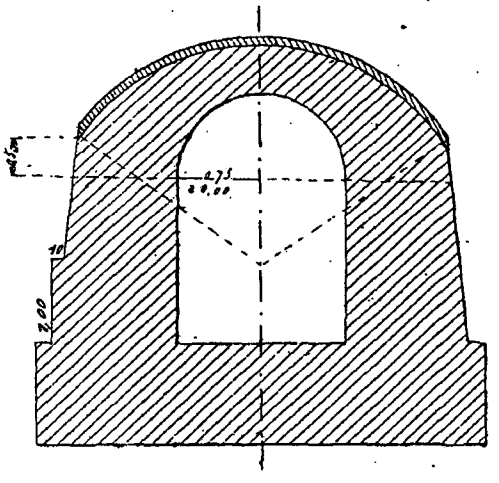


Fig. 534.

maçonneries, est réalisée au moyen de plusieurs retraites verticales extérieures. Les parements intérieurs des pieds-droits sont encore verticaux. Le radier plat fait partie du massif des fondations et,

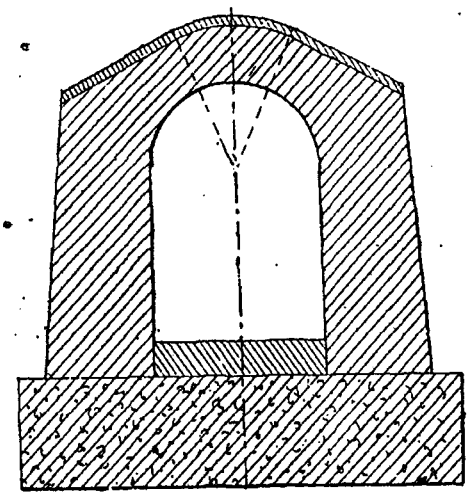


Fig. 535.

comme précédemment, l'extrados de la voûte est recouvert d'une chape.

Dans la section transversale représentée par la figure 533, les parements intérieurs des pieds-droits sont toujours verticaux. Mais la surépaisseur à la base est obtenue au moyen de parements extérieurs inclinés. Le fruit de ces parements est ordinairement de $^1/_{10}$. En outre, l'extrados de la voûte est formé par un arc de cercle excentrique à l'intrados, et

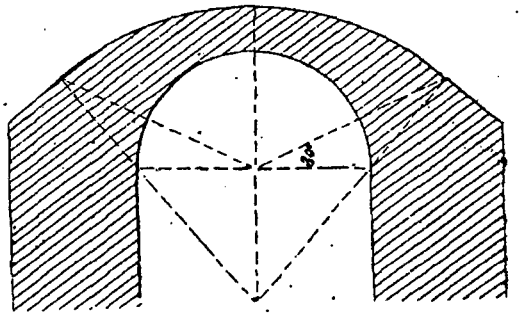


Fig. 536.

le raccord de cet extrados avec les parements extérieurs des pieds-droits se fait au-dessus de la naissance de l'intrados. Le radier, légèrement concave est noyé dans le massif des fondations. Une chape recouvre l'extrados courbe.

Le radier, au lieu d'être concave comme dans l'exemple précédent, peut être plat

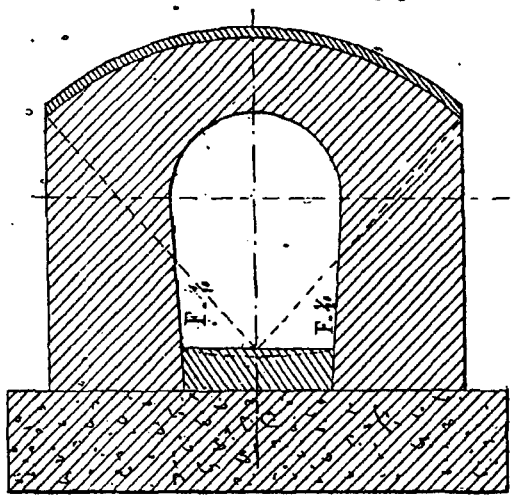


Fig. 537.

(*fig.* 534). Une autre variété de ce type consiste dans l'existence d'une retraite pratiquée à 1 mètre au-dessus du radier,

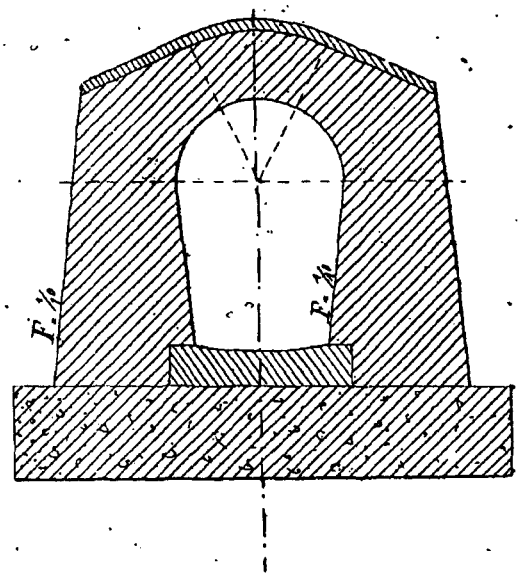


Fig. 538.

comme on le voit dans la partie gauche de l'axe de la figure 534.

D'autres fois, les parements intérieurs

des pieds-droits étant toujours verticaux et les parements extérieurs inclinés, l'extrados de la voûte est formé par un arc de cercle qui se raccorde avec deux droites inclinées. Dans la figure 535, cet arc est concentrique à l'intrados; il a peu de développement et, au contraire, les droites inclinées qui se raccordent avec lui sont assez étendues.

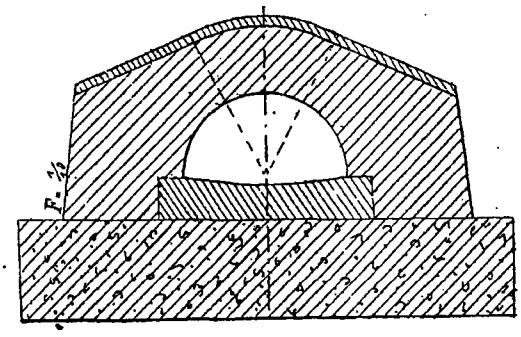


Fig. 539.

Mais le plus souvent, l'arc de cercle de l'extrados a un rayon plus grand que celui de l'intrados (*fig.* 536), de sorte que l'épaisseur de la voûte allant en augmentant à partir de la clef, les surfaces de

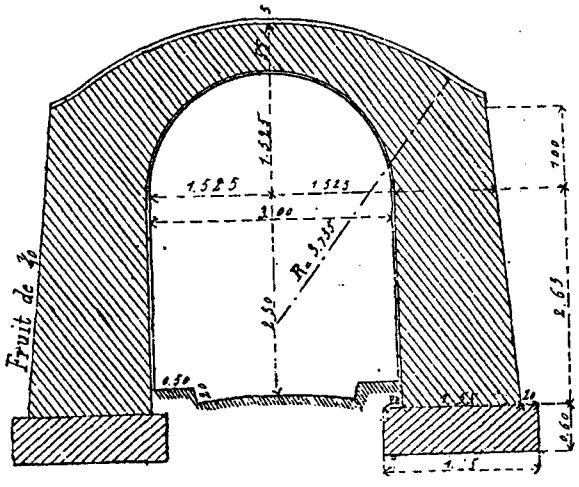


Fig 540.

joints sont de plus en plus larges à mesure que les pressions mutuelles des voussoirs augmentent. A partir des rayons inclinés à 30 degrés sur l'horizon, l'extrados se continue, suivant deux lignes droites inclinées, tangentes à l'arc de cercle. Cette position des points de tangence sur des joints inclinés à 30 degrés est évidemment arbitraire ; elle peut être plus ou moins éloignée de la clef. C'est cette dernière forme de section transversale qui est le plus en usage.

Dans toutes les sections transversales précédentes, les pieds-droits sont verticaux intérieurement. On a fait des pieds-droits sans fruit à l'extérieur avec un fruit de $^1/_{20}$ à l'intérieur. Tel est le type qui a été appliqué sur le chemin de fer du Bourbonnais (Section de Roanne à Lyon) (*fig.* 537). L'extradossage est complètement en courbe. Le radier plat ou conconcave est posé sur le massif des fondations.

Un autre type d'aqueduc voûté appliqué sur le même chemin de fer du Bourbonnais (Section de Moret à Nevers) a des pieds-droits présentant à l'extérieur et à l'intérieur un fruit de $^1/_{10}$ (*fig.* 538).

Enfin les pieds-droits sont quelquefois supprimés comme dans le type dont la section transversale est représentée par la figure 539.

Si le ponceau donne passage à un petit chemin, le radier devient inutile et le massif des fondations est établi seulement sous les pieds-droits (*fig.* 540).

b. — *Aqueducs en arc surbaissé.*

569. Quand la forme plein-cintre à l'intrados ne produit pas un débouché suffisant pour l'écoulement de la quantité maximum d'eau à débiter et qu'on ne peut exhausser la voie de communication traversée, assez haut pour adopter cette forme plein-cintre, on donne à la voûte la forme en arc surbaissé.

Le poids des voussoirs détermine dans la voûte une poussée d'autant plus grande, pour une même ouverture, que la voûte est plus surbaissée. Aussi, dans le but de ne pas donner une épaisseur excessive aux culées, doit-on faire le surbaissement aussi grand que possible. — Dans les ponceaux, on ne descend pas ordinairement au-dessous de $^1/_5$ à $^1/_6$. — Il en résulte que le rayon de l'arc d'intrados est au plus de une fois et demie l'ouverture.

La figure 541 représente la section

transversale d'un aqueduc à voûte surbaissée. L'extrados est entièrement courbe;

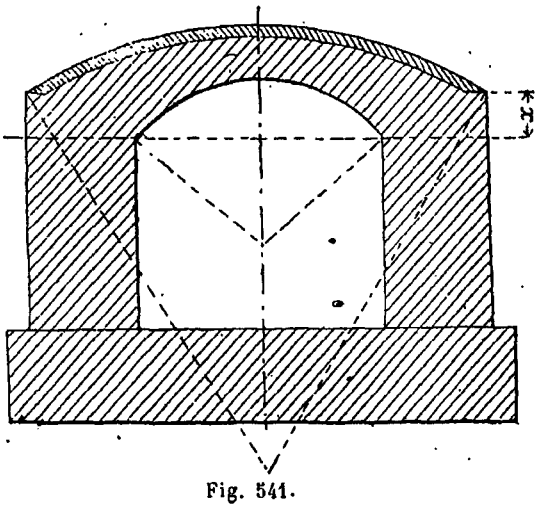


Fig. 541.

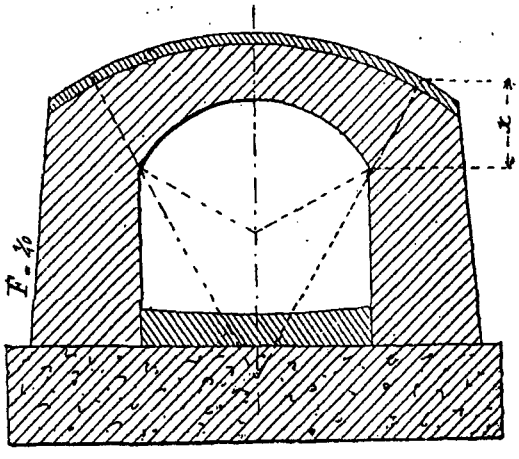


Fig. 542.

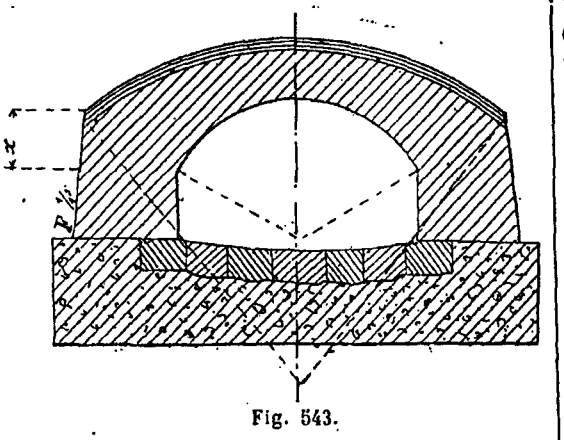


Fig. 543.

il n'est pas concentrique à l'intrados. Les pieds-droits n'ont de fruit ni à l'intérieur, ni à l'extérieur. Le radier plat est noyé dans le massif des fondations. La hauteur x de la rencontre de l'extrados avec les faces extérieures des pieds-droits au-dessus du plan des naissances de l'intrados est variable suivant les cas.

Dans le type représenté par la figure 542, les pieds-droits ont un fruit extérieur de $^1/_{10}$. L'intrados est partie en courbe et partie en droite. Le radier est placé au-dessus du massif des fondations.

La figure 543 montre la section transversale d'un autre type qui participe à la fois des deux précédents et dans lequel le radier est légèrement concave.

c. — *Aqueducs elliptiques ou en anse de panier.*

570. Lorsque les aqueducs sont placés sous de très hauts remblais, ou bien lorsqu'ils sont établis dans des terrains peu consistants, ils ont à supporter de grandes pressions et, dans ce cas, on leur donne assez souvent une forme ovoïde qui présente une grande résistance aux pressions extérieures. La courbe d'intrados est une ellipse à grand axe vertical ou une anse de panier placée de la même manière. Nous avons déjà donné un exemple de ce genre de section transversale (*fig.* 228), dans lequel l'anse de panier est incomplète.

d. — *Aqueducs circulaires.*

571. Enfin, pour donner aux aqueducs une très grande résistance aux pressions extérieures, on leur donne quelquefois une section transversale circulaire. Ce sont alors de vrais tuyaux en maçonnerie reposant sur un massif de fondation à face inférieure horizontale. Nous en donnerons des exemples un peu plus loin.

II. — Sections longitudinales des aqueducs voûtés.

572. Les sections longitudinales des aqueducs voûtés ne diffèrent pas sensiblement de celles des aqueducs dallés (numéros 545, 546 et 547), et ce que nous avons dit pour les uns s'applique aux autres.

L'aqueduc à faible pente doit avoir, autant que possible, une pente minimum de $0^m,01$ par mètre pour le facile écoulement des eaux.

En terrain incliné, si la différence de niveau entre l'amont et l'aval n'est pas trop considérable, on donne au radier l'inclinaison voulue en laissant la voûte horizontale ; celle-ci repose alors sur des pieds-droits ayant une hauteur variable depuis l'amont jusqu'à l'aval.

Lorsque l'aqueduc s'incline davantage,

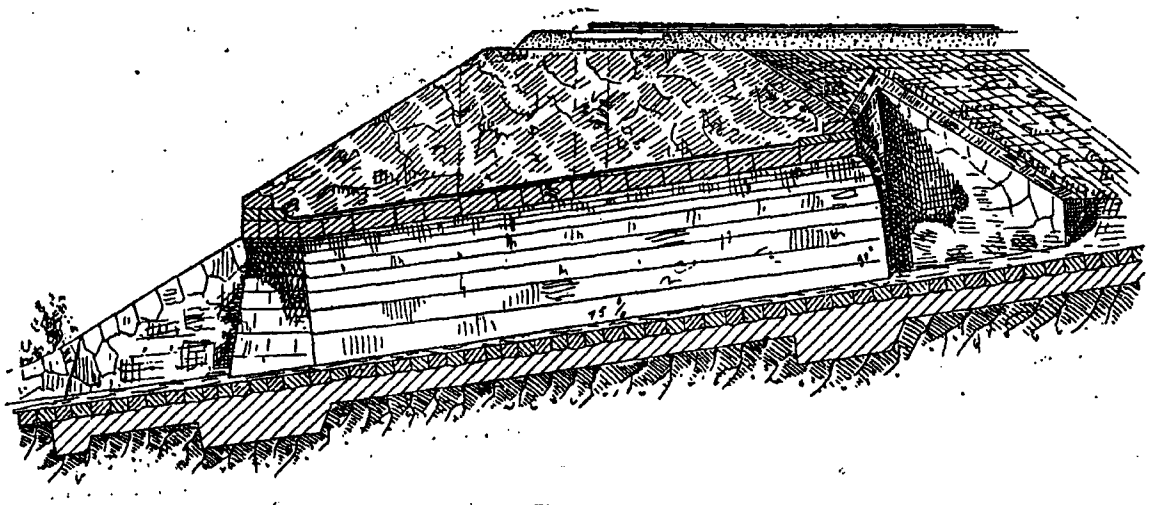


Fig. 544.

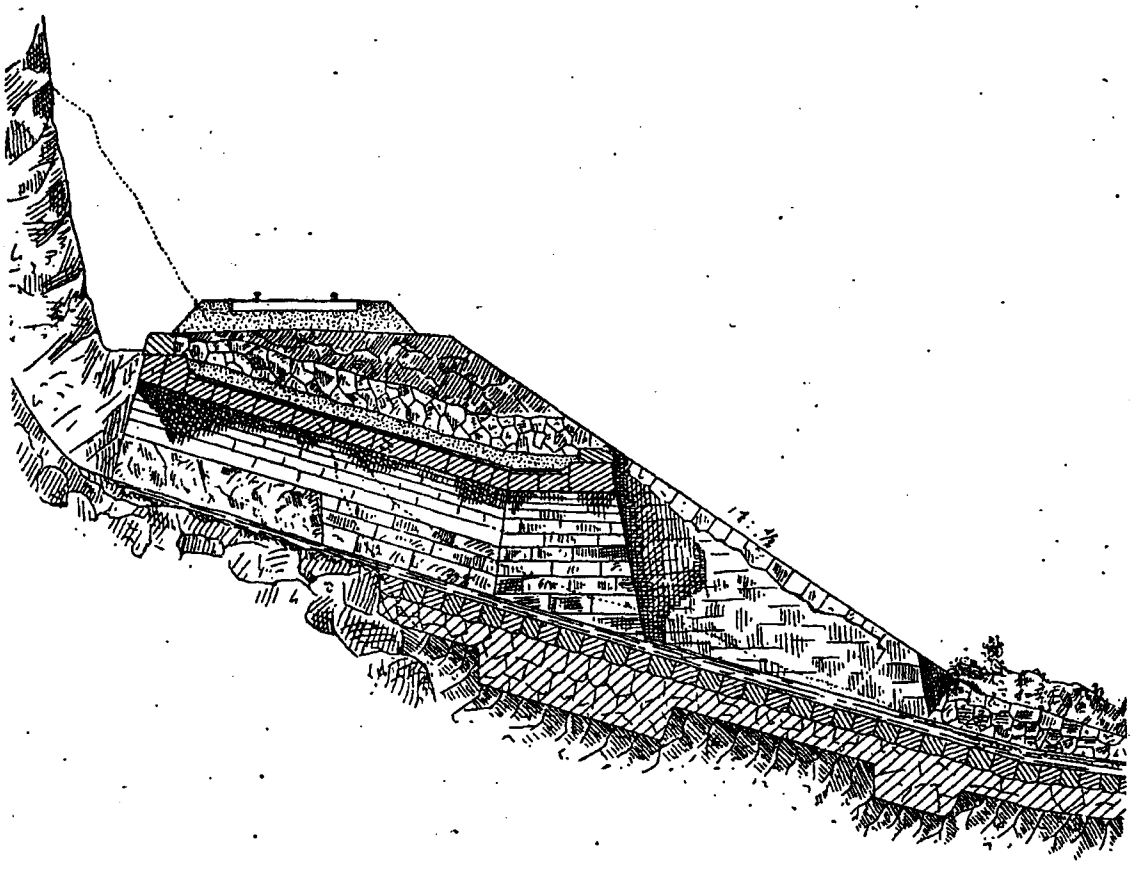


Fig. 545.

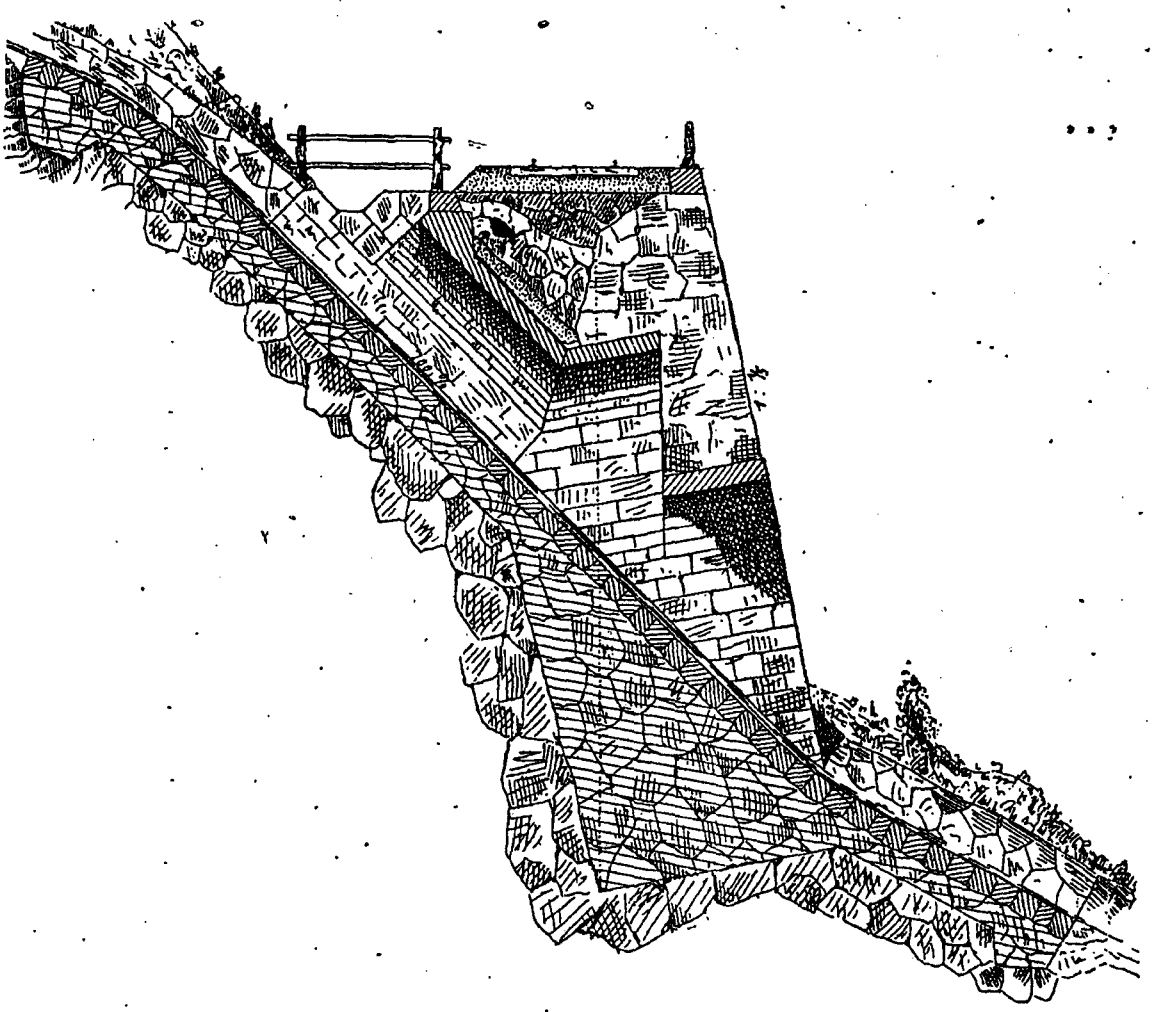


Fig. 546.

la fondation doit reposer sur le sol par redans successifs horizontaux ; la voûte est inclinée parallèlement au radier.

Enfin, si l'aqueduc doit être placé sous un très grand remblai, il convient de faire varier les épaisseurs des maçonneries avec les pressions. Cette variation dans les épaisseurs s'obtient assez fréquemment de la manière suivante. On partage le remblai en tranches horizontales de 5 mètres d'épaisseur et, par les points où les lignes horizontales de chaque étage rencontrent la ligne inclinée du remblai on mène des verticales. On a ainsi un certain nombre de divisions sur la longueur de l'aqueduc. Pour chaque division on augmente de $0^m,10$ l'épaisseur à la clef et de $0^m,20$ celles des culées, en partant des têtes qui sont les parties les moins chargées de l'aqueduc.

Les figures 544, 545 et 546 représentent les sections longitudinales d'aqueducs établis en terrain très incliné et en rocher. — On voit combien, dans ce cas, les formes des aqueducs peuvent être variables selon les circonstances locales.

III. — Têtes des aqueducs voûtés et ponceaux.

Murs en retour.

573. Ce que nous avons dit des murs en retour à propos des aqueducs dallés (n° 548) s'applique évidemment aux aque-

ducs voûtés. — Nous ajouterons seulement que, si les murs en retour ont pour effet d'augmenter la résistance des culées par le contre-butement qu'ils produisent ils sont, d'autre part, peu économiques. Ils exigent, en effet, l'emploi d'une grande quantité de pierre de taille, pour la plinthe qui présente un grand développement et pour les chaînes d'angles des pieds-droits et murs en retour. Aussi, quand on veut construire économiquement, on préfère en général, les murs en aile ordinaires aux murs en retour.

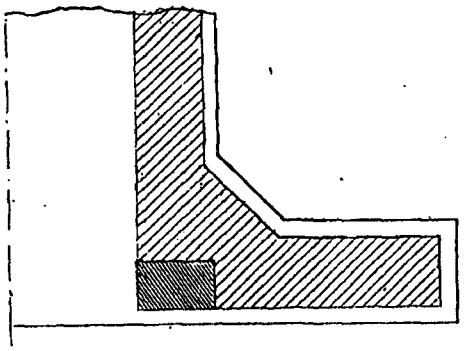


Fig. 547.

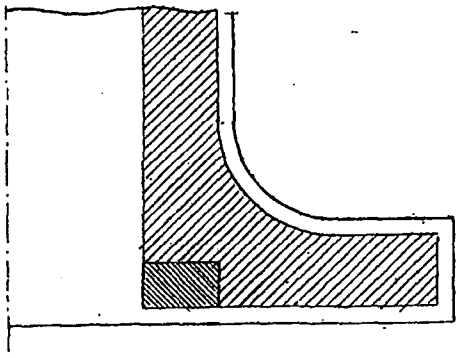


Fig. 548.

La forme la plus simple des murs en retour est celle représentée par la figure 419. Les deux faces sont parallèles et le parement intérieur vient rencontrer à angle droit le parement extérieur du pied-droit. Assez souvent, dans le but de réaliser une forte liaison du mur en retour avec les culées de l'aqueduc, on remplace l'angle droit rentrant, soit par un pan coupé (*fig.* 547), soit par un raccord cylindrique (*fig.* 548).

Enfin, comme nous l'avons dit (n° 548) à propos des têtes des dalots, on donne quelquefois aux murs en retour une épaisseur décroissante (*fig.* 549). Cette disposition s'emploie surtout dans les aqueducs et ponceaux d'une assez grande hauteur, dont les murs en retour ont une grande longueur. L'économie de maçonnerie est alors sensible, et cette forme décroissante est, du reste, justifiée si on tient compte de la contre-poussée que le quart de cône exerce sur le parement extérieur du mur.

Pour la longueur à donner aux murs en retour, voir n° 548.

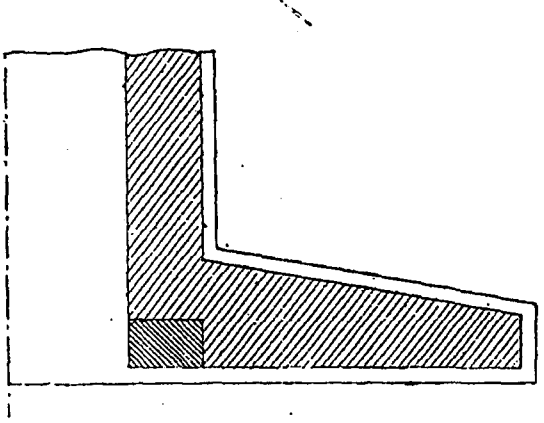


Fig. 549.

Murs en aile.

574. Les murs en aile sont ordinairement dans le prolongement des culées de l'aqueduc ; ils prennent alors le nom de *murs en prolongement* ou de *rampants*. Comme nous l'avons dit (n° 550), à propos des dalots, ces murs maintiennent les terres du remblai comme des murs de soutènement. Or, leur hauteur diminuant depuis leur naissance jusqu'à leur extrémité, il est rationnel de faire décroître leur épaisseur. On leur donne, en général, en chaque point, une épaisseur moyenne comprise entre le quart et le tiers de la hauteur correspondante, sans toutefois descendre au-dessous de l'épaisseur minimum exigée pour la bonne exécution de la maçonnerie (0^{m},35, par exemple, pour la maçonnerie de moellon).

On peut réaliser cette diminution d'épaisseur, depuis les naissances jusqu'aux extrémités, en laissant les parements

intérieurs des murs en prolongement des faces intérieures des culées (*fig.* 550 et 551) ou parallèles à cet axe, un peu en retrait sur les faces des culées (*fig.* 552) et en obliquant la face extérieure (*fig.* 550). Quelquefois, on donne à la naissance du

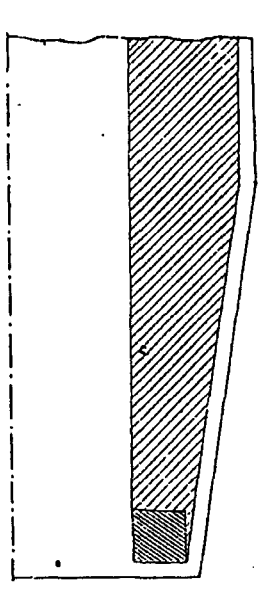


Fig. 550.

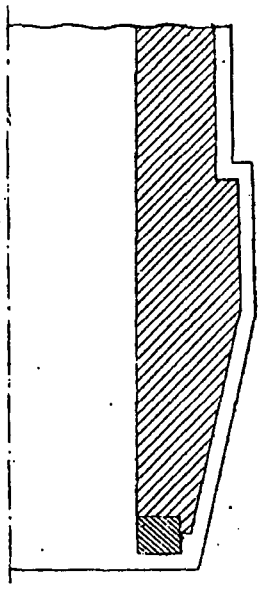


Fig. 551.

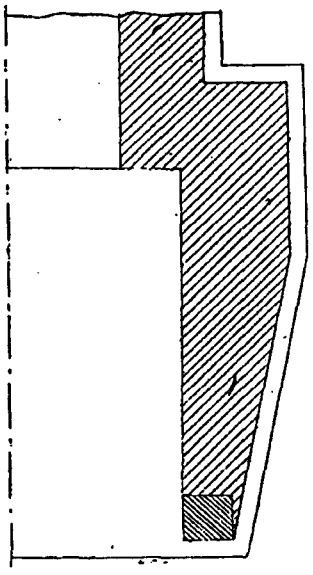


Fig. 552.

mur une épaisseur un peu plus forte qu'aux pieds-droits de l'aqueduc, au moyen de retours d'équerre (*fig.* 551 et 552).

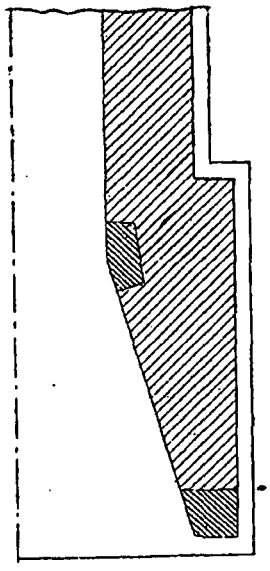


Fig. 553.

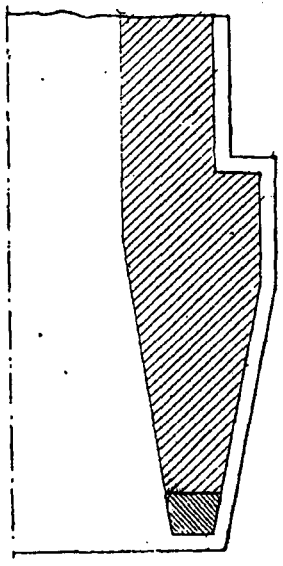


Fig. 554.

On peut encore obtenir la décroissance d'épaisseur du mur, en obliquant sur l'axe la face intérieure du mur et en laissant sa face extérieure parallèle à cet axe (*fig.* 553). Les parements intérieurs du mur et du pied-droit forment alors un angle saillant qu'on garnit généralement d'une chaîne verticale pour la garantir contre les dégradations. L'entrée de l'aqueduc se trouve légèrement évasée, aussi désigne-t-on les murs ayant cette dernière disposition, sous le nom de murs en prolongement évasés.

Enfin, on donne quelquefois aux deux faces du mur une obliquité en sens contraire sur l'axe (*fig.* 554).

Les dispositions des figures 550 à 553 sont les plus simples et, par suite, les plus économiques ; ce sont celles qu'on emploie le plus fréquemment. Dans ces dispositions, les murs peuvent avoir un fruit intérieur ou extérieur. Le fruit intérieur (côté de l'axe) ne fait que compliquer inutilement la construction, sans avantage bien sérieux. Quant au fruit extérieur (côté des terres), il existe forcément si on donne aux dalles du rampant une largeur uniforme à leur partie supérieure, et, en

outre la section verticale du mur a une forme parfaitement rationnelle au point de vue de la stabilité.

Quoique les formes précédentes soient les plus simples, on emploie quelquefois des murs plus compliqués. Tels sont les *murs évasés* (*fig.* 555).

Les murs évasés permettent d'éviter le défilé produit par les murs en prolongement. Ils ont l'avantage, dans certains cas, de raccorder le passage rétréci du ponceau à la largeur normale de la voie de communication. Mais lorsque l'évasement, est très prononcé, la chaîne d'angle

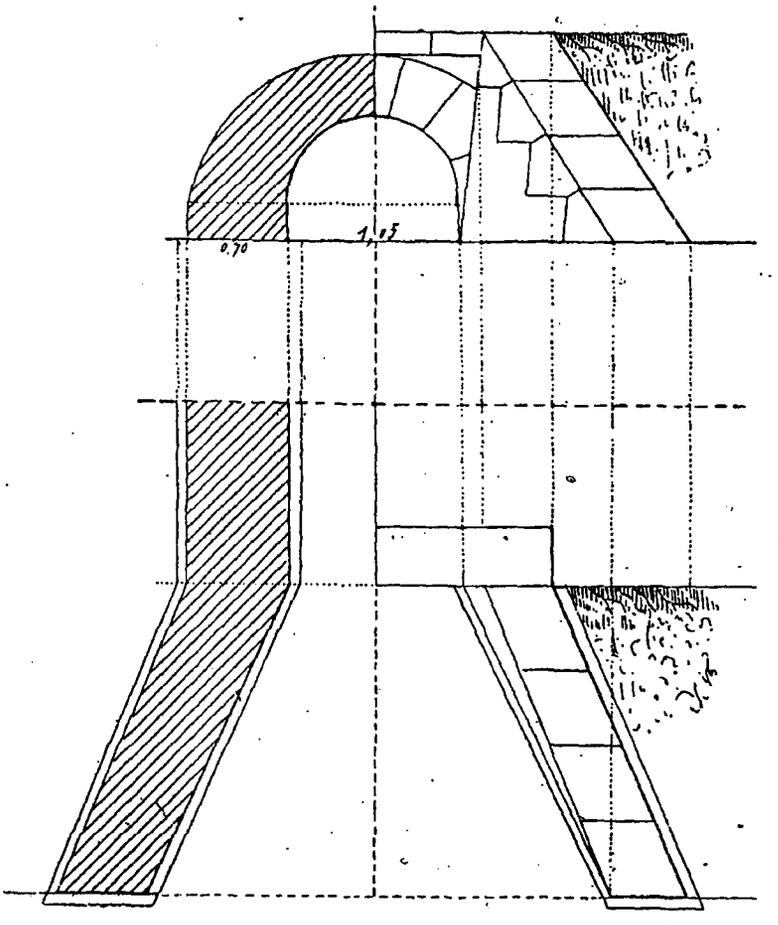


Fig. 555.

à l'arête saillante est toujours obligée. De plus, si le mur présentait en même temps un fruit intérieur (côté de l'axe), il en résulterait une inclinaison pour cette arête saillante d'où difficulté et complication inutile dans la taille de la pierre.

Avec les murs en aile tels que ceux qui viennent d'être examinés, l'écoulement des eaux se trouve gêné. C'est pour remédier à cet inconvénient qu'on a fait des murs en aile évasés ou non, terminés par de petits murs en retour. Ces *murs mixtes* sont disposés comme l'indiquent les figures 556 et 557. Le petit mur en retour est d'ailleurs applicable à tous les murs en aile représentés par les figures 550 à 555. Les murs mixtes peuvent être avantageux surtout dans le cas où le cours d'eau est encaissé. La branche en retour commence au point où le mur atteint le niveau du sol formant rives.

Une disposition très employée à l'étran-

ger, mais peu en France, consiste à donner au parement du mur en aile une inclinaison variable, verticale ou à peu près au point de départ, sur la face de tête, et ayant à son extrémité une inclinaison égale à celle du talus du cours d'eau. La surface ainsi définie est un paraboloïde gauche (*fig.* 558).

On a fait aussi, et notamment sur l'ancien réseau sud Paris-Lyon-Méditerranée, des *murs en aile à double courbure* (*fig.* 559), dont nous empruntons la description aux regains scientifiques de J. Dubuisson (fascicule n° 4). « En résumé ce mur est parallèle, jusqu'au plan BH, à l'axe de l'aqueduc; à partir de ce plan il fait partie d'un cylindre à rayon horizontal. Son arasement est à 6/4 jusqu'au point X; du point X au plan BH cet arasement fait partie d'un cylindre à rayon vertical; à partir du plan BH jusqu'au plan PK il fait partie des deux cylindres à la fois; c'est pourquoi on appelle ce mur en aile, mur à double courbure. Enfin, à partir du plan PK, l'arasement devient horizontal et ce jusqu'à l'extrémité de l'about.

Depuis cet about, jusqu'au plan BH, le mur s'élève droit avec 0,48 d'épaisseur, sauf les angles qui ont 0,49, pour faire

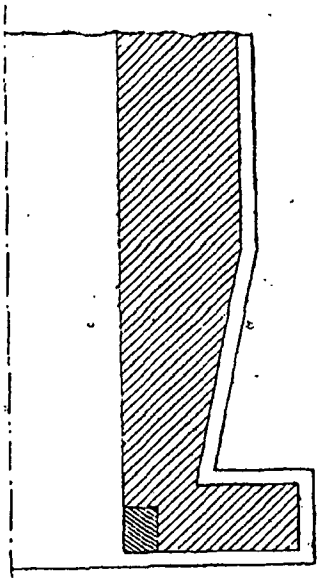


Fig. 556.

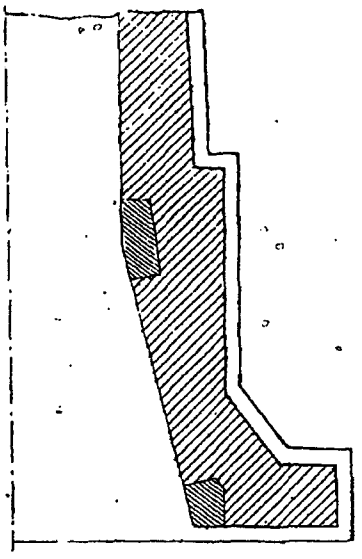


Fig. 557.

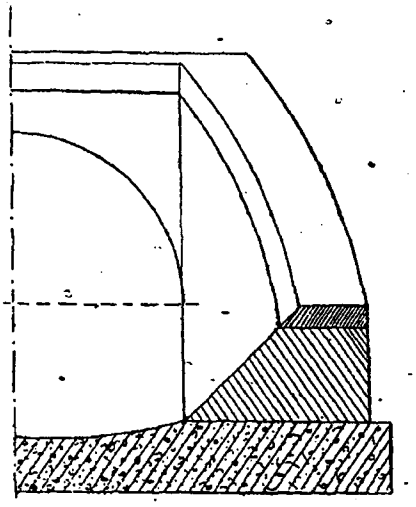


Fig. 558

saillie de 0,01 intérieurement sur le mur du parement. Dans la partie comprise entre BH et le plan de tête, le mur s'élève verticalement du côté de l'axe de l'ouvrage et est extérieurement limité par des surfaces gauches inclinées. La retraite de 0,10 qui existe, côté du remblai, derrière les rampants, cesse brusquement au plan BH et ne se poursuit pas suivant la ligne à 6/4, contre le mur en courbe qui a dès lors $0^m,48$ d'épaisseur constante dans toute sa hauteur.

On peut d'ailleurs modifier la construction ci-dessus d'une foule de façons :

1° En faisant varier le rayon horizontal, tout en conservant la donnée 0,60 et l'angle 18°, 26′, 6″;

2° En faisant coïncider la ligne des talus avec le dessous des rampants ou un point intermédiaire autre que le milieu;

3° En faisant commencer la courbe verticale en avant du plan PK;

4° En se donnant par avance le rayon vertical, etc...

Les données principales peuvent être:

1° La pente du radier de l'ouvrage;

2° La hauteur (1 mètre) de l'extrémité du mur à double courbure;

3° La donnée 0,60;

4° L'angle (tang $^1/_3$) ou 18°, 26′, 6″.

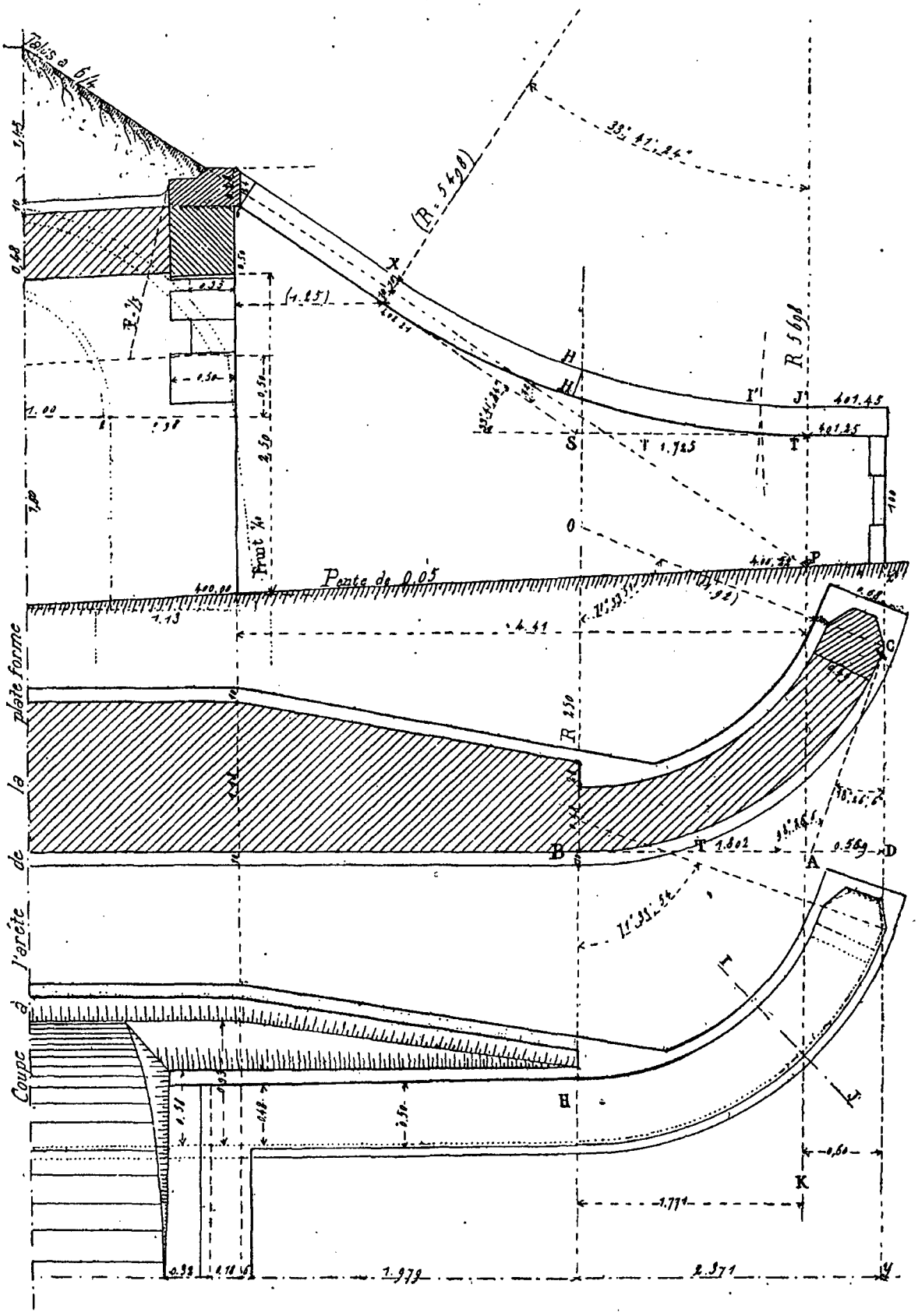
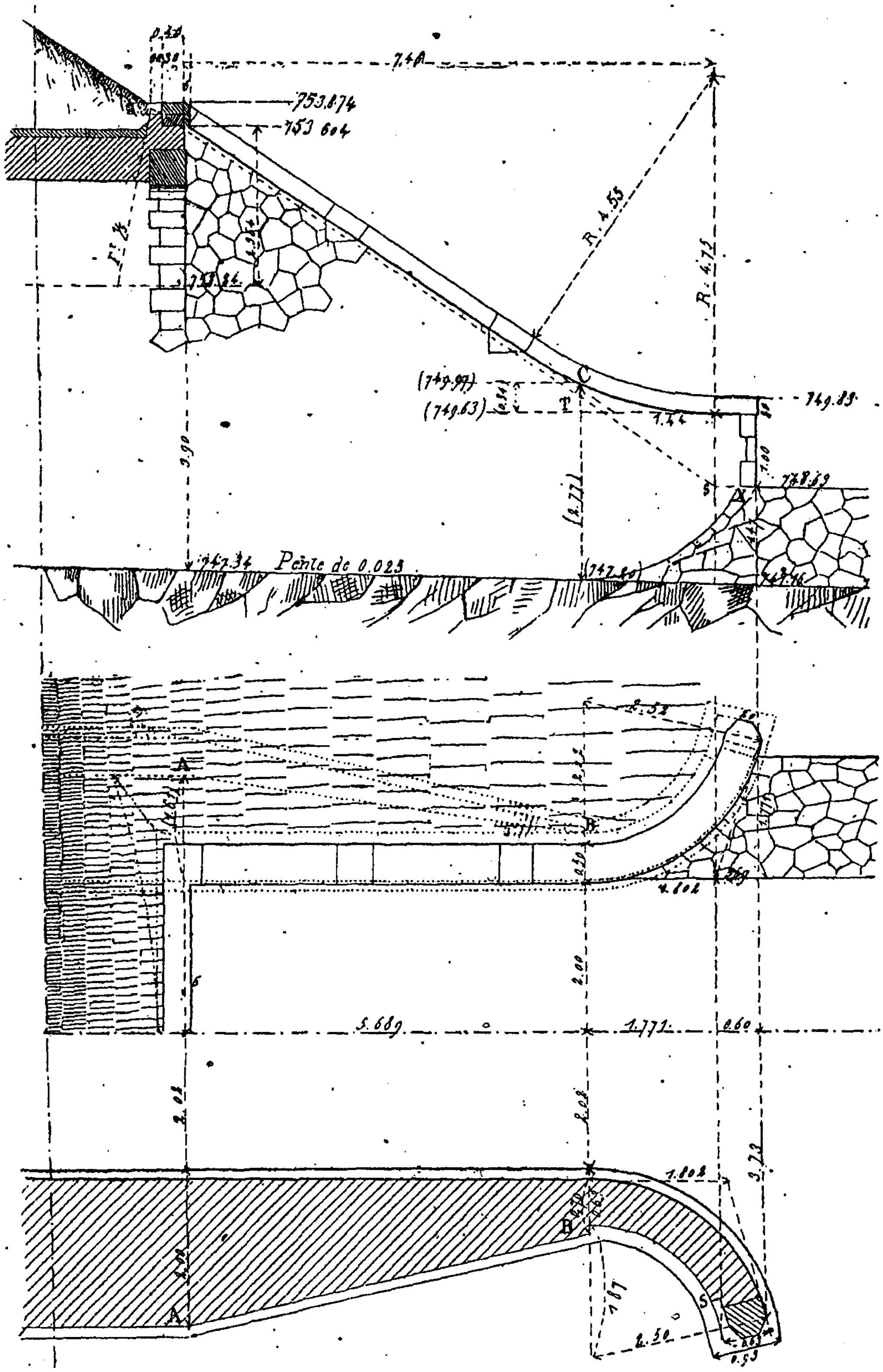

Talus à 6/4
Coupe à l'arête de la plate forme
Pente de 0,05
Front ¼
R 5698
R 250
(R = 5498)
33° 41' 24"
401.45
401.25
400.00
1.13
4.41
1.725
1.802
0.569
1.771
1.979
2.371
0.60
A
B
C
D
H
I'
J'
K
O
P
S
T
X
Y

Fig. 559.



753.874
753 604
7.40
R. 4.55
R. 4.75
(749.97)
(749.63)
749.83
748.69
747.34
Pente de 0.023
747.24
2.52
5.689
1.771
0.60
2.00
1.802
2.50
A
B
C
T
S

Fig. 560.

Avec ces quatre données pour un ouvrage, on peut en précisant la cinquième qui sera soit la tangente, soit le rayon, établir plusieurs systèmes de cylindres à rayons verticaux et en précisant la sixième donnée, le rayon horizontal, établir aussi plusieurs systèmes de cylindres à rayons horizontaux.

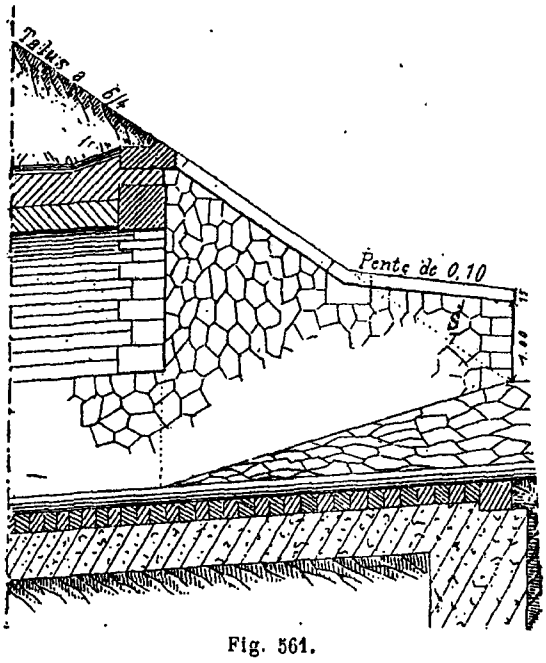


Fig. 561.

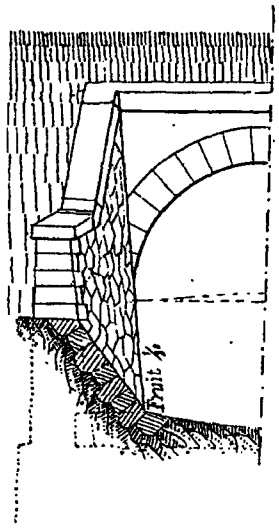


Fig. 563.

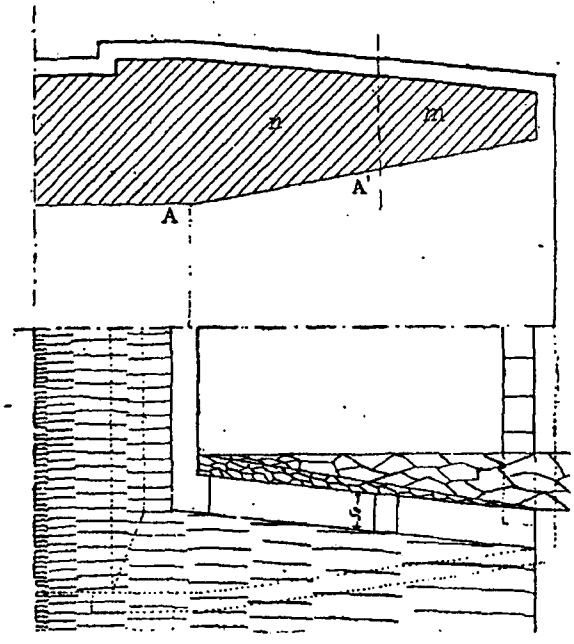


Fig. 562.

On peut, par exemple, faire rentrer le point S dans le plan BH, etc. Les seules données constantes sont ainsi les quatre citées plus haut, et le reste dépend des hypothèses auxiliaires que l'on veut bien y ajouter.

Ordinairement on se donne le rayon horizontal 2 mètres pour un aqueduc de 1 mètre d'ouverture et $2^{m},50$ pour des aqueducs de 2 mètres, 3 mètres et 4 mètres d'ouverture. »

La figure 560 qui représente un mur en aile à double courbure, du même genre que le précédent, mais avec d'autres proportions, est emprunté au même ouvrage de M. J. Dubuisson (1) ainsi que les figures 561, 562 et 563, représentant un *mur à double pente*. Cette dernière disposition de mur en aile a été employée sur le chemin de fer du Bourbonnais (section de Roanne à Lyon).

Ces deux derniers genres de murs en aile: double courbure et double pente, présentent des complications qui ne sont point compensées par leurs avantages. Aussi n'ont-ils un intérêt qu'au point de vue de l'entretien, car aujourd'hui, on recherche surtout la simplicité de la forme d'où résulte l'économie dans l'exécution.

(1) E. Bernard, éditeur.

L'appareil des murs en ailes donne lieu à des épures qui seront expliquées quand nous serons à l'exécution des maçonneries en pierre de taille.

Plinthes et rampants.

575. Nous avons déjà donné deux profils simples de plinthes, (*fig.* 431 et 432), surtout applicables aux dalots. — Dans la dernière de ces figures, la plinthe est placée au niveau de la plate-forme et sa face supérieure est entièrement visible.

Lorsque les plinthes sont situées au pied d'un talus, leur face supérieure peut encore rester apparente complètement, au moyen des dispositions représentées

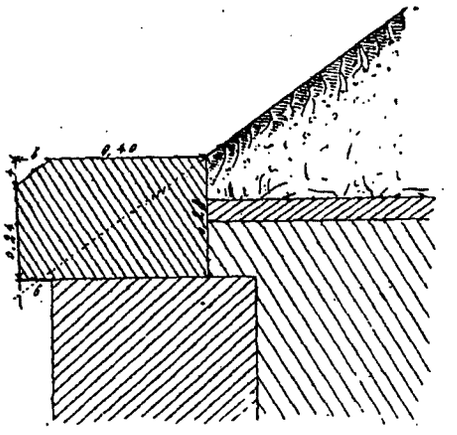


Fig. 564.

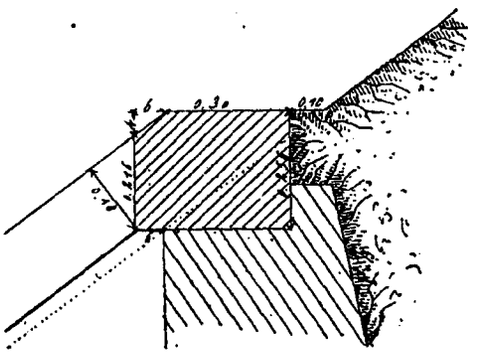


Fig. 565.

par les figures 564 et 565. — On les désigne alors sous le nom de *plinthes saillantes*. Elles sont surtout employées dans les murs en retour et dans les murs en aile dont les rampants sont au-dessus du plan des talus.

Si, au contraire, le plan de la partie supérieure des rampants rentre dans le

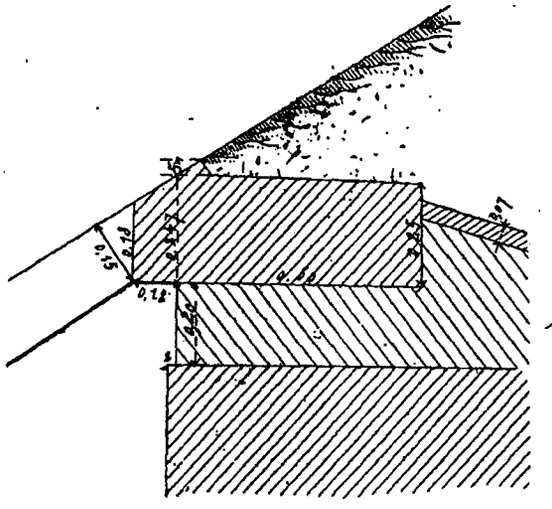


Fig. 566.

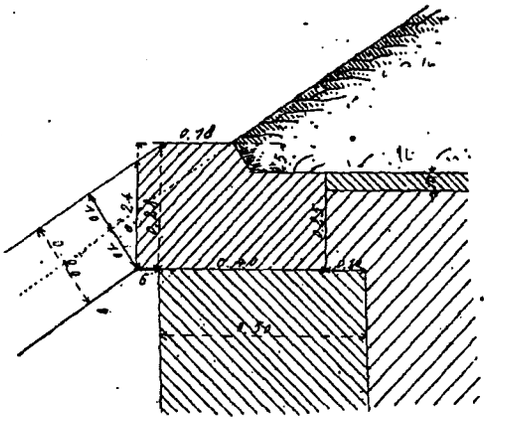


Fig. 567.

plan des talus, on a alors une *plinthe noyée* dans le genre de celle représentée par la figure 566.

Enfin, le rampant peut n'être noyé qu'en partie dans le talus et on a alors la disposition de la figure 567 (J. Dubuisson).

Quant aux rampants eux-mêmes, ils sont généralement très simples et formés de dalles juxtaposées sur la face inclinée du mur en aile. Ils sont cependant plus compliqués dans les murs en aile courbes. Nous reviendrons du reste sur les épures à faire pour déterminer exactement la forme et les dimensions des pierres composant les divers genres de rampants quand nous nous occuperons de l'exécution de la maçonnerie de pierre de taille.

Radier et garde radier.

576. Ce que nous avons dit des radiers et garde-radiers, à propos des aqueducs

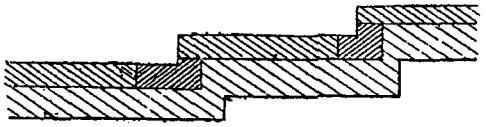


Fig. 568.

dallés s'applique évidemment aux aqueducs voûtés et ponceaux destinés au passage de ruisseaux. Nous ajouterons seulement que, dans le cas d'aqueducs très inclinés, au lieu de donner au radier une pente uniforme, on le partage quelquefois

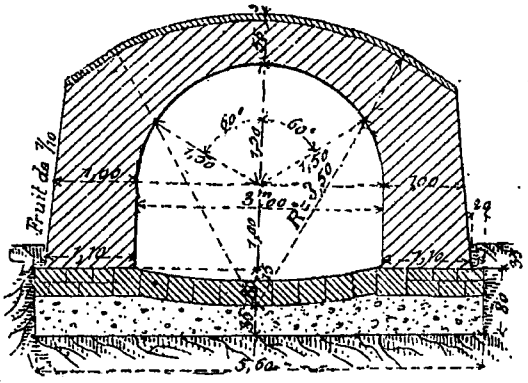


Fig. 569.

en plusieurs parties horizontales, rachetées par des murs de chute verticaux (*fig.* 568). Le pied de ces murs doit être très fortement consolidé, afin de résister aux dégradations rapides provenant du choc de l'eau.

Par économie, on doit éviter de construire un radier lorsque le sol sur lequel l'aqueduc est établi est suffisamment solide. Mais ce fait se présente rarement et les aqueducs voûtés sont presque toujours munis d'un radier ayant une épaisseur d'au moins $0^m,25$ à $0^m,30$. Quand le radier doit avoir une forme concave, on donne à la flèche de sa section transversale une valeur généralement comprise entre 1/10 et 1/40 de l'ouverture.

Le radier se fait en maçonnerie de moellons ou en béton. Quand il est en moellons, il repose ordinairement sur un massif général en béton, et il est formé de tranches de moellons parallèles disposées

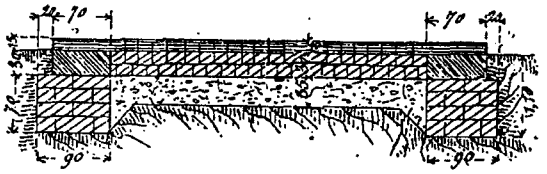


Fig. 570.

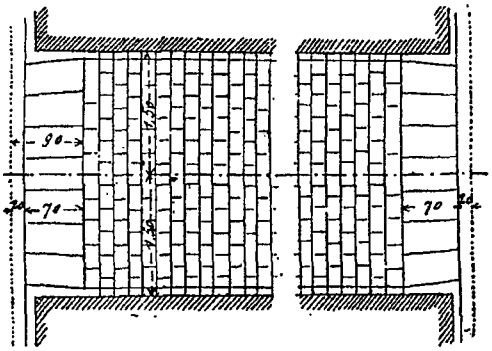


Fig. 571.

normalement à la direction de l'aqueduc et maçonnées. Les figures 569, 570 et 571 montrent la coupe transversale, la coupe longitudinale et le plan d'un radier en moellons.

On voit, sur la figure 571, qu'à l'amont et à l'aval le radier se termine par des garde-radier en pierres de taille, appareillées comme les claveaux des plate-bandes. — Ces garde-radiers, destinés, comme nous l'avons dit, à prévenir les affouillements, ainsi que les corrosions résultant du mouvement des eaux, sont appuyés sur des massifs en maçonnerie de moellons (*fig.* 570).

Lorsque le béton peut résister suffisamment à l'action du courant, on obtient un radier plus économique en supprimant le pavage maçonné et en le remplaçant simplement par une chape en mortier hydraulique, ou mieux encore en mortier de ciment et sable, qu'on étend sur la couche de béton de la fondation, après avoir donné préalablement à celle-ci la forme concave indiquée aux coupes transversales (*fig.* 572 et 573) se rapportant à des

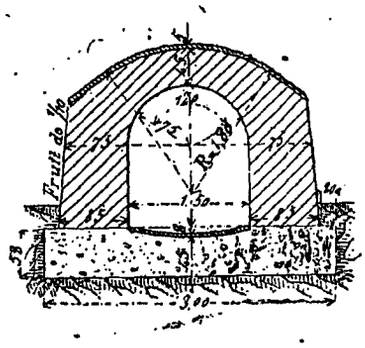


Fig. 572.

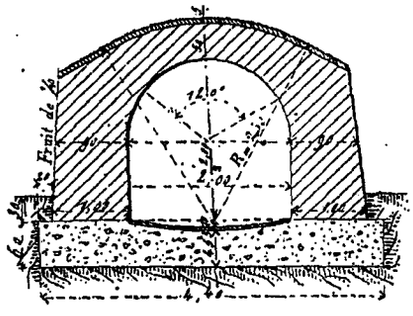


Fig. 573.

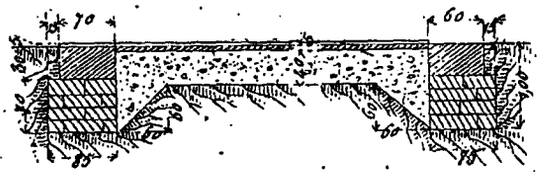


Fig. 574.

aqueducs de 1m,50 et 2 mètres d'ouverture. La figure 574 montre une section longitudinale de ce radier.

Chapes.

577. L'extrados de la voûte des aqueducs voûtés et ponceaux est toujours recouvert d'une chape ou enduit imperméable destiné à empêcher l'eau de s'infiltrer dans les joints des voussoirs et de descendre sur la douelle après avoir délavé la chaux du mortier. — Les chapes sont généralement formées par une couche de béton d'environ 0m,05 d'épaisseur moyenne, garnissant les irrégularités des maçonneries à l'extrados; et recouverte par une couche de mortier fin de chaux hydraulique ou de ciment de 2 à 3 centimètres d'épaisseur.

Les chapes peuvent du reste se faire avec d'autres matériaux, comme on le verra quand nous nous occuperons de leur exécution (article II, chapitre III).

L'appareil des voûtes des ponceaux, les détails des parapets et garde-corps, etc., sont semblables à ceux employés dans les ponts ordinaires et seront étudiés un peu plus loin.

IV. — Types d'aqueducs voûtés et ponceaux.

a. — AQUEDUCS PLEIN-CINTRE.

578. *Aqueduc de* 0m,60 *en terrain peu incliné, avec murs en aile en retraite et culées à faces verticales.* — On fait assez rarement des aqueducs voûtés ayant moins de 1 mètre d'ouverture. Voici cependant des types d'aqueducs voûtés de 0m,60, 0m,70 et 0m,80.

Celui représenté par les figures 575, 576, 577 et 578 a 0m,60 d'ouverture et 0m,890 de hauteur libre sur l'axe. Les parements intérieurs et extérieurs des pieds-droits sont verticaux et comprennent entre eux une épaisseur uniforme de 0m,45. — Le radier, légèrement concave, présente une flèche de 0m,06; la voûte est extradossée par un arc de cercle unique laissant à la clef une épaisseur de 0m,285.

Les murs en aile sont en retraite sur les pieds-droits, mais ils sont parallèles à l'axe de l'ouvrage et ont jusqu'à leur extrémité une épaisseur uniforme de 0m,45 comme les culées.

A droite de l'axe vertical, sur les figures 575 et 577, et au-dessus de cet axe, sur la figure 578, la construction est supposée en moellons et pierre de taille. Les autres parties des figures représentent la

construction en briques. On voit sur la figure 576 comment le rampant en briques doit être appareillé.

Quand la construction est en briques, le garde-radier se compose de deux ou trois rangées de briques en forme d'arcs, la convexité de ces arcs devant être tournée du côté de l'amont.

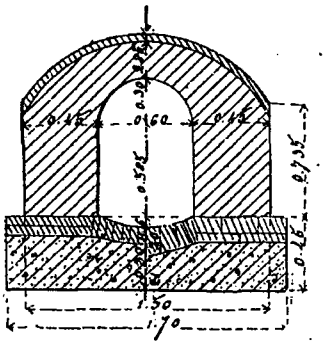


Fig. 575.

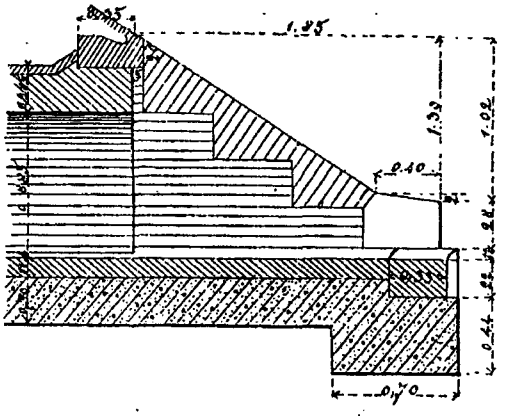


Fig. 576.

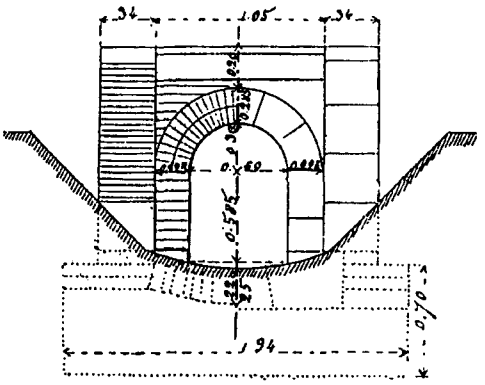


Fig. 577.

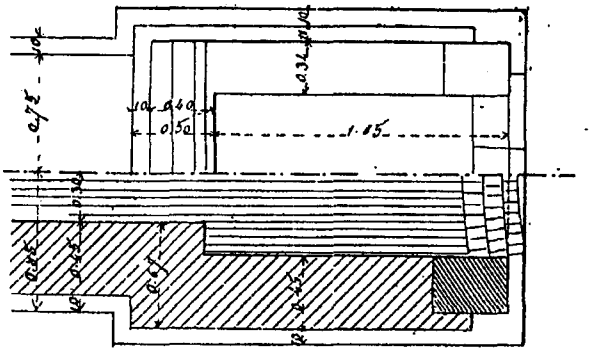


Fig. 578.

579. *Aqueduc de* 0^{m},60, *en terrain peu incliné, avec murs en retour et culées à faces verticales.* — Cet aqueduc, de 0^{m},60 (*fig.* 579, 580, 581), a les mêmes dimensions que le précédent quant à la coupe transversale (*fig.* 575). Seulement la tête comporte des murs en retour, au lieu de murs en aile. Ces murs en retour sont amincis vers leur extrémité; ils ont 0^{m},65 à leur naissance sur les pieds-droits et se réduisent à 0^{m},40. — La figure 579 montre, à droite de l'axe, une construction en moellons et pierre de taille, et à gauche, une construction en briques. Dans ce dernier cas, la plinthe seule est en pierre.

580. *Aqueduc de* 0^{m},70, *en terrain peu incliné, avec murs en aile en prolongement.* — Cet aqueduc, représenté par les figures 582, 583, 584 et 585, a 0^{m},70 d'ouverture si on tient compte des saillies de la maçonnerie de pierre de taille sur les têtes, et 0^{m},75 dans le corps de l'ouvrage. — Il repose sur un massif de fondation en béton pouvant du reste varier avec la nature du terrain. Le radier est formé de trois rangées de pavés placés, à joints alternés, suivant une forme concave ayant une flèche de 0^{m},05 au milieu. — Les parements intérieurs des pieds-droits sont verticaux; les parements extérieurs pré-

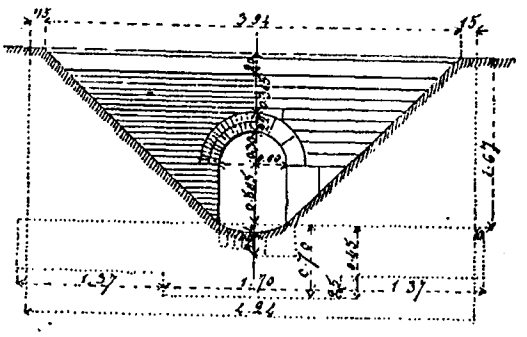


Fig. 579.

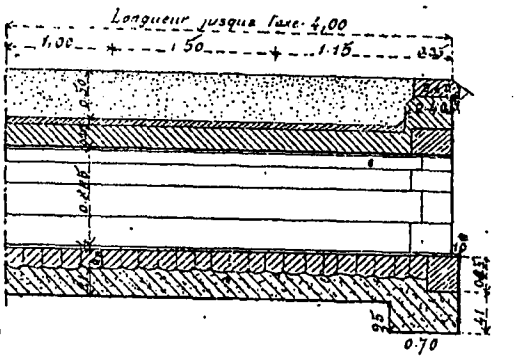


Fig. 581.

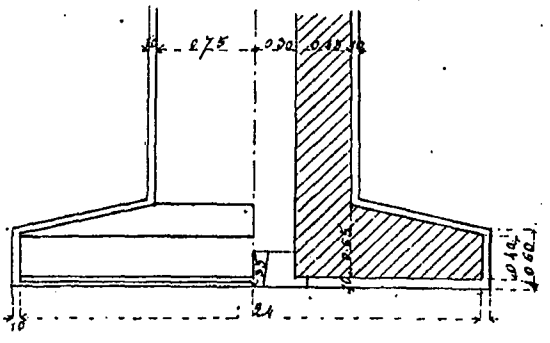


Fig. 580.

sentent un fruit de $^1/_{10}$. — La voûte est extradossée concentriquement au sommet et se termine des deux côtés par des plans inclinés venant rencontrer les faces extérieures des pieds-droits à 0m,30 au-dessus du plan des naissances.

Les murs en aile sont en prolongement des culées et sont légèrement amincis vers le bout. Le garde-radier est appareillé en coupe.

Le bandeau de la voûte, la plinthe, les rampants, le garde-radier sont en pierre de taille. On a quelquefois remplacé les pierres du bandeau par une voûte en briques comme on le voit sur la figure 586.

Ce type d'aqueduc est applicable sur fossé peu profond. Il a une hauteur totale

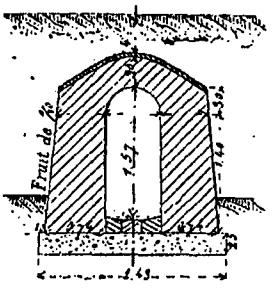


Fig. 582.

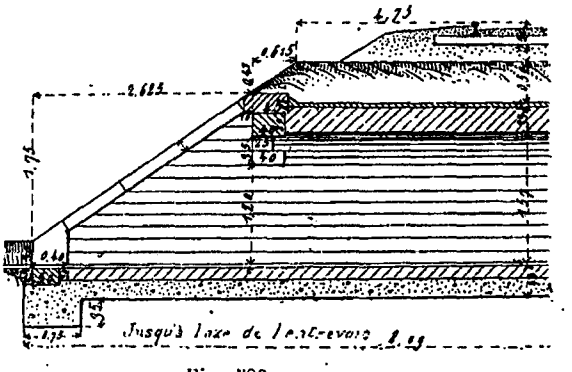


Fig. 583.

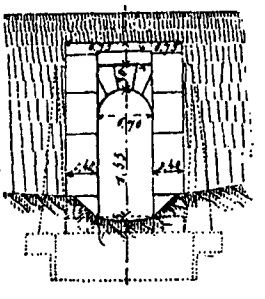


Fig. 584.

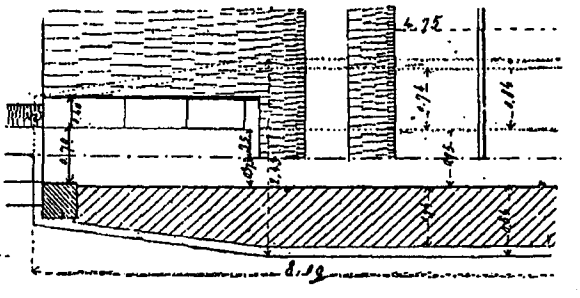


Fig. 585.

sous clef de 1m,60 lui permettant de servir de passage.

Dans le cas de fossé profond, on a em-

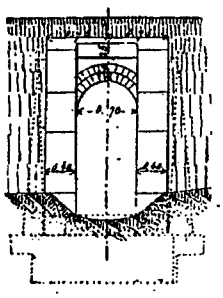


Fig. 586.

ployé le type représenté par les figures 587, 588, 589 et 590. La coupe transversale a la même forme que celle du type précédent ; elle n'en diffère que par les cotes, car la hauteur de l'ouvrage est plus petite (1m,25 sous clef au lieu de 1m,60).

Les murs en aile sont bien encore dans le prolongement des culées, mais ils diffèrent des précédents en ce qu'ils se terminent par deux petits murs en retour d'équerre. Le retour se fait au point où le rampant est au niveau de la crête des talus du fossé. Les figures 588, 589 et 590, montrent les modifications qui résultent de cette disposition dans la coupe longitudinale, le plan et l'élévation.

Comme précédemment, le bandeau de tête en pierre est quelquefois remplacé par un arc composé de deux largeurs de briques (*fig.* 591).

581. *Aqueducs de* 0m,70, *en terrain incliné, avec puisard à l'amont et murs en aile en prolongement à l'aval* (*fig.* 592, 593, 594, 595, 596, 597). — Les pieds-droits sont verticaux intérieurement et présentent un fruit de $^1/_{10}$ à l'extérieur. Le radier, formé de trois ou quatre rangées de pavés jointoyés avec mortier de ciment, est plat. Il repose sur un massif de fondation en béton, variable suivant la nature du terrain, mais qui doit, autant que possible, s'appuyer sur le sol par redans successifs à bases horizontales, pour éviter toute tendance au glissement. La pente du radier est de 0m 10 par mètre.

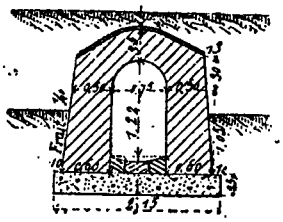


Fig. 587.

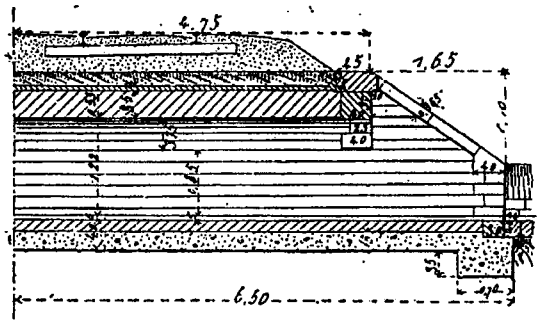


Fig. 588.

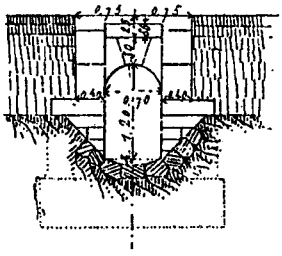


Fig. 590.

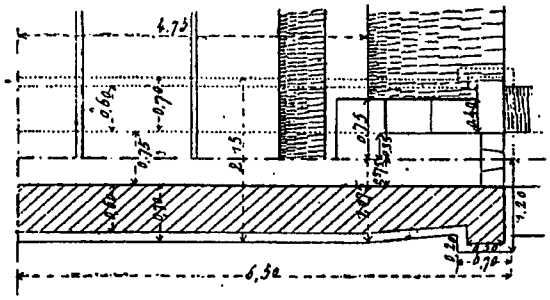


Fig. 589.

tandis que celle de l'intrados de la voûte est de 0m,05 seulement, Il en résulte que, la hauteur sous clef à l'amont étant de 1 mètre, elle est de 1m,516 à l'aval. Cette différence de pente facilite un peu la construction des têtes qui forment alors un angle moins aigu avec la direction de l'intrados, mais cette disposition est prise surtout en vue d'empêcher la tendance au glissement de la plate-forme sur l'extrados de la voûte.

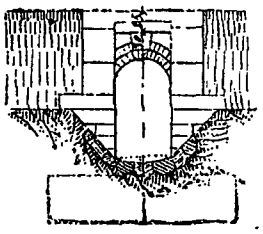


Fig. 591.

A l'aval les murs sont en aile, en prolongement des culées, un peu amincis aux extrémités. A l'amont, l'ouvrage est muni d'un puisard dont nous avons déjà vu des exemples dans les aqueducs dallés. La figure 596 représente une coupe faite suivant AB sur le puisard et vue du côté d'aval. La même coupe, vue du côté d'amont (*fig.* 597), montre la bavette qui amène les eaux du ruisseau dans le puisard. Ce puisard reçoit également les eaux provenant des fossés latéraux à la voie.

582. *Aqueduc de* 0m,80, *en terrain très incliné avec gradins.* (*fig.* 598, 599, 600, 601, 602 et 603). — Ce type est applicable quand l'ouvrage doit être établi en terrain solide. La hauteur libre à l'entrée de l'aqueduc (côté amont) est ici de 1m,20, mais elle devrait être portée à 1m,60 dans le cas où il serait nécessaire de laisser passer les piétons à l'intérieur. L'épaisseur des pieds-droits serait alors augmentée de 0m,20.

La fondation en beton repose sur le sol par redans successifs horizontaux, de 2 mètres de longueur présentant une dénivellation de 0m,84. Le radier pavé, soigneusement maçonné, et jointoyé avec mortier de ciment est aussi établi par gradins ayant 1 mètre de largeur et 0m,37 de ressaut. Les faces de ces gradins sont légèrement en pente vers l'aval.

L'aqueduc est couvert par une série de voûtes horizontales de 2 mètres de longueur et de 0m,40 d'épaisseur à la clef. Le vide qui existerait entre deux voûtes consécutives est fermé par un petit mur de tête à fruit extérieur, destiné à retenir le remblai.

Les deux têtes sont terminées par des murs en aile ordinaires. Entre les points M et N la charge de remblai étant sensiblement plus grande qu'aux extrémités de l'aqueduc, l'épaisseur des pieds-droits doit être augmentée de 0m,10

583. *Aqueduc de* 0m,80 *en terrain très incliné sans gradins et avec puisard à l'amont.* — En terrain peu solide, le type précédent n'offrirait pas une garantie suffisante de solidité, car malgré les redans

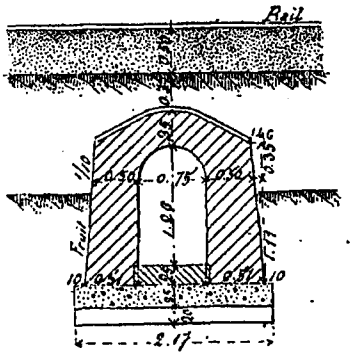


Fig. 592.

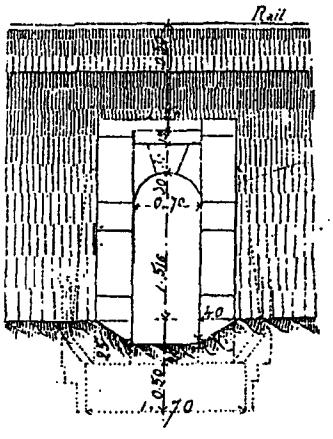


Fig. 593.

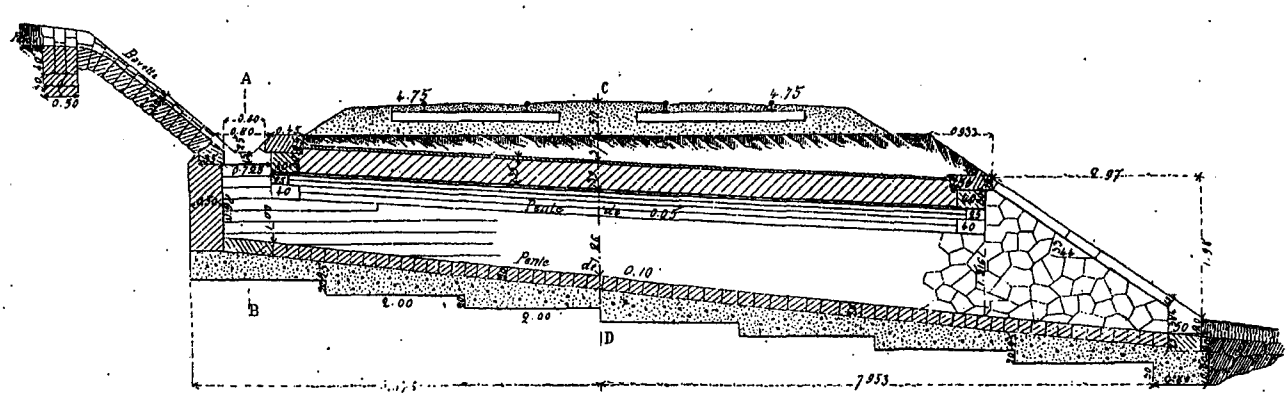


Fig. 594.

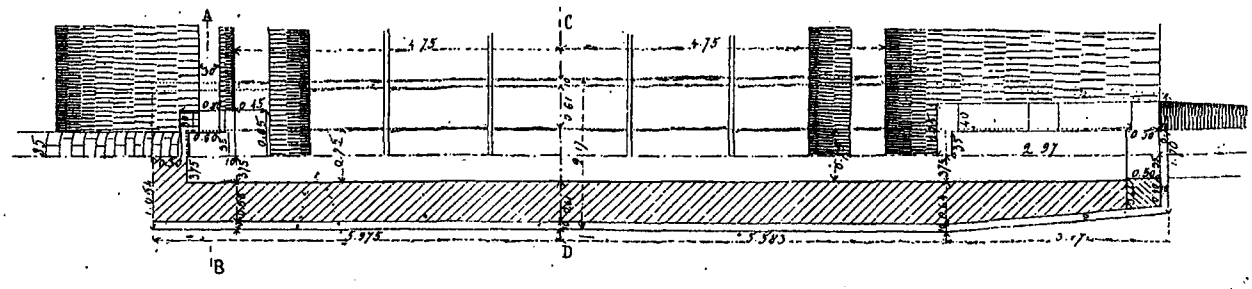


Fig. 595.

horizontaux de la fondation, l'ouvrage pourrait avoir tendance à glisser vers l'aval. On préfère alors, en général, faire usage du type représenté par les figures 604 à 609.

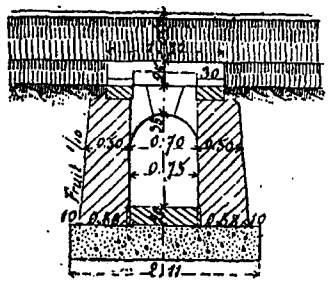


Fig. 596.

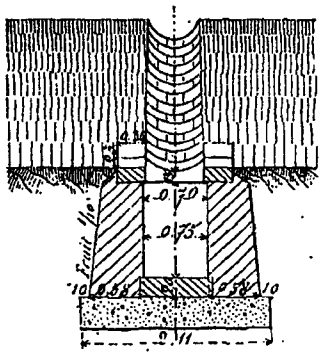


Fig. 597.

La coupe transversale (*fig.* 604) est à peu près semblable à la précédente (*fig.* 602); le radier est légèrement concave.

On voit, sur la coupe longitudinale (*fig.* 605) que la pente de l'aqueduc est ramenée à 0m,05 par mètre seulement. La différence de niveau entre l'aval et l'amont. est réalisée au moyen d'un puits vertical placé à l'amont. Les figures 606 et 607 représentent les plans et coupes horizontales des deux têtes.

Le détail de la disposition adoptée pour le couronnement du puits est représenté par les figures 608 et 609.

Nous ne donnons pas l'élévation de la tête aval avec murs en aile, qui est semblable à celle de l'aqueduc précédent (*fig.* 603).

584. *Aqueduc de 1 mètre avec murs en retour en terrain peu incliné.* — L'ouverture de 1 mètre est celle qui est le plus fréquemment employée pour les aqueducs ordinaires. Les figures 610 à 613 montrent un type d'aqueduc à intrados plein-cintre, de 1 mètre d'ouverture, avec murs en retour. Ce type est analogue à celui de 0m,60 représenté par les figures 579 à 581. Il a 1m,10 de hauteur sous clef. Ses murs en retour ont la forme ordinaire amincie aux extrémités. A gauche de l'axe (*fig.* 610 et 611) la maçonnerie est indiquée en briques.

La compagnie des chemins de fer du Nord a employé ce type, non seulement pour des ouvertures de 0m,60 et de 1 mètre, mais encore pour des ouvertures de 1m,50; 2 mètres; 2m,50; 3 mètres et 3m,50, aussi bien avec murs en retour, qu'avec des murs rampants.

Voici quelles sont les dimensions principales de ces aqueducs:

OUVERTURE	ÉPAISSEUR à la clef chape non comprise	PIÉDROITS		MURS RAMPANTS				MURS EN RETOUR		
		HAUTEUR	ÉPAISSEUR	HAUTEUR	ÉPAISSEUR contre la voûte (0.25 h.)	ÉPAISSEUR à l'extrémité	ÉPAISSEUR du hérisson	HAUTEUR	ÉPAISSEUR contre la voûte (0.40 h.)	ÉPAISSEUR à l'extrémité (0.25 h.)
m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
0.60	0.225	0.58	0.45	1.37	0.45	0.45	0.34	1.66	0.65	0.40
1.00	0.34	0.60	0.56	1.75	0.45	0.45	0.45	1.99	0.80	0.50
1.50	0.34	0.58	0.60	1.98	0.50	0.45	0.45	2.22	0.90	0.55
2.00	0.34	0.58	0.70	2.23	0 60	0.45	0.45	2.47	1.00	0.60
2.50	0.45	0.60	0.80	2.61	0.65	0.45	0.45	2.85	1.15	0.70
3.00	0.45	0.60	0.90	2.86	0.75	0.60	0.45	3.10	1.25	0.80
3.50	0.45	0.60	1.05	3.11	0.85	0.70	0.45	3.35	1.35	0.85

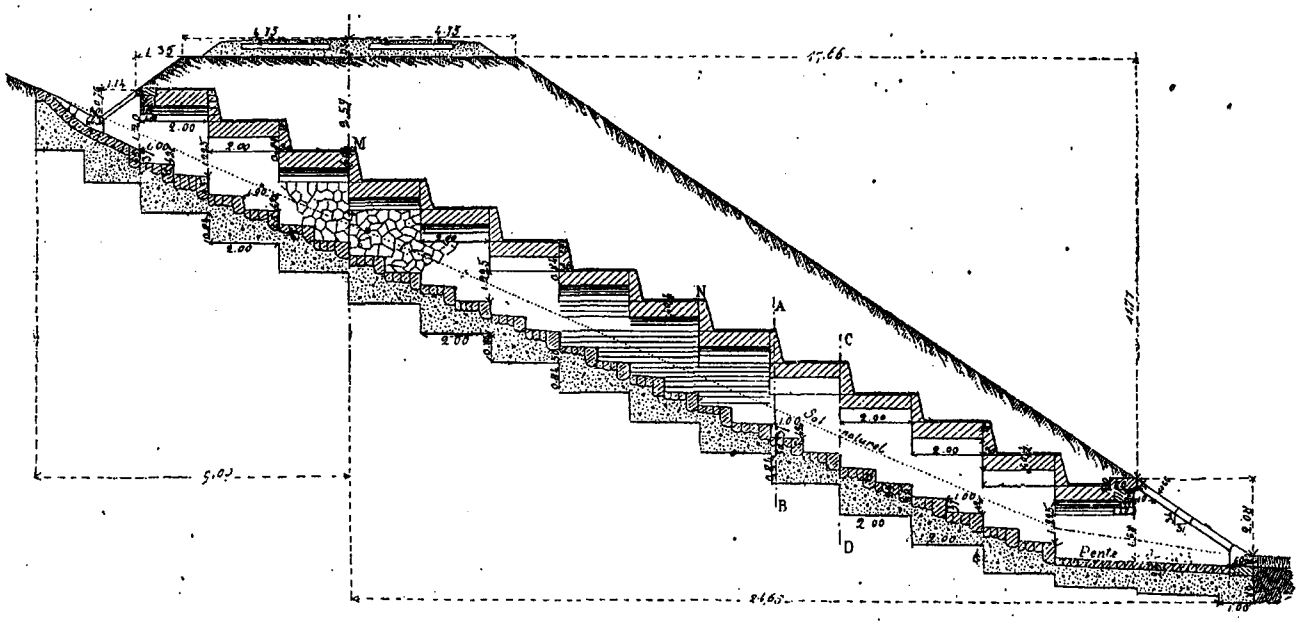


Fig. 598.

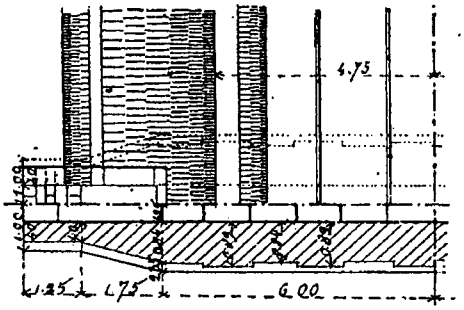


Fig. 599.

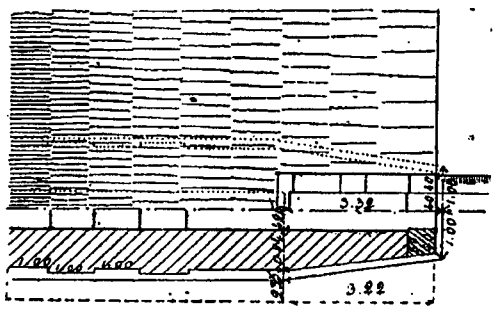


Fig. 600.

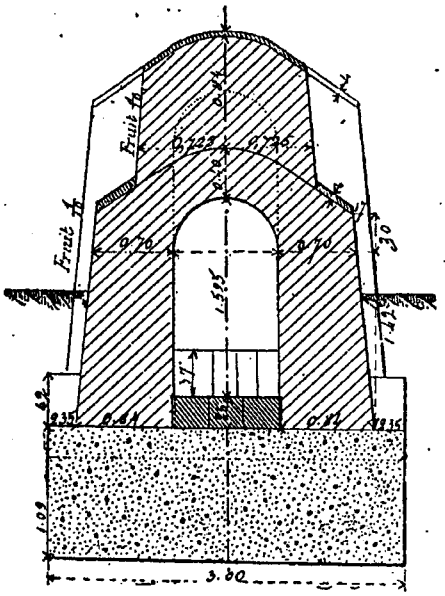


Fig. 601.

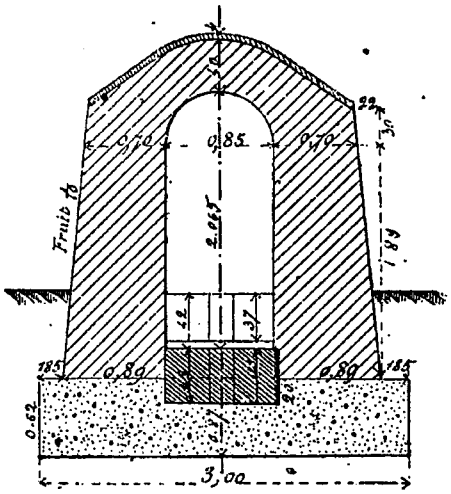


Fig. 602.

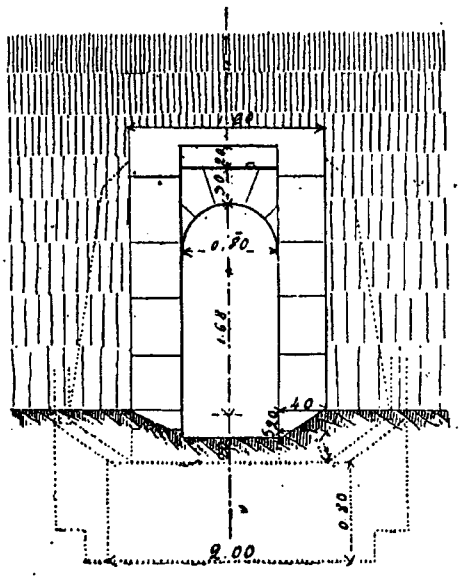


Fig. 603.

585. *Aqueduc de 1 mètre d'ouverture, pour l'écoulement des eaux. Type du chemin*

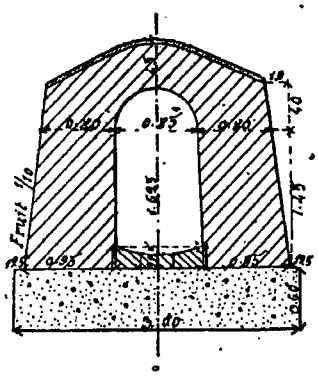


Fig. 604.

de fer d'Orléans, (*fig.* 614 à 617). — La hauteur sous clef, mesurée du niveau infé-

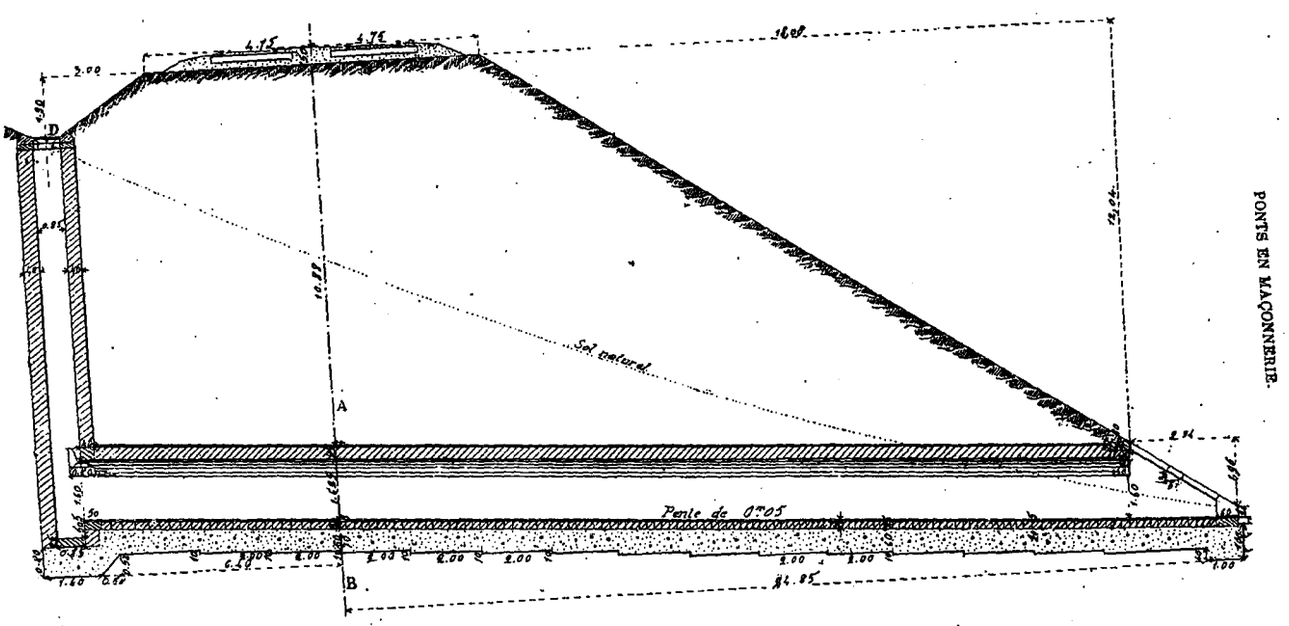


Fig. 605.

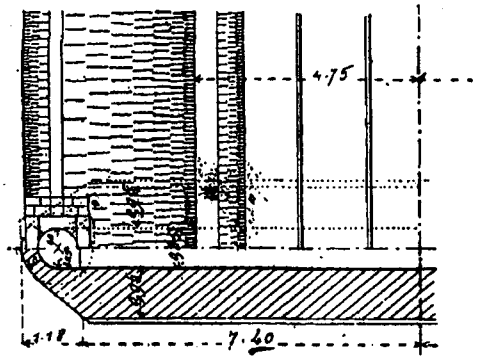


Fig. 606.

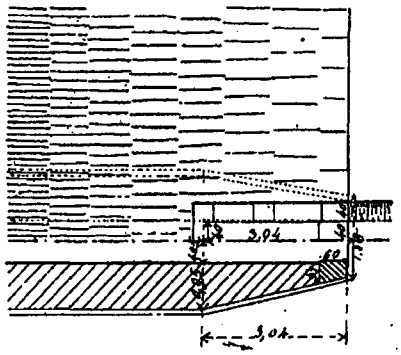


Fig. 607.

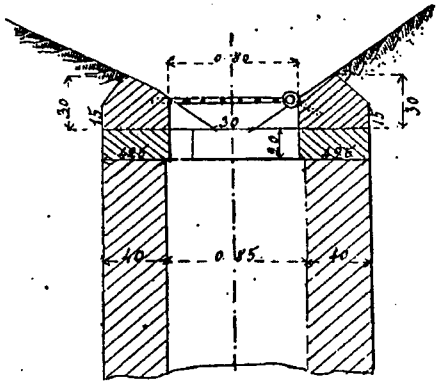


Fig. 608.

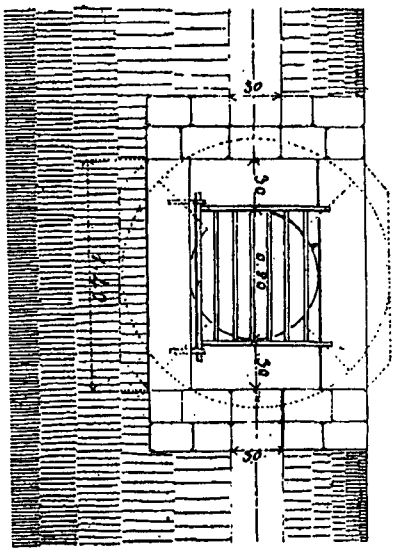


Fig. 609.

rieur des pieds-droits est de 1 mètre. Les pieds-droits sont verticaux à l'intérieur et présentent, du côté des terres, un fruit de $^1/_{10}$. L'extrados de la voûte est formé de deux lignes droites raccordées par un arc de cercle. La flèche du radier concave est de $0^m,05$.

Les têtes de l'aqueduc sont formées par des murs en retour, verticaux suivant le parement extérieur et présentant un fruit de $^1/_{20}$ du côté des terres. Ces murs en retour sont couronnés par une plinthe.

La fondation générale de l'aqueduc est en béton hydraulique. L'épaisseur du béton est nécessairement variable, mais, en général, elle ne doit pas être inférieure à $0^m,50$ afin que la construction ait une assise parfaitement stable.

Le corps de l'aqueduc est en moellons bruts grossièrement tétués et rejointoyés sur tout le parement vu. Les angles des pieds-droits et le bandeau des têtes de la voûte sont en moellon piqué.

La plinthe couronnant les murs en retour est en pierre de taille.

Le remblai est raccordé avec les têtes de l'aqueduc par des quarts de cône en terre pilonnée et gazonnée au besoin et même quelquefois recouverts à leur partie inférieure par un perré en pierres sèches, pour empêcher les dégradations des eaux.

Les dimensions inscrites sur les figures 614 à 617 conviennent bien jusqu'à des hauteurs de remblai de 10 mètres, mais pour de plus grandes hauteurs, les dimensions de la voûte et des murs en retour devraient être augmentées.

586. *Aqueduc de 1 mètre d'ouverture devant servir au passage des piétons et des bestiaux.* (*fig.* 618 à 621). — Ce qui différencie ce type du précédent, c'est

l'augmentation de la hauteur sous clef et la substitution de murs en aile aux murs en retour. Les détails de construction sont les mêmes que ceux du type précédent.

La construction des murs en aile est assez simple. Ces murs présentent, en plan, un évasement de $^1/_4$ sur la ligne des pieds-droits, et, verticalement, un fruit de 0m,03 par mètre. Leur extrémité est terminée par deux murs en retour parallèles au plan des têtes de l'aqueduc.

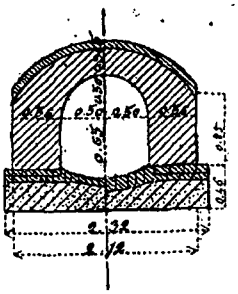


Fig. 610.

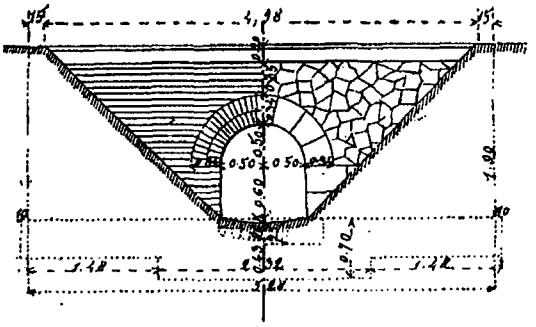


Fig. 611.

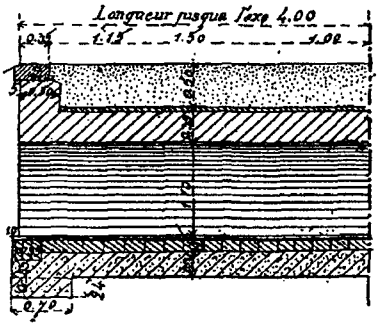


Fig. 612

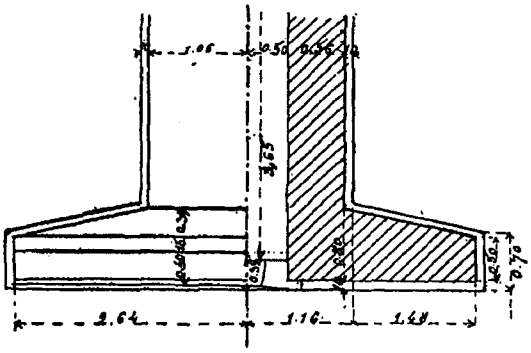


Fig. 613.

Le couronnement des murs en retour et les rampants des murs en aile sont en pierre de taille.

Voici quelles sont les dimensions principales des deux derniers types, pour des ouvertures de 0m,60 à 4 mètres.

OUVERTURE mesurée AUX NAISSANCES	HAUTEUR SOUS CLEF		ÉPAISSEUR DES PIÉDROITS aux naissances		ÉPAISSEUR DE LA VOUTE à la clef	
	ÉCOULEMENT des eaux	PASSAGE des piétons	EAUX	PIÉTONS	EAUX	PIÉTONS
m.	m.	m.	m.	m.	m.	m.
0.60	0.70	»	0.50	»	0.35	»
1.00	1.00	2.30	0.60	0.70	0.40	0.40
1.60	1.60	2.80	0.70	0.90	0.40	0.40
2.50	2.50	3.50	1.00	1.25	0.50	0.50
4.00	4.00	5.00	1.50	1.50	0.60	0.60

587. Un autre type d'aqueduc de 1 mètre d'ouverture est représenté par les figures 622 à 624. La coupe transversale (*fig.* 622) est du même système que celles

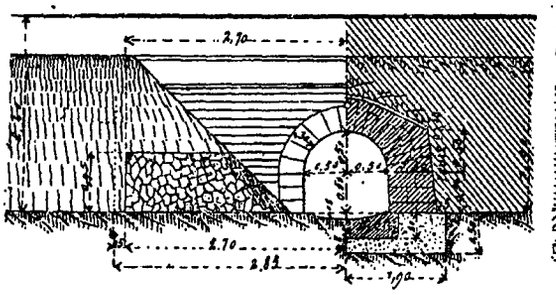


Fig. 614.

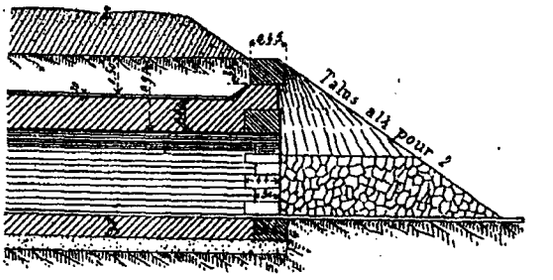


Fig. 615.

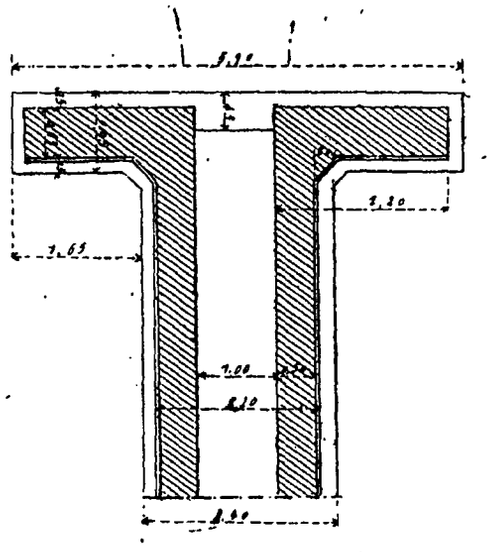


Fig. 616.

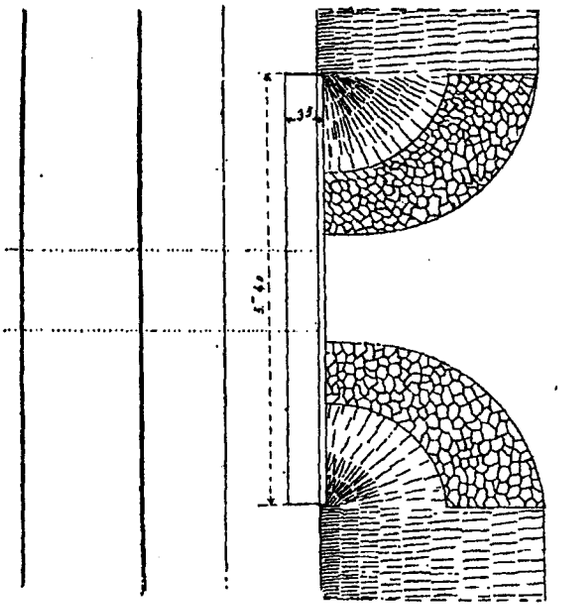


Fig. 617.

déjà données (*fig.* 572 et 573). L'aqueduc repose sur un massif général en béton et le radier concave est simplement formé par une chape en mortier hydraulique ou en mortier de ciment et sable.

Les murs en retour, d'égale épaisseur sur toute leur longueur, se raccordent aux pieds-droits par des surfaces cylindriques du côté des terres.

Le bandeau des têtes, au lieu d'être extradossé concentriquement à la courbe d'intrados, est formé de voussoirs en pierre de taille présentant des joints horizontaux et verticaux donnant une bonne liaison avec les petits matériaux dont les murs en retour se composent.

Les angles des pieds-droits, les bandeaux des têtes de voûtes, les plinthes et les garde-radier sont en pierre de taille.

588. *Aqueduc de* 1^{m},00 *avec murs en aile.* — Parmi les nombreux types d'aqueducs avec murs en aile, nous citerons celui représenté par les figures 625 à 628, extrait du *Cours de routes* de M. Léon Durand-Claye, à l'école des Ponts-et-Chaussées. Cet ouvrage est d'une grande simplicité de construction et n'exige aucune description particulière pour être bien compris.

589. Les figures 629 à 633 montrent un aqueduc de 1^{m},00 d'ouverture et de 1^{m},10 de hauteur sous clef, employé sur

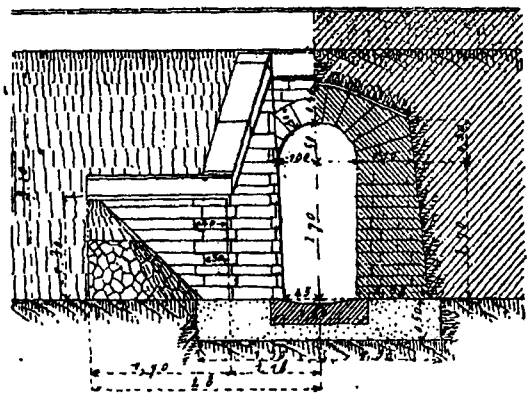


Fig. 618.

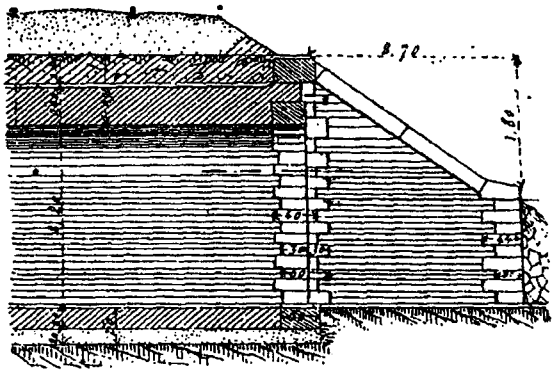


Fig. 619.

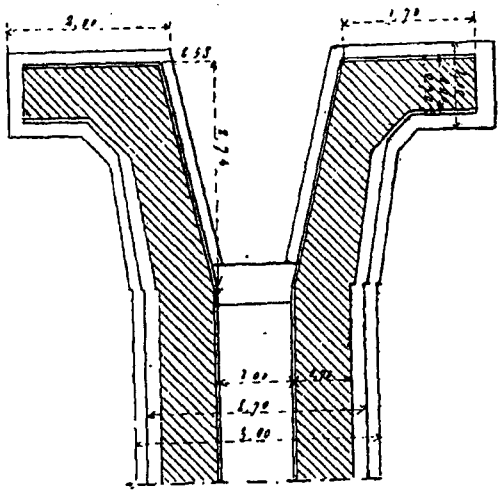


Fig. 620.

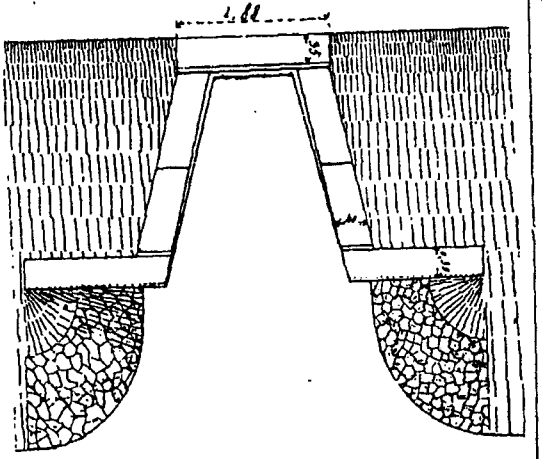


Fig. 621.

les embranchements du chemin de fer de Paris à Lyon. Les murs en aile ont leurs faces intérieures verticales et parallèles à l'axe de l'ouvrage. Les faces intérieures sont évasées et présentent un fruit de $^1/_{10}$, comme on le voit sur la coupe du mur en aile, faite suivant le plan des têtes (*fig.* 633).

590. On fait aussi, dans ce type de $1^m,00$, des aqueducs surélevés, ayant $2^m,00$ de hauteur sous clef. Ils ne diffèrent du précédent qu'en ce que, en outre de la modification de la hauteur, les murs en aile se terminent par de petits murs en retour entrant dans le pied du talus de la voie et dans les talus du fossé. Les figures 634 à 637 montrent ces modifications. Le même type d'aqueduc a été employé sur les mêmes lignes avec d'autres dimensions :

Murs en aile simplement évasés :

Ouverture	Hauteur sous clef
$1^m,50$	$1^m,50$
2 ,00	1 ,60
2 ,00	3 ,00

Murs en aile terminés par de petits murs en retour :

Ouverture	Hauteur sous clef
$1^m,50$	$2^m,50$
2 ,00	1 ,60
3 ,00	2 ,10
4 ,00	3 ,00
5 ,00	3 ,50
6 ,00	4 ,00

Les murs en aile ont aussi quelquefois la forme indiquée sur la figure 638.

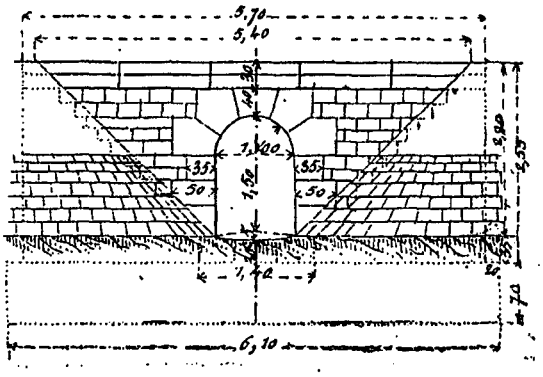


Fig. 622.

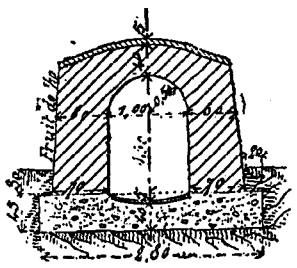


Fig. 623.

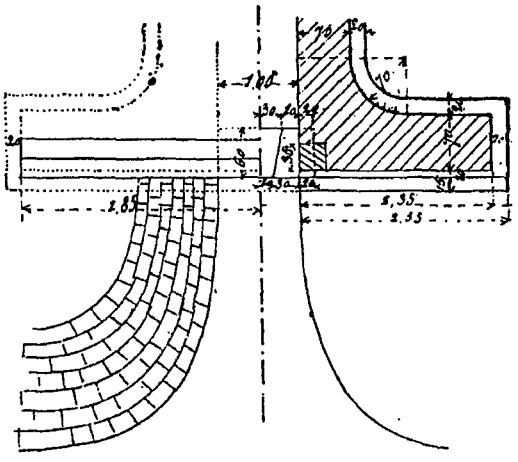


Fig. 624.

591. Dans les pays où la pierre de taille et les moellons sont rares, en même temps que les briques sont abondantes, on a tout intérêt à construire complètement avec ces derniers matériaux. C'est ainsi qu'a été construit le type d'aqueduc de 1 mètre, représenté par les figures 639 à 642. On voit, sur ces figures, comment, dans ce cas, peuvent être appareillés, les bandeaux des têtes de voûtes, les murs en aile, les plinthes, le radier et le garde-radier.

592. *Aqueduc de 1 mètre avec parapets.* — Dans les exemples d'aqueducs que nous avons donnés jusqu'à présent, il n'y a pas

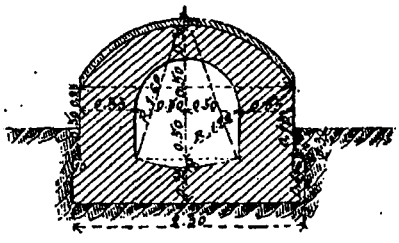


Fig. 625.

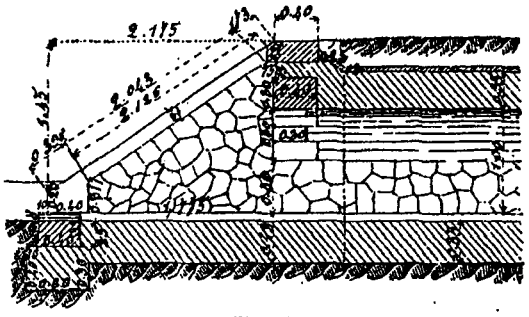


Fig. 627.

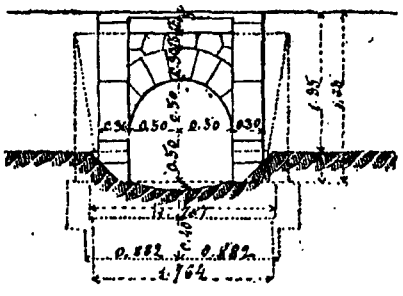


Fig. 626.

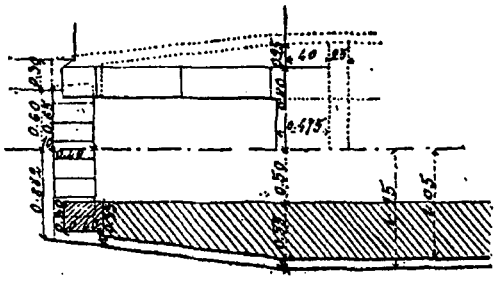


Fig. 628.

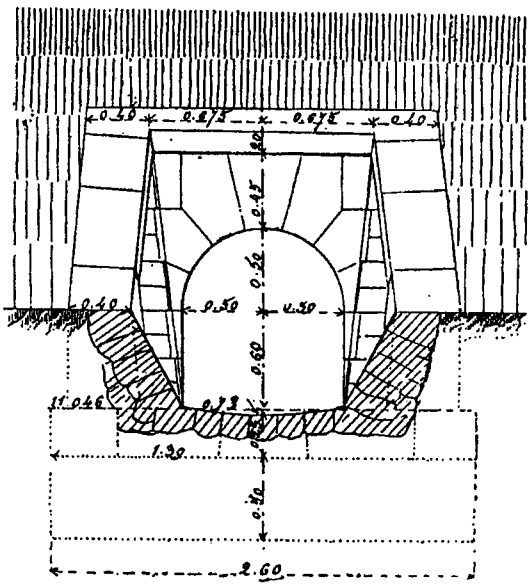


Fig. 629.

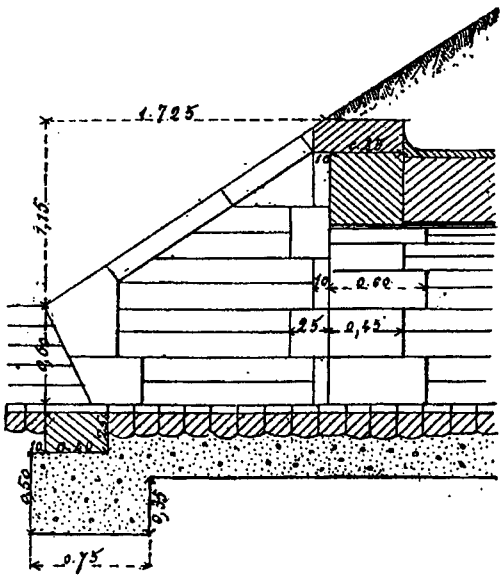


Fig. 631.

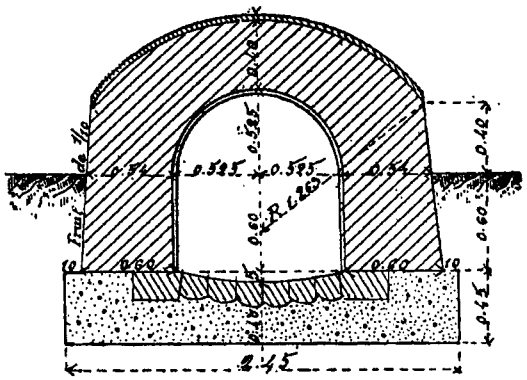


Fig. 630.

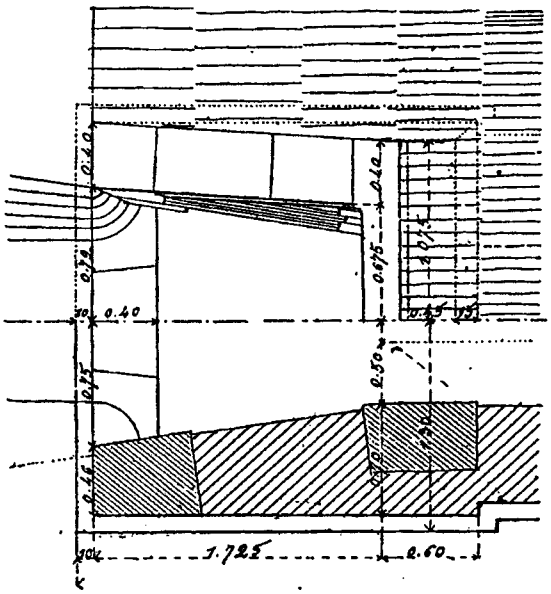


Fig. 632.

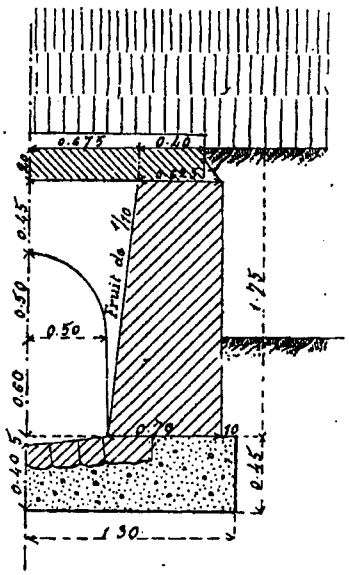


Fig. 633.

de parapets au-dessus des murs en retour. Le type représenté par les figures 643 à 647, extrait du cours de M. L. Durand-Claye, à l'École des Ponts-et-Chaussées, est muni de parapets de 0,85 de hauteur totale au-dessus de la plinthe et 0^{m},35 d'épaisseur.

Ces parapets sont constitués par de la maçonnerie de briques; ils sont terminés par des pierres de taille de 0,50, 0,60, .

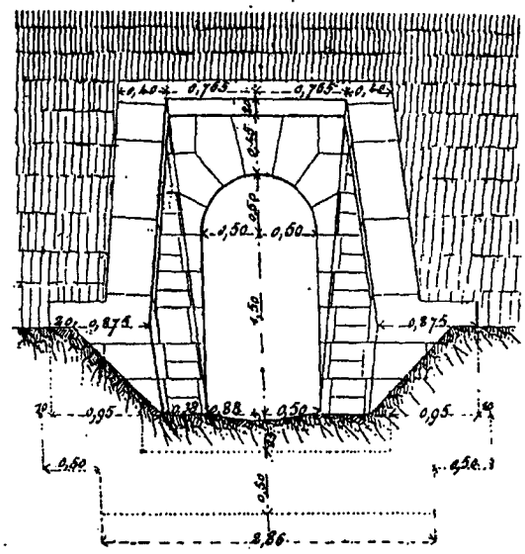


Fig. 634.

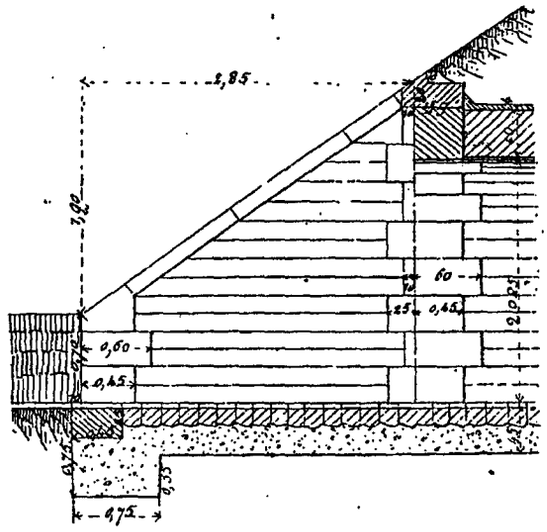


Fig. 636.

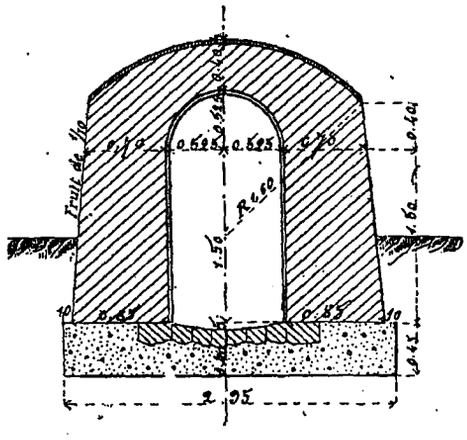


Fig. 635.

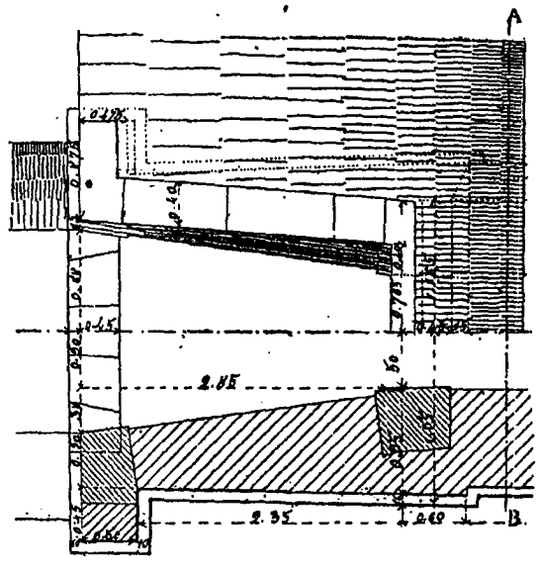


Fig. 637.

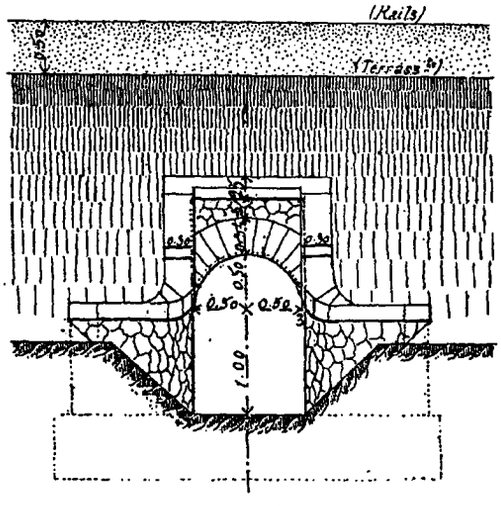


Fig. 638.

0.35 et recouverts aussi avec de la pierre de taille ayant 0,25, 0,35 de section transversale.

Les autres parties de cet aqueduc n'ont rien de particulier, si ce n'est que les pieds-droits ont une épaisseur variable: 0,60 à la base et 0,50 aux naissances, cette différence d'épaisseur étant obtenue au moyen de retraites de 0,10 placées à 0m,60 au-dessus du massif de fondation.

Les murs en retour sont aussi munis de

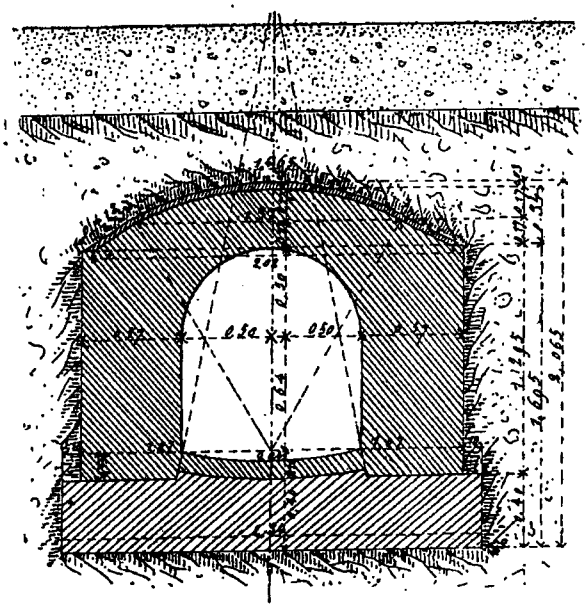


Fig. 639.

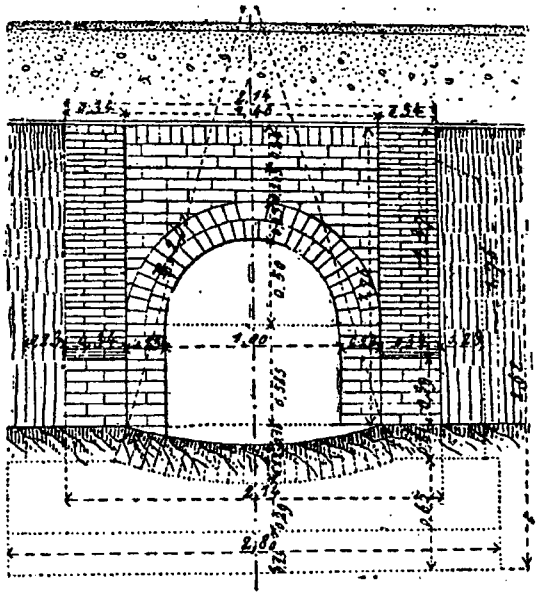


Fig. 640.

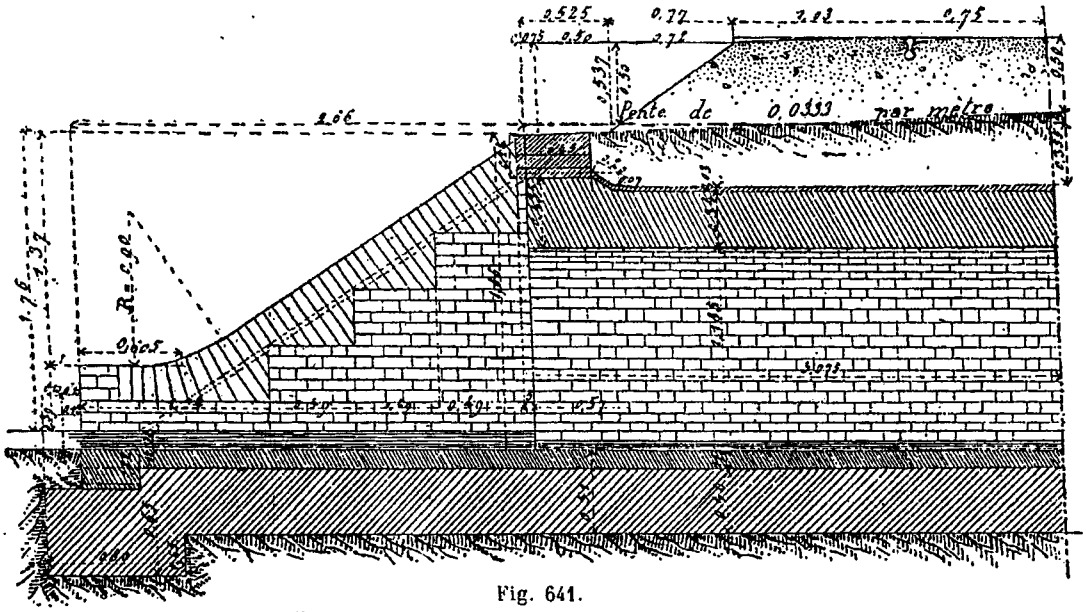


Fig. 641.

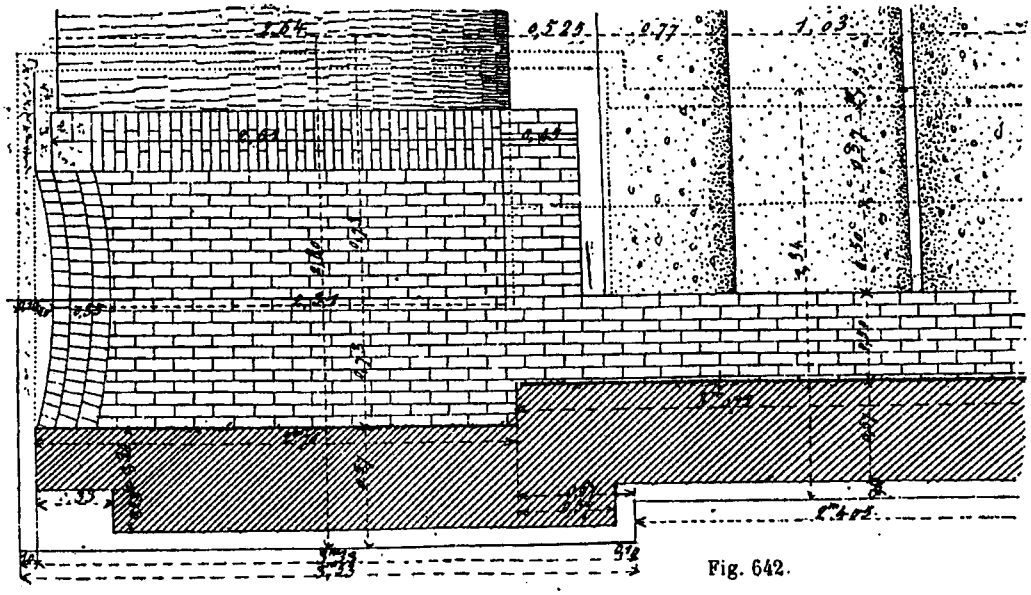


Fig. 642.

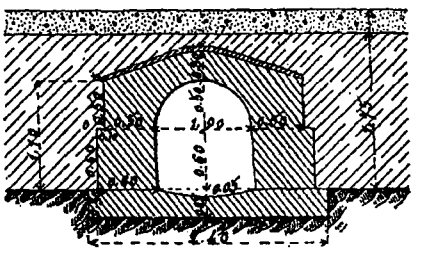


Fig. 643.

retraites de 0m,10, faisant passer l'épaisseur de 0,50 au sommet à 0m,70 à la base (*fig.* 647).

593. Les figures 648 et 649 montrent une autre disposition d'aqueduc voûté de 1 mètre d'ouverture, avec murs en retour et parapets. Elle diffère peu de la précédente, comme on voit. L'ouvrage repose sur un radier général en béton de

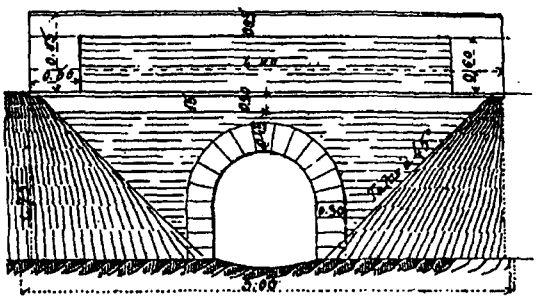


Fig. 644.

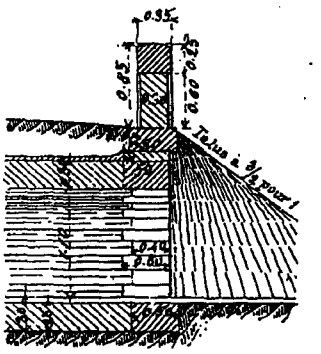


Fig. 645.

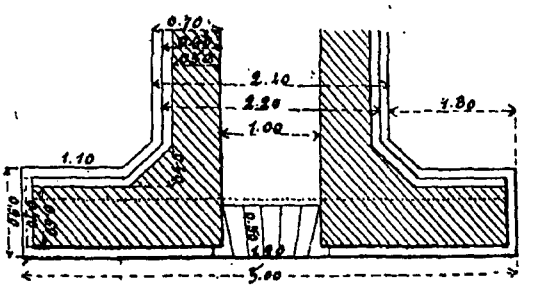


Fig. 646.

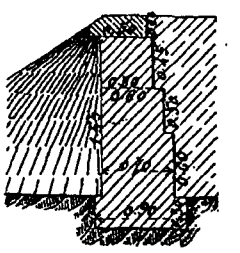


Fig. 647.

0m,40 d'épaisseur. Les têtes, les plinthes et les bahuts sont en pierre dure. Les sous-bahuts, les tympans et l'intrados de la voûte sont en moellons smillés, avec joints parfaitement réguliers.

594. Nous donnons enfin comme der-

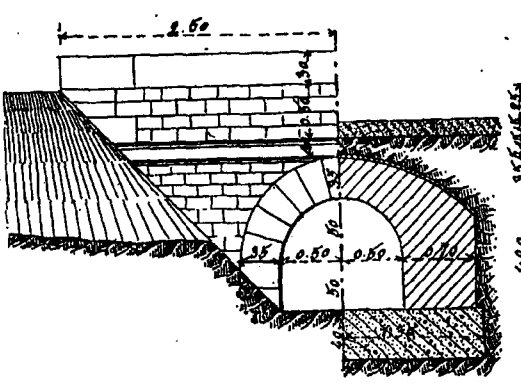


Fig. 648.

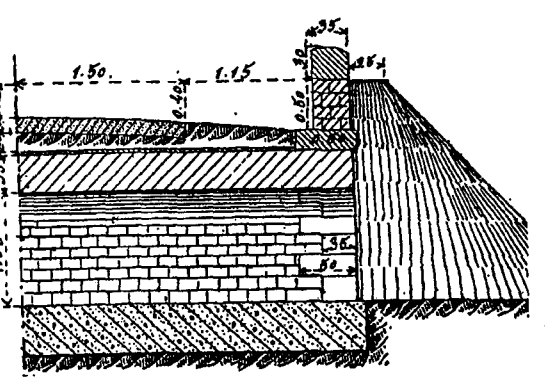


Fig. 649.

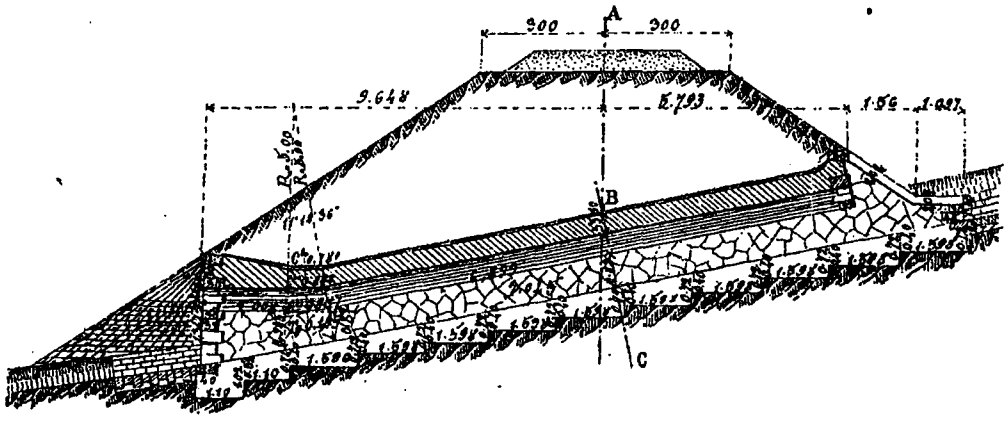


Fig. 650.

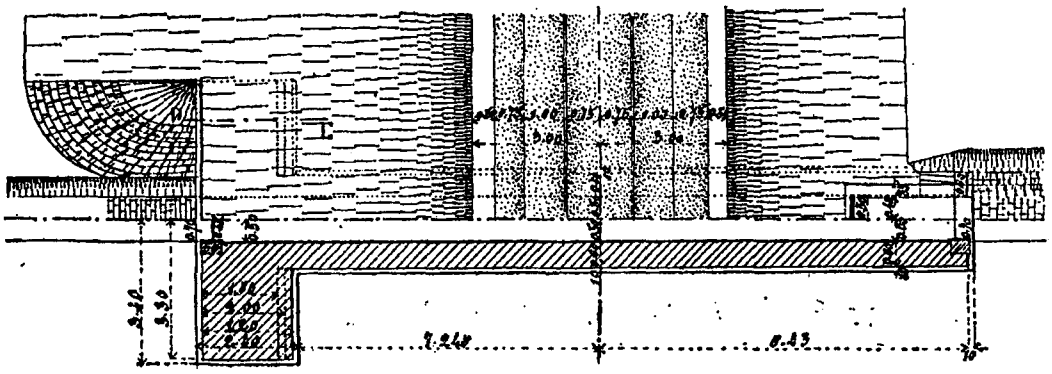


Fig. 651.

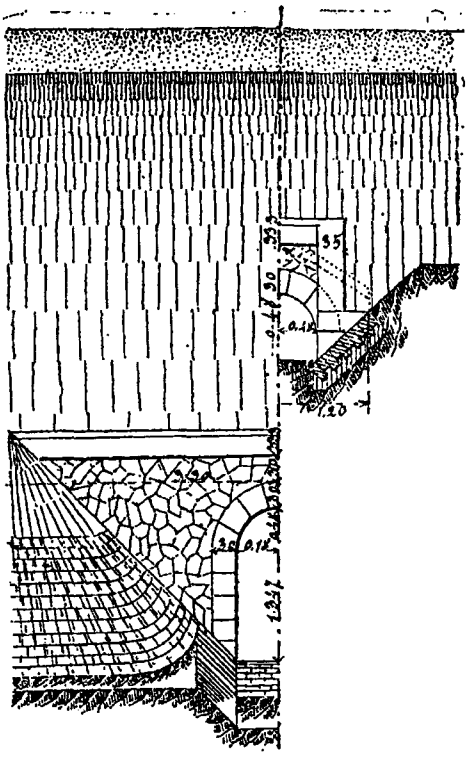


Fig. 652.

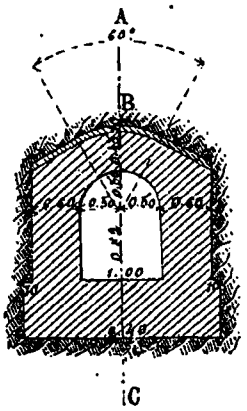


Fig. 653.

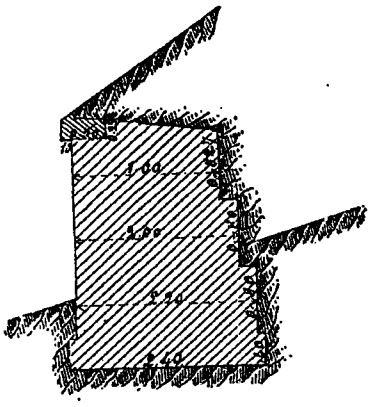


Fig. 654.

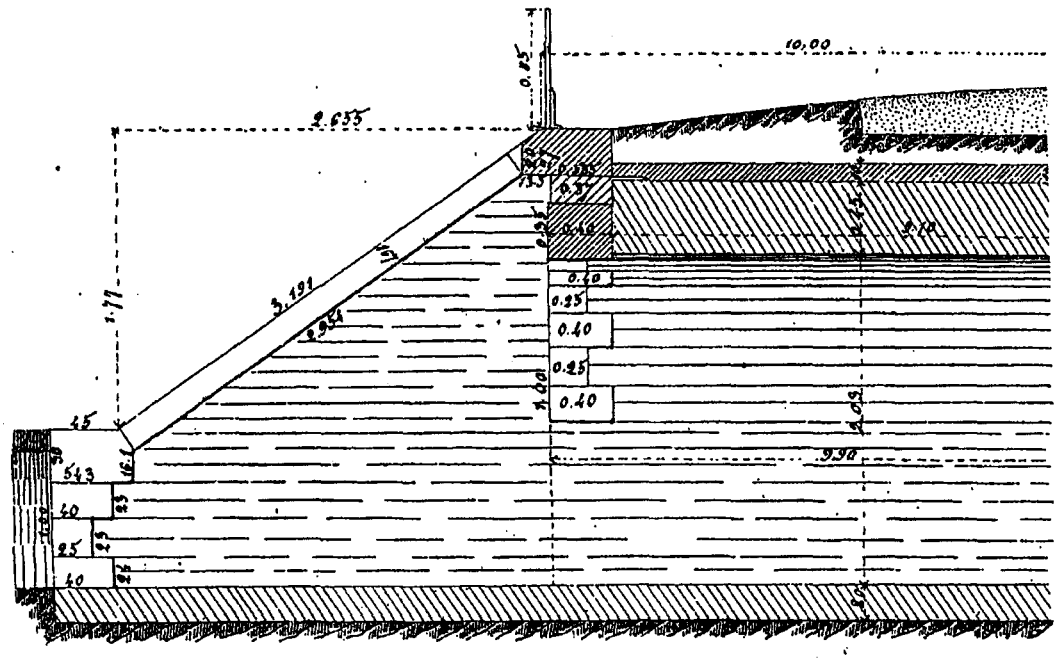


Fig. 655.

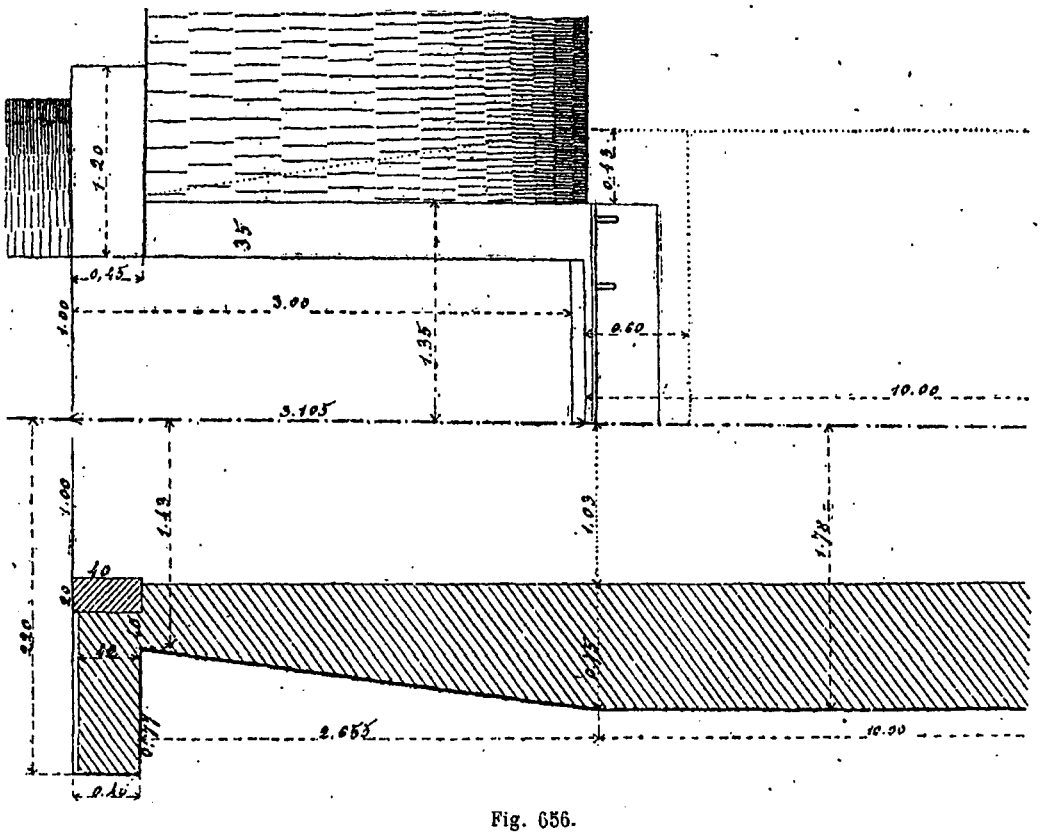


Fig. 656.

nier type d'aqueduc de 1 mètre, celui représenté par les figures 650 à 654. Cet ouvrage établi dans un terrain de forte inclinaison, présente une disposition par-

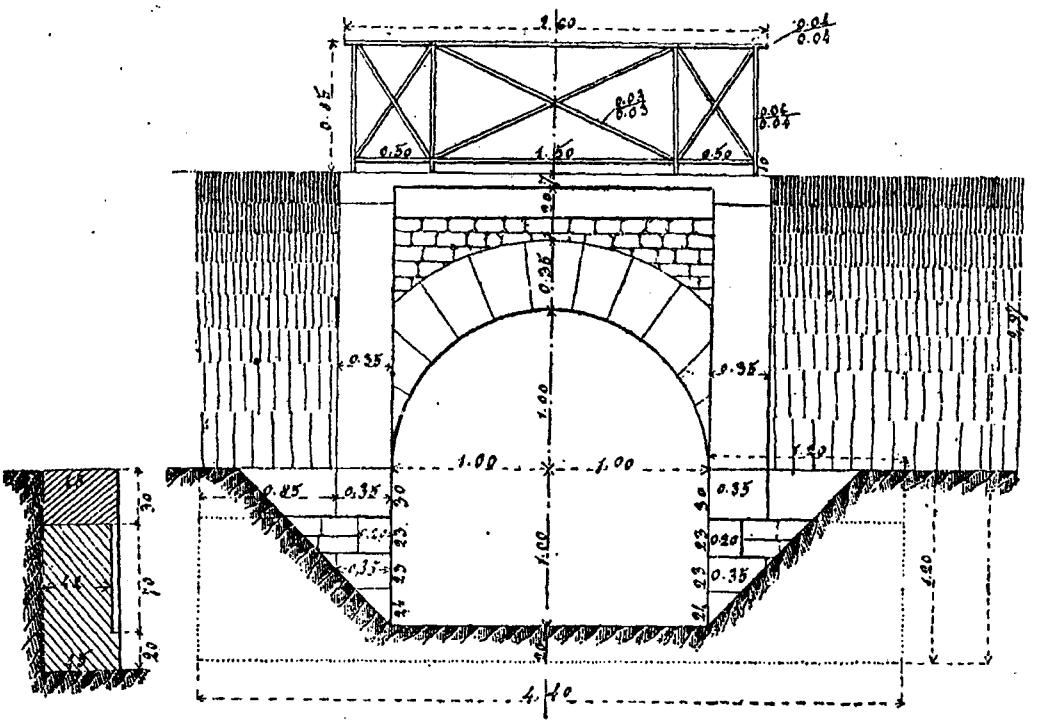


Fig. 657. Fig. 658.

ticulière de la voûte qui, au lieu d'être maintenue parallèle au radier jusqu'à l'extrémité aval, est redressée à la tête aval par une courbe de 5 mètres de rayon. Le mur en retour de cette tête ayant à supporter la charge du remblai, doit être traité comme un mur de soutènement ; aussi a-t-il l'épaisseur indiquée sur la coupe suivant DE du plan (*fig.* 654).

A l'amont les murs sont en aile à double pente et le tympan se retourne d'équerre sur la direction de l'intrados de la voûte.

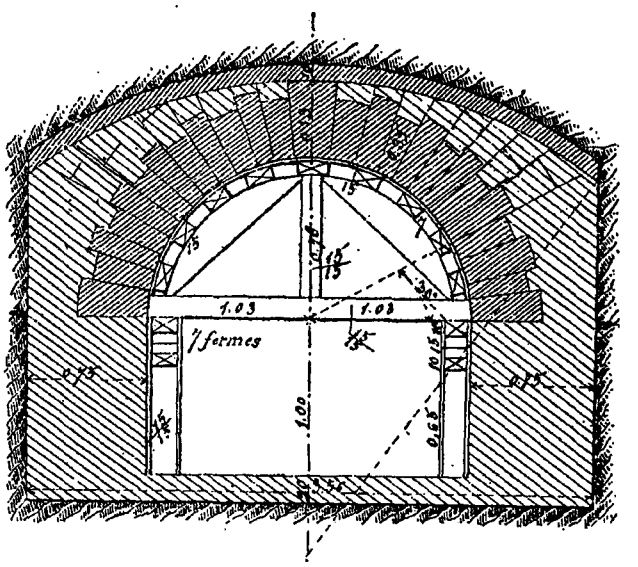


Fig. 659.

595. *Aqueducs voûtés et ponceaux de plus de 1 mètre d'ouverture.* — Nous avons donné un grand nombre de types d'aqueducs de 1 mètre d'ouverture, parce que cette ouverture est celle qui est le plus fréquemment employée.

En outre, les aqueducs voûtés et ponceaux de plus de 1 mètre d'ouverture se construisent en général suivant les mêmes types que ceux de 1 mètre, comme on a pu le voir déjà pour quelques-uns des exemples précédents. Les dispositions d'ensemble sont semblables, les dimensions générales et les épaisseurs seulement diffèrent. Nous nous bornerons donc à l'indication d'un très petit nombre de types de plus de 1 mètre d'ouverture.

596. *Ponceau de 2 mètres d'ouverture*

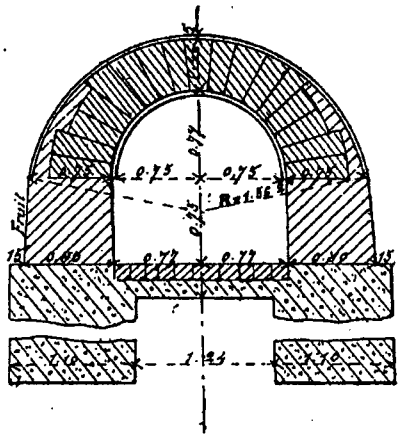


Fig. 660.

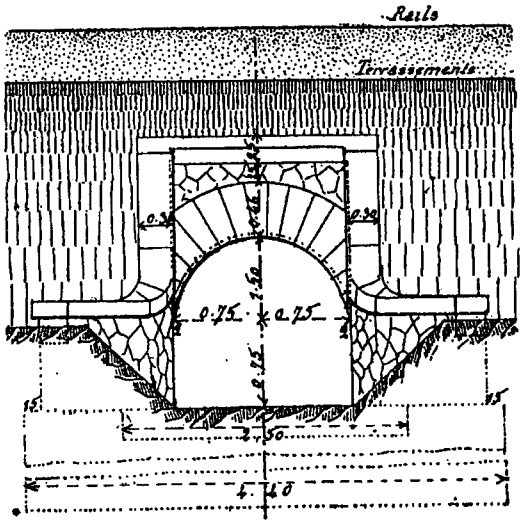


Fig. 661.

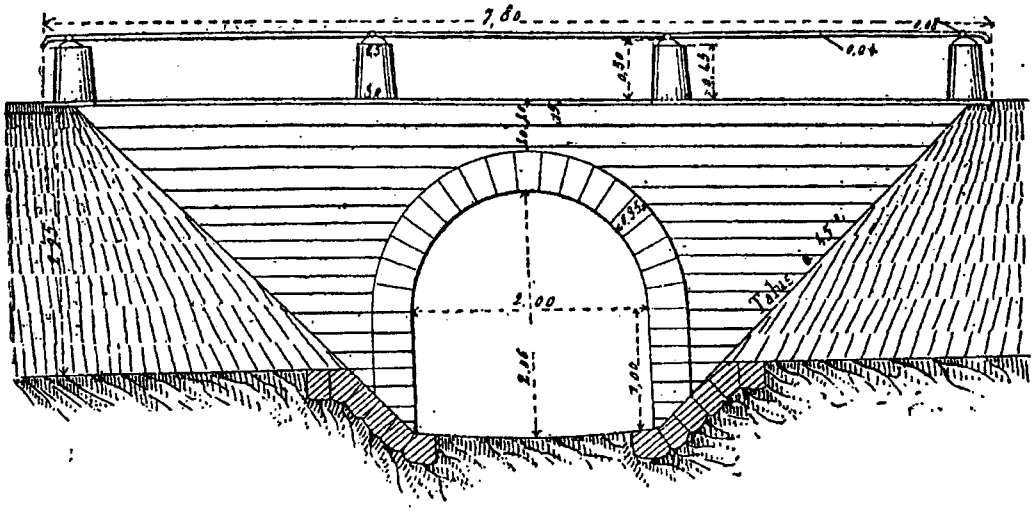


Fig. 662.

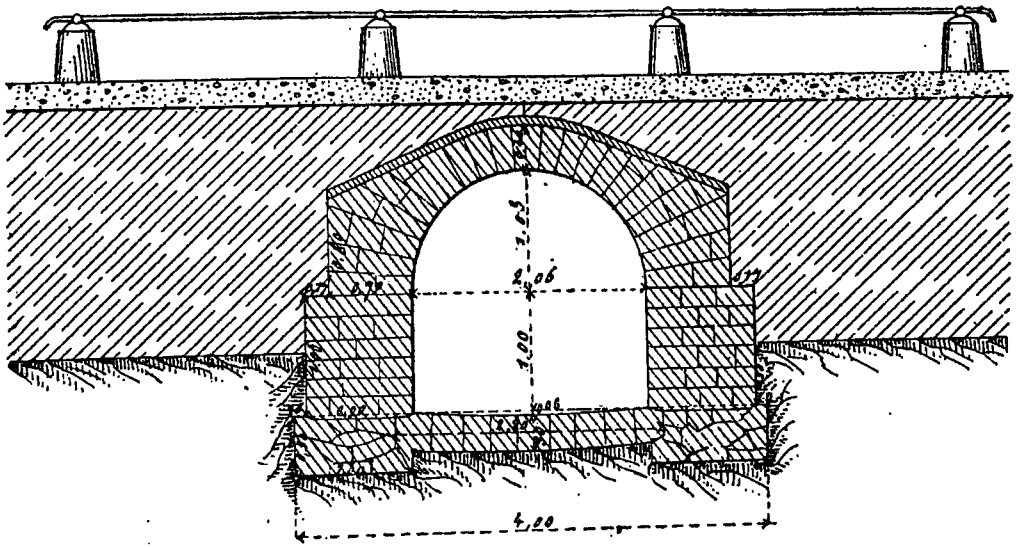


Fig. 663.

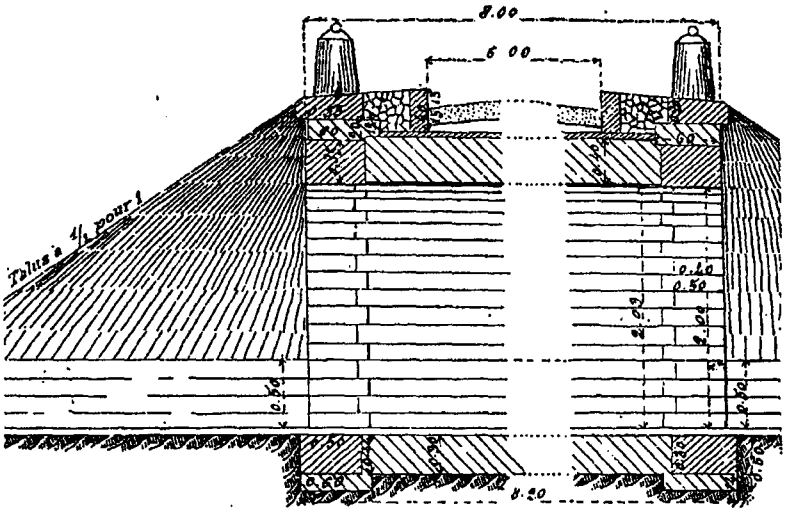


Fig. 664.

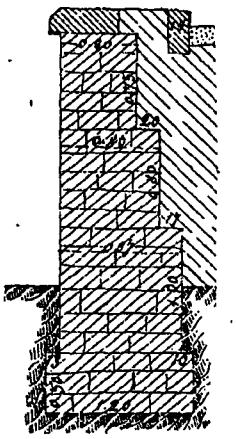


Fig. 665.

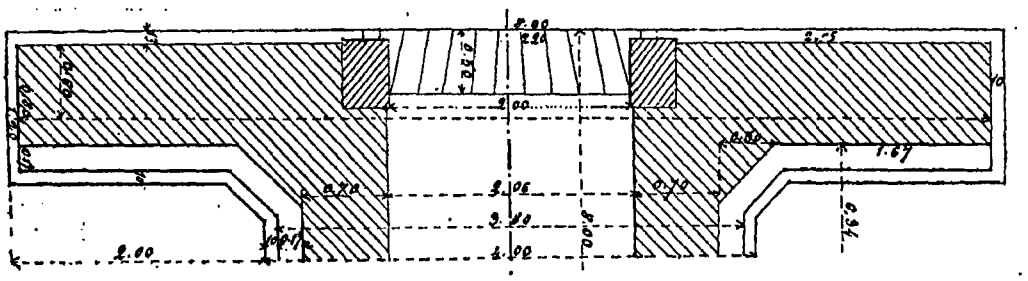


Fig. 666.

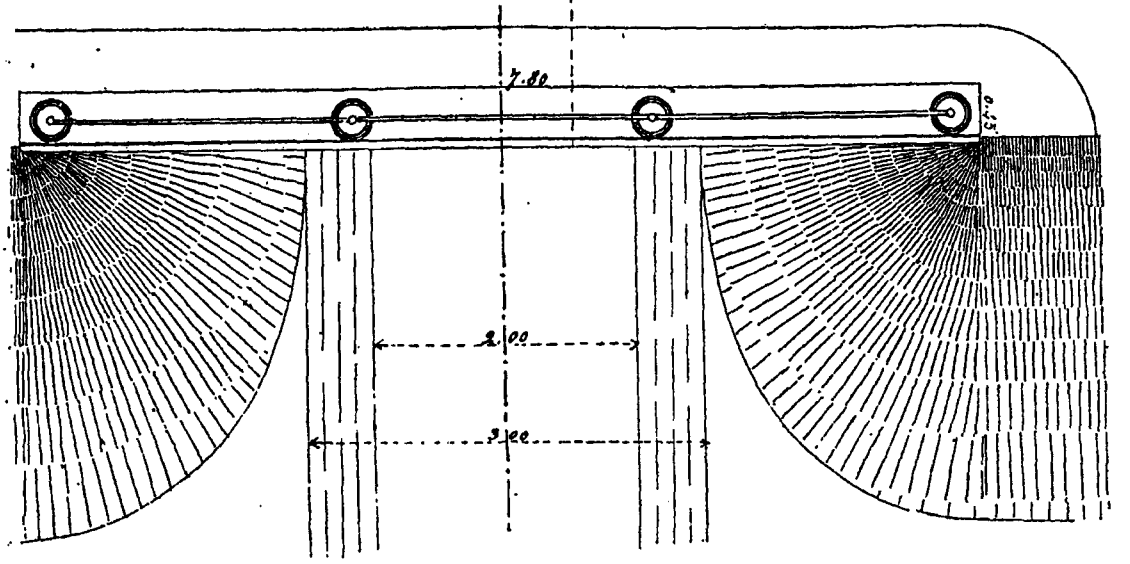


Fig. 667.

pour une route de 10 *mètres de largeur.* — Ce ponceau représenté par les figures 655 à 659, est à intrados plein-cintre, comme les précédents. Il est construit en moellons et pierres de taille. Ses murs en aile se terminent par de petits murs en retour à hauteur des crêtes du talus du fossé. La figure 657 est une coupe

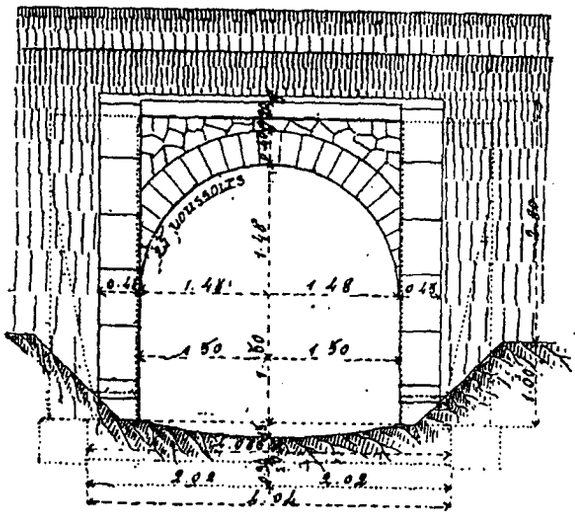


Fig. 668.

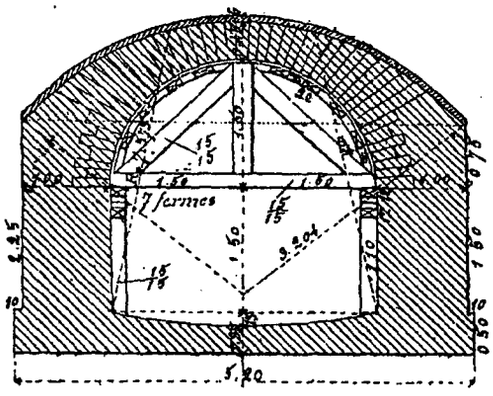


Fig. 669.

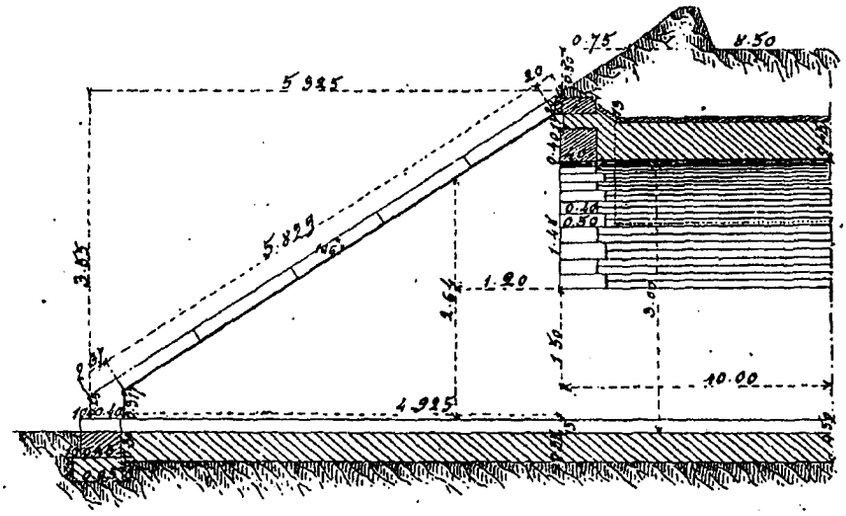


Fig. 670.

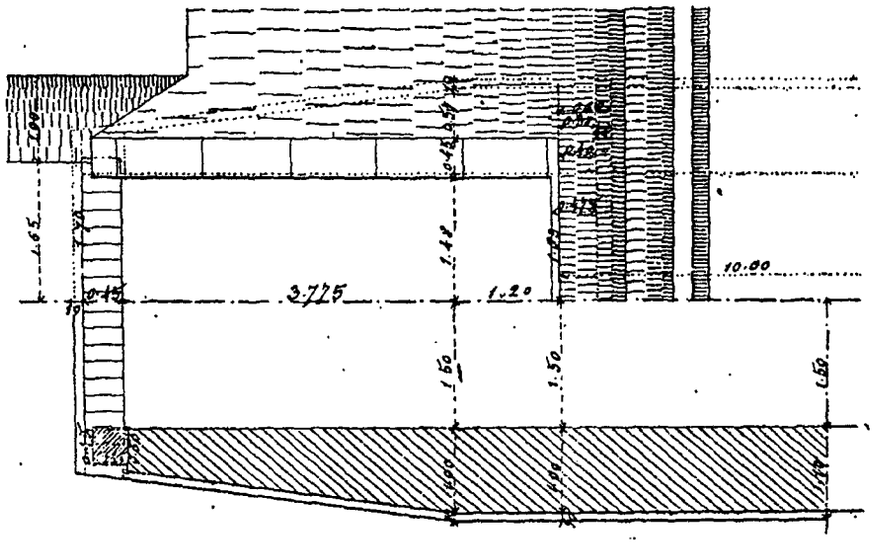


Fig. 671.

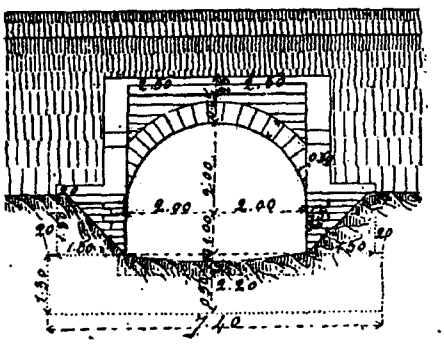


Fig. 672.

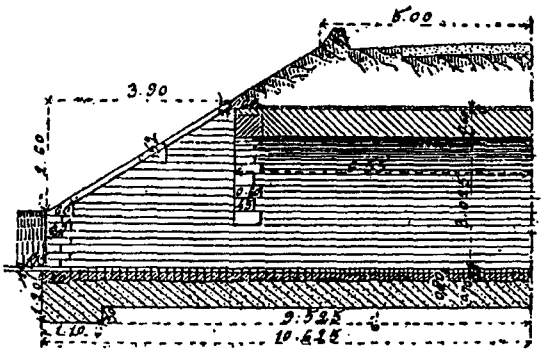


Fig. 674.

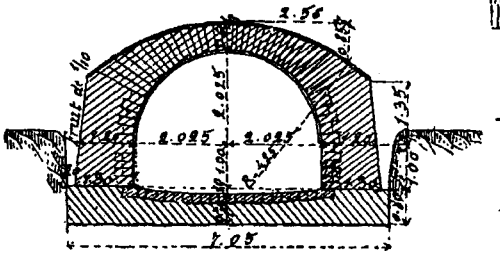


Fig. 673.

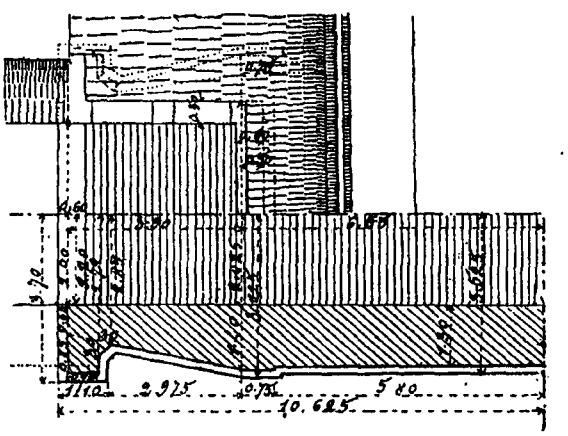


Fig. 675.

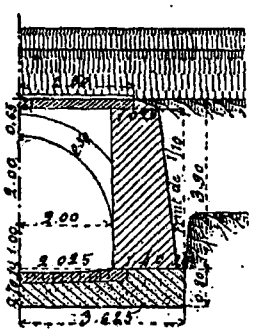


Fig. 676.

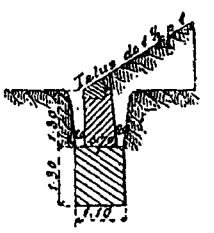


Fig. 677.

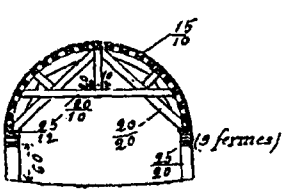


Fig. 678.

transversale de l'un de ces murs en retour. Sur les plinthes sont établies des gardes-corps métalliques.

597. Les figures 660 et 661 montrent la coupe transversale et l'élévation de la tête d'un aqueduc de $1^m,50$ d'ouverture disposé à peu près de la même manière que le précédent. Les murs en aile se terminent encore par de petits murs en retour, mais ceux-ci se raccordent aux autres par des parements cylindriques, comme dans le type de la figure 638. Les rampants inclinés des ailes se raccordent aux couronnements horizontaux des retours au moyen de surfaces gauches dont nous donnerons l'épure quand nous nous occuperons de l'exécution des maçonneries en pierre de taille.

598. Voici un autre *type de ponceau de 2 mètres d'ouverture avec murs en retour pour une route de 8 mètres de largeur* (*fig.* 662 à 667). — Le bandeau de tête est extradossé concentriquement à la courbe d'intrados. Sur les plinthes sont établis des chasse-roue reliés par une barre de fer de $0^m,04$ de diamètre. La section transversale (*fig.* 663) a une forme qui se rapproche de celle précédemment donnée (*fig.* 643). Les murs en retour ont des épaisseurs uniformes dans le sens de leur longueur, mais variables, dans la hauteur, de 0,60 à 1,20 au moyen de retraites successives (*fig.* 665). Ils se raccordent avec les pieds-droits par des pans coupés intérieurs (*fig.* 666).

599. *Ponceau de 3 mètres, d'ouver-*

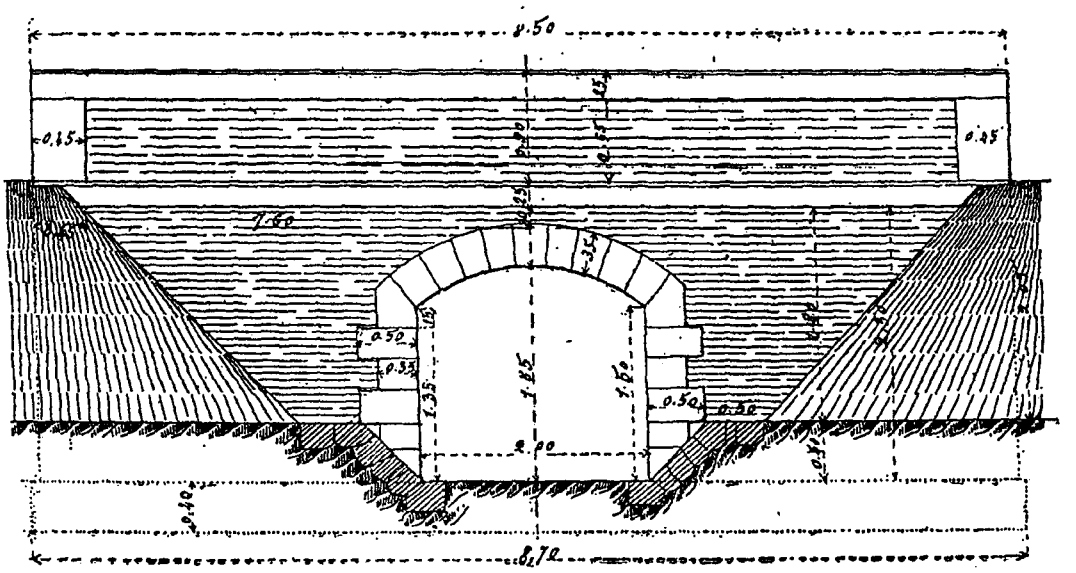


Fig. 679.

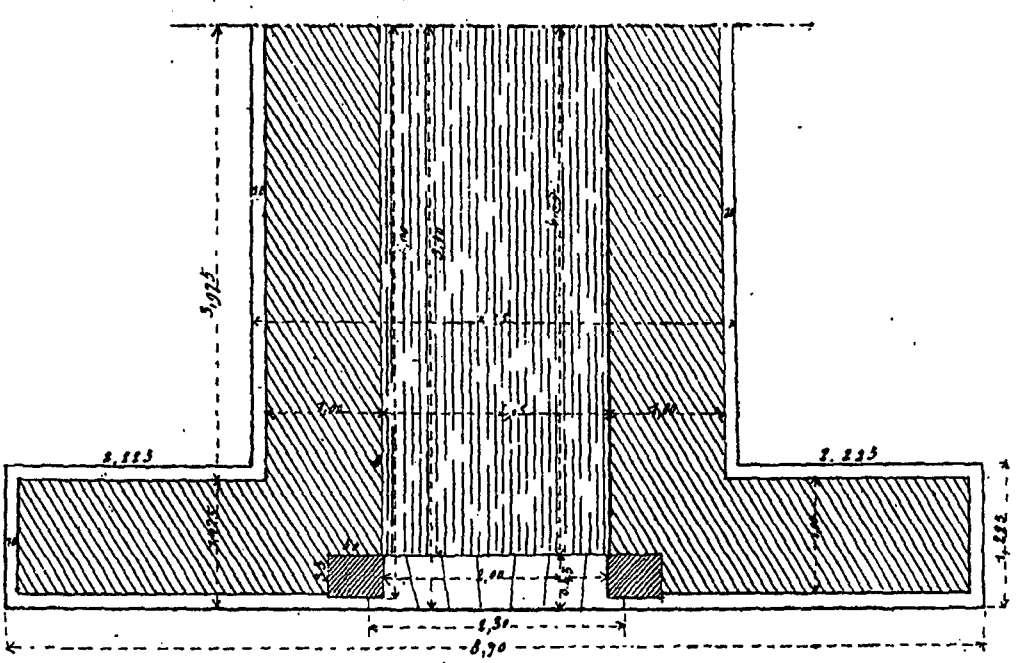


Fig. 680.

ture avec murs en aile ordinaires, pour une route de 8m, 50 *de largeur.* — Ce ponceau est représenté par les figures 668 à 671. Il ne présente rien de particulier, et nous avons déjà vu des dispositions analogues dans les aqueducs de plus petite ouverture. Nous ne le donnons ici que pour pouvoir, au troisième article de ce traité, détailler complètement son métré qui sera présenté comme type des évaluations à faire pour la confection de l'avant-métré d'un ponceau de cette forme.

600. Un autre ponceau dont nous détaillerons aussi l'avant-métré est celui qui est représenté par les figures 672 à 678. C'est un *ponceau de 4 mètres d'ouverture avec murs en aile munis à leurs extrémités de petits murs en retour,* dont la coupe transversale est indiquée par la

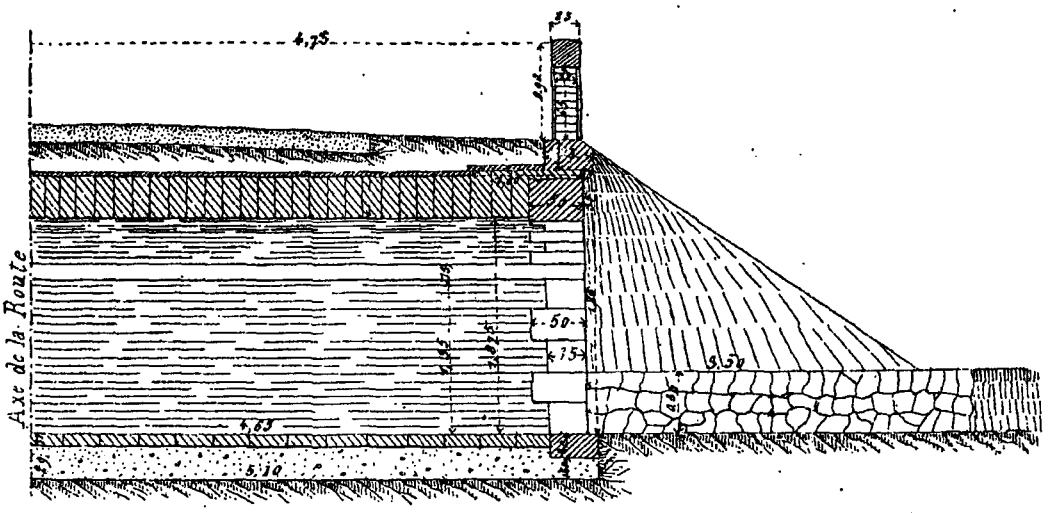


Fig. 681.

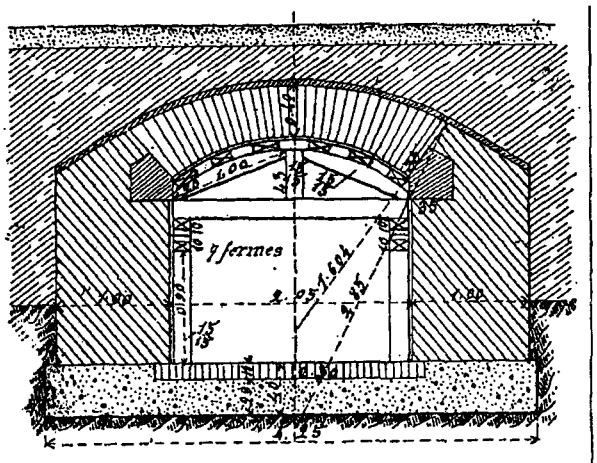


Fig. 682.

figure 673. Nous avons déjà vu des aqueducs de moindre ouverture ayant sensiblement les mêmes dispositions. Quoique nous n'ayons pas à nous occuper encore des cintres, nous donnons néanmoins à la figure 678 le détail des cintres servant à l'exécution du ponceau, afin que toutes les cotes nécessaires à la confection de l'avant-métré complet soient réunies.

b. — AQUEDUCS SURBAISSÉS EN ARC DE CERCLE

601. Les aqueducs surbaissés en arc de cercle sont beaucoup moins fréquemment employés que ceux en plein-cintre. Cependant, on est quelquefois obligé d'avoir recours à cette forme surbaissée de l'intrados, toutes les fois qu'on ne dispose pas d'une hauteur suffisante pour la construction d'un plein-cintre.

L'un de ces ponceaux, de 2 mètres d'ouverture, avec murs en retour, destiné à la traversée d'une route de 10 mètres de largeur, est représenté par les figures 679 à 682. Cet ouvrage, construit en briques et pierres de taille, est muni d'un parapet de 0m,90 de hauteur et 0m,25 d'épaisseur. La forme surbaissée de l'intrados produisant de plus grandes poussées sur les

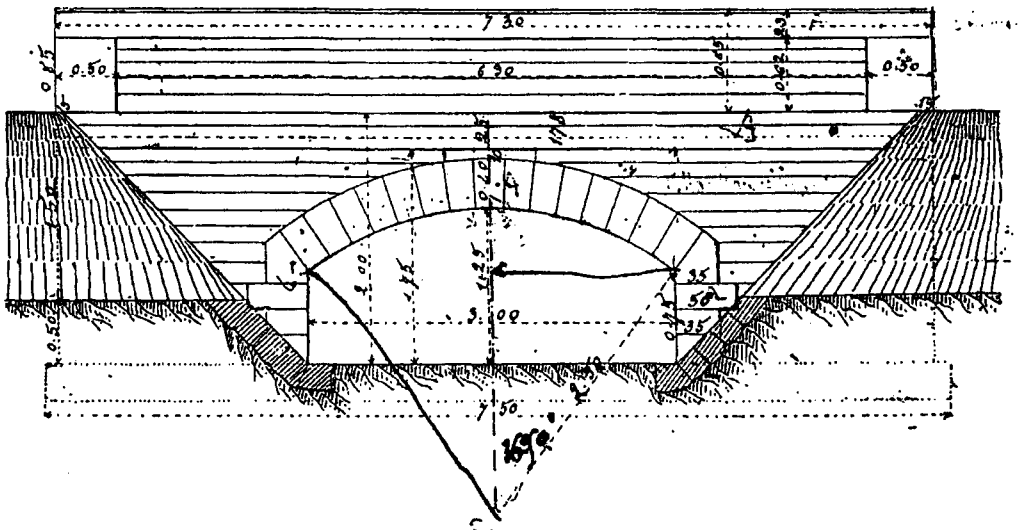


Fig. 683.

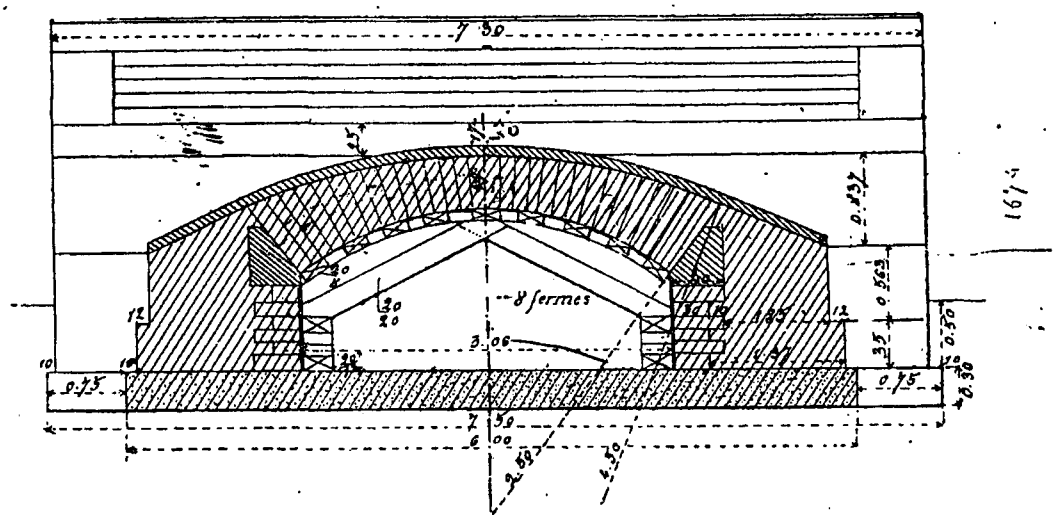


Fig. 684.

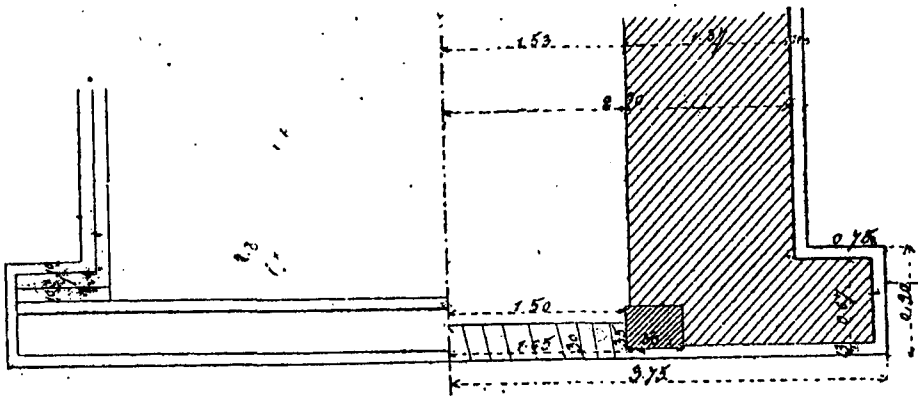


Fig. 685.

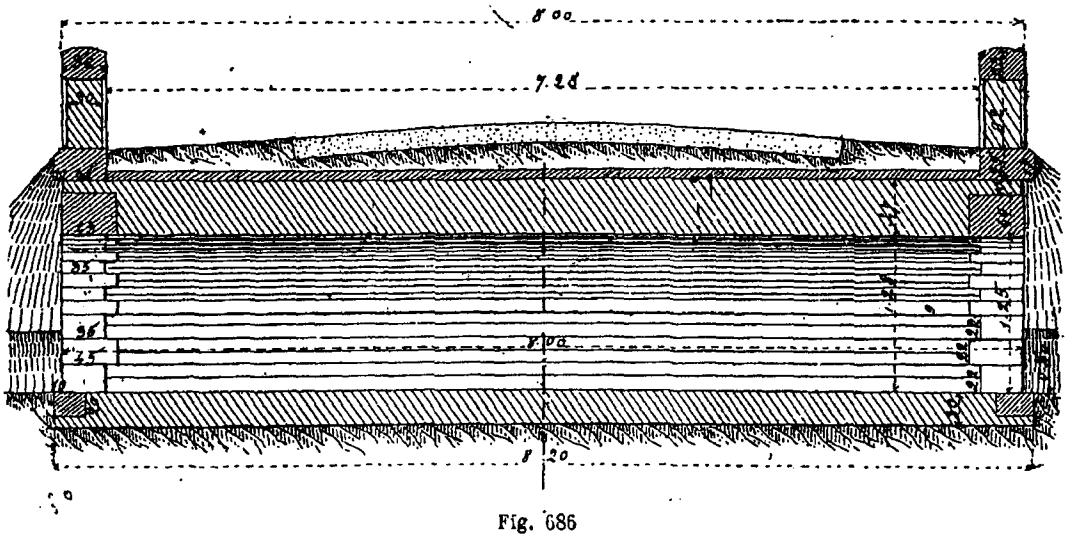


Fig. 686

culées que le plein-cintre, il en résulte que l'épaisseur de ces parties de l'ouvrage doit être augmentée dans une assez forte proportion. Ainsi l'épaisseur des culées, qui est, en moyenne, de 0m,70 pour un aqueduc plein-cintre de 2 mètres d'ouverture, est ici de 1 mètre.

602. Les figures 683 à 687 représentent un *ponceau de 3 mètres d'ouverture surbaissé en arc de cercle, avec murs en retour, pour une route de 8 mètres de largeur.* — Ce ponceau est construit en moellons et pierres de taille. Le parapet a 0m,90 de hauteur et 0m,36 d'épaisseur. Les culées ont une épaisseur moyenne de 1m,30. La figure 687 montre la coupe transversale d'un mur en retour.

Ces figures, ainsi que celles portant les numéros 662 à 682, sont empruntées au cours de M. L. Durand-Claye, à l'École des ponts-et-chaussées.

603. Le ponceau suivant (*fig.* 688 à 690) a été construit dans le service vicinal du département d'Indre-et-Loire. Il a 2 mètres d'ouverture, 1m,40 de hauteur sous clef et 0m,40 de flèche. Il se compose de deux culées avec murs en retour et contreforts intermédiaires, en maçonnerie ordinaire de moellons durs et mortier de chaux hydraulique. La fondation, appuyée sur un banc calcaire très dur, a 1 mètre de profondeur. Le radier, en maçonnerie ordinaire, a seulement 0m,20 d'épaisseur.

Les voussoirs, pieds-droits, plinthes et bahuts, sont en pierre de taille dure. Les sous-bahuts et tympans, et l'intrados de la voûte, sont en moellons smillés, avec joints parfaitement réguliers. — Le prix total de cet ouvrage s'est élevé à 1 030 fr.

604. Les ponceaux surbaissés que nous venons de voir sont tous avec murs en retour. C'est en effet la disposition la plus rationnelle, car les murs en retour font office de contreforts s'opposant à la poussée de la voûte en arc de cercle. On a cependant fait des ponceaux surbaissés avec murs en aile. Tel est celui qui est représenté par les figures 691 à 695. Nous n'insisterons pas sur la description de cet ouvrage, muni d'un puisard à l'amont et dont les murs en aile sont semblables à ceux de certains autres aqueducs pleincintre. Ce ponceau est un des nombreux types qui ont été construits sur les embranchements du chemin de fer de Paris à Lyon.

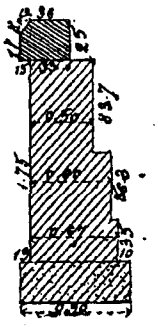


Fig. 687.

C. — AQUEDUCS ELLIPTIQUES SOUS LES GRANDS REMBLAIS.

605. Les aqueducs de forme elliptique ont été quelquefois employés sous les grands remblais, parce que cette forme est très propre à bien résister aux fortes

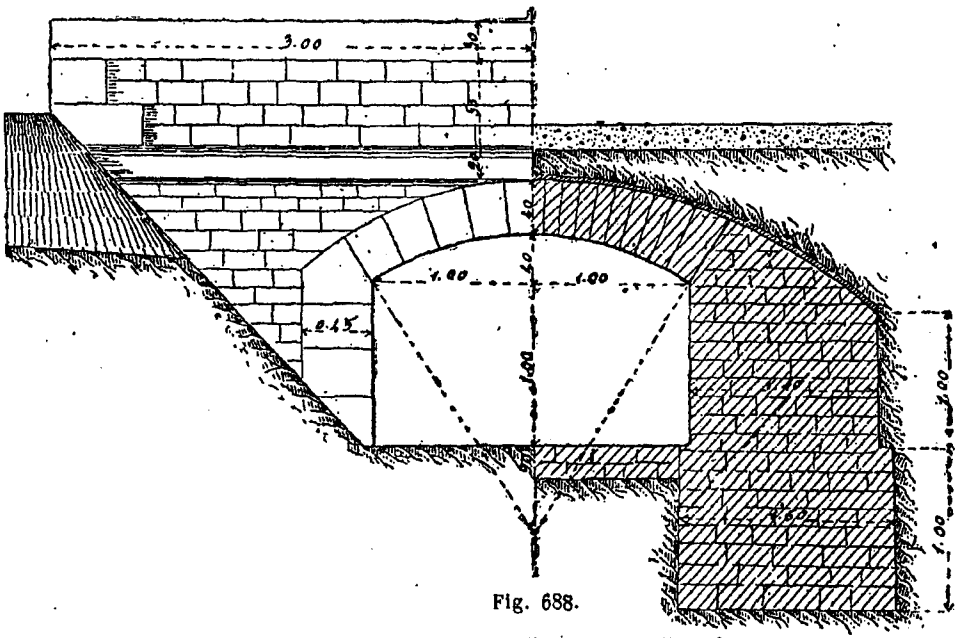


Fig. 688.

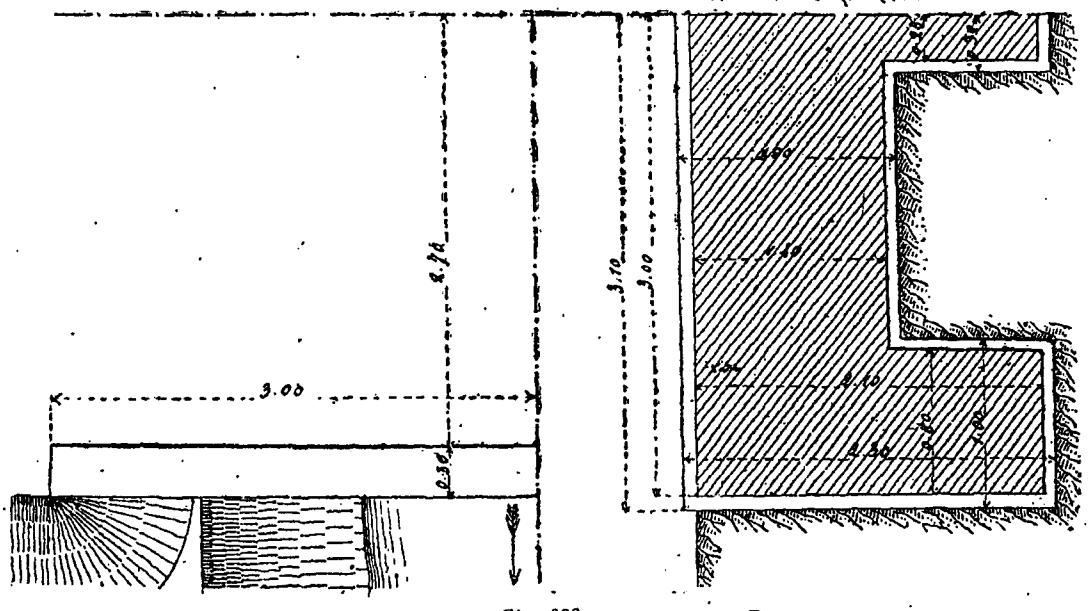


Fig. 689.

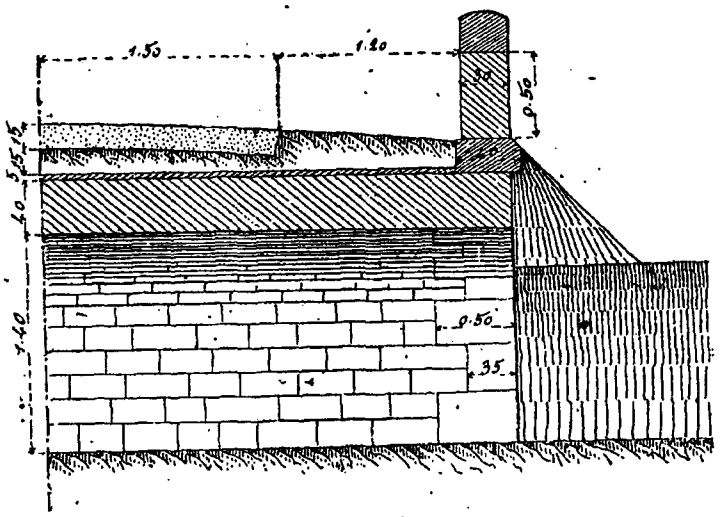


Fig. 690.

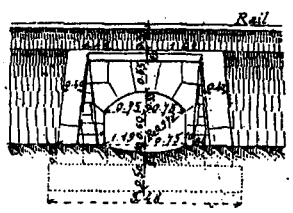


Fig. 691.

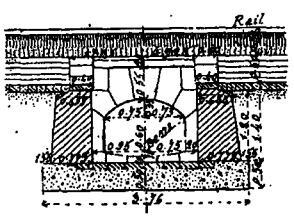


Fig. 692.

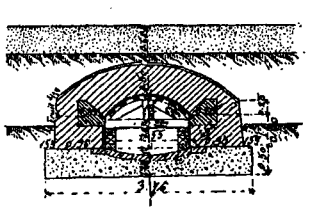


Fig. 693.

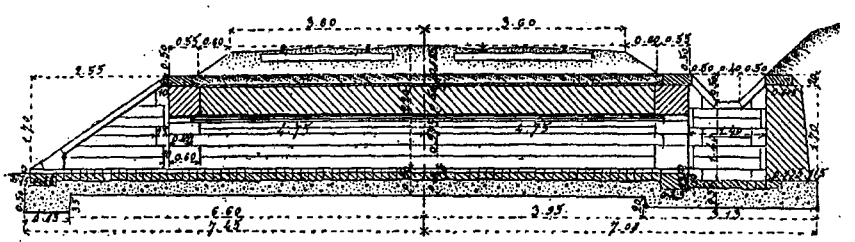


Fig. 694.

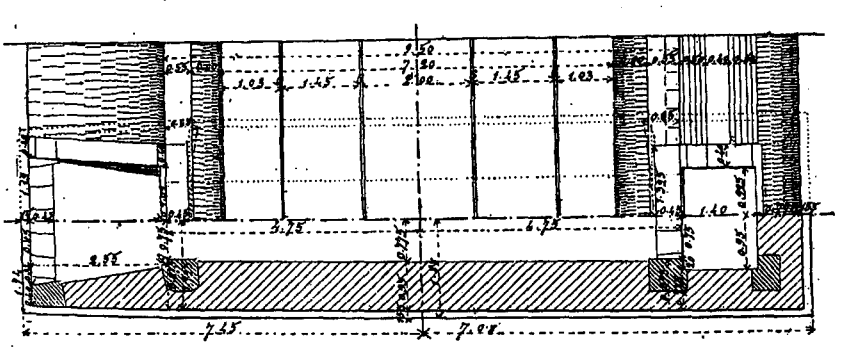


Fig. 695.

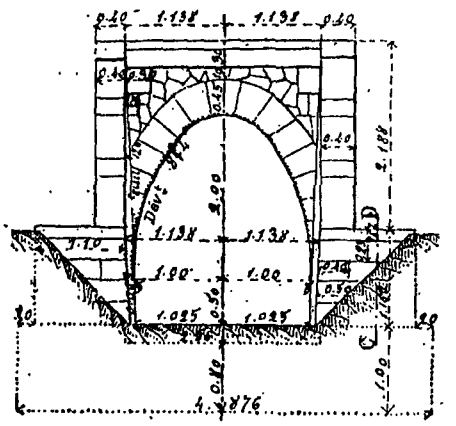


Fig. 696.

pressions extérieures. — M. Croizette-Desnoyers, dans un mémoire sur les travaux de la partie de chemin de fer du Bourbonnais compris entre Saint-Germain-des-Fossés et Roanne (*Annales des ponts-et-chaussées*), dit à ce sujet : « Nous avions à construire des ponceaux de 2 mètres d'ouverture sous des remblais de 20 à 25 mètres de hauteur, et il importait de leur donner la forme la plus propre à résister à cette énorme charge. Dans ce but, nous avons adopté une section elliptique. Lorsque la fondation est peu profonde, le bas de l'ellipse est coupé par un radier en arc renversé; lorsqu'au contraire la fondation a une certaine profondeur, l'ellipse est complète, sauf à rajouter ensuite un faux radier à l'intérieur si le ponceau doit servir de passage pour les hommes et les bestiaux. »

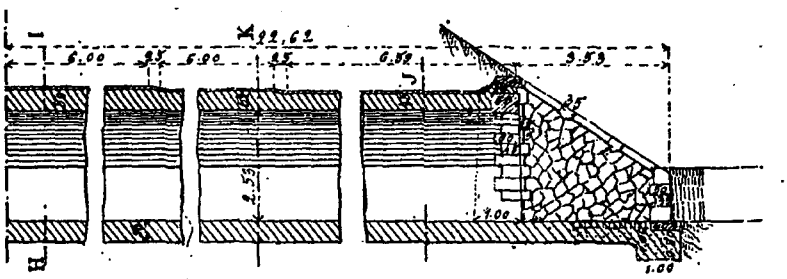


Fig. 697.

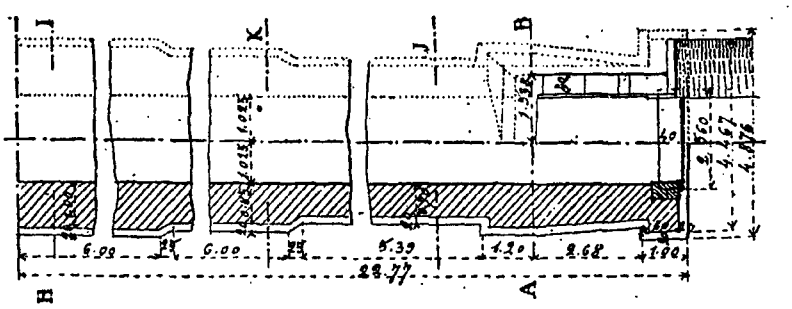


Fig. 698.

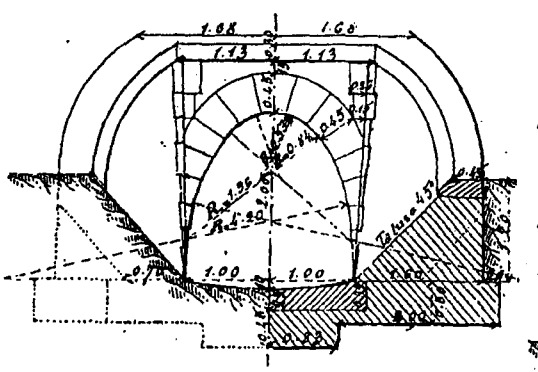


Fig. 699.

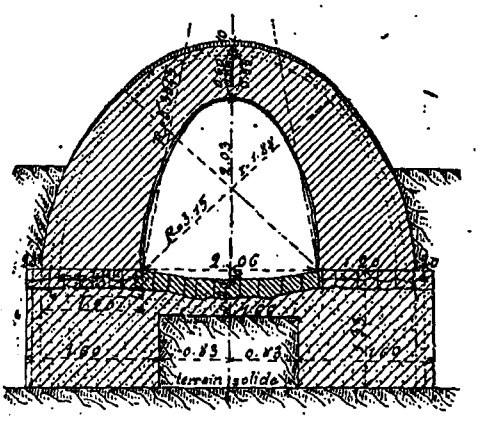


Fig. 700.

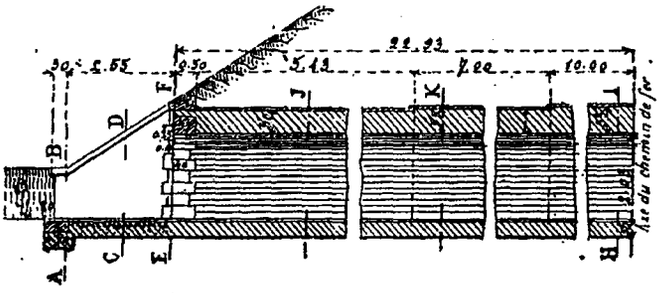


Fig. 701.

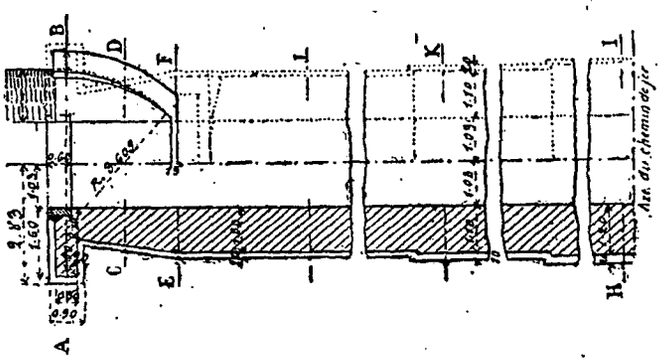


Fig. 702.

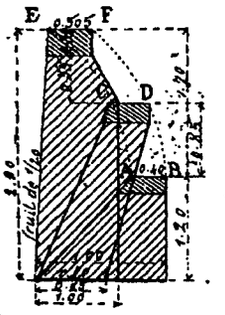


Fig. 703.

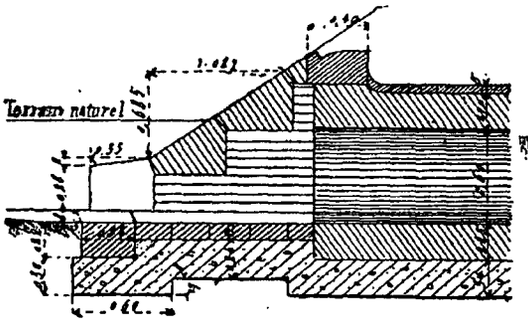


Fig. 704.

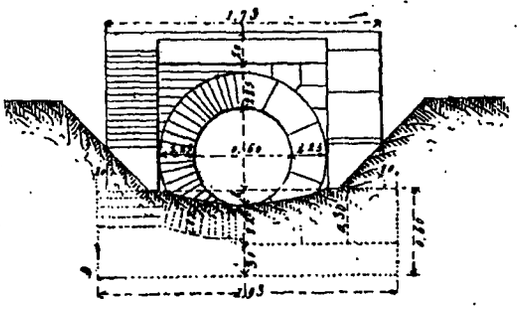


Fig. 706.

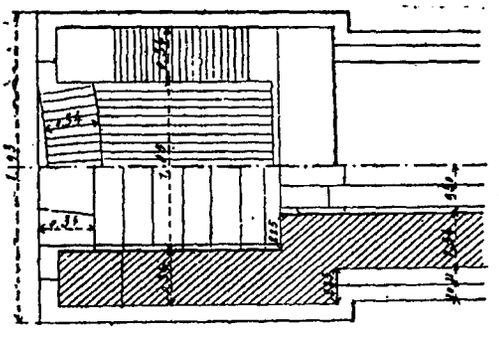


Fig. 705.

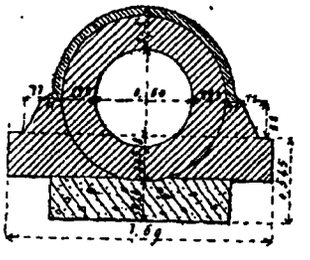


Fig. 707.

On remplace parfois la voûte elliptique par une voûte surhaussée à plusieurs centres, complète ou incomplète. C'est ce qu'on a fait dans l'aqueduc dont nous avons déjà donné la coupe transversale (*fig.* 228), et dont les figures 696, 697 et 698 représentent l'élévation, la coupe longitudinale et le plan. Les têtes se terminent par des murs en aile munis de petits murs en retour à leurs extrémités. Les pieds-droits et la voûte augmentent d'épaisseur à mesure que la hauteur du remblai est plus grande, comme on peut le voir sur la coupe longitudinale et le plan.

606. Tout en conservant à peu près la même forme de section transversale (*fig.* 700), on peut disposer la tête comme nous l'avons expliqué numéro 574 (*fig.* 558) en donnant aux murs en aile un parement à surface gauche. Un ponceau de 2 mètres, ainsi constitué, est représenté par les figures 699 à 703. Cette dernière figure 703 est une coupe du mur en aile en trois points de son développement : à

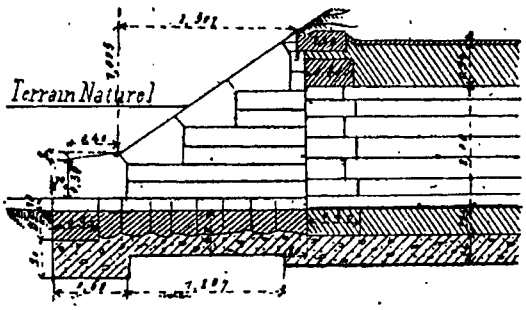


Fig. 708.

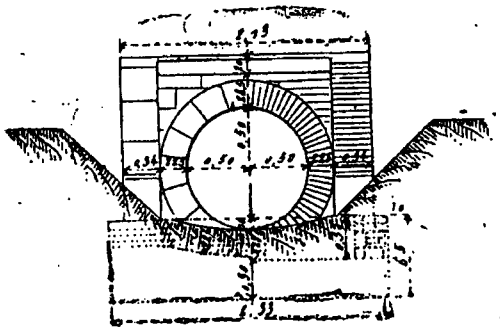


Fig. 710.

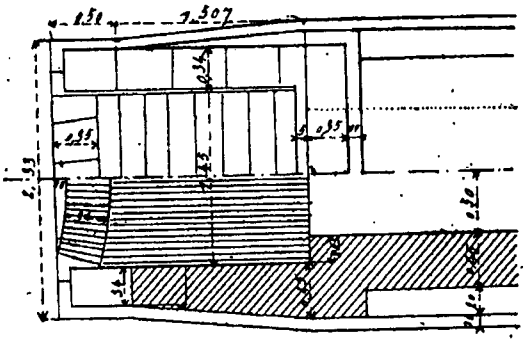


Fig. 709.

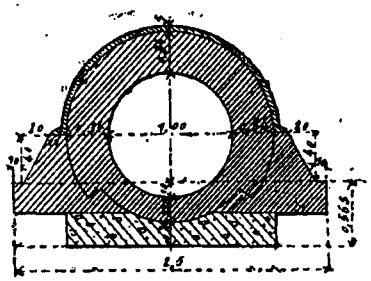


Fig. 711.

sa naissance EF, à son extrémité AB et à sa partie intermédiaire CD.

d. — AQUEDUCS CIRCULAIRES

607. Enfin, dans le même but de résister aux fortes pressions extérieures provenant des remblais de grande hauteur, on a fait aussi des aqueducs à section transversale circulaire. Nous donnons ci-contre les croquis de deux des types qui ont été construits sur les chemins de fer du Nord :

Type de 0m,60 d'ouverture (*fig.* 704 à 707);

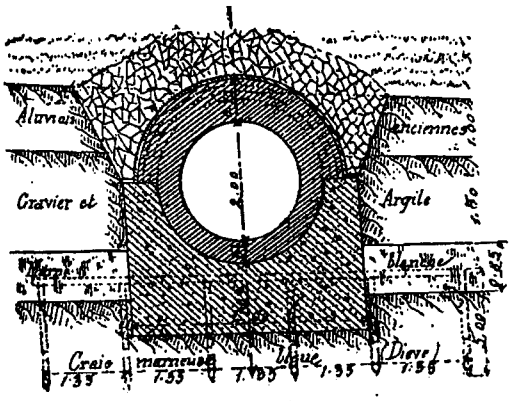


Fig. 712.

Type de 1m,00 d'ouverture (*fig.* 708 à 711).

Sur ces figures on a indiqué, d'un côté, la construction en maçonnerie ordinaire et pierre de taille et, de l'autre côté, celle en maçonnerie de briques.

Cette forme circulaire est maintenant peu employée. On lui préfère, dans les mêmes circonstances, la forme surhaussée elliptique ou en anse de panier.

608. Sur le chemin de fer de Busigny à Hirson, on a eu à construire des ponceaux sous de grands remblais et le problème était assez difficile, car il s'agissait de les fonder sur un mauvais terrain de craie marneuse. On a fait des ponceaux consistant en un tube cylindrique en briques, noyé jusqu'au diamètre horizontal dans un massif de béton (*fig.* 712) avec parafouille en pieux et palplanches à l'amont et à l'aval. Pour le ponceau de Quiquengrogne on a dû prendre des précautions spéciales pour charger l'ouvrage. Les terres étaient déchargées sur les reins simultanément à droite et à gauche de l'aqueduc, puis pilonnées sur 5 mètres de hauteur. C'est ainsi qu'on a réussi à conserver sous 18 mètres de remblai un ouvrage fondé dans un terrain que le piétinement transformait en bourbier, sans autres travaux de pilotage que ceux exécutés à l'avant et à l'arrière du radier.

§ *VI. — PONTS ET VIADUCS*

I. — Forme générale des ponts et viaducs.

609. La classification des ouvrages voûtés en ponceaux jusqu'à 4 mètres d'ouverture et en ponts au-dessus de cette ouverture est complètement arbitraire. On fait, en effet, des ponts de 5, 6, 7... mètres d'ouverture qui sont en tout semblables aux ponceaux ayant 4 mètres ou moins d'ouverture. — Les dispositions d'ensemble et de détail ne diffèrent que par les dimensions. — L'étude des ponts à une seule arche de petite ouverture se trouve donc faite puisque les ponceaux ont été précédemment examinés.

D'autre part, on a vu comment on détermine les débouchés linéaire et superficiel à donner aux ouvrages, c'est-à-dire leur ouverture et la section qu'ils doivent offrir au passage des crues, dans les différents cas qui se présentent dans la pratique et avec les éléments divers dont on dispose (chapitre II).

Les formes et dimensions des arches ont été étudiées dans le troisième chapitre, comprenant: le tracé des courbes d'intrados, plein-cintre, en arc surbaissé, en anse de panier, elliptiques, ogivales, etc...; le choix de la courbe d'intrados; le calcul du développement et du débouché superficiel de chacune des courbes les plus usitées, et enfin, les dimensions générales telles que ouverture, hauteur et largeur, à donner aux ponts sur ou pour le passage des rivières et canaux, routes et chemins de fer.

Il nous reste donc, pour compléter ce qui est relatif aux voûtes des ponts, à voir comment on les extradose, comment on les appareille et décore, quelles formes on donne aux tympans, de quelle manière se fait le remplissage, comment on ménage l'écoulement des eaux et enfin, comment elles se raccordent avec les piles et culées.

Mais avant d'examiner ces détails de construction, nous devons dire quelques mots de la forme générale de l'ouvrage, en ce qui concerne son profil en long, le nombre, la répartition et l'arrangement des arches, et voir ensuite quelle forme générale on doit préférer au point de vue de la dépense.

Profil en long de l'ouvrage et disposition des arches.

610. Lorsqu'un pont à plusieurs arches est placé sur une rivière navigable, les arches doivent avoir une hauteur suffisante au-dessus des plus fortes crues; mais il suffit en général de donner cette hauteur aux arches sous lesquelles passent les principaux courants, et qui sont en même temps celles que la navigation utilise. — Et comme, d'autre part, quand il s'agit d'un pont pour route situé dans une

grande ville, il est nécessaire de raccorder les culées avec les quais, ordinairement en contre-bas de la hauteur totale du pont, on est conduit, en profitant de la faculté qu'on a de ne pas faire toutes les arches égales, à donner un bombement à la partie supérieure de l'ouvrage.

Il en résulte dans le profil en long de la chaussée des pentes longitudinales assez sensibles.

Les ponts légèrement bombés sont préférables aux ponts horizontaux, pour les raisons que nous allons énumérer, quoique, dans les très grandes villes, les belles lignes horizontales des ponts se marient bien avec les lignes des quais et avec celles des monuments qui les bordent ; mais il ne faut pas s'imposer des lois trop absolues à ce sujet, dit M. Morandière, parce que les pentes douces, avec une légère courbure au sommet produisent également un très bon effet.

Les inconvénients des ponts horizontaux, indiqués par M. Debeauve dans son *Traité des ponts en maçonnerie* sont les suivants :

« 1° Un pont horizontal pèche toujours un peu au point de vue de la perspective ; en effet, d'abord les deux rives d'un fleuve important ne sont pas en général au même niveau ; en outre la surface transversale des eaux ne paraît pas être horizontale, du moins pour les courants à grande vitesse ; quelques observateurs prétendent qu'elle est convexe en temps de crue et concave en temp de décrue. Des mesures récentes ont montré qu'en général cet effet était peu sensible. Quoi qu'il en soit, il est rare qu'une longue ligne horizontale, comme la plinthe d'un pont, placée au-dessus d'un large cours d'eau, ne paraisse point légèrement convexe vers le bas, c'est-à-dire que le pont semble s'être légèrement tassé en son milieu. Suivant nous, cet effet s'observe nettement sur quelques ponts horizontaux ;

2° Un pont horizontal se prête moins bien à l'écoulement des eaux ; il faut donner aux caniveaux une série de pentes et de contre-pentes pour mener l'eau à des gargouilles sous-trottoirs traversant la maçonnerie et débouchant dans la rivière ; les eaux traversant plus facilement la chaussée et les maçonneries qui la supportent, celles-ci doivent être protégées par une chape imperméable ;

3° Un pont horizontal exige des arches égales ; donc on est forcé de leur donner à toutes le maximum de hauteur exigé par la navigation. Il en résulte un accroissement dans la hauteur des remblais d'accès et quelquefois une gêne considérable lorsqu'il y a des maisons préexistantes. Au contraire, avec un pont incliné, on réserve à la navigation, par exemple, l'arche centrale et l'on adopte pour les autres arches des hauteurs moindres.

Lorsque les arches ont des hauteurs notablement différentes, il convient, pour l'effet architectural, de faire varier aussi l'ouverture ; du reste, cela est commandé par la théorie, afin que les poussées exercées de chaque côté d'une pile soient égales.

Un pont incliné se prête parfaitement à l'écoulement des eaux que l'on conduit en dehors du pont où l'on s'en débarasse facilement ; on est dispensé de percer par les gargouilles le massif de maçonnerie, et si la chaussée est solide et épaisse, on peut donner moins de soins à la chape ; nous pensons même qu'on peut arriver à lui substituer un simple rejointement en ciment, car l'expérience nous a prouvé que l'eau ne pénètre pas profondément dans une bonne chaussée enpierrée, s'égouttant facilement et présentant une pente longitudinale de $0^m,01$.

Nous croyons donc devoir recommander l'emploi des ponts inclinés, toutes les fois qu'il est possible.

Lorsqu'on peut réunir les sommets de toutes les arches par une parabole à axe vertical, dont le sommet est au milieu du pont, et qu'on adopte pour le profil du couronnement une parabole parallèle, l'effet est plus élégant et moins raide que lorsqu'on compose le profil avec deux droites inclinées, se coupant sur le milieu du pont. »

A Paris la plupart des ponts présentent des pentes assez sensibles des deux cotés du sommet ; elles sont incrites dans le tableau ci-après.

DÉSIGNATION DES PONTS	PENTE PAR MÈTRE	
	rive droite	rive gauche
	m.	m.
Pont d'Austerlitz	0.009	0.009
— Notre-Dame	0.005	0.005
— Saint-Michel	0.015	0.006
— Louis-Philippe	0.016	0.016
— Saint-Louis	0.024	0.024
— au Change	0.010	0.020
— Neuf (sur le bras droit)	0.022	0.022
— de Solférino	0.020	0.020
— des Invalides	0.028	0.028
— de l'Alma	0.017	0.017
— du Point-du-Jour	horizontal	horizontal

Ce n'est que très exceptionnellement qu'on dépasse une pente de 0m,020 à 0m,030. On voit que cette dernière n'est atteinte dans aucun pont de Paris.

Le beau pont de Blois présente cependant une pente de 0m,049, mais il en résulte une grande gêne pour la circulation et l'on doit éviter, autant que possible, d'imiter cet exemple,

La disposition consistant à donner au pont un bombement en son milieu peut s'obtenir de plusieurs manières.

Quand les arches doivent être plein-cintre on fait varier l'ouverture, comme nous l'avons déjà dit, en maintenant toutes les naissances sur le même plan horizontal. L'ouverture va en augmentant depuis l'arche de rive jusqu'à celle du milieu (*fig.* 713). On a ainsi des voûtes semblables entre elles.

Quand les arches du pont doivent être

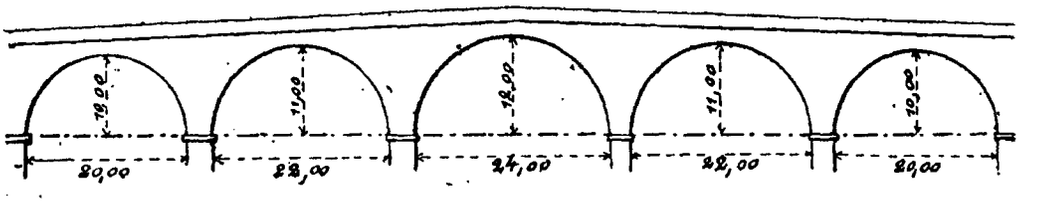


Fig. 713.

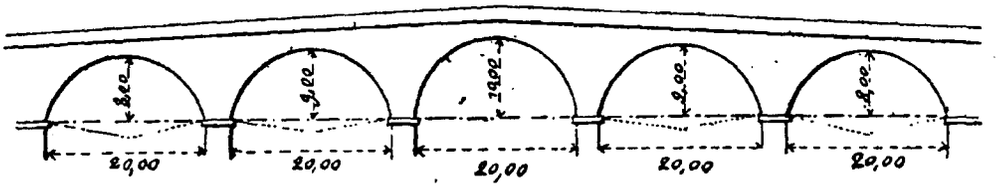


Fig. 714.

surbaissées, en anse de panier ou en arc de cercle, on peut au contraire conserver la même ouverture à toutes les arches en augmentant de plus en plus la flèche depuis les arches de rive jusqu'à l'arche centrale (*fig.* 714.) C'est cette dernière disposition qui a été adoptée pour le pont des Invalides à Paris.

« Mais dans l'un et l'autre cas, dit M. Croizette-Desnoyers, les voûtes donnent lieu à des poussées différentes qui peuvent entraîner des conséquences très graves. C'est à l'une de ces dispositions que l'on doit attribuer en grande partie les accidents survenus en 1878 au pont des Invalides. Il importe de n'y avoir recours que dans des limites très restreintes et de manière à éviter des différences notables dans les poussées, surtout lorsque les piles sont fondées sur pilotis. »

611. Ce que nous venons de dire s'applique aux ponts pour route pouvant recevoir un bombement formé par une pente et une rampe. — Il arrive assez fréquemment que, pour l'exécution des chemins de fer, surtout dans les régions montagneuses, on est obligé de donner aux ponts ou viaducs une rampe continue sur toute la longueur de l'ouvrage. — Dans ce cas, deux dispositions différentes peuvent être employées quand les arches sont plein-cintre.

La première de ces dispositions, qui est le plus généralement appliquée, consiste à

donner à toutes les arches la même ouverture, mais en surélevant les naissances, d'une arche à la suivante, de manière que la droite passant par les centres des intrados soit parallèle à la pente générale de l'ouvrage. La naissance de chaque voûte commence ainsi au niveau du cordon du côté le plus haut et repose, du côté le plus bas, sur une petite partie droite (*fig.* 715).

L'autre disposition, représentée par la figure 716, a été appliquée par M. l'ingénieur en chef Dupuy au grand viaduc de Pompadour, sur le chemin de Limoges à Brive. Elle consiste à décrire chaque demi-voûte avec un rayon différent, toutes les arches conservant encore la même ouverture.

Cette disposition a l'avantage d'établir les naissances au niveau même des cordons, ceux-ci étant d'ailleurs situés à des niveaux différents. Mais il en résulte que la clef ne se trouve plus exactement au milieu de l'arche, ce qui oblige à certaines sujétions pour les cintres et l'appareil des maçonneries intérieures aussi bien que pour celles des bandeaux.

Ouverture et nombre des arches au point de vue des dépenses.

612. L'ouverture totale d'un pont sur cours d'eau est fixée par la détermination de son débouché. La limite d'ouverture d'une arche en maçonnerie est donnée par les conditions de résistance et de sta-

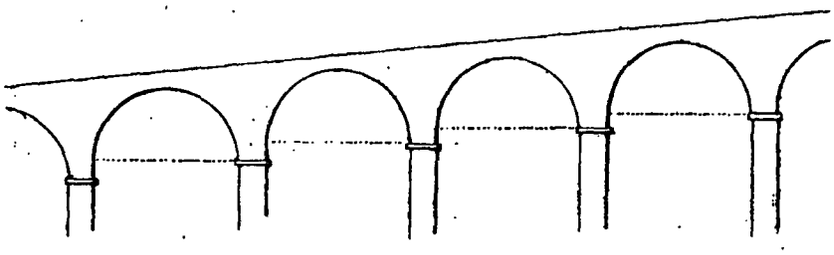


Fig. 715.

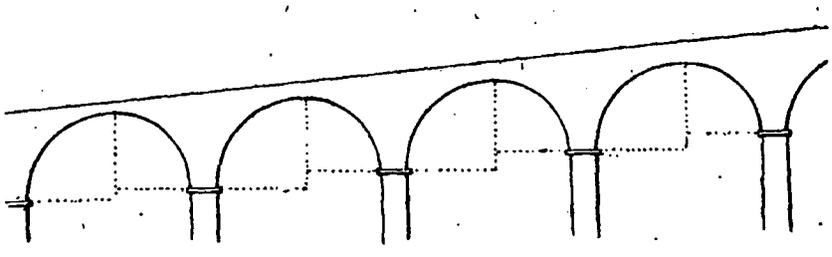


Fig. 716.

bilité. Mais d'autres considérations importantes doivent guider dans la fixation de l'ouverture et du nombre des arches d'un pont. Il y a d'abord la plus ou moins grande facilité d'exécution des fondations des piles et surtout la question de la dépense minimum à réaliser.

Néanmoins, comme le dit M. Degrand, (*Ponts en maçonnerie*) « en pareille matière, les considérations qui doivent primer toutes les autres sont celles relatives aux intérêts de la vallée traversée et à la sécurité du passage à établir.

Si la largeur à franchir ne dépasse pas les limites jusques auxquelles on peut, sans exagération excessive de dépense, n'avoir qu'une seule arche maçonnée ou bien une seule travée métallique, reposant sur des culées entre lesquelles, même par les plus grandes crues, les eaux trouveront leur débouché naturel sans rétrécissement appréciable, on ne doit pas hésiter à préférer cette solution à toute autre.

Si des supports intermédiaires sont reconnus nécessaires, il peut y avoir intérêt, suivant les circonstances, à en restreindre le nombre et, là encore la

question se présente de savoir si ce n'est pas à un ouvrage métallique que l'on doit donner la préférence.

Ce n'est d'ailleurs que pour des motifs de ce genre que le métal peut être préféré à la maçonnerie, celle-ci étant généralement plus économique et comportant dans tous les cas l'exécution d'ouvrages d'une stabilité et d'une durée beaucoup plus grandes.

Mais nous devons supposer ce point concerté par avance et admettre que c'est exclusivement d'un pont en maçonnerie qu'il faut déterminer les dispositions générales.

Lorsqu'il ne s'agit que de l'écoulement des eaux, il est évident qu'il y a tout intérêt à leur opposer le moins d'obstacles possible, et par conséquent à réduire le nombre des piles en donnant aux arches, toute la largeur que comporte la hauteur dont on peut disposer.

Mais bien souvent, surtout pour la construction des chemins de fer, des canaux, des aqueducs, de grands ouvrages deviennent nécessaires pour la traversée des vallées, même en dehors des limites que les eaux peuvent atteindre, et des considérations autres que celles relatives au débouché interviennent, pour le règlement des dimensions à donner aux voûtes et à leurs supports.

Les comparaisons seraient aisées à faire en ce qui touche les dépenses et les difficultés d'exécution, si les ponts avaient toujours la même hauteur et la même largeur entre les têtes, tandis que ces éléments ne se rencontrent jamais identiques ; on ne peut donc pas préciser les chiffres permettant de vérifier par avance si dans telle situation il est avantageux d'exécuter des arches de dimensions petites ou moyennes, ou bien un nombre moindre d'arches de grandes dimensions ou même, de dimensions exceptionnelles. »

Pour donner des résultats d'une certitude complète, de semblables comparaisons exigeraient la rédaction de deux ou plusieurs projets complets et prendraient un temps qu'on n'est pas toujours libre de leur consacrer. — Il faut donc se contenter, en général, d'études approximatives auxquelles ou peut d'ailleurs procéder comme le montrent les exemples suivants empruntés au *Cours de Ponts* de M. Croizette-Desnoyers.

« A partir de certaines limites, le prix par mètre linéaire des arches en maçonnerie augmente dans une proportion plus grande que l'ouverture, mais d'un autre côté le nombre de piles diminue en même temps et par suite, c'est seulement d'après le plus ou moins de difficultés présentées par les fondations, que l'on est porté à augmenter ou à diminuer l'ouverture des arches.

Ainsi par exemple, si l'on avait à construire un pont en maçonnerie de 80 mètres de débouché linéaire, pour lequel on pourrait employer 8 arches de 10 mètres ou 4 arches de 20 mètres, et si, pour une même hauteur, la partie de l'ouvrage au-dessus des fondations devait coûter 200,000 francs dans le premier cas et 240,000 francs dans le second, il suffirait, pour rétablir l'égalité dans la dépense totale, que la fondation de chacune des 4 piles supprimées, par suite de l'adoption de plus grandes arches (car il ne resterait que 3 piles à construire au lieu de 7), revînt à 10,000 francs environ. Dans cette hypothèse, les arches de 20 mètres d'ouverture, sous lesquelles les eaux s'écouleraient plus librement, devraient évidemment être préférées.

Les limites d'ouverture à partir desquelles le prix de revient augmente par mètre linéaire de pont, varient d'une part avec la hauteur de l'ouvrage, d'autre part avec la largeur entre les têtes, parce qu'il importe de tenir compte des parements vus au-dessous des arches et que ces parements, d'autant plus multipliés que les arches sont plus grandes, sont en outre proportionnels à la largeur en douelle.

Sans recourir à des projets comparatifs détaillés qui prennent beaucoup de temps et ne deviennent en réalité nécessaires que si la question est très douteuse, on peut se rendre compte approximativement des limites d'ouverture dont il convient de se rapprocher le plus possible suivant la hauteur et la largeur de l'ouvrage. On se borne dans ce cas à considérer deux éléments, le cube des maçon-

neries et la superficie des parements vus ; on applique à ces éléments les mêmes prix moyens et on en compare les résultats.

Ainsi, comme premier exemple, s'il s'agissait d'un pont dont la hauteur au-dessus de l'étiage serait d'environ 16 mètres (*fig.* 717), on trouverait pour la grande arche, avec une largeur de 8 mètres entre les têtes, une augmentation de dépense égale à 2,156 francs, dans le cas d'une grande arche de 20 mètres par rapport à deux arches de 9m,60, en ne considérant que la partie de l'ouvrage au-dessus des fondations. Seulement, comme il faudrait fonder une pile de plus avec les petites arches, la différence de dépense serait très probablement renversée, car il faudrait une fondation bien facile

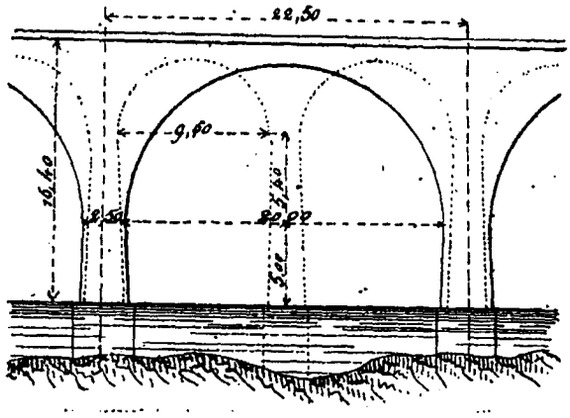


Fig. 717.

pour qu'elle ne coûtât pas plus de 2,156 francs. Mais si le pont avait moins de hauteur, par exemple si l'on supprimait les pieds-droits, l'emploi des petites arches deviendrait évidemment le plus avantageux. Dans cet exemple, on a supposé que le mètre cube de maçonnerie de toute nature coûterait 40 francs et que le mètre superficiel de parement vu reviendrait à 6 francs. Les résultats indiqués dans les diverses hypothèses varieraient nécessairement un peu si l'on se basait sur d'autres prix élémentaires.

Quelquefois il suffit de calculer les superficies en élévation afin de connaître quelle est la solution la meilleure. Ainsi pour un viaduc de 33 mètres de hauteur, qui serait formé d'arches de 15 mètres ou d'un nombre double d'arches de 7m,20 (*fig.* 718), on trouve qu'en considérant une longueur de 18 mètres qui correspond à

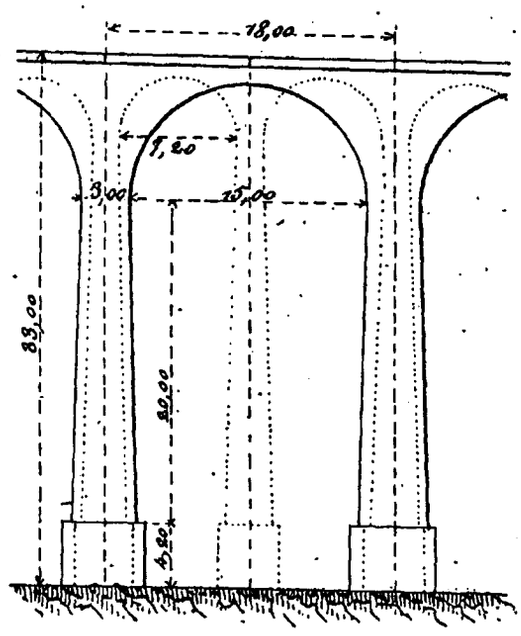


Fig. 718.

l'entre-axe des piles des grandes arches, les superficies en élévation seraient :

Avec les grandes arches	147m,23
Avec les petites arches	170m,35
Différence	23m,12

Pour cet exemple, les grandes arches seront évidemment les plus économiques puisqu'elles nécessiteront moins de cube et moins de parement vu en élévation; il n'est donc pas nécessaire dans ce cas de tenir compte des parements au-dessous des voûtes, pour lesquels l'avantage appartient toujours aux grandes arches.

Si, comme au croquis (*fig.* 719), on portait l'ouverture à 20 mètres pour la même hauteur de viaduc que dans le cas précédent, l'excédent de superficie en élévation pour les petites arches se réduirait à 10m,46, mais l'emploi des grandes ouvertures resterait toujours le plus avantageux. Si les piles n'avaient pas de fruits et si l'on supprimait la saillie des socles, la différence entre les superficies

changerait de sens et c'est la grande arche qui présenterait un excédent de superficie égal à 3m,67 ; mais il serait plus que compensé par la différence des parements sous voûtes, surtout si la largeur entre les têtes était un peu forte.

Enfin pour les viaducs dont la hauteur dépasse celle indiquée dans les *fig.* 718 et 719, l'avantage des grandes ouvertures devient de plus en plus marqué, et c'est un des motifs pour lesquels on a été conduit à donner aux viaducs très élevés des arches beaucoup plus grandes qu'on ne le faisait dans le principe pour des hauteurs analogues.

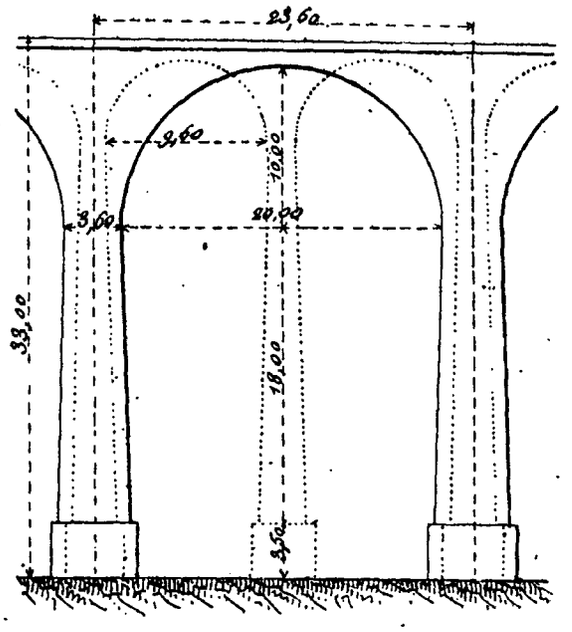


Fig. 719.

M. l'ingénieur en chef Des Orgeries ayant à construire aux abords de Gien un viaduc de grande longueur pour l'écoulement des eaux d'inondation dans la plaine submersible de la Loire, a recherché par le calcul quelle serait l'ouverture la plus avantageuse à adopter. Comme la hauteur des rails au-dessus du sol est seulement de 10m,30 en moyenne, et afin de faciliter le plus possible l'écoulement des eaux débordées sans introduire dans les maçonneries de trop fortes pressions, M. l'Ingénieur en chef a projeté l'emploi de voûtes en arc de cercle dont la corde est égale au rayon (*fig.* 720). Il a exprimé en fonction de ce rayon la flèche, les épaisseurs de la voûte depuis les naissances jusqu'à la clef, l'épaisseur des piles aux naissances et la hauteur moyenne de ces piles ; puis, en tenant compte des diverses quantités constantes, telles que la largeur entre les têtes, la hauteur de surcharge au-dessus de la clef et le fruit par mètre des piles, il a établi une équation donnant, en fonction du rayon, le volume total des maçonneries par mètre linéaire de viaduc. En cherchant le minimum de cette fonction, il a trouvé que le

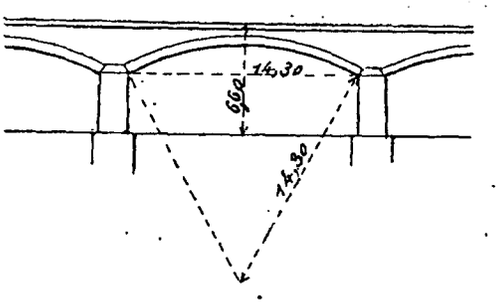


Fig. 720.

rayon, ou l'ouverture qui lui est égale dans cet exemple, devrait avoir une valeur de 14m,29 ; mais pour se conformer aux conditions exigées par le service de la navigation au sujet des niveaux à adopter pour les naissances et pour l'intrados à la clef. M. Des Orgeries a été conduit à fixer définitivement à 11 mètres l'ouverture des arches.

Le calcul dont les bases viennent d'être indiquées est un peu compliqué, mais il donne une solution rationnelle et il dispense des tâtonnements auxquels on a recours habituellement. Il mérite donc d'être signalé à l'attention des Ingénieurs. Nous ferons remarquer toutefois que dans cette application on a considéré seulement le volume total des maçonneries sans tenir compte des parements au-dessous des arches : il n'en est pas résulté d'inconvénient dans l'espèce, eu égard aux limites dans lesquelles l'ouvrage se trouvait compris ; mais, ainsi que nous l'avons expliqué précédemment, il est souvent nécessaire de tenir compte de ces pare-

ments dans l'appréciation des dépenses, et il serait d'ailleurs facile d'introduire cet élément dans la fonction dont on doit chercher le minimum. » Croizette-Desnoyers.)

II. — Choix de la forme générale.

613. Cette question de la forme générale à adopter pour le pont en projet a déjà été examinée en partie, en ce qui concerne la nature de la courbe d'intrados, l'ouverture des arches au point de vue du débouché, la hauteur des arches pour ponts placés sur routes ou chemins de fer, etc... Nous l'étudierons ici spécialement au point du minimun de dépense à réaliser.

Ponts sous remblais.

614. Quand un pont passe sous un remblai, il est rare que ce dernier ait juste la hauteur du type adopté pour l'ouvrage, de sorte qu'il y a une différence

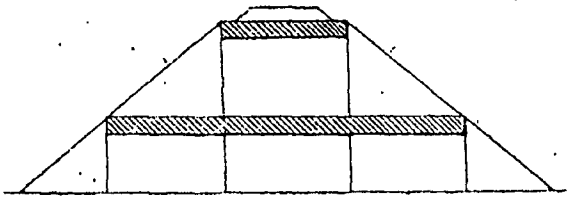


Fig. 721

plus ou moins grande entre la plateforme du remblai et le point le plus haut du pont. — La question suivante est alors à résoudre.

Montera-t-on le type sur ses pieds-droits, en les exhaussant, de manière à le porter à la hauteur de la plateforme?

Ou bien le conservera-t-on, tel qu'il est, en l'allongeant sous le remblais, de manière à le faire sortir à sa propre hauteur dans le talus ? (*fig.* 721).

On trouvera dans le *Cours de Chemins de fer* de M. Sévène à l'École des ponts et chaussées, la discussion et la solution de ce problème. Nous lui empruntons le passage suivant, ainsi que ceux relatifs aux ponts à culées perdues et aux viaducs.

« Le premier système est celui en usage pour les grands ponts; on ne voit pas de grands ponts chargés de remblais.

Le second est celui en usage pour les aqueducs; ils s'allongent toujours et ne se surélèvent pas.

Lequel des deux systèmes vaut le mieux ?

Ce qui revient à dire: lequel est le moins dispendieux? Car il n'y a pas ici d'autre considération en jeu que celle de la dépense.

La hauteur de notre type est de 5 mètres (*fig.* 722).

Si la hauteur des remblais est H, l'exhaussement du type dans le cas de surélévation des pieds-droits, sera de H moins 5 mètres.

L'épaisseur des pieds-droits dans la partie prolongée, sera supérieure à 2 mètres, mettons 2^m, 50.

Le cube ajouté pour l'exhaussement serait donc, pour une plateforme de 9 mètres de largeur :

$$2 \times 2,50 \times 9 \times (H - 5,00) = 45 (H - 5,00)$$

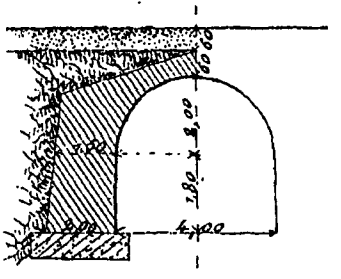


Fig. 722.

Dans le cas de simple prolongation du type, l'allongement sera de $3(H - 5)$ (talus à $^3/_2$). Et la section étant d'environ 13 mètres, mettons 14 à cause de la surépaisseur à donner sous le remblais, le cube ajouté sera de $42 (H - 5, 00)$.

Ainsi, pour le corps même de l'ouvrage il y a avantage du côté de l'allongement. Mais l'avantage est bien plus considérable encore pour la partie extérieure, c'est-à-dire pour les murs en aile ou en retour. Car dans le type allongé, ces murs ne diffèrent pas de ce qu'ils sont dans le type normal; tandis que dans le type exhaussé, ils prennent par leur hauteur une importance considérable. C'est là l'avantage

décisif, et il se continue pour des ouvertures plus grandes.

Si au lieu d'un pont de 4 mètres, nous en considérions un de 6 ou 7 mètres d'ouverture, nous trouverions un résultat inverse du précédent pour le corps de l'ouvrage, l'avantage du cube passerait du côté de l'exhaussement, mais il serait effacé et dépassé par la différence sur les murs en aile ou en retour.

Et d'une manière générale, on peut dire que dans les dimensions que nous considèrons, celles des ouvrages d'art courants, c'est-à-dire de 4 à 8 mètres d'ouverture, il y a toujours avantage à prolonger le type sous le remblai plutôt que de l'exhausser, à moins que l'exhaussement ne soit relativement peu important, 1/4 ou 1/5 par exemple, auquel cas il n'est pour ainsi dire qu'une sorte d'ajustement du type à la cote qui lui est donnée, ajustement qui renchérit peu l'ouvrage et lui donne un aspect mieux étudié, mieux modelé sur sa situation.

Ainsi, selon que l'on prolonge ou que l'on exhausse le type du pont que nous avons examiné jusqu'ici, on se trouve placé entre deux inconvénients : ou bien il faut faire subir à l'ouvrage un allongement d'autant plus onéreux que sa section est plus grande, ou bien il faut le flanquer de murs de soutènement, en aile ou en retour, qui chargent considérablement sa dépense et la rendent presque toujours supérieure à celle du type allongé. »

Ponts à culées perdues.

615. « Il y a un autre type, dit à *culées perdues*, dont on fait depuis quelques années un usage assez fréquent, et qui ne présente aucun de ces deux inconvénients ; il n'a, quelle que soit sa hauteur, que la largeur de la plateforme du chemin de fer, et les murs en aile et en retour y sont supprimés. Mais il porte avec lui une autre cause d'augmentation de dépense.

Ce type (*fig.* 723) consiste à laisser le remblai s'avancer des deux côtés jusqu'au bord du ruisseau à franchir, et à jeter d'un talus à l'autre une arche supportant directement le ballast et la voie.

Ici, pas de nécessité d'allongement, pas de murs de soutènement, ni en aile ni en retour ; la culée est noyée dans le talus ; les terres du quart de cône s'étalant librement autour de l'ouvrage, n'ont pas besoin d'être soutenues. Mais en revanche une ouverture beaucoup plus grande que celle dont on a besoin, et cette ouverture se paye.

Dans quelles circonstances et dans quelle mesure ce type est-il avantageux ?

Une chose frappe à l'inspection du type à culées perdues, c'est que sa dépense doit varier assez faiblement avec la largeur à franchir, car cette largeur, c'est-à-dire l'ouverture utile, est une assez faible fraction de l'ouverture totale, qui mesure réellement la dépense de l'ouvrage.

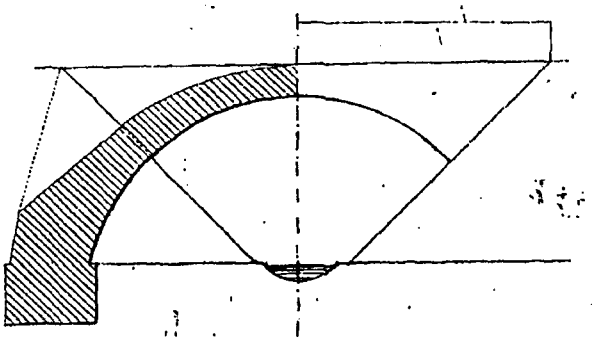


Fig 723.

Cette ouverture totale dépend surtout de la hauteur.

Dans le type ordinaire, au contraire, la dépense varie considérablement avec l'ouverture utile, elle est à peu près proportionnelle à son carré.

De là, il est facile de prévoir que si le nouveau type est avantageux, ce doit être surtout pour des largeurs de débouché un peu fortes, et c'est ce qui a lieu en effet. Quand l'ouverture utile est inférieure à 8 mètres, le système à culées perdues est plus dispendieux que le type ordinaire ; mais pour des largeurs de débouché de 9, 10, 12 mètres, il donne d'excellents résultats, et il présente en outre, plusieurs avantages qui le font souvent adopter, même pour des largeurs inférieures à celles que nous venons d'indiquer.

1° Il diminue beaucoup la surface de

fondation, puisqu'elle se réduit à deux culées de la largeur de la plateforme. Si la fondation est profonde, c'est là un avantage très important, et qui, à lui seul, peut devenir, en certains cas, un motif déterminant de préférence;

2° Occupant une longueur beaucoup moindre que le type prolongé, il rend la déviation du ruisseau moins importante et facilite la traversée normale puisqu'il suffit de la réaliser sur 10 mètres de longueur;

3° Il réserve mieux l'avenir, et particulièrement, il offre un moyen très facile, soit d'augmenter le débouché du ruisseau, soit de créer une communication nouvelle à travers le chemin de fer. Il suffit pour cela de soutenir une partie du remblai, soit d'un côté seulement, soit des deux côtés, en déplaçant le cours d'eau.

Ces avantages ont une valeur sérieuse et il n'est pas rare, à cause de cela, de voir appliquer le type à culées perdues à des ouvertures de moins de 8 mètres.

Son avantage est plus marqué sur les chemins à voie unique que sur ceux à double voie; et cela s'explique facilement, puisque l'ouvrage tout entier profite de la réduction de largeur, tandis qu'avec le type ordinaire, allongé ou exhaussé, la portion correspondant au talus reste toujours la même, que le chemin soit à une voie ou à deux.

Nous avons dit que le type à culées perdues convenait particulièrement bien pour les débouchés de 8 à 12 mètres. Encore faut-il cependant que cette largeur combinée avec la hauteur du chemin de fer ne produise pas une ouverture totale de plus de 25 à 30 mètres. Au dessus, il faudrait diviser l'ouverture. Mais on sort alors de la catégorie des ouvrages ordinaires pour entrer dans celle des viaducs. »

Passages supérieurs

616. « Le type à culées perdues trouve ici son application dans des conditions particulièrement avantageuses. Aussi, est-ce dans les ponts par dessus que ce type a pris naissance et a reçu ses premières applications; il était depuis longtemps d'un usage courant pour les passages supérieurs quand on a commencé à s'en servir pour les ponts en dessous.

En général, en effet, ou du moins très souvent, la partie inférieure d'un déblai offre une résistance suffisante pour qu'on puisse y établir des fondations; de sorte qu'en jetant une arche d'un talus à l'autre de la tranchée, on n'est pas obligé de la prolonger, comme dans le cas d'un remblai jusqu'au bas du talus et de la fonder encore au-dessous. La fondation peut presque toujours se faire à l'endroit même où l'arche se noie dans le talus, et l'ouvrage se réduit presque à sa partie apparente. Ce système a en outre un avantage fort à considérer sur un chemin de fer, c'est de laisser à la tranchée son profil normal et de dégager parfaitement

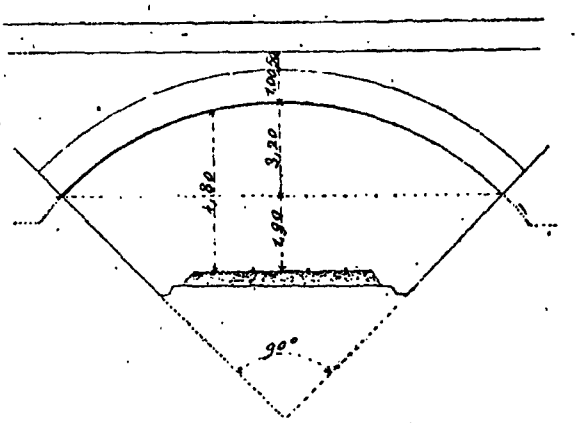


Fig. 724.

la vue de la voie, condition importante en cas de signaux.

Il s'adapte très commodément aux cotes de largeur et de hauteur qui forment les données d'une traversée en dessus (*fig.* 724). On prend ordinairement pour centre de l'intrados le point de rencontre des deux lignes de talus supposées réglées à 45°, en sorte que l'arche embrasse un angle de 90 degrés et retombe normalement sur les deux talus, ce qui est d'un très bon aspect. »

Choix à faire entre un passage à niveau et un passage supérieur ou un passage inférieur.

617. Quand une route et un chemin

de fer se croisent, la traversée peut se faire à niveau, en dessus ou en dessous. Quelles sont les règles à suivre, les principes d'après lesquels on doit se guider pour déterminer dans chaque cas le mode de traversée ?

Résumons d'abord les diverses installations qui composent l'établissement d'un passage à niveau :

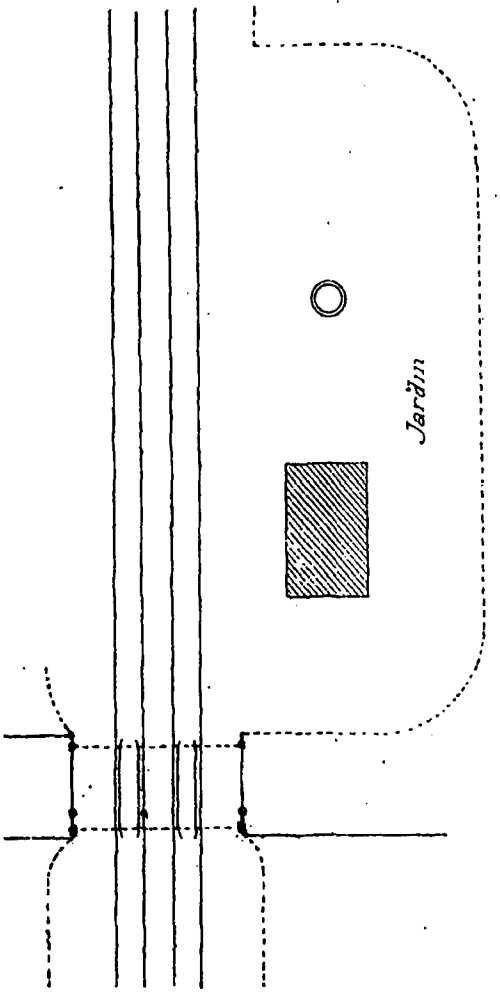


Fig. 725.

Une chaussée pavée établie au niveau du rail sur la traversée de la plateforme ;

Un contre-rail accolé à chaque rail pour maintenir le long de ce rail l'espace nécessaire au passage des rebords des roues de machines et de wagons ;

Deux barrières, roulantes ou tournantes, une de chaque côté du chemin de fer, chacune d'elles étant flanquée d'un portillon pour le passage des piétons ;

Une maison de garde avec jardin et puits.

Le tout présentant à peu près la disposition d'ensemble indiquée ci-contre (*fig.* 725) ; au point de vue de la dépense, l'établissement d'un passage à niveau présente une partie fixe, indépendante de l'importance du passage, c'est la maison avec ses dépendances.

Les barrières, le pavage, et les contre-rails varient avec l'importance, c'est-à-dire avec la largeur de la traversée.

La dépense peut se résumer ainsi qu'il suit :

	Pour un chemin vicinal (4m)	Pour une route importante (8m)
Maison, 40 m. à 100 fr.	4 000 fr.	4 000 fr.
Puits.	500 —	500 —
Jardin (terrain et aménagements. . . .	500 —	500 —
2 barrières.	600 —	1 200 —
Pavage.	350 —	600 —
Contre-rails (pour une voie), traverses spéciales, pose. . . .	300 —	500 —
	6 250 fr.	7 300 fr.
à valoir	250 —	300 —
Total	6 500 fr.	7 600 fr.

Revenons maintenant au choix à faire.

Si le tracé d'un chemin de fer ne traversait les routes qu'il rencontre qu'à leur niveau, ou avec des différences de hauteur suffisantes pour l'établissement d'un pont, soit en dessus, soit en dessous, la règle à suivre serait bien simple ; il n'y aurait, sauf de très rares exceptions, qu'à prendre la traversée comme elle se présente, comme elle est déterminée par les niveaux respectifs des deux voies à croiser.

Mais les choses ne se présentent pas avec cette simplicité.

Entre un pont en dessus et un pont en dessous, aucune hésitation possible, c'est bien évident.

Mais entre un passage en dessus et un passage à niveau, entre un passage à niveau et un pont en dessous, le choix ne s'indique pas de lui-même avec autant de clarté.

Il faut 6 mètres environ de dénivellation pour un passage en dessus. Supposons que le tracé du chemin rencontre la route à 3 mètres au-dessous de son niveau ; faudra-t-il exhausser cette route de 3 mètres pour la faire passer par dessus le chemin de fer, ou l'abaisser de 3 mètres pour traverser la voie à niveau?

Et de même, si la route se présente en contre-bas, l'exhaussera-t-on pour passer à niveau, ou l'abaissera-t-on pour passer en dessous ?

La question est délicate et exige une comparaison attentive des deux modes de traversée en présence.

Supposons que les raccordements à faire dans les deux cas à comparer, c'est-à-dire les modifications à faire subir à la route, soit pour la mettre au niveau d'un pont, soit pour la mettre au niveau du chemin de fer, soient équivalentes, et nous entendons par équivalentes, que ces deux raccordements donnent lieu à des dépenses égales et procurent des résultats égaux pour la déviation de la route, au point de vue des pentes et des courbes ; on peut alors laisser ces éléments extérieurs de côté, et considérer isolément les deux traversées.

Nous avons vu que la dépense d'établissement d'un passage à niveau peut être évaluée à 7000 francs environ. Mais il faut en outre les frais de gardiennage et de manœuvre.

Pour les passages peu importants, la garde et la manœuvre sont confiées pendant le jour à la femme d'un agent qu'on loge dans la maisonnette, ordinairement un garde-ligne ou un poseur, et on attribue à cette femme un très léger salaire 100 ou 150 francs par an ; pendant la nuit, la circulation sur le passage est très faible et on le tient fermé en plaçant près des barrières, une sonnette à l'appel de laquelle l'agent logé se lève pour ouvrir aux passants. Sur les passages de petite fréquentation que nous considérons en ce moment, les chemins ruraux ou chemins vicinaux de petite importance, le nombre de passages de nuit nécessitant l'ouverture des barrières, est toujours très restreint, et cet assujettissement, désagréable et fatiguant pour l'agent logé, est cependant acceptable.

Les frais de garde et de manœuvre se réduisent donc à peu près au salaire de l'aide-garde, c'est-à-dire de la femme de l'agent logé, soit 100 à 150 francs par an ; nous disons à peu près, car la fatigue que l'on impose à cet agent pendant la nuit, se traduit toujours par une certaine diminution de son travail de jour ; mais d'un autre côté il faudrait à la rigueur tenir compte du petit loyer qu'on lui fait payer pour son logement et que nous pouvons considérer comme compensant à peu près cette cause de dépense.

Soit donc pour les frais de manœuvre et de garde, une somme annuelle de 100 à 150 francs par an représentant en capital . . . . . 2 500 fr.

Ajoutons pour l'entretien des barrières et pavage et pour l'éclairage, 50 fr. par an, soit 1 000 fr.

Nous avons une somme totale de . . . . . 3 500 fr.

qui, ajoutée aux 6500 francs représentant les frais d'établissement, donnera une dépense totale de . . . . . 10 000 fr.

C'est cette dépense totale qu'il faut comparer à celle d'un pont

Pour un chemin de 4 mètres la dépense d un pont par dessus est d'environ . . . 10 000 fr.

Celle d'un pont par dessous de. . . . . 12 000 fr.

Les dépenses d'un pont et d'un passage à niveau, toujours dans le cas que nous considérons, celui d'un petit chemin, sont donc à très peu près équivalentes.

Sous le rapport de l'usage, un passage à niveau a une infériorité incontestable sur un pont. Pour le chemin de fer c'est une sujétion, un point délicat, surtout pour les trains non annoncés ; ce peut être une occasion d'accident, si par une cause ou l'autre, une voiture reste engagée sur la voie à l'arrivée d'un train. Pour la route c'est un point d'arrêt obligé dans la circulation, car, pour passer, il faut se faire ouvrir les barrières ; cet arrêt peut se prolonger assez longtemps si la voiture

se présente au moment où un train est attendu.

Il ne faut pas s'exagérer la portée de ces inconvénients. L'expérience a montré qu'ils sont moindres qu'on ne le craignait à l'origine des chemins de fer ; mais ils existent, et dans le cas où, comme nous l'avons supposé, les conditions de raccordement sont à peu près équivalentes, comme dépense et comme résultat, on ne doit pas hésiter à donner la préférence aux traversées en dessous ou en dessus sur celles à niveau.

Si au lieu d'un chemin vicinal ou rural, nous prenions pour point de comparaison une route de grande fréquentation, une route nationale ou départementale par exemple, l'infériorité de la traversée à niveau serait encore bien plus accentuée.

Les frais de garde et de manœuvre augmentent en effet dans une proportion considérable, dès que le passage subit une fréquentation un peu active, qui n'est plus compatible avec l'organisation économique que nous avons indiquée.

Pour peu que la circulation de nuit prenne d'importance, il n'est plus possible d'imposer à un agent qui a un service de jour, soit comme garde, soit comme poseur, l'obligation de se lever à chaque passage de voiture. Il faut donc affecter, pendant la nuit, au service des barrières un agent spécial.

Pendant le jour, si la circulation est considérable, la femme qui est chargée de la manœuvre des barrières ne pourrait suffire à elle seule à cette besogne et aux soins de son ménage; il faut que son mari consacre une partie de son temps à la garde et au service du passage. Tout cela renchérit singulièrement les frais annuels.

Pour un passage de route nationale il faut compter :

Le salaire de la femme. . .	150 fr.
Un veilleur de nuit.	900 —
La moitié du temps de garde	500 —
Éclairage et entretien. . . .	100 —
	1 750 fr.

Soit en capital, 35 000 francs, qui ajoutés aux 7 600 fr. de frais d'établissement, donnent une dépense totale de 42 600 fr.

bien supérieure à celle d'un passage inférieur ou supérieur.

Nous avons vu en effet qu'un pont de 8 mètres de largeur entre parapets s'il est en dessus, et entre culées s'il est en dessous, peut être estimé à :

En dessus.	18 000 fr.
En dessous.	25 000 fr.

Et les inconvénients propres à un passage à niveau sont naturellement beaucoup plus marqués et pour le chemin de fer et pour la route, quand il s'agit d'une traversée importante, comme celle d'une grande route, que pour le croisement d'un petit chemin.

Ainsi nous pouvons conclure d'une manière générale que, dans des conditions équivalentes de raccordement, la préférence doit toujours être accordée aux passages en dessus ou en dessous sur les passages à niveau, et que l'avantage de cette préférence est d'autant plus grand que la route traversée est plus importante. Il est faible pour les chemins secondaires, mais considérable pour les routes de grande fréquentation.

Cette conclusion en amène une autre : c'est qu'on ne doit recourir aux passages à niveau, surtout pour les grandes routes, que si la situation respective du chemin de fer et de la route commande pour ainsi dire ce genre de traversée, c'est-à-dire si on ne peut se procurer la différence de niveau nécessaire à l'établissement d'un pont que par des travaux importants, ou par des modifications fâcheuses dans le tracé et les conditions de pente de la route à traverser.

Le cas du reste n'est pas rare et on le comprend aisément. Partout où le chemin de fer est en plaine, on le tient autant que possible à fleur du sol. Tous les chemins qu'on croise se trouvent eux-mêmes à très peu près au niveau du sol et par conséquent du chemin de fer; les traversées en dessous sont à peu près impossibles, car il faudrait placer la route dans un trou sans écoulement ; et pour se procurer la hauteur nécessaire à une traversée en dessus, il faudrait établir des rampes très dispendieuses d'exécution, et affecter le tracé de la route d'une pente et d'une

contre-pente désagréables et même nuisibles à la circulation.

Il ne faut pas perdre de vue non plus qu'il y a une certaine mesure à garder au point de vue de l'exploitation, dans la répartition des divers modes de traversée. La multiplicité des passages à niveau est un inconvénient grave. Mais d'un autre côté l'existense d'un certain nombre de passages de cette espèce est utile en ce sens qu'elle a pour conséquence de loger sur la ligne un certain nombre d'agents, condition favorable et même nécessaire à une bonne surveillance.

L'important est d'apporter dans ces questions un esprit de mesure et surtout de ne pas agir de parti pris, de se tenir en garde contre les idées exclusives, qui conduisent presque toujours à des exagérations dans un sens ou dans l'autre, à des solutions outrées, contraires à la nature des choses et par suite au bon sens. »

« Aux abords des villes, c'est-à-dire des gares, la question du choix à faire entre la traversée à niveau ou par pont, se présente souvent dans des conditions difficiles.

Là les inconvénients de la traversée à niveau sont bien plus graves qu'en pleine voie ; d'abord à cause de l'activité de mouvement des piétons et voitures, et ensuite parce qu'à la circulation des trains sur le passage vient s'ajouter celle des manœuvres de gare; mais d'un autre côté, les considérations qui motivent ce genre de traversée peuvent être là beaucoup plus impérieuses qu'ailleurs, et c'est ce qui fait que l'on voit souvent, aux abords des gares, des passages à niveau.

En arrivant près d'une ville, un chemin de fer traverse les routes qui en rayonnent, et c'est ordinairement près d'une de ces routes que l'on établit la gare, la route lui servant d'accès.

La traversée de route se trouve ainsi près de l'extrémité de la gare et en forme pour ainsi dire la limite.

La gare étant en palier, la voie, au point de la traversée à effectuer, se trouve au niveau de la gare, on à très peu près.

Le niveau de la gare est nécessairement le niveau moyen du terrain qu'elle occupe. On ne pourrait l'élever ni l'abaisser sans d'énormes terrassements.

Si ce niveau moyen comporte à l'extrémité un déblai ou un remblai un peu important, pas d'hésitation. La traversée en dessous ou en dessus s'en suit sans le moindre doute.

Mais si on se trouve à peu près de niveau avec le terrain naturel au point de traversée, on ne peut se créer la dénivellation nécessaire à un passage inférieur ou supérieur qu'en abaissant ou élevant fortement la route, au préjudice de son profil.

D'un côté comme de l'autre, on est donc placé entre des inconvénients très sérieux et l'on se trouve souvent conduit à accepter ceux d'un passage à niveau, si gênant qu'il soit dans une pareille situation, pour éviter ceux plus graves encore d'une modification de profil qui équivaudrait dans certains cas, au bouleversement de tout un quartier. »

Évaluation de la dépense concernant les viaducs.

618. Nous avons, pour terminer ce paragraphe, à déterminer la hauteur à partir de laquelle il y a lieu de recourir à l'emploi des viaducs Mais pour faire cette détermination il est nécessaire de fixer les bases d'évaluation de la dépense de ce genre d'ouvrage. — Nous citerons encore l'excellente étude contenue dans le cours de M. Sévènne à l'École des ponts et chaussées.

« Quand un chemin de fer traverse une vallée profonde, à une grande hauteur, l'Ingénieur a à étudier le meilleur moyen de franchir le vide compris entre le plan des rails et le sol.

Le vide à franchir, voilà l'effet utile à obtenir, qu'on l'obtienne au moyen d'un remblai ou d'un viaduc, ou de tout autre système, si on avait d'autres systèmes à sa disposition.

Pour une largeur de chemin de fer donnée, le vide est mesuré par sa surface de profil ou, ce qui revient au même, d'élévation. La surface vide d'élévation est donc la mesure de l'effet utile des travaux à faire. Mais il ne résulte pas de là que cette surface, qui mesure l'effet

utile des travaux, puisse également mesurer leur dépense. L'un n'emporte pas l'autre. Pour le remblai, notamment, cette mesure serait d'une fausseté frappante, car pour que la dépense, c'est-à-dire le cube du remblai, fut proportionnel à sa surface d'élévation, il faudrait que sa largeur moyenne fût constante, et elle s'accroît considérablement avec la hauteur. La dépense d'un remblai serait plutôt proportionnelle au cube qu'au carré des dimensions homologues de deux vides semblables.

Dans les viaducs, la surface d'élévation et la dépense ne sont pas non plus proportionnelles ; mais elles sont beaucoup moins éloignées de la proportionnalité, et en appliquant d'une manière judicieuse ce moyen de comparaison, le rapport de la dépense à la surface d'élévation, il conduit

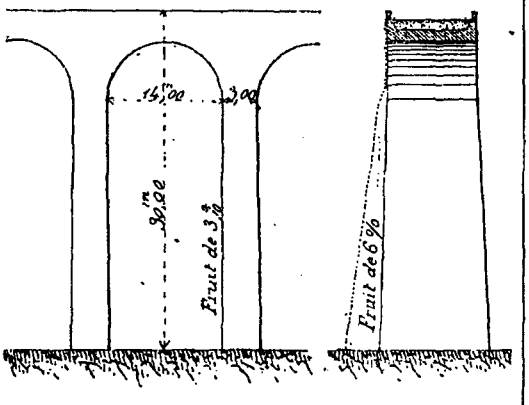


Fig. 726.

à des résultats intéressants et utiles, surtout pour les évaluations d'un avant-projet.

Considérons, par exemple, un viaduc de 30 mètres de hauteur, supposons-le partagé en arches de 14 mètres, c'est-à-dire d'une ouverture à peu près égale à la moitié de la hauteur sous clef. Cette proportion de 1 à 2 entre la largeur et la hauteur du vide donne un aspect très satisfaisant, et l'expérience résultant de la comparaison d'un grand nombre de viaducs prouve qu'elle est en même temps une des plus favorables au point de vue de la dépense.

Supposons aux piles une épaisseur de 3 mètres à la naissance (*fig.* 726), soit de $^1/_{10}$ de la hauteur de l'ouvrage ; c'est encore une proportion que la pratique a fait reconnaître convenable et qui concorde bien avec les dimensions en usage, en supposant l'ouverture réglée par rapport à la hauteur, comme nous venons de l'indiquer.

Admettons enfin que les piles aient un fruit de 3 $^0/_0$ dans le sens de l'élévation et un fruit de 6 $^0/_0$ dans le sens transversal.

Toutes les dimensions essentielles, et par suite tous les éléments de la dépense de notre ouvrage, se trouvent ainsi fixés.

Dans un viaduc ainsi constitué, le rapport du vide au plein est à peu près de 2.

Le cube moyen de maçonnerie, par mètre superficiel d'élévation, de 3 mètres cubes.

La surface des parements vus, également par mètre superficiel d'élévation, de 2 mètres carrés.

Et la pression maxima, mesurée à la base du fût, où cette pression a toujours son maximum, de 7 à 8 k. suivant la densité des matériaux employés.

Supposons maintenant que la hauteur du viaduc augmente, et que toutes les dimensions que nous venons d'indiquer augmentent proportionnellement, ce qui n'est pas très rationnel, comme nous le verrons tout à l'heure, mais ce qui est très conforme à la pratique, et ce qui résulte du reste de la manière même dont nous avons déterminé ces dimensions ; l'élévation reste la même ; il n'y a que son échelle qui change ; le rapport du vide au plein reste invariable ; la surface vue de tête s'augmente dans la proportion exacte de la surface d'élévation ; et le cube de l'ouvrage suivrait exactement la même loi d'accroissement, si la largeur moyenne restait la même. Cela n'est pas. Par suite du fruit transversal des piles, la largeur moyenne augmente, dans une faible proportion, il est vrai, le fruit lui-même étant faible. Mais pour peu que l'augmentation de hauteur soit un peu forte, une autre cause vient s'ajouter au fruit pour accroître la largeur moyenne.

En augmentant à l'échelle les diverses parties d'élévation, on sort des conditions

rationnelles de la statique, et on accroît infailliblement la pression maxima des maçonneries. Le cube, et par conséquent le poids des maçonneries s'accroît, abstraction faite du fruit transversal, proportionnellement au carré de la hauteur, et la base qui le supporte ne s'augmente que proportionnellement à cette dimension. La pression par unité de surface augmente donc et dans une proportion notable. Pour corriger, en partie du moins, ce défaut, on ajoute aux piles des contreforts d'un fruit prononcé, qui donnent par conséquent, pour un faible supplément de poids, un assez fort supplément de base; et l'on diminue ainsi la pression.

Mais ces contreforts constituent une addition de maçonnerie qui augmente évidemment le cube moyen de l'ouvrage rapporté au mètre superficiel; et ce supplément est notablement plus fort que celui qui résulte du fruit des piles.

Le cube moyen augmente donc avec la hauteur.

Il est vrai que le cube n'est pas le seul élément de dépense à considérer; c'est le plus important de beaucoup; mais la surface de parement a aussi sa part, non-seulement à cause de la taille spéciale qu'elle exige pour les matériaux, mais aussi à cause de leur choix et de la plus-value qui leur est nécessairement attribuée.

A l'inverse du cube, cette surface de parement croît moins vite que la surface d'élévation, car les surfaces de tête suivent exactement la loi d'accroissement de l'élévation dont elles font partie, et les surfaces en retour, celles de l'intrados, croissent moins vite ; au lieu de s'augmenter dans la mesure du carré de la hauteur, elles ne croissent guère que proportionnellement à cette dimension, leur largeur restant à peu près constante.

D'une part donc, augmentation de cube par mètre superficiel à mesure que la hauteur s'accroît, de l'autre, diminution de parement.

En somme, augmentation de dépenses, le premier élément étant plus influent que le deuxième, mais augmentation relativement faible.

Telles sont les conséquences de ce premier rapprochement où nous n'avons pas fait intervenir la variation des prix.

Et si l'on pouvait admettre l'invariabilité des prix dans la catégorie de viaducs que nous considérons, ceux dont la forme sauf l'échelle reste à peu près la même, la surface d'élévation serait une mesure à très peu près exacte de la dépense, dans des circonstances locales données.

Mais, et c'est ici que va se trouver la différence sensible, la constance des prix unitaires est une hypothèse qui ne peut pas se réaliser. Si la hauteur d'un viaduc augmente et si par suite, ses arches s'élargissent, les prix de la maçonnerie augmentent nécessairement par la double raison que le montage des matériaux étant plus élevé devient plus coûteux, et que les arches devenant plus grandes exigent des matériaux plus chers.

Il y a là une double cause d'augmentation à laquelle on ne peut pas échapper.

De plus l'invariabilité de forme qui a servi de base à cette comparaison, n'est réalisable que dans certaines limites.

Des piles d'une seule venue, comme celles que nous avons figurées, seraient exposées à flamber au-delà d'une certaine hauteur; il faut ou les contrebuter par des arceaux intermédiaires, ou diviser le vide en deux étages, et alors, ce n'est plus seulement le prix, c'est le cube qui s'accroît dans des proportions considérables.

Tant qu'on se maintient dans la forme normale que nous avons prise pour base de comparaison, la dépense au mètre superficiel ne subit guère, par suite de l'accroissement de hauteur, que l'augmentation qui résulte de la surélévation des prix.

Quand de cette forme on passe à celle à deux étages où à arceaux de contreventement, c'est le cube qui s'accroît et dans de très fortes proportions. Il est facile de le comprendre.

Supposez deux viaducs l'un à la suite de l'autre. Portez le second sur le premier. La surface d'élévation ne change pas, et il faut que le premier soit renforcé de manière à porter le second. La dépense totale s'augmente donc, et, par suite le prix du mètre superficiel d'élévation.

On pourrait être tenté de croire que cette augmentation du cube de l'ouvrage est, jusqu'à un certain point compensée, au moins dans quelques cas, par l'économie des fondations, le nombre des piles à fonder se trouvant diminué de moitié. Ce serait une erreur. La dépense de fondation ne diminue pas, elle augmente. Ce qui fait la dépense des fondations, ce n'est pas le nombre des piles, c'est leur surface. La dépense, pour une profondeur donnée est à très peu près proportionnelle à la surface de fondations ; cette surface est mesurée elle-même par le poids que la fondation doit supporter ; or ce poids est proportionnel au cube de l'ouvrage, et nous avons vu que la surperposition l'augmente.

La conclusion de ces rapprochements c'est que, dans des conditions locales données, la dépense d'un viaduc au mètre superficiel d'élévation, augmente avec sa hauteur, principalement à cause de l'élévation des prix, tant qu'on ne sort pas de la forme ordinaire ; et que si la hauteur est telle que l'on doive passer à la forme à deux étages, l'accroissement de dépense prend immédiatement, par l'augmentation du cube, des proportions beaucoup plus sensibles.

Ces conclusions auraient peu de valeur si elles n'étaient appuyées que des déductions qui précèdent.

Pour les vérifier et préciser la mesure de la variation qu'elles indiquent, il faut des exemples pris dans les faits réels ; et il faut que ces exemples soient comparables, c'est-à-dire qu'ils soient choisis dans des ouvrages faits à la même époque, dans la même région, suivant les mêmes principes.

Nous trouvons toutes ces conditions réunies dans les viaducs de la ligne de Bretagne, construits dans le département du Finistère. Il y a là trois viaducs de hauteurs très différentes, construits à de faibles distances les uns des autres (il y en a deux qui ne sont éloignés que de trois kilomètres) et projetés et exécutés par les mêmes ingénieurs.

Ces viaducs sont :

Celui de *Châteaulin ;*

Celui de l'*Aulne*, le plus beau, à notre avis, de tous les viaducs ;

Et celui de *Daoulas*.

Tous trois ont été projetés et exécutés par M. Arnoux, agissant sous les ordres de M. l'Ingénieur en chef Desnoyers, et sous la direction supérieure de M. Morandière.

Le viaduc de *Châteaulin* (*fig.* 727, échelle de 0,0005 p. m.) a 24^{m},20 d'élévation ; des arches de 12 mètres d'ouverture, 2^{m},50 d'épaisseur aux naissances ; tout cela rentre bien, à quelques centimètres près, dans les conditions relatives de dimensions du type sur lequel nous avons établi notre comparaison et notre analyse.

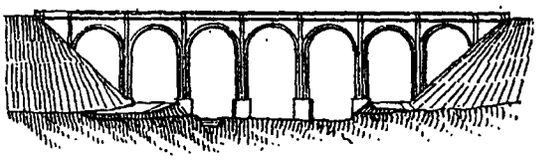


Fig. 727. — Viaduc de Châteaulin.

Le prix moyen du mètre cube de maçonnerie s'est élevé à . . . . . 32 fr.

Et la dépense par mètre superficiel d'élévation à. . . . . 112 fr.

Le viaduc de *Daoulas* (*fig.* 728, échelle de 0,0005 p. m.) a 37^{m},50 de hauteur. Ses arches sont de 18 mètres, l'épaisseur des piles aux naissances de 3^{m},80.

Le prix moyen du mètre cube de maçonnerie a été de. . . . . 40 fr.

Et la dépense au mètre superficiel de. . . . . 140 fr.

Le viaduc de l'*Aulne*, enfin (*fig.* 729, échelle de 0,0005 p. m.), a une hauteur de 49^{m},30. Arches de 22 mètres. Épaisseur aux naissances, 4^{m},80.

Le prix des maçonneries a été de 44 fr.

Et la dépense au mètre superficiel de . . . . . 154 fr.

Les trois viaducs rentrent bien, par leurs formes et dimensions dans notre type de comparaison ; tellement qu'à de très légères différences près, ce type représente à diverses échelles le dessin de chacun d'eux ; et on voit que, dans ces trois ouvrages construits suivant les mêmes principes, mais dans des conditions de hauteur très diverses, le prix du

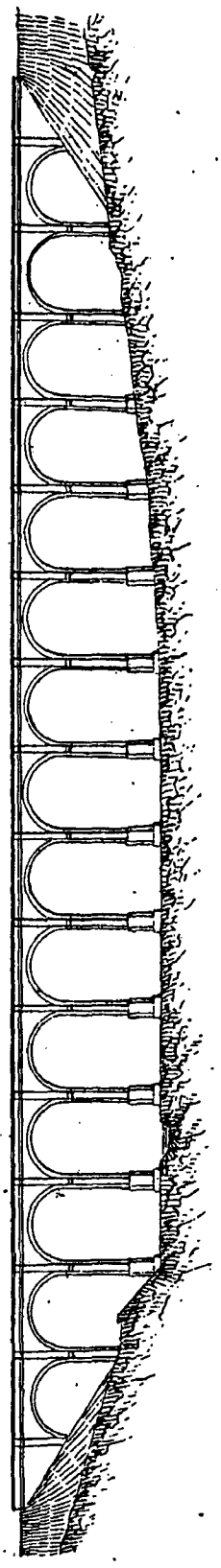


Fig. 728. — Viaduc de Daoulas.

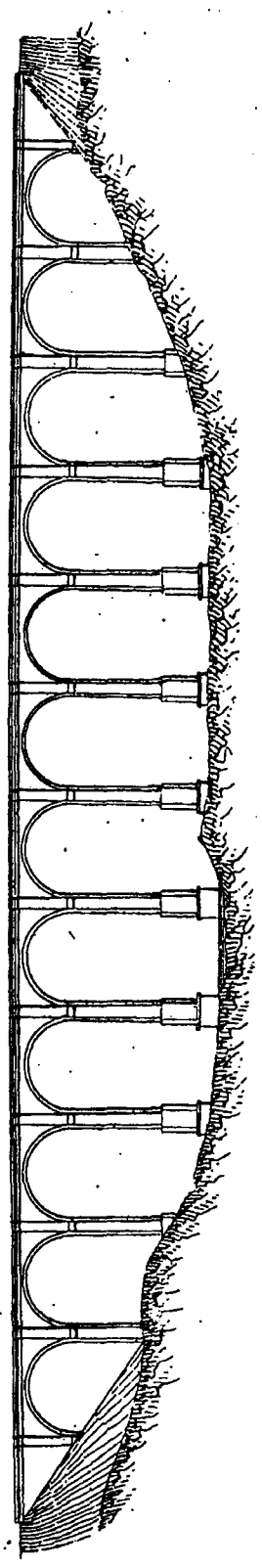


Fig. 729. — Viaduc de l'Aulne.

mètre cube monte avec la hauteur d'élévation, et que la dépense du mètre superficiel augmente à peu près dans la même proportion, ce qui prouve que le cube moyen varie peu.

On pourrait objecter, et avec raison, que les fondations sont comprises dans ces résultats et qu'elles présentent des différences qui peuvent en altérer la portée.

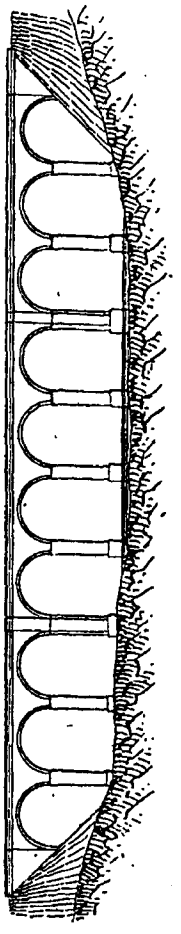


Fig. 730. — Viaduc d'Auray.

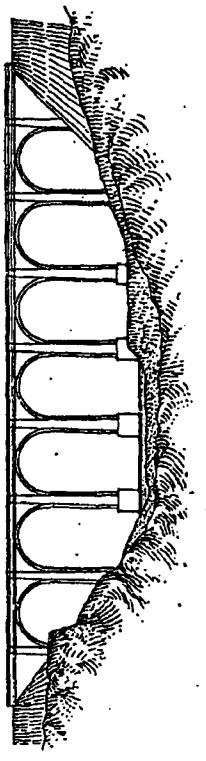


Fig. 731. — Viaduc de Quimperlé.

Les renseignements produits par M. Desnoyers dans ses comptes rendus, permettent de dégager cette partie de la dépense, le prix du mètre superficiel d'élévation de chaque viaduc devient alors :

Châteaulin . . . . . 104 fr.
Daoulas. . . . . 120 fr.
L'Aulne. . . . . 128 fr.

Les chiffres sont diminués. L'échelonnement des prix se maintient.

Ce résultat, ou plutôt la loi de ces résultats, qui puise une autorité particulière dans les conditions exceptionnellement comparables des trois viaducs, pris pour base de rapprochement, cette loi se confirme encore par l'exemple des autres viaducs de la même ligne, situés dans des conditions peu différentes.

Prenons les viaducs d'*Auray* (*fig.* 730, échelle de 0,0005 p. m.) et de *Quimperlé* (*fig.* 731, échelle de 0,0005 p. m.); ils vont venir se ranger sur l'échelle dans l'ordre de leur hauteur.

En retranchant la partie de la dépense relative aux fondations:

Auray qui a 29 mètres de hauteur a coûté. . . . . 104 fr.
Quimperlé, 31m,35, a coûté . . . 112 —

Chacun d'eux vient se placer entre Châteaulin et Daoulas à la place que sa hauteur lui assigne.

Nous pouvons donc poser en principe, bien que cette conclusion soit contestée par quelques ingénieurs, que la dépense d'un viaduc mesurée au mètre superficiel d'élévation croît avec sa hauteur.

Et en examinant les résultats produits ci-dessus, nous voyons qu'elle augmente à peu près de $^1/_{100}$ par mètre de hauteur, soit de 25 °/₀ pour une surélévation de 25 mètres; celle qui a lieu du viaduc de Châteaulin à celui de l'Aulne.

Tout ceci en supposant que la forme type du viaduc, la forme la plus simple à un étage, soit conservée.

Si l'on passe à la forme à deux étages, l'augmentation, comme nous l'avons annoncé, devient beaucoup plus forte.

Au viaduc de *Morlaix* (*fig.* 732 et 733, échelle de 0,001 p. m.) que l'on construisait en même temps que ceux dont nous venons de parler et à peu de distance, mais qui a 56m,60 de hauteur, et a dû être divisé en deux étages, la dépense par mètre superficiel a été de 184 francs; résultat que l'on considère justement comme très satisfaisant, et comme nous le faisions prévoir, l'augmentation vient toute entière du cube de maçonnerie; ce cube a été, non compris les fondations, de 5m,74 par mètre superficiel au lieu de 3m,28 au viaduc de l'Aulne qui n'est que de 7 mètres moins élevé. Le prix du cube n'a pas monté, il est même un peu moindre qu'à l'Aulne, ce qui s'explique parfaitement, la grosse masse de maçonnerie se trouvant dans l'étage inférieur, et comprenant en outre, par sa lourdeur même, une proportion plus grande de maçonnerie de blocage.

Le viaduc de *Chaumont* (*fig.* 734 et 735, échelle de 0,001 p, m.), l'un des plus légers qui existent, mais construit par petites arches et avec double étage d'arceaux de contreventement, a coûté 245 francs par mètre superficiel d'élévation.

619. Les renseignements qui précèdent, et qui avaient pour but principal de faire apprécier l'influence de la hauteur sur la dépense des viaducs, donnent en même temps une idée du prix de ces ouvrages.

On voit que le prix moyen de ceux que nous avons examinés, celui qui correspond à une hauteur de 30 mètres environ, est à peu près de 110 francs par mètre superficiel, non compris les fondations. Tous ces ouvrages sont en granit.

Les fondations ne sont guère susceptibles d'une évaluation moyenne.

Sur la ligne de Bretagne, elles ont varié de 8 francs au mètre superficiel (viaduc de Châteaulin), à 81 francs pour le viaduc d'*Hennebont* (*fig.* 736, échelle de 0,0005 p. m.), qui présentait des difficultés de fondation tout à fait exceptionnelles, difficultés qui auraient découragé plus d'un ingénieur et qui ont été heureusement surmontées par l'énergie et l'habileté de M. Dubreil.

En moyenne, la dépense de fondations des six viaducs a été de 30 francs par mètre superficiel. Mais c'est là une moyenne très forte et qui tient à ce que tous ces viaducs, sauf celui de Châteaulin, se trouvent placés dans des anses maritimes et ont dû être établis sur des terrains vaseux.

Dans des circonstances ordinaires, on doit compter sur une dépense de 5 à 20 francs de fondations par mètre superficiel d'élévation.

Et par conséquent on peut estimer la dépense d'un viaduc de 30 mètres de hauteur, en granit, à 120 ou 130 francs par

Fig. 734 et 735. — Viaduc de Chaumont.

Fig. 732 et 733. — Viaduc de Norlaix.

mètre superficiel. Soit 125 francs et pour une hauteur plus ou moins grande :

$$125 + 1{,}25\ (H - 30)$$

le deuxième terme pouvant être négatif.

Si l'on se trouve dans un pays de matériaux plus tendres que le granit, de pierres calcaires, par exemple, la dépense s'abaisse sensiblement ; elle se réduit à 100 ou 110 francs par mètre superficiel pour une hauteur de 30 mètres. Soit pour une hauteur H :

$$105 + 1{,}05\ (H - 30).$$

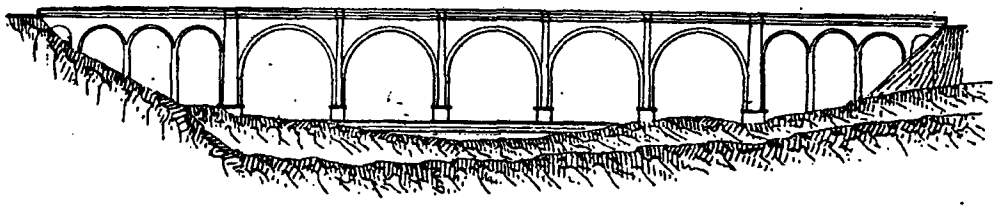


Fig. 736. — Viaduc d'Hennebont.

620. La statistique dressée par le ministère des Travaux Publics, en 1865, comprend 151 viaducs, dont la dépense rapportée au mètre superficiel d'élévation ressort à 158 francs.

C'est une moyenne supérieure aux indications précédentes. Mais il faut considérer:

D'abord que cette statistique comprend plusieurs viaducs à deux étages, d'autres à arceaux de contreventement, et que, comme nous l'avons expliqué, ces dispositions accroissent très notablement le prix des viaducs. Ensuite, que la plupart de ces viaducs sont déjà anciens, et que les premiers ouvrages de ce genre ont été exécutés avec le luxe de construction en usage pour les ponts: pierre de taille aux voûtes et à tous les angles, moellons piqués sur toutes les surfaces du parement. Ce luxe, qui coûtait fort cher, a été abandonné la plupart du temps dans les viaducs où il n'a réellement pas sa place, ces ouvrages se trouvant la plupart du temps dans des endroits isolés. Enfin, que l'expérience est un grand maître, et qu'on aurait bien peu profité de ses leçons, si, après tant de faits accomplis, on n'était pas parvenu à se mieux fixer sur les formes, les dispositions et les dimensions les plus avantageuses à adopter, et à réaliser ainsi une économie dans le prix de la construction.

Nous croyons que les prix que nous venons d'indiquer peuvent servir de base raisonnable aux prévisions de dépenses d'un viaduc qui ne se trouve pas dans des circonstances exceptionnelles

621. Les prix moyens indiqués plus haut s'appliquent à un viaduc à double voie.

Si le viaduc est construit à voie unique sa largeur se réduit de 8 mètres à $4^m,50$. Mais il s'en faut de beaucoup que la dépense se réduise dans la même proportion; et la raison en est simple; c'est que la diminution de largeur n'a aucune influence ni sur les surfaces de tête, ni sur la surface et le cube de toutes les parties en saillie sur le plan de tête, tels que le fruit et les contreforts.

On estime, en général que la diminution de dépense, résultant du rétrécissement d'un viaduc à une seule largeur de voie, est d'environ $1/4 = 25\ 0/0$

En voie unique il faut donc compter pour un viaduc de 30 mètres :

En granit.. 90 fr. par mètre superficiel
En calcaire. 75 — —

Hauteur à partir de laquelle il y a lieu de recourir à l'emploi des viaducs.

622. Les basés d'évaluation de la dépense d'un viaduc ainsi fixées, nous sommes en mesure d'aborder la question qui fait l'objet principal de cette étude :

A quelle hauteur convient-il de substituer le viaduc au remblai pour la traversée d'une vallée?

Et d'abord, dans cette comparaison, quel prix attribuerons-nous au mètre cube de remblai?

Nous avons vu que le prix moyen d'un mètre cube de terrassement sur les chemins de fer peut être évalué à 2 francs tout compris.

Ce prix est moindre pour les remblais d'emprunt, par la raison bien simple, que la place d'un emprunt n'est pas déterminé et qu'on va le faire où il est le plus commode.

Mais quand il s'agit de remblayer une vallée profonde, il n'est pas praticable de procéder par voie d'emprunt et surtout d'emprunt de terre sans rocher. On dénuderait tout le pays aux abords.

On combine toujours en ce cas le tracé de manière à y forcer le déblai, afin de se procurer le cube de remplissage et, dans la comparaison que nous avons à faire, le remblai doit par conséquent être compté au prix ordinaire des terrassements, soit à 2 francs le mètre cube.

Le cube de remblai par mètre courant et pour une hauteur H est :

$$\left(9^{m},20 + \frac{3}{2}\,H\right) H$$

ou $$9^{m},20\,H + \frac{3}{2}\,H^{2}.$$

Le prix est le double, puisque le mètre cube se paie 2 francs, soit :

$$2\left(9^{m},20\,H + \frac{3}{2}\,H^{2}\right).$$

Pour H = 20 mètres le prix devient. . . . . 1 568 fr.

Le prix d'un viaduc supposé, par exemple, en calcaire, est par mètre superficiel : $105 - 1{,}05 \times 10 = 94$ fr. 50

Le prix par mètre courant sera . . . . $20 \times 94{,}50 =$ 1 890 fr.

Il y a avantage du côté du remblai.

Faisons H = 25 mètres.

Le prix du remblai devient . 2 335 fr.

Et celui du viaduc. . . . . 2 493 »

La différence devient très petite ; et, il y a un élément de préférence en faveur du viaduc qu'il faut considérer ; il peut prendre parfois une assez grande importance.

Quand on traverse une vallée, il faut toujours ménager un débouché au cours d'eau qui coule au fond, et souvent réserver en outre des communications à travers le chemin de fer.

Lorsqu'on fait la traversée au moyen d'un viaduc, cela se trouve résolu et réalisé du même coup sans aucun supplément de dépense.

Avec un remblai, c'est autre chose ; il faut des ponts en dessous, de longueur d'autant plus grande que le remblai est plus élevé. Il y a là une dépense supplémentaire, variable avec les circonstances, mais souvent assez considérable.

A cause de cela, c'est généralement à partir d'une hauteur de 18 à 20 mètres dans les pays calcaires, et aux environs de 22 à 24 mètres dans les pays de matériaux granitiques, que l'on substitue le viaduc au remblai pour la traversée des vallées.

Ces hauteurs d'équilibre s'abaissent pour les chemins construits à voie unique, car, dans ce cas, nous avons vu que la dépense des viaducs descend de 25 °/₀ environ par rapport aux prix de la double voie, tandis que celle du remblai diminue à peine, les talus qui forment la grande masse du cube restant les mêmes. On a recours au viaduc, en voie unique, quand la hauteur dépasse 16 à 18 mètres.

Quand nous disons que c'est entre 18 et 24 mètres sur une double voie, entre 16 et 18 sur une voie unique, qu'il y a lieu de substituer le viaduc au remblai pour la traversée d'une vallée, il ne faut pas entendre par là que le remblai se prolonge jusqu'à la hauteur d'équilibre des dépenses, et que là seulement commence le viaduc.

Ce serait une très mauvaise combinaison. La traversée se fait par l'un ou l'autre des deux moyens, mais ne se divise pas entre eux.

Si la hauteur de la traversée conseille et justifie l'emploi d'un viaduc, il faut prolonger ce viaduc jusqu'aux côteaux ; autrement on aurait, en pleine vallée, une culée chère à construire, et de plus, le remblai, à cause de sa grande hauteur, couvrirait par ses talus une portion notable de l'ouvrage. Les deux ouvrages, le viaduc et le remblai, se recouvriraient en partie l'un l'autre et l'on aurait, sur une certaine longueur, la dépense des deux à la fois.

De même si une vallée est profonde et

à pente transversale prononcée, sa hauteur moyenne de traversée peut être très inférieure à celle qui convient à un viaduc, tout en dépassant au thalweg cette hauteur d'équilibre. Ce n'est pas une raison pour interrompre la continuité du remblai. Un viaduc partiel se trouverait dans des conditions détestables, et un viaduc général ne serait pas justifié. »

623. « Résumons en quelques mots les conséquences principales qui ressortent des explications précédentes :

La hauteur à partir de laquelle il devient avantageux, dans des circonstances ordinaires, de substituer le viaduc au remblai pour la traversée d'une vallée, est de 22 à 24 mètres environ dans les pays à matériaux de granit, de 18 à 20 mètres dans les pays calcaires.

En voie unique ces hauteurs de transition s'abaissent et se placent entre 16 et 18 mètres.

Etant entendu que, dans chaque cas, la traversée doit se faire d'une manière unique et ne pas se fractionner entre le remblai et le viaduc. » (Sévennes. — cours de chemin de fer à l'École des ponts et chaussées.)

III. — Section transversale des voûtes.

624. La section transversale d'une voûte est limitée par la courbe d'intrados d'une part, pouvant affecter les diverses formes déjà étudiées et, d'autre part, par la courbe d'extrados. Cette dernière peut être divergente ou parallèle à la première. Nous avons ici à distinguer deux cas suivant qu'il s'agit d'une section faite dans le corps de l'ouvrage ou sur les bandeaux de tête.

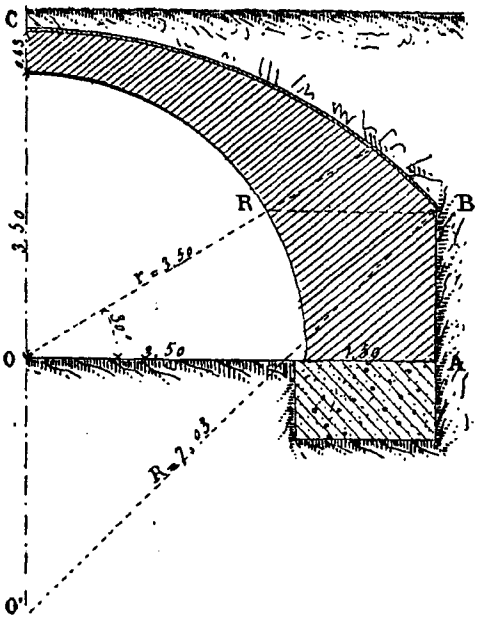


Fig. 737.

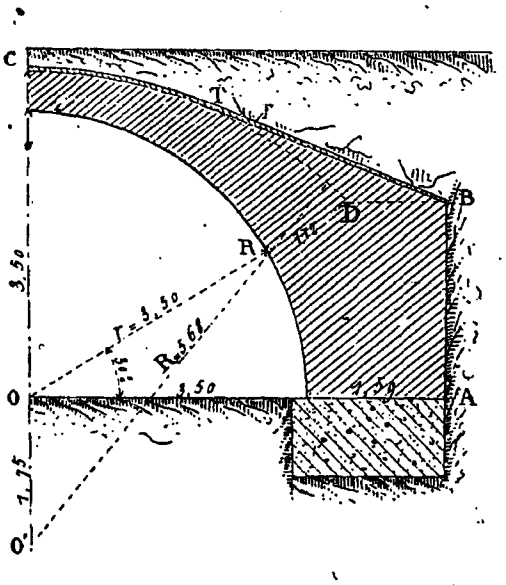


Fig. 738.

Dans une section transversale intérieure de la voûte on n'extradosse jamais parallèlement; on fait toujours un extrados divergent, parce que cette dernière disposition est la seule rationnelle au point de vue de la résistance des matériaux, comme on le verra plus loin.

625. *Formes de l'extrados des voûtes plein-cintre.* — L'extradossage des voûtes peut se faire d'un grand nombre de manières. Voici quels sont quelques uns des tracés à employer pour les voûtes plein-cintre. On verra d'ailleurs, au chapitre qui traite de la stabilité des voûtes, com-

ment on détermine l'épaisseur à la clef et en divers autres points, ce qui permettra de tracer la courbe d'extrados répondant aux meilleures conditions de stabilité.

1° Du centre O de l'arche (*fig.* 737), mener un rayon OR faisant un angle de 30 degrés avec l'horizontale OA. Du point R de rencontre de ce rayon avec l'intrados de la voûte, conduire l'horizontale RB jusqu'à son point d'intersection B avec le parement extérieur AB du pied-droit, et faire passer par ce point B et le sommet C de la voûte à la clef, l'arc de cercle BC ayant son centre O' sur l'axe vertical CO' de l'arche.

En désignant par e l'épaisseur de la voûte à la clef, par E l'épaisseur du pied-droit, par r le rayon OR de l'intrados et par R celui O'B de l'extrados, on obtient facilement la valeur de ce dernier au moyen de la relation

$$R = \frac{(r + E)^2 + \frac{r}{2}\left(+ e\right)^2}{r + 2e}$$

Dans le cas représenté par la figure 737, on aurait :

$$R = \frac{(3{,}50 + 1{,}59)^2 + \left(\frac{3{,}50}{2} + 0{,}43\right)^2}{3{,}50 + 2 \times 0{,}43} = 7^m{,}03.$$

2° Porter sur l'axe vertical de la voûte, au-dessous du centre O (*fig.* 738), une distance OO' égale à la moitié du rayon r de l'intrados et prendre le point O' ainsi déterminé pour centre de l'extrados. Décrire, par conséquent, du point O', un arc de cercle CD passant par le sommet C de la voûte à la clef, mener, comme précédemment, un rayon OR à 30 degrés sur l'horizontale et prolonger ce rayon jusqu'à son point de rencontre D avec l'arc de cercle qu'on vient de tracer. Par ce point D, mener l'horizontale DB qui détermine le sommet du parement extérieur AB du pied-droit et enfin, de ce dernier point B, conduire la tangente BT à l'arc de cercle CD. L'extrados est formé par la ligne mixtiligne CTB.

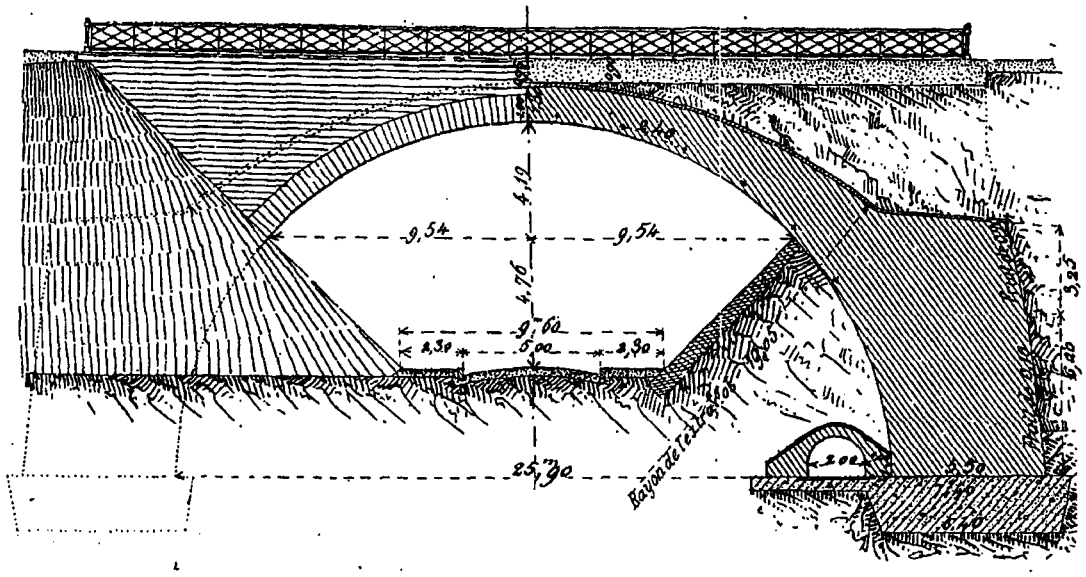


Fig. 739.

Ici, le rayon R de l'extrados a pour expression : $R = r + \frac{r}{2} + e$

et, en particulier, avec les cotes inscrites sur la figure, on aurait :

$$R = 3{,}50 + 1{,}75 + 0{,}43 = 5^m{,}68.$$

Il n'y a rien d'absolu dans ces manières de tracer l'extrados d'une voûte plein-cintre ; on pourrait évidemment opérer

de toute autre façon et arriver néanmoins à un résultat satisfaisant.

Ainsi, au lieu de raccorder l'arc de cercle d'extrados avec le sommet du parement extérieur du pied-droit au moyen d'une tangente BT (*fig.* 738), on emploie quelquefois un arc de cercle concave qui procure une économie sensible de maçonnerie.

D'autres fois, la courbe d'extrados est brisée, et la droite qui raccorde l'arc de cercle, au sommet du parement extérieur du pied-droit, fait un angle assez prononcé avec l'arc de cercle, comme on le voit sur la figure 739, représentant un pont par dessous de la compagnie d'Orléans (Brétigny à Tours).

626. *Formes de l'extrados des voûtes surbaissées en arc de cercle.* — Comme les arches plein-cintre, celles en arc de

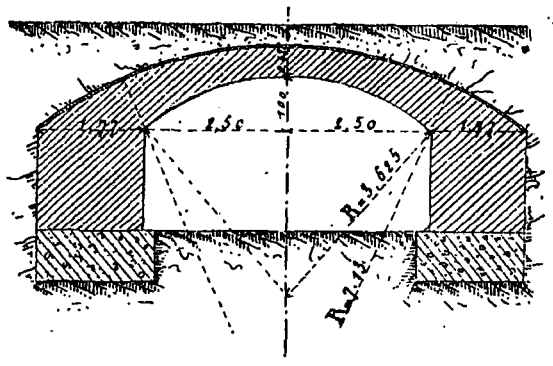


Fig. 740.

cercle s'extradossent le plus souvent au moyen d'un arc de cercle unique (*fig.* 740).

Fréquemment aussi, on forme l'extrados au moyen d'un arc de cercle raccordé aux sommets des parements extérieurs des pieds-droits par deux tangentes inclinées (*fig.* 741).

D'après une note publiée par les *Annales des chemins vicinaux* (1871), le rayon de l'extrados devrait être déterminé par la formule suivante :

$$R = \frac{a^2\left(\frac{r+e-f}{r-f}\right)^2 + f^2}{2f}$$

dans laquelle a est la demi-ouverture de l'arche et f sa flèche.

D'après un formulaire vicinal dont nous aurons occasion de parler à propos de la stabilité des voûtes, le rayon de l'extrados aurait pour expression :

$$R = \frac{r^2 + 3{,}732e\,(r + 1{,}536e)}{r - 0{,}732e}$$

D'autre part, si on fait passer l'arc de cercle d'extrados par le sommet de la voûte et par le point où l'horizontale des naissances va rencontrer le parement extérieur des pieds-droits la formule qui donne le rayon de l'extrados est:

$$R = \frac{(a + E)^2 + (f + e)^2}{2\,(f + e)}$$

et cette formule, appliquée à la voûte représentée par la figure 740, tracée dans ces conditions, donne:

$$R = \frac{(2{,}50 + 1{,}77)^2 + (1{,}00 + 0{,}42)^2}{2\,(1{,}00 + 0{,}42)}$$

$$= 7^m{,}13.$$

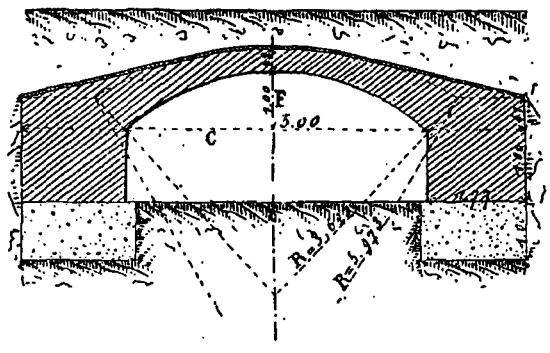


Fig. 741.

Comme pour les arches plein-cintre, on emploie quelquefois d'autres formes d'extrados. — Ainsi, on peut remplacer les tangentes inclinées, qui raccordent l'arc d'extrados avec les sommets des parements extérieurs des pieds-droits, par des arcs concaves comme cela a été fait dans certains ponts à culées perdues, et notamment dans le pont par dessous représenté par la figure 742, établi par la compagnie d'Orléans (réseau central).

D'autres fois, le raccord se fait simplement par deux droites inclinées, mais qui ne sont plus tangentes à l'arc de cercle d'extrados. Dans l'exemple représenté par la figure 743, ces droites présentent une pente de $0^m{,}20$ par mètre vers l'extérieur.

Enfin, on combine parfois l'arc de cercle concave avec les droites inclinées, comme cela a été fait notamment dans les ponts de Montbrun sur le Tarn et du Saulnier sur le Gardon dont on trouvera plus loin les dispositions principales.

627. *Formes de l'extrados des voûtes surbaissées en anse de panier ou elliptiques.* — On extradosse ces voûtes comme les autres, en ayant soin toutefois que l'épaisseur de la voûte comprise entre les courbes d'intrados et d'extrados ne

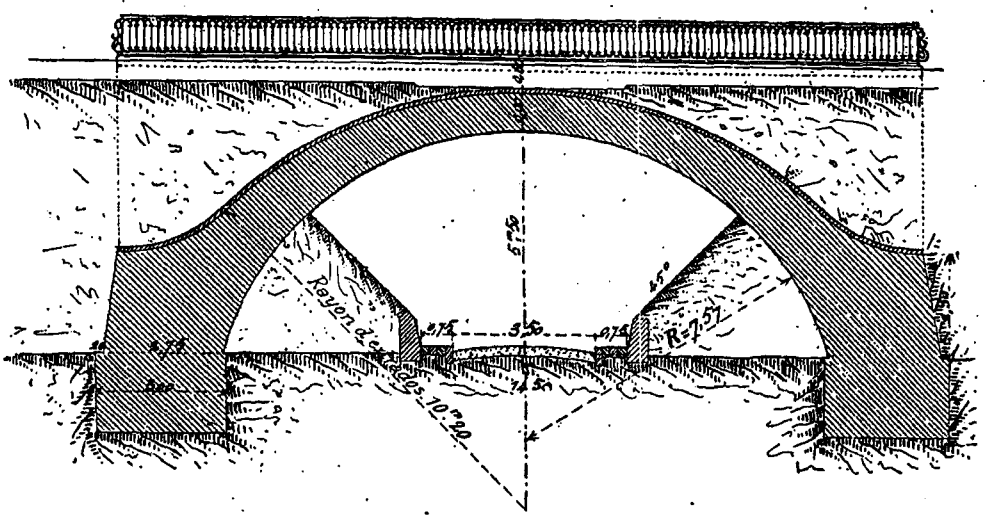


Fig. 742.

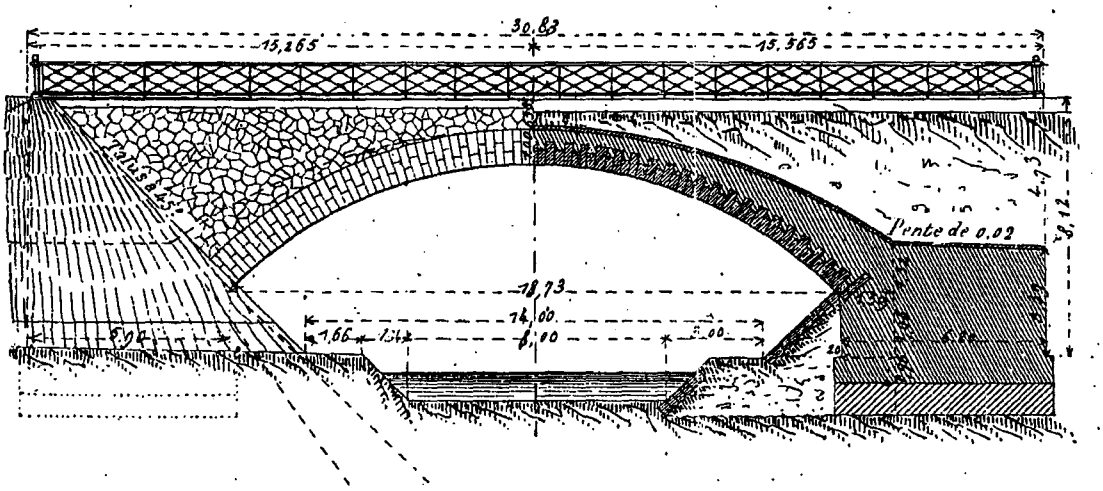


Fig. 743.

soit en aucun point moins grande qu'à la clef. — On en trouvera des exemples dans les divers types de ponts que nous donnerons plus loin.

628. *Forme de l'extrados sur les piles.* — Quelle que soit la forme de la la courbe d'intrados des deux arches qui reposent sur une même pile : plein-cintre, arc de cercle, anse de panier ou demi-ellipse, les lignes d'extrados des deux arches se raccordent presque toujours, au droit de la pile, au moyen d'un arc de cercle concave tangent à ces deux lignes (*fig.* 744). Quelquefois l'arc de cercle concave est simplement remplacé par une droite horizontale (*fig.* 745). Et enfin, très rarement, les deux arcs d'extrados viennent se rencontrer sous un angle obtus (*fig.* 746).

Du reste ces dispositions sont fréquemment modifiées par les dispositions prises en vue de l'écoulement des eaux, et aussi par les vides voûtés qu'on ménage souvent au-dessus des piles, comme on le verra plus loin.

IV. — Appareils des têtes.

629. *Matériaux employés.* — En ce qui concerne le choix des matériaux à mettre en œuvre pour la construction d'un pont,

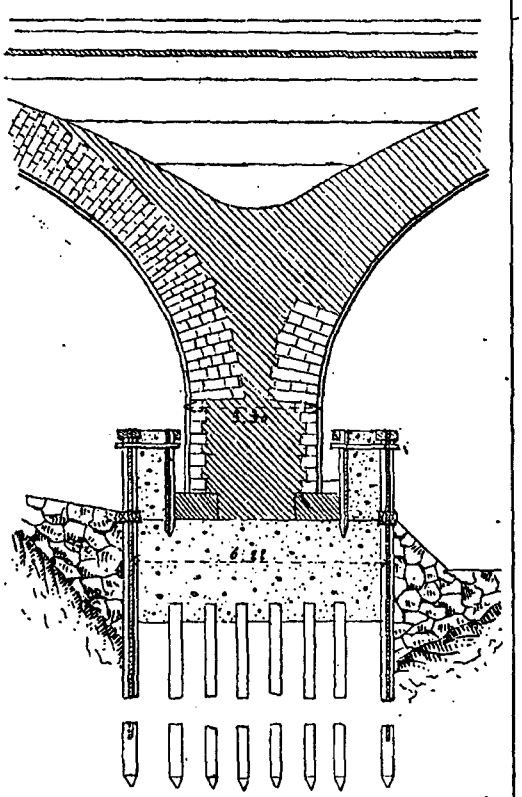


Fig. 744.

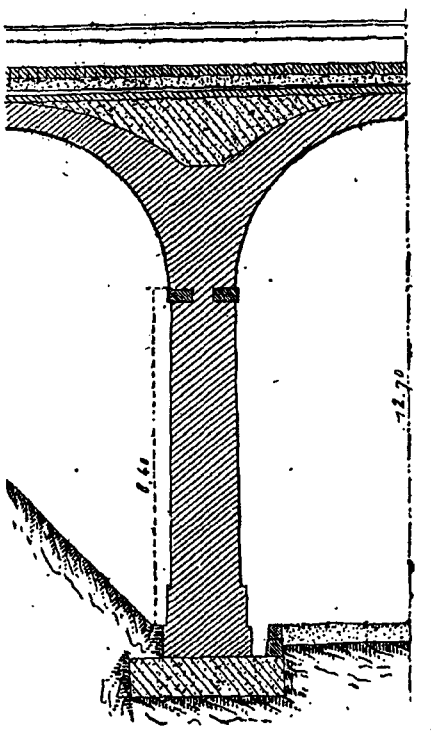


Fig. 745.

voici ce que M. Degrand dit dans son *Traité des ponts :*

« Le choix des matériaux tient donc une assez grande place dans l'étude d'un projet de pont, non seulement au point de vue de la solidité matérielle, mais encore en ce qui touche les questions d'art.

Ce choix dépend des ressources locales, mais avec les moyens de transport dont les ingénieurs disposent aujourd'hui, il est bien rare qu'ils ne puissent pas amener à pied d'œuvre et employer à leur gré telle sorte de matériaux qui leur convient.

Anciennement on considérait l'emploi de la pierre de taille comme obligatoire en quelque sorte, pour la construction d'un grand pont, et l'on s'efforçait de tirer des carrières des blocs des plus grandes dimensions possibles. — C'est ainsi qu'on peut voir, sur certains ponts datant des siècles derniers et même du commencement du nôtre, des pierres qui feraient assurément fort bonne figure même dans des constructions cyclopéennes. Aujourd'hui l'excellente qualité des chaux hydrauliques et surtout des ciments dont tout ingénieur peut disposer a fait donner une plus large place aux petits matériaux, et l'emploi de la pierre de taille peut très bien être limité à l'exécution des socles des piles, aux avant et arrière-becs et à leurs chapiteaux, aux archivoltes ou têtes des voûtes, aux chaînes d'angle des culées, aux plinthes,

couronnements ou corniches et aux parapets.

Toutes les autres maçonneries, c'est-à-dire les massifs principaux des culées et des piles, les voûtes entre les têtes, les murs des tympans et toutes les constructions intérieures peuvent être très bien exécutées en matériaux de petites dimensions, sauf à employer des moellons *smillés*, *piqués* ou *têtués* pour les parements vus et à n'admettre le moellon brut que dans la masse même de la maçonnerie.

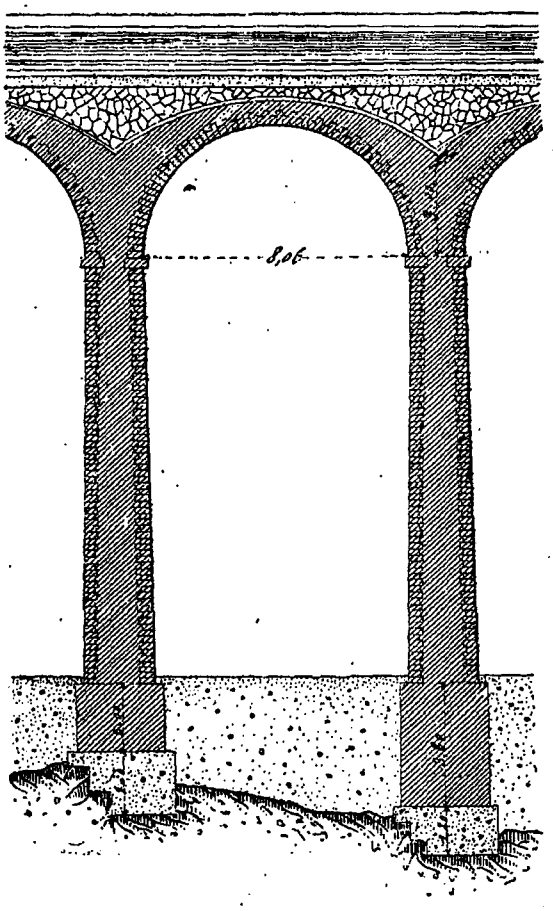


Fig. 746.

Quand la pierre de taille et le moellon smillé ou piqué font défaut, la brique peut les remplacer et parfois même avec avantage ; mais on ne devra toutefois l'employer que très rarement pour les avant et arrière-becs et pour les parements habituellement immergés. La maçonnerie de briques est, du reste, relativement assez coûteuse ; il convient donc d'en limiter l'emploi aux parements vus, si ce n'est pour les voûtes dont elles facilitent tout particulièrement l'exécution des rouleaux, en permettant en outre de disposer presque sans frais les têtes en archivoltes d'un excellent effet. »

630. *Mode de construction et appareil des voûtes.* — Les voûtes sont constituées par la juxtaposition, dans un ordre déterminé, de pierres auxquelles on donne le nom de *voussoir*. La manière de disposer ces voussoirs entre eux est ce qu'on appelle *appareil*. Dans un plan vertical, chaque rangée de voussoirs forme un arc dont le nombre des pierres doit être tel qu'il y en ait toujours une sur l'axe, au sommet, formant *clef*. Ce nombre doit donc être impair.

Les faces principales d'un voussoir sont la *douelle d'intrados* ou simplement *douelle*, qui est la face apparente sur l'intrados de la voûte ; la *douelle d'extrados* ou face opposée à la précédente ; les *coupes* dont l'une, inférieure, est le *joint de pose* et dont l'autre, supérieure, est le *joint d'attente* ; enfin les deux autres joints perpendiculaires aux deux précédents, qu'on devrait désigner sous le nom de *joints alternés* ou *discontinus* à cause de la façon dont ils sont placés les uns par rapport aux autres.

Monge a fait observer, dans sa *Géométrie descriptive* (p. 132), que la division des voussoirs d'une arche doit être établie suivant les lignes de *plus grande* et de *plus petite courbure*, et que, dans les voûtes cylindriques droites on arrive naturellement à ce résultat en traçant les lits ou joints continus des voussoirs suivant les génératrices de la surface cylindrique d'intrados et les joints alternés ou discontinus suivant des plans perpendiculaires aux mêmes génératrices. Dans un pont droit ces plans sont parallèles aux têtes. Les *plans de joints*, passant par ces lignes de plus grande et de plus petite courbure, doivent d'ailleurs être normaux à la surface de douelle. Il en résulte que les plans des joints continus coupent la face de tête du pont suivant des *droites normales à la courbe d'intrados*.

« Rigoureusement, fait justement ob-

server M. Croizette-Desnoyers, les plans des joints continus, au lieu d'être pris normalement à la douelle, devraient être tracés normalement à la courbe de pression; mais comme cette courbe varie avec les charges, la condition que l'on chercherait à réaliser ne serait pas obtenue d'une manière constante ; il en résulterait une complication dans l'exécution et l'aspect pourrait en souffrir. De plus, on serait obligé d'admettre des angles aigus à l'intersection des plans des joints avec l'intrados de la voûte, ce qui augmenterait notablement les chances de rupture. Par suite, et comme pour les voûtes de proportions ordinaires, les angles formés par la tangente à la courbe de pression avec les joints normaux à la douelle, ne descendent pas à la limite où un glissement se produirait, on continue à tracer les plans de joints comme on n'a cessé de de le faire depuis l'époque romaine. »

Les Romains avaient porté très loin l'art de construire les voûtes. Ils employaient pour celles de petite ouverture, deux dispositions bien différentes. « Lorsqu'ils les exécutaient à pierres sèches, ils disposaient les plans de joints comme nous le faisons nous-mêmes, suivant la direction des rayons (*fig.* 747); tandis que

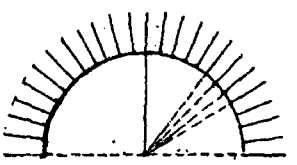


Fig. 747.

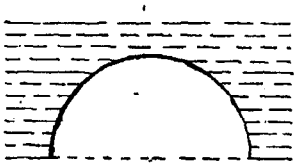


Fig. 748.

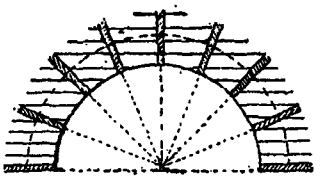


Fig. 749.

lorsqu'ils construisaient les voûtes en petits matériaux hourdés en mortier, les pierres étaient placées simplement par couches ou assises horizontales (*fig.* 748). Toutefois, pour donner plus de solidité, lorsque les voûtes avaient une certaine amplitude et pour diminuer en même temps l'importance des cintres, ils avaient soin de construire une ossature en briques, composée d'arcs doubleaux légers, reliés avec le massif de remplissage par des cours de briques dirigés suivant

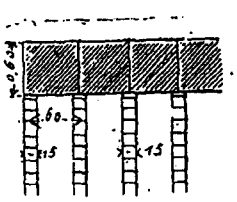


Fig. 750.

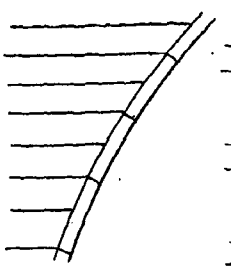


Fig. 751.

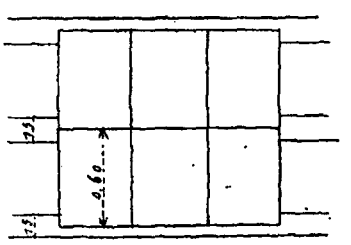


Fig. 752.

les rayons (*fig.* 749 et 750). Les arcs doubleaux étaient souvent plus espacés que la largeur d'une brique et quelquefois même on employait des arceaux couplés, composés chacun de deux arcs doubleaux, reliés par des cours de briques placés dans la direction des rayons, mais laissant entre eux des espaces allant jusqu'à plus de 2 mètres, qui étaient simplement remplis par des maçonneries formées d'assises horizontales.

Enfin, pour former une douelle et en même temps pour économiser les cuchis, on posait souvent sur les fermes des cintres, ou sur les arcs doubleaux, de grandes briques à plat, soit sur un seul rang (*fig.* 751 et 752), soit sur deux rangs (*fig.* 753 et 754).

Dans tous ces exemples, la maçonnerie de remplissage était faite de blocages en petits matériaux et remplaçait le béton que l'on emploie souvent actuellement pour de petites voûtes, notamment pour les égouts; mais quand on doit employer

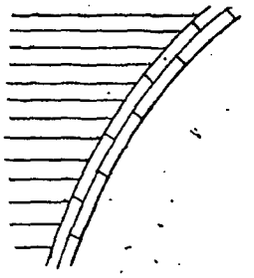


Fig. 753.

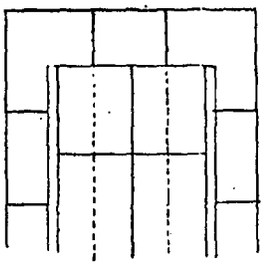


Fig. 754.

Fig. 755.

des moellons, il vaut évidemment mieux les placer dans le sens des rayons qu'horizontalement et, malgré la précaution prise d'encadrer ces maçonneries dans une ossature en briques, cette disposition ne doit pas être imitée.

Quand ils construisaient de grandes voûtes de ponts, les Romains avaient bien soin de placer toujours les plans de joints suivant la direction des rayons. Leurs constructions de ce genre étaient généralement sans mortier et les pierres devaient, par suite, être taillées avec une grande précision, car autrement elles se seraient brisées dans le décintrement. L'exécution de ces grands ouvrages est d'ailleurs extrêmement remarquable et la taille était dès lors portée à un très haut degré de perfection.

Dans un grand nombre d'arches construites par eux et notamment au pont du Gard, on remarque des corbeaux faisant saillie sur la douelle, à une certaine hauteur au-dessus des naissances, et qui avaient pour but de supprimer l'emploi du cintre dans les parties basses. Quelquefois même, pour porter plus haut la limite à laquelle s'opérait le glissement et pouvoir relever encore un peu l'origine des cintres, on pratiquait des mortaises dans les joints (*fig.* 755).

Enfin, on remarque au pont du Gard, que dans les grandes voûtes les rangs de voussoirs, au-dessus des corbeaux, sont continus, de manière à former uns série d'arceaux parallèles indépendants. Cette disposition a été attribuée à ce qu'elle permettait de supprimer les couchis; mais le bois ne devait pas être rare à cette

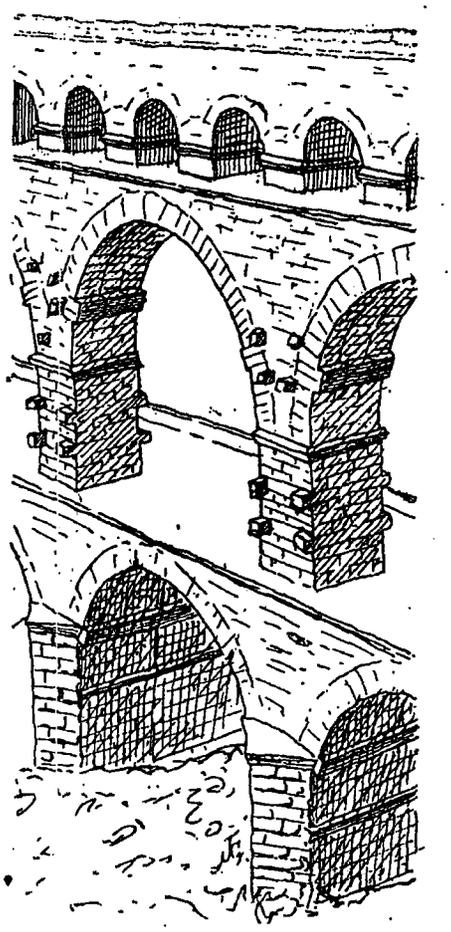


Fig. 756.

époque et la sujétion d'employer des pierres d'égale longueur devait faire plus

que compenser l'économie sur les couchis. Il est probable qu'elle avait plutôt été prise pour rendre les tassements indépendants et éviter ainsi des ruptures dans les harpes. On remarque en effet que pour les petites arches du rang supérieur, à l'égard desquelles on n'avait pas de tassement sensible à craindre, les assises ont été reliées entre elles, par joints entrecroisés, sur toute l'étendue de la douelle. » La figure 756 montre bien les diverses dispositions dont il vient d'être question ci-dessus.

« Les ponts construits dans le moyen

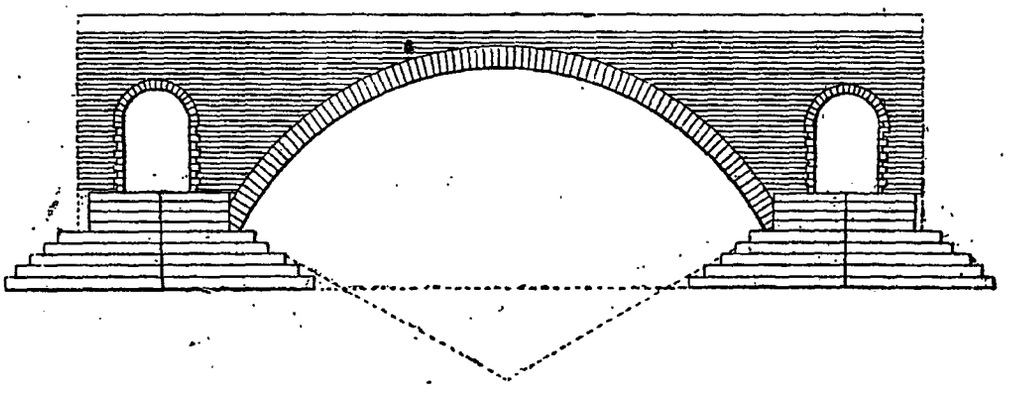


Fig. 757.

âge, dit Gauthey, dont presque toujours les voûtes seules étaient en pierres de taille, offrent un appareil extrêmement simple (*fig.* 757). Les voussoirs, tous d'égale longueur, sont terminés parallélement à l'intrados et les reins offrent ordinairement des assises de moellon, ou de moellon piqué.

Lorsqu'on a construit le parement des

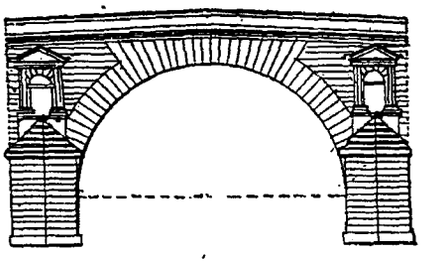


Fig. 758. — Pont Marie à Paris.

têtes entièrement en pierre de taille, on s'est aperçu que l'angle aigu par lequel les assises supérieures étaient terminées pouvait avoir des inconvénients, quoique les pierres de ces assises fussent en général d'une épaisseur moins forte que les voussoirs, et on a coupé cet angle en prolongeant jusqu'au cordon (*fig.* 758) les voussoirs voisins du sommet de la voûte. Cette disposition a été adoptée dans quelques-uns des ponts de Paris.

Une des principales conditions auxquelles on s'assujetisse ordinairement dans l'appareil des têtes d'un pont, est de raccorder les assises horizontales des avant-becs et les assises inclinées des

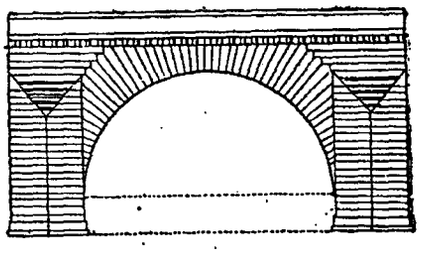


Fig. 759.

voussoirs à la rencontre de la ligne d'intersection de l'avant-bec avec le plan des têtes. — Mais on peut voir (*fig.* 759) que quand la hauteur des avant-becs est considérable, il est impossible de remplir cette condition à la rigueur, puisqu'il faudrait alors que les assises des voussoirs

ou celles de l'avant-bec allassent en diminuant d'épaisseur. On est obligé, à quelque distance des naissances, de renoncer à

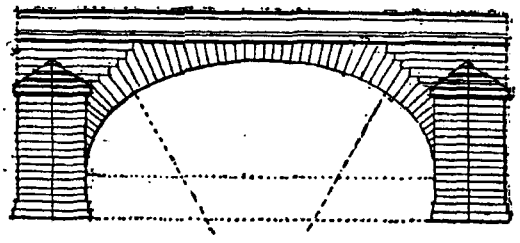


Fig. 760.

former des liaisons entre les deux parements, et de faire sur leur ligne d'intersection des joints verticaux.

Dans l'arche en anse de panier représentée (*fig.* 760), les liaisons entre les parements des têtes et de l'avant-bec, ont été continuées jusqu'au couronnement de cet avant-bec, ce qui a obligé dans cet endroit à donner aux voussoirs des épaisseurs inégales. Ces voussoirs sont égaux dans le reste de la voûte, et on a prolongé les assises horizontales jusqu'à la rencontre des joints inclinés. Cette dernière disposition qui a été employée pour la première fois au pont des Tuileries à Paris, a depuis été adoptée dans un très grand nombre de ponts. Elle a l'inconvénient d'obliger à donner vers le milieu des reins, une grande longueur aux voussoirs, qui vont ensuite en diminuant à

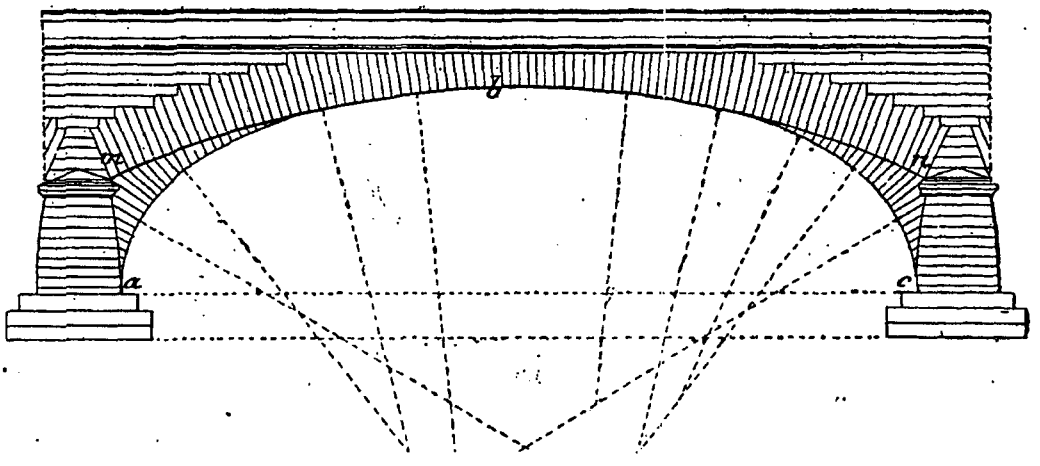


Fig. 761. — Pont de Neuilly.

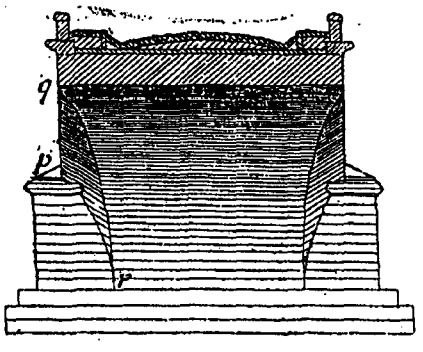


Fig 761 *bis*.

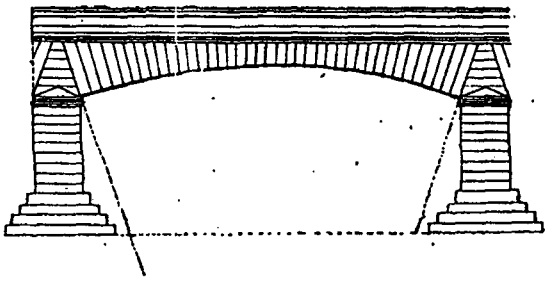


Fig. 762.

mesure qu'ils s'approchent des naissances et du sommet.

On a cherché, dans les grandes arches en anse de panier qui ont été construites vers la fin du dernier siècle, à remédier à ce défaut, et on y est parvenu en terminant plusieurs voussoirs à la rencontre d'une même assise (*fig.* 761). Alors les

longueurs de ces voussoirs sont peu différentes les unes des autres, et on peut, si on le croit nécessaire, les faire augmenter à peu près uniformément depuis le sommet jusqu'aux naissances.

Lorsque les arches sont décrites par un arc de cercle très surbaissé, et que la voûte n'a pas une très grande ouverture on prolonge tous les voussoirs jusqu'à la rencontre du cordon (*fig.* 762). Cet arrangement qui a même été suivi dans des arches dont la courbe approchait d'un demi-cercle, oblige d'employer, pour l'extrémité supérieure des voussoirs, des pierres d'une grande épaisseur, que les carrières ne fournissent pas toujours. »

V. — Bandeaux.

631. On donne le nom de *bandeau* à la tête de la voûte. On vient de voir comment on appareillait autrefois les têtes des ponts. Dans les divers exemples que nous en avons donnés, les bandeaux sont placés dans le même plan que les parements des tympans et sont ordinairement appareillés par redans. Ce système d'appareil présente quelques inconvénients : ou bien les assises des tympans sont inégales, ou bien la longueur des redans est trop variable, ou bien encore le nombre des voussoirs qui correspond à chaque assise horizontale, est trop différent. Aussi, cette disposition des bandeaux est-elle à peu près complètement abandonnée aujourd'hui. On lui préfère les bandeaux indépendants de la maçonnerie des tympans, et pour mieux accuser leur forme, on les met en saillie de 3, 4 ou 5 centimètres sur le nu de la face du pont.

Les bandeaux des voûtes plein-cintre, s'extradossent presque toujours parallèlement, au moyen d'un arc de cercle concentrique à celui de l'extrados.

On extradosse aussi parallèlement les voûtes surbaissées en arc de cercle ; mais il vaut mieux cependant les extradosser au moyen d'un arc un peu divergent, donnant au bandeau un peu plus de largeur aux naissances qu'à la clef, car sans cette précaution, si l'extradossage est fait parallèlement à l'intrados, l'épaisseur aux naissances paraît plus petite qu'à la clef.

Les anses de panier et les voûtes elliptiques s'extradossent très fréquemment au moyen d'un arc de cercle ayant comme rayon, le rayon de courbure de la courbe à son sommet.

Les bandeaux peuvent être faits en pierre de taille, en moellons ou en briques.

632. *Bandeaux en pierre de taille.* — Quand on emploie la pierre de taille, les dimensions des voussoirs dépendent évidemment de la nature de la pierre employée. Plus la pierre dont on dispose sera dure et plus on pourra augmenter ses dimensions. On ne doit pas, cependant, dépasser certaines limites car, non seulement la résistance du bloc s'affaiblirait si on lui donnait une trop grande longueur, mais encore on aurait des voussoirs très lourds et par suite très difficiles à manier. D'un autre côté, le prix de revient augmenterait rapidement en raison de la difficulté qu'il y aurait à obtenir de trop grandes dimensions à la carrière. — Les voussoirs les plus grands dont on ait fait emploi en France, sont ceux du pont de Neuilly, sur la Seine. Plusieurs de ces voussoirs ont $1^m,80$ de longueur sur $1^m,62$ de hauteur et $0^m,46$ d'épaisseur. Leur cube est de $1^m.460$.

Dans les ponts plus récents on s'est attaché à diminuer le cube des voussoirs et on cherche actuellement à le diminuer de plus en plus. On doit, en tous cas, ne pas dépasser, autant que possible, un cube de $0^m,400$ à $0^m,500$.

Quand la voûte est complètement construite en pierres de taille, on donne ordinairement aux parements des pierres de tête, en douelle, des longueurs alternativement de $1^m,80$ et $1^m,50$, laissant une recoupe de $0^m,30$ (*fig.* 763). On donne aux pierres de taille employées comme voussoirs dans le corps de la voûte une longueur égale à environ deux fois la hauteur d'assise. Ces pierres ont en queue environ $0^m,50$ à $0^m,70$ soit, en moyenne $0^m,60$.

Si les têtes seulement sont en pierres de taille, le corps de la voûte étant en moellons piqués, on réduit les dimensions précédentes à 1 mètre et $0^m,80$, donnant une recoupe de $0^m,20$ (*fig.* 764).

Nous ne donnons ces dimensions que

pour fixer les idées; elles n'ont rien d'absolu et peuvent évidemment être modifiées dans une certaine mesure.

Si, de la disposition du bandeau en douelle nous passons à sa disposition en élévation, nous voyons que le système à

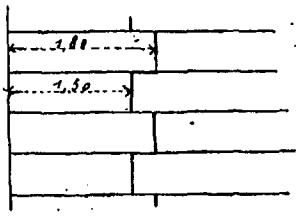


Fig. 763.

redans n'est plus guère employé que pour des arches en arc de cercle très surbaissées. La figure 765, empruntée au cours de M. Morandière, montre comment les pierres de la voûte se raccordent avec les moellons piqués des tympans (à gauche de la figure), ou avec des assises horizontales également en pierres de taille (à droite de la même figure). Le bandeau et

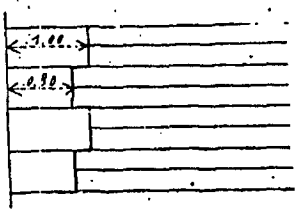


Fig. 764.

les tympans sont sur un même plan vertical.

L'extradossage du bandeau parallèle-

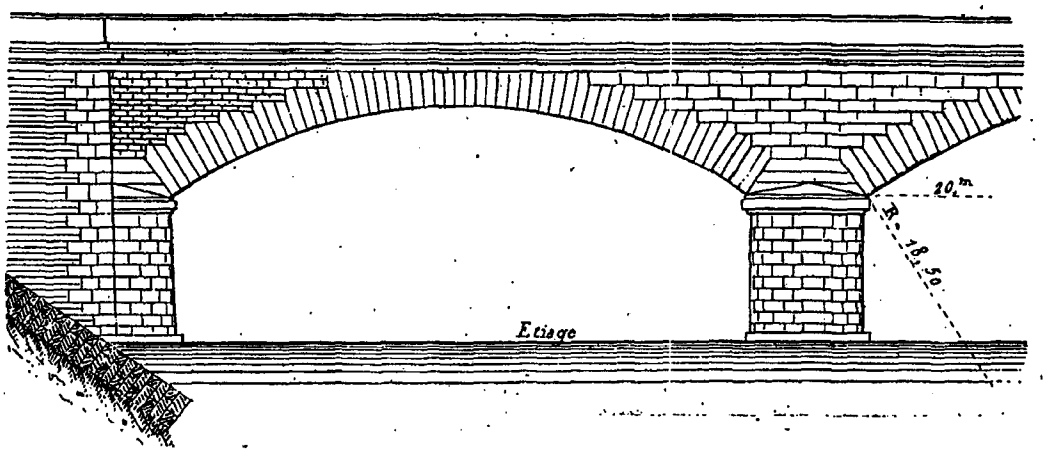


Fig. 765.

ment à la courbe d'extrados est, comme nous l'avons dit, surtout employé dans les voûtes plein-cintre. Il convient néanmoins aussi aux voûtes en arc de cercle peu surbaissées. La figure 766, empruntée au même auteur, en montre un exemple. L'avantage de ce système est que tous les voussoirs étant égaux peuvent être employés en remplacement les uns des autres, ce qui rend l'exécution plus facile et évite souvent des retards dans la construction de l'arche. Le bandeau est en saillie sur les tympans et les voussoirs dont il se compose sont nettement indiqués par des refends pratiqués suivant les joints rayonnant vers le centre.

Il est facile de voir qu'avec cette disposition de bandeau, les pierres des assises supérieures qui reposent directement sur les voussoirs doivent être coupées en biseau sous des angles aigus. Pour y remédier, on peut, seulement pour les assises supérieures, couper les angles aigus des pierres et les remplacer par des pierres limitées par de petites faces verticales (*fig.* 767). Cette disposition, due à M. Morandière, a été appliquée depuis à un grand nombre de ponts. On commence à recou-

per ainsi les pierres à la hauteur où l'angle du joint horizontal d'assise avec l'extrados du bandeau est plus faible que celui de la verticale avec ce même extrados. Et comme le bandeau est ordinairement en saillie de 2, 3 ou 4 centimètres sur les

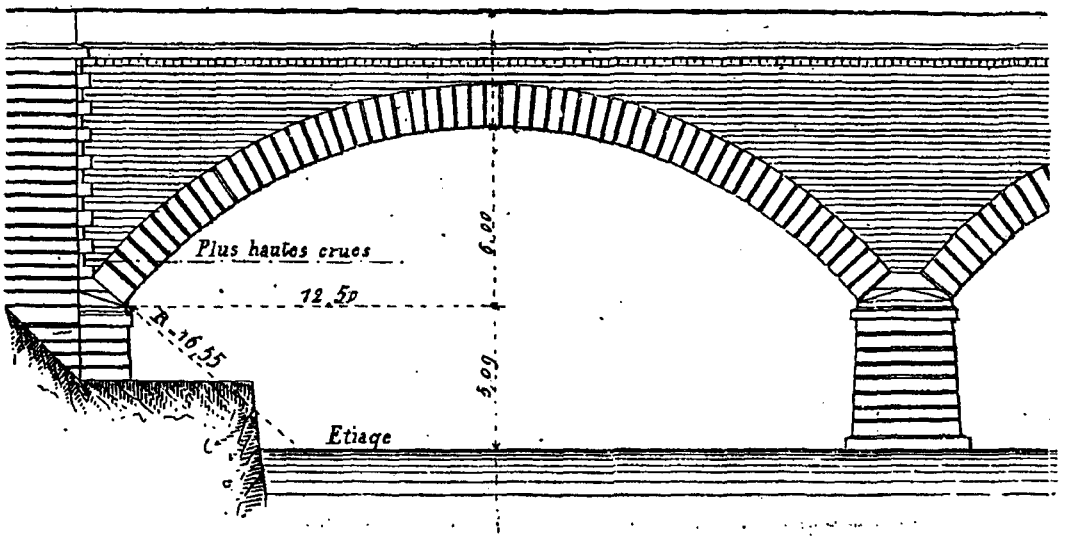


Fig. 766.

tympans, il n'en résulte aucun inconvénient ni pour l'apparence ni pour la solidité.

Dans l'étude d'une voûte en anse de panier représentée par la figure 768, on voit que le bandeau est extradossé parallèlement à l'intrados, dans la partie qui correspond à l'arc BC au sommet de l'anse. C'est avec le même rayon, continué à gauche et à droite, que l'extrados du bandeau est décrit. Il en résulte que les voussoirs de la partie BC du bandeau

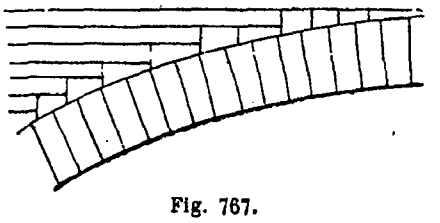


Fig. 767.

sont égaux, mais que ceux placés dans

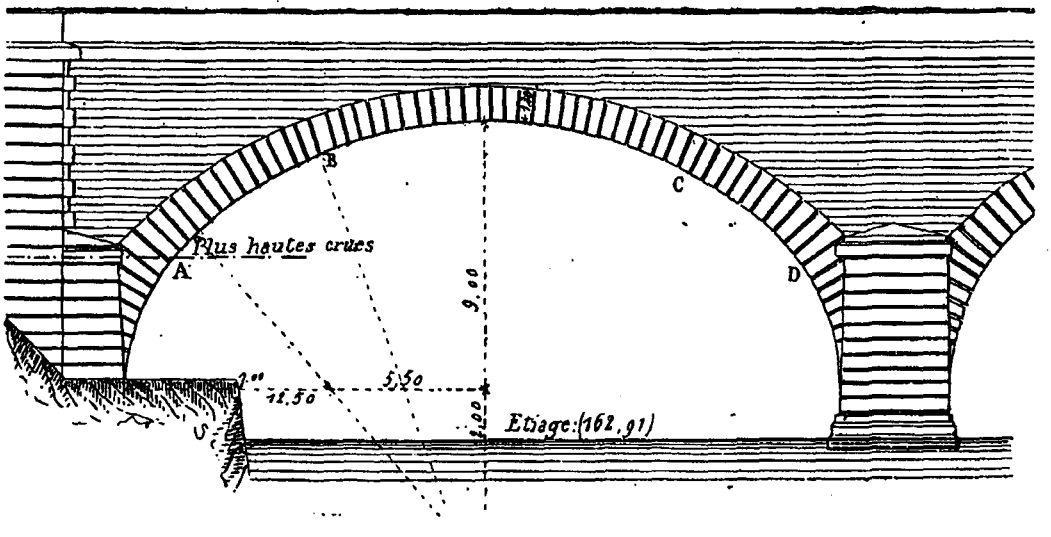


Fig. 768.

chaque partie AB et CD diffèrent un peu les uns des autres.

Au pont de Roanne, le bandeau en arc de cercle est extradossé parallèlement à l'intrados (*fig.* 769) ; il a une épaisseur constante de 1m,20; dans le but de l'élégir,

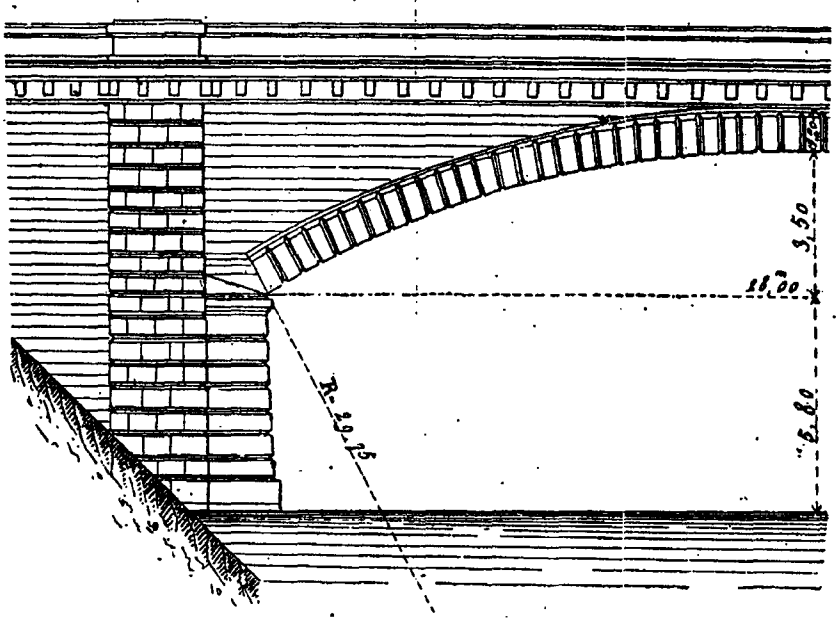


Fig. 769.

on a refouillé les voussoirs sur une hauteur de 0m,20 de manière à laisser seulement 1 mètre à la partie saillante et à ramener la partie refouillée à se trouver dans le même plan que les tympans. Cette disposition qui augmente la hauteur du

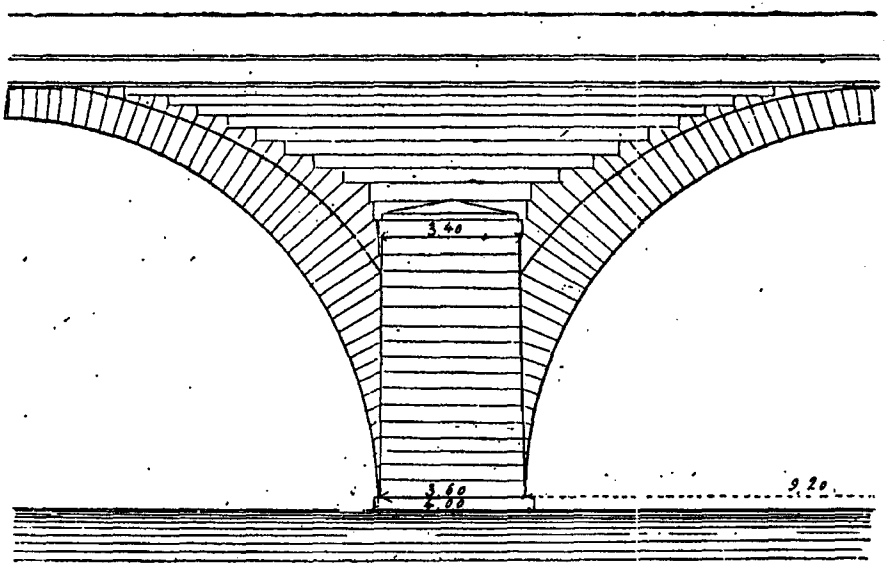


Fig. 770.

tympan en rendant l'arc trop grêle et qui, en outre, laisse voir les angles aigus des assises horizontales que le bandeau ne masque plus, ne paraît pas à imiter. Il

eût été préférable de réduire simplement la hauteur des voussoirs à 1 mètre, ou de les laisser à 1m,20 sans refouillement.

Quand le bandeau a un extrados complètement divergent, son épaisseur varie d'une manière continue depuis les naissances jusqu'à la clef. Ce système a l'avantage de donner au bandeau une forme semblable ou se rapprochant beaucoup de celle de la section transversale de la voûte dans le corps de l'ouvrage, et les pressions se trouvent mieux réparties dans l'arc de tête. Il est très fréquemment employé, mais il présente cependant l'inconvénient d'avoir des voussoirs tous différents, ce qui peut être gênant pour l'exécution, car si on reconnaît des défauts à l'un des voussoirs au moment de l'emploi la marche du travail peut se trouver arrêtée.

Enfin, l'appareil par redans, précédemment indiqué, s'applique quelquefois au cas où le bandeau doit avoir une petite saillie sur les tympans. Les voussoirs se raccordent par redans avec les assises horizontales des tympans, dans le même plan que ceux-ci; le bandeau se détache en saillie sur les voussoirs. Tels sont les bandeaux du pont de Ners sur le Gardon (*fig.* 770).

633. Avant de terminer ce qui est relatif aux bandeaux en pierres de taille, nous devons faire remarquer que, si le corps de l'ouvrage est construit en petits matériaux, des différences sensibles de tassement ne manqueront pas de se produire dans les parties exécutées avec des matériaux différents. Il n'est pas rare, en effet, de voir se produire même dans des murs verticaux très élevés construits en moellons avec chaînes verticales de pierres de taille, des fissures établissant une séparation complète entre les chaînes et le masif du mur, alors même que la liaison des maçonneries aurait été faite avec beaucoup de soin pendant la construction. Dans les grandes voûtes en maçonnerie il arrive aussi fréquemment, pour la même raison, que les bandeaux en pierres de taille se séparent du corps de la voûte construite en petits matériaux. Il entre, en effet dans les maçonneries de moellons ordinaires une plus grande proportion de mortier que dans celles en pierres de taille et, lors du décintrement le tassement est plus grand dans celles-ci.

On a quelquefois employé dans la construction des voûtes des chaînes de pierre de taille parrallèles aux plans des têtes, intercalées entre les bandeaux des faces du pont. On comprend, après ce que nous venons de dire, combien cette disposition est défectueuse, puisque les différences de tassement qui se produiront dans les chaînes et la maçonnerie latérale en petits matériaux tendront à produire la rupture de la voûte aux surfaces de contact de ces maçonneries différentes.

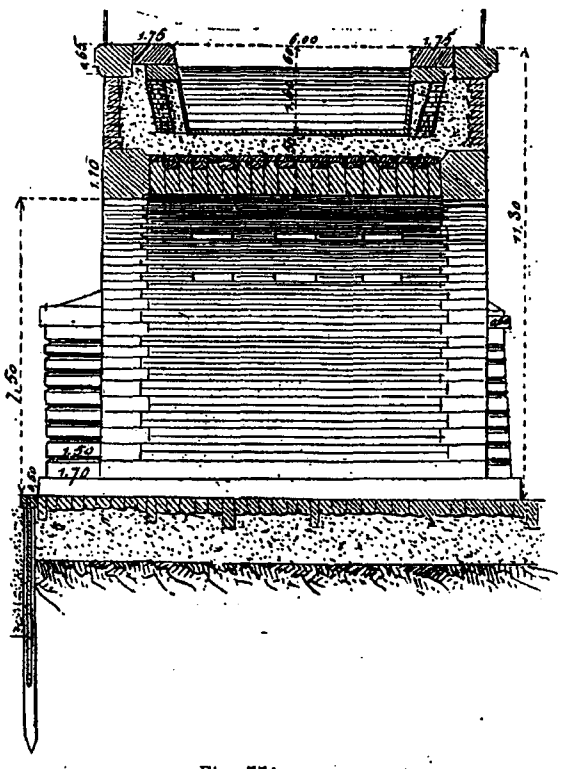


Fig. 771.

Des chaînes horizontales, dirigées suivant les génératrices de la voûte ne présentent au contraire aucun inconvénient, et on a quelquefois fait emploi de ces chaînes pour relier entre elles les deux têtes du pont. Si cette disposition ne produit pas l'effet qu'on en attend, elle n'est, en tous cas, pas défectueuse au point de vue de la résistance des matériaux.

Pour rendre la liaison plus efficace,

M. Jullien avait eu soin, au pont-canal du Guetin (*fig.* 771), de relier les diverses pierres de chaînes horizontales par des os enchâssés dans les voussoirs avec du ciment de Vassy. Dans un rapport du 8 février 1834, M. Jullien a rendu compte, en ces termes, des dispositions qu'il avait prises pour la construction du pont du Guetin :

« On a introduit dans chaque voûte, trois chaînes horizontales en pierres de taille : l'une à clef, et les deux autres à 3m,50 au-dessous de la clef. Ces chaînes, dont toutes les pierres sont reliées par

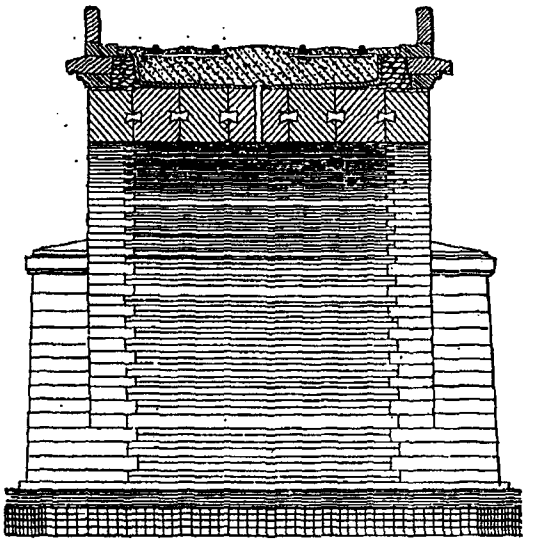


Fig. 772.

des os de jambes de bœuf, remplissant les fonctions de crampons en fer, sont destinées à unir les deux têtes du pont, et à prévenir les écartements que produisent quelquefois des tassements inégaux dans les voûtes, et qui sont plus à craindre encore dans un pont-canal que dans un pont ordinaire, à cause des pressions en sens opposé qu'exercent sur les deux bajoyers les eaux renfermées dans la cuvette. En outre, pour établir une liaison entre les différentes couches de moellons piqués et bruts, qui composent la maçonnerie de chaque voûte, nous avons cru devoir y introduire, dans des positions irrégulières, des pierres de taille isolées, ayant une forte queue de 0m,90 à 1m,10. »

M. Morandière, d'après les conseils de M. Jullien, a employé une disposition ana-

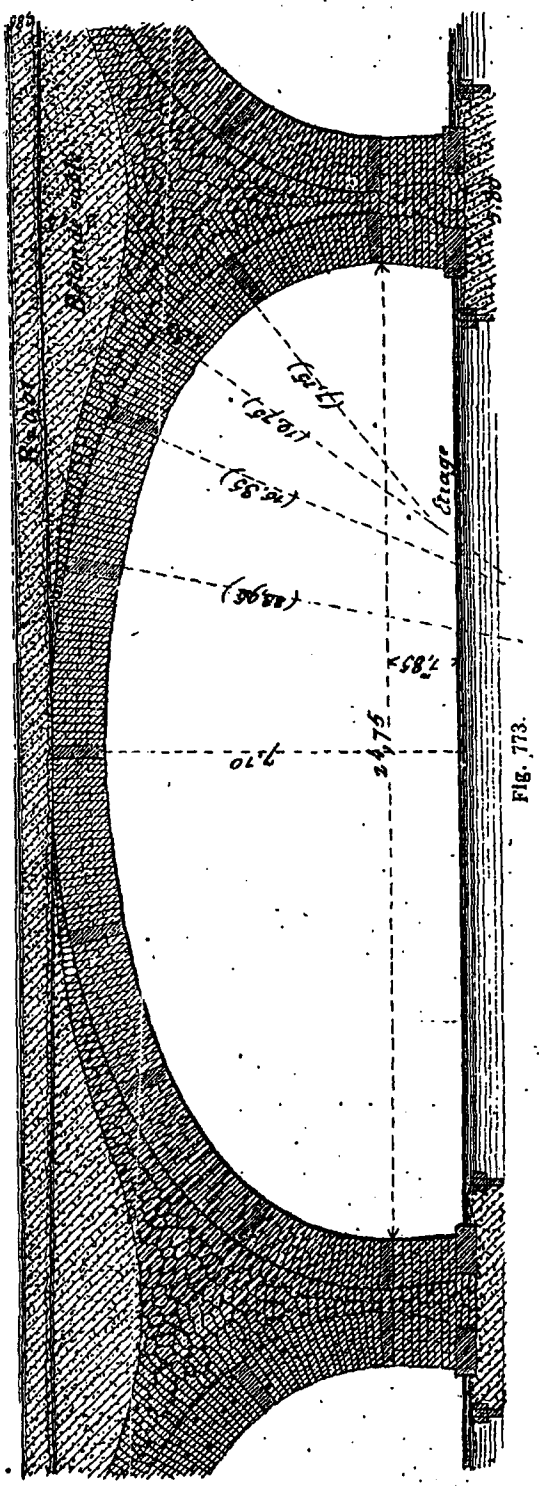


Fig. 773.

logue au pont de Montlouis, sur la Loire (*fig.* 772 et 773). Les têtes sont reliées

par des chaînes horizontales en pierres de taille et les diverses pierres composant ces chaînes ont été réunies entre elles au moyen de cales en bois de chêne, taillées en double queue d'hironde (*fig.* 774), trempées dans de l'huile bouillante et scellées ensuite avec du ciment.

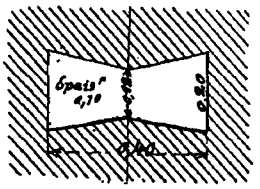


Fig. 774.

Dans les ponts que M. Morandière a eu à construire depuis lors, les deux têtes ont été simplement reliées entre elles au moyen de tirants en fer, comme on le voit sur la figure 775 et 776, représentant des fragments d'élévation et de coupe transversale du pont de l'Huisme établi sous le chemin de fer de Tours au Mans. Le viaduc de l'Aulne a été muni de tirants en fer à peu près semblables à ceux du pont de l'Huisme.

Au pont de Bordeaux les deux systèmes de chaînes placées horizontalement et par arceaux parallèlement aux têtes, ont été employés simultanément. Les cadres ainsi formés sont remplis avec de la maçonnerie de briques.

Quand on adopte les bandeaux en pierres de taille, le corps de l'ouvrage étant en petits matériaux, le mieux, pour relier les têtes, est encore de faire usage de tirants en fer.

On conçoit, après ce que nous venons de dire, qu'il vaut beaucoup mieux s'attacher à avoir des maçonneries aussi homogènes que possible, en évitant tout

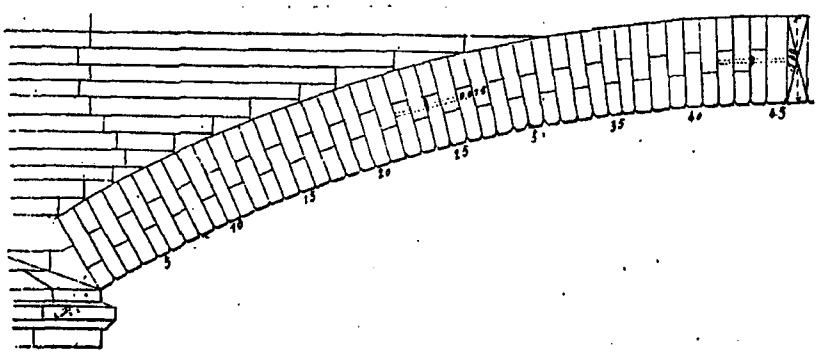


Fig. 775.

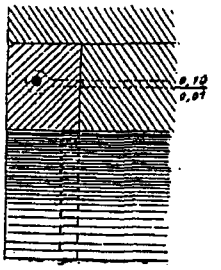


Fig. 776.

ce qui tend à altérer cette homogénéité. Il convient donc, surtout pour les ponts de grande ouverture, non seulement de proscrire les chaînes en arceaux parallèles aux têtes, mais encore d'exécuter les bandeaux des têtes en matériaux de petit échantillon, ayant des dimensions analogues à celles des matériaux du corps de l'ouvrage. On peut du reste améliorer l'aspect de ces bandeaux par une taille très soignée, ou par un artifice tendant à leur donner l'aspect d'une construction en pierres de taille, comme nous allons le voir.

634. *Bandeaux en moellons.* — Au pont de Plessis-lez-Tours, les bandeaux des voûtes ont été faits en moellons piqués (*fig.* 777), dont chacun peut être considéré comme une petite pierre de taille, très proprement taillée et ciselée sur les arêtes, mais cubant seulement en moyenne $0^m,030$. Il en est résulté une grande économie d'argent, et en même temps une grande facilité pour le montage des matériaux et pour la construction des maçonneries.

Les surfaces intérieures des voûtes, entre les bandeaux de tête ont été exécutées en moellons parementés, à surface un peu bombée, et dont le parement est

en retrait de 0m,025 sur la surface lisse des moellons piqués des bandeaux.

Au pont de Chalonnes sur la Loire, les bandeaux de tête sont, comme pour le pont de Plessis-lez-Tours, en moellons piqués de Pernay, cubant chacun environ 0m,050. Seulement de deux en deux assises on a ouvert des refends qui présentent à distance l'aspect d'un ouvrage en pierre de taille (*fig.* 778). Cette disposition, avec laquelle on doit avoir soin de rejointoyer en creux les joints des grands voussoirs et de garnir seulement à plat les joints qui séparent les pierres de chacun de ces voussoirs, est d'un très bon effet. La figure 779 montre le détail de cet appareil.

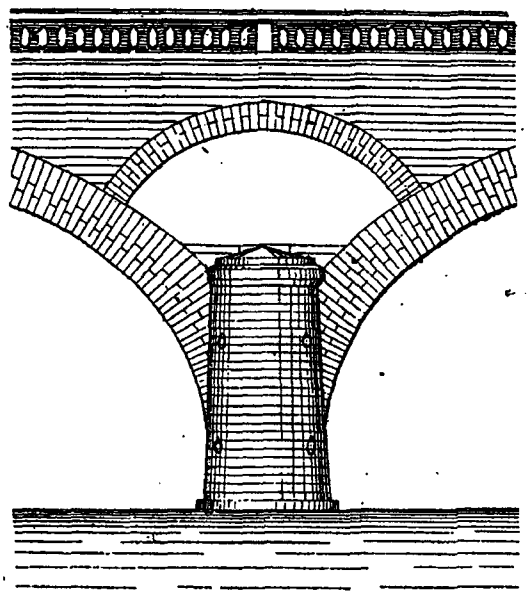


Fig. 777.

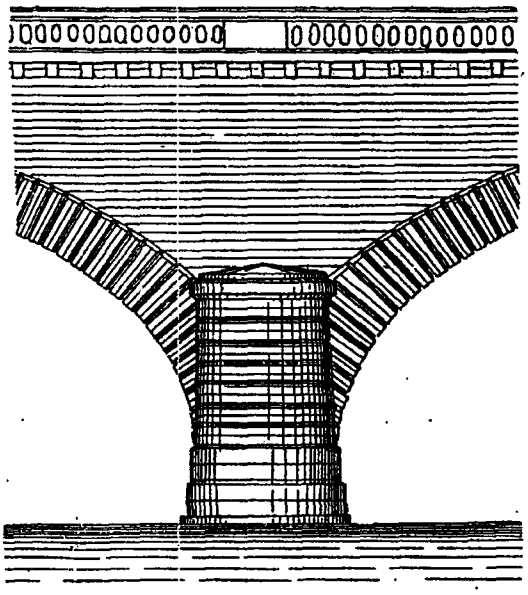


Fig. 778.

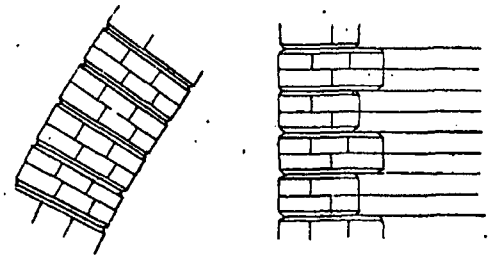


Fig. 779.

635. *Voûtes et bandeaux en briques.* — « Les briques sont d'un emploi très commode pour l'exécution des voûtes, et, quand elles sont de bonne qualité, elles durent extrêmement longtemps, puisque l'on voit encore des constructions romaines en briques bien conservées. Mais en France, sauf dans quelques contrées spéciales, elles sont de qualité médiocre ou même mauvaise et, enfin, elles ne résistent pas autant que la pierre dure aux choc et aux fortes pressions. Il faut donc employer de préférence la pierre quand on en a de bonne à sa disposition.

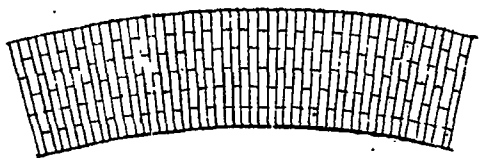


Fig. 780.

Les briques employées dans le centre de la France ont ordinairement pour dimensions 0,23; 0,11 et 0,05. Celles dont on se sert à Toulouse et qui sont fort bonnes, ont 0,42; 0,28 et 0,05. Même

avec ces dernières, on ne peut faire, avec une seule longueur de brique, que des voûtes de faibles dimensions et, par suite, dès que les ouvertures deviennent un peu considérables, il faut nécessairement employer plusieurs briques pour former l'épaisseur du bandeau.

On peut, à cet égard, procéder de deux manières : soit employer les briques en les entre-croisant par carreaux et boutisses, de manière que les plans de joint soient continus sur toute l'épaisseur de la voûte (*fig.* 780) ; soit former plusieurs rouleaux concentriques indépendants (*fig.* 781). L'usage de ce dernier mode est déjà très répandu et a une tendance à s'étendre de plus en plus. On évite ainsi d'avoir des joints en mortier dont l'épaisseur varie notablement de l'intrados à l'extrados, ce qui se produit avec l'appareil ordinaire,

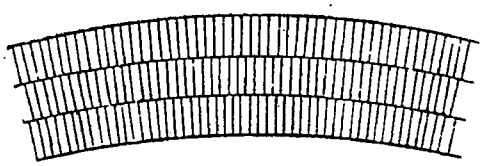


Fig. 781.

dès que les voûtes ont une grande épaisseur, et on y trouve l'avantage de pouvoir employer des cintres plus légers, puisque le premier rouleau de briques sert d'appui pendant la construction des rouleaux supérieurs. Cet avantage serait surtout précieux pour une très grande voûte, d'autant plus que l'inégalité des joints augmenterait avec la première disposition ; mais d'un autre côté il est très difficile d'arriver à ce que les divers rouleaux puissent travailler au même degré. Il faudrait, pour y parvenir, employer des mortiers dont l'énergie serait graduée de manière que la prise pût avoir lieu partout à peu près en même temps, ou bien supprimer tout tassement en n'employant que du ciment. Mais ce dernier mode serait dispendieux et l'autre très difficile à réaliser. Quoi qu'il en soit, pour une très grande voûte, il faudrait nécessairement adopter la construction par rouleaux concentriques, sauf à apporter à l'exécution beaucoup de soin et de précautions. Mais pour les ouvertures ordinaires, il paraît encore préférable de construire à la fois la voûte sur toute son épaisseur.

Le mode de construction par rouleaux a été appliqué, par quelques ingénieurs, aux voûtes en moellons dont ils posent seulement d'abord le parement de douelle et ne complètent l'épaisseur qu'après coup : ils y trouvent l'avantage de diminuer la dépense des cintres. Mais, dans ce cas, la maçonnerie de remplissage agit plutôt comme blocage que comme partie de voûte, et c'est le parement de douelle qui porte la plus grande partie de la charge. On ne peut pas invoquer pour les moellons, comme pour les briques, l'uti-

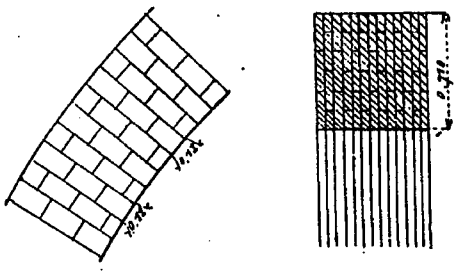


Fig. 782.

lité d'éviter d'avoir des joints trop larges à l'extrados, et par conséquent ce mode d'exécution ne doit pas, en général, être imité.

Enfin, on a proposé, pour les constructions de voûtes en briques, une autre disposition dont on a fait quelques petites applications dans le Midi et qui consiste à employer les briques à plat, parallèlement aux têtes, de telle sorte que la voûte à construire se trouve en réalité formée d'une série d'anneaux de 0^{m},05 à 0^{m},06 de largeur (*fig.* 782). Ce système qui ne tient que par l'effet du ciment, est contraire à tous les principes de bonne construction et on ne le mentionne ici que pour prémunir contre le danger et la dépense de son emploi. » (Croizette-Desnoyers).

636. Après avoir étudié la stabilité des voûtes en rouleaux, M. Résal conclut ainsi : « En résumé, le procédé de cons-

truction par rouleaux, qui n'était employé que dans le but de réaliser une économie sur le cintre, a une influence considérable sur les conditions de stabilité des voûtes, et peut, dans certains cas, présenter sur le procédé ordinaire des avantages très sérieux. En fait les constructeurs s'en sont très fréquemment servis pour les grandes ouvertures, malgré les critiques qu'on a quelquefois dirigées contre cette méthode, et ils n'ont jamais, à notre connaissance, éprouvé de mécompte. Nous avons vu que la théorie est d'accord sur ce point avec l'expérience, mais nous croyons qu'il convient de tenir compte, dans la préparation du projet d'un ouvrage, de la manière dont il doit être construit, et, lorsque l'on compte le diviser en rouleaux, de dresser dans cette prévision les épures de stabilité, de façon à corriger les inconvénients qu'entraîne ce mode de construction, sans quoi l'on s'exposerait à amener l'écrasement des arêtes d'intrados des voussoirs dans le voisinage des reins.

La division en rouleaux est donc une question qui intéresse le projet lui-même et influe notablement sur les calculs de résistance. Ce n'est pas un simple procédé de construction qu'on ait le droit d'appliquer au dernier moment sur le chantier, sans se préoccuper des conséquences qu'il peut avoir. »

VI. – Cornes de vache

637. Les cornes de vache sont employées dans les ponts, soit dans un but architectural, soit, le plus souvent, pour diminuer la contraction des courants à leur entrée sous les arches. — Ce sont des espèces de voussures raccordant l'intrados de la voûte à une courbe, autre que la courbe d'intrados, tracée dans le plan de tête du pont.

Ainsi, soit une arche à intrados elliptique abc (*fig.* 761), et traçons, dans le plan de tête, l'arc de cercle $m\,b\,n$, tangent à la courbe elliptique $a\,bc$, en son sommet b. Il s'agit de raccorder l'intrados avec cet arc de cercle.

Pour cela, sur la surface elliptique d'intrados de l'arche, on trace une courbe régulière $q\,r$ (*fig.* 761 *bis*) qui doit être symétrique par rapport au plan vertical de la clef, être tangente à l'arc de cercle $m\,b\,n$ tracé sur le plan de tête en son sommet, et rencontrer à angle droit en r les génératrices des naissances de la voûte. La courbe remplissant ces conditions sera obtenue en concevant un cylindre à génératrices horizontales parallèles au plan de tête et ayant comme directrice une courbe elliptique par exemple. L'intersection de ce cylindre avec la surface d'intrados de la voûte sera la courbe qr cherchée.

Il est évident qu'on pourrait choisir, pour directrice du cylindre horizontal parallèle aux têtes, toute autre courbe qu'un arc d'ellipse. On est guidé en cela par les conditions à remplir en ce qui concerne le facile passage des courants sous les arches et par l'effet architectural à produire.

Les deux courbes considérées : $m\,b\,n$, qp sur le plan de tête et $a\,b\,c$, qr sur l'intrados de la voûte, sont réunies par une surface gauche engendrée par une droite glissant sur elles.

Quelle doit être la direction de ces droites génératrices de la surface d'intrados de la corne de vache? Ces droites fournissent les lignes de joint. Or, si elles étaient normales à l'arc de cercle de tête $m\,b\,n$, elles seraient trop obliques sur la courbe $a\,b\,c$, $q\,r$, et d'autre part, si on les traçait normalement à cette dernière courbe, elles seraient trop inclinées sur l'arc de tête. Il conviendrait donc de conduire ces joints de façon à ce qu'ils viennent recouper les deux courbes sous le même angle. Mais il faut remarquer que la tête $a\,b\,c$, $q\,r$, de la corne de vache se trouve placée du côté du corps de l'ouvrage et se trouve par conséquent maintenue par la maçonnerie située de ce côté. Il en résulte que la stabilité de cette tête se trouve beaucoup mieux assurée que celle de l'arc de tête. Il importe dès lors de sacrifier un peu la direction des joints sur la courbe intérieure $a\,b\,c$, $q\,r$, pour améliorer la rencontre des joints avec l'arc de tête $m\,b\,n$, $q\,p$. C'est en effet ce qu'on fait assez souvent en pratique, et l'on adopte, pour les joints de la surface d'intrados de la corne de vache, une direction intermé-

diaire entre celle qui couperait les deux courbes sous le même angle et celle qui serait normale à la courbe de tête.

Quant aux lignes de joints de l'arc de tête, inutile d'ajouter qu'elles doivent être normales à cet arc.

Les joints se trouvent ainsi déterminés par les lignes de joints du bandeau de tête et par celles qui sont tracées sur la douelle de corne de vache comme nous venons de l'expliquer,

Les cornes de vache ont été employées d'une manière très heureuse par Perronet, au pont de Neuilly dont nous avons déjà donné un croquis d'ensemble (*fig.* 278), et dont la figure 761 représente l'élévation d'une arche à plus grande échelle; la figure 761 *bis* est une coupe transversale de l'arche à la clef. Ces cornes de vache contribuent à donner au pont de Neuilly un remarquable caractère de légèreté et de hardiesse. Elles étaient définies avec un très grand soin et d'une façon précise dans le devis contenant la description suivante du mode de construction de ces arrière-voussures :

« Les voûtes auront leur naissance à la hauteur des basses eaux, et seront formées en demi-ovale de plusieurs arcs de cercle, comme il a été dit ci-devant; mais les têtes ne suivront pas la même courbure; elles seront faites d'un seul arc de cercle, c'est celui du milieu de la voûte prolongé jusqu'aux piles sur lesquelles il prendra sa naissance. Cet arc des têtes se raccordera avec la courbure du reste de la voûte par une arrière-voussure qui coupera les douelles de la voûte dans la même ligne où elles seraient rencontrées par un plan vertical, passant, d'une part, par l'extrémité du corps carré de la pile, et, de l'autre, par la tête du pont, à seize pieds sept pouces (5m,39) de distance du milieu de la clef, au point où finira l'arc supérieur de la voûte, formé du plus grand rayon. Si on imagine un plan coupant la voûte par quelque ligne parallèle aux assises des voussoirs et passant par le centre de l'arc de la même partie de voûte, ce plan coupera ainsi la voussure en ligne droite. La même voussure, ainsi continuée au-dessous de l'arc des têtes, comme s'il était prolongé plus bas que le

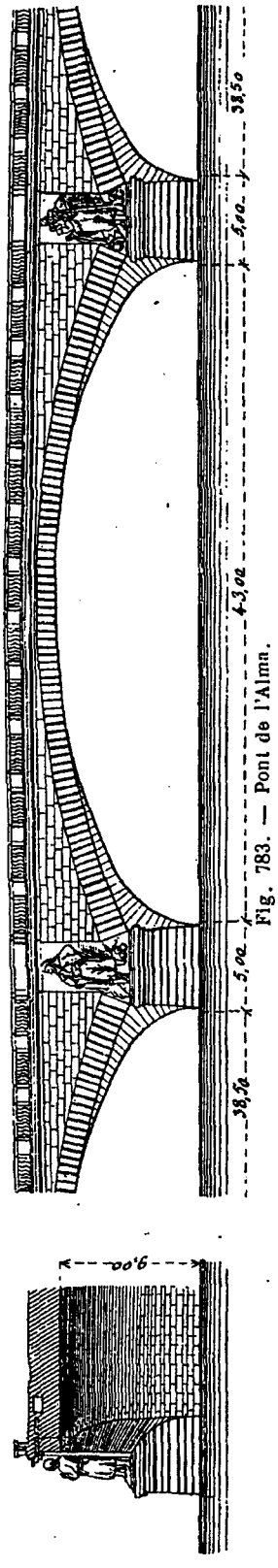


Fig. 783. — Pont de l'Alma.

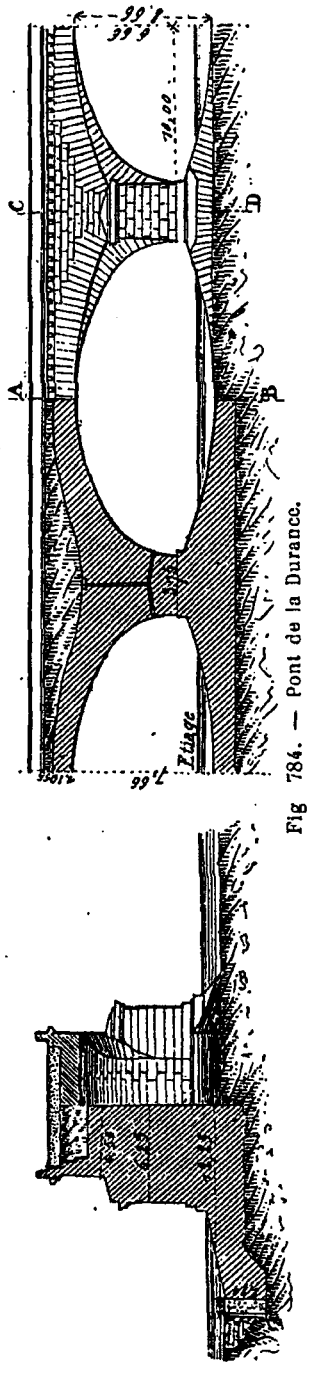


Fig. 784. — Pont de la Durance.

dessus des piles jusqu'à la naissance des voûtes, rencontrera la partie arrondie de la pile contre laquelle elle se profilera en ligne courbe. »

Le pont de l'Alma, sur la Seine, à Paris, est également muni de cornes de vache très bien disposées et produisant un bel effet. Ce pont, un des plus beaux

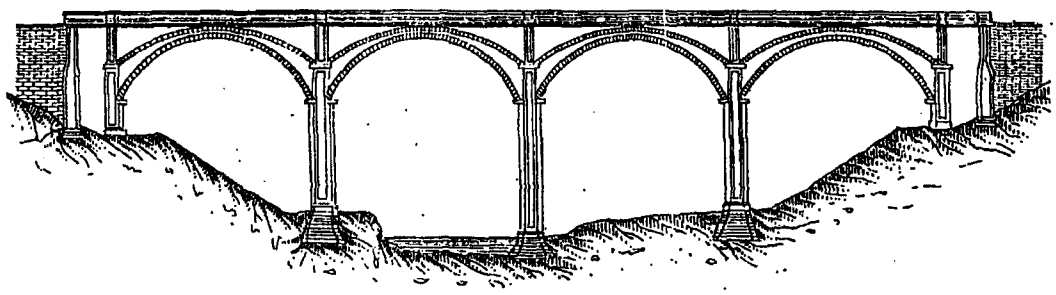


Fig. 785. — Viaduc d'Edimbourg.

de Paris, est composé de trois grandes arches elliptiques. La figure 783 représente l'élévation et la coupe transversale de l'arche du milieu ayant 43 mètres d'ou-

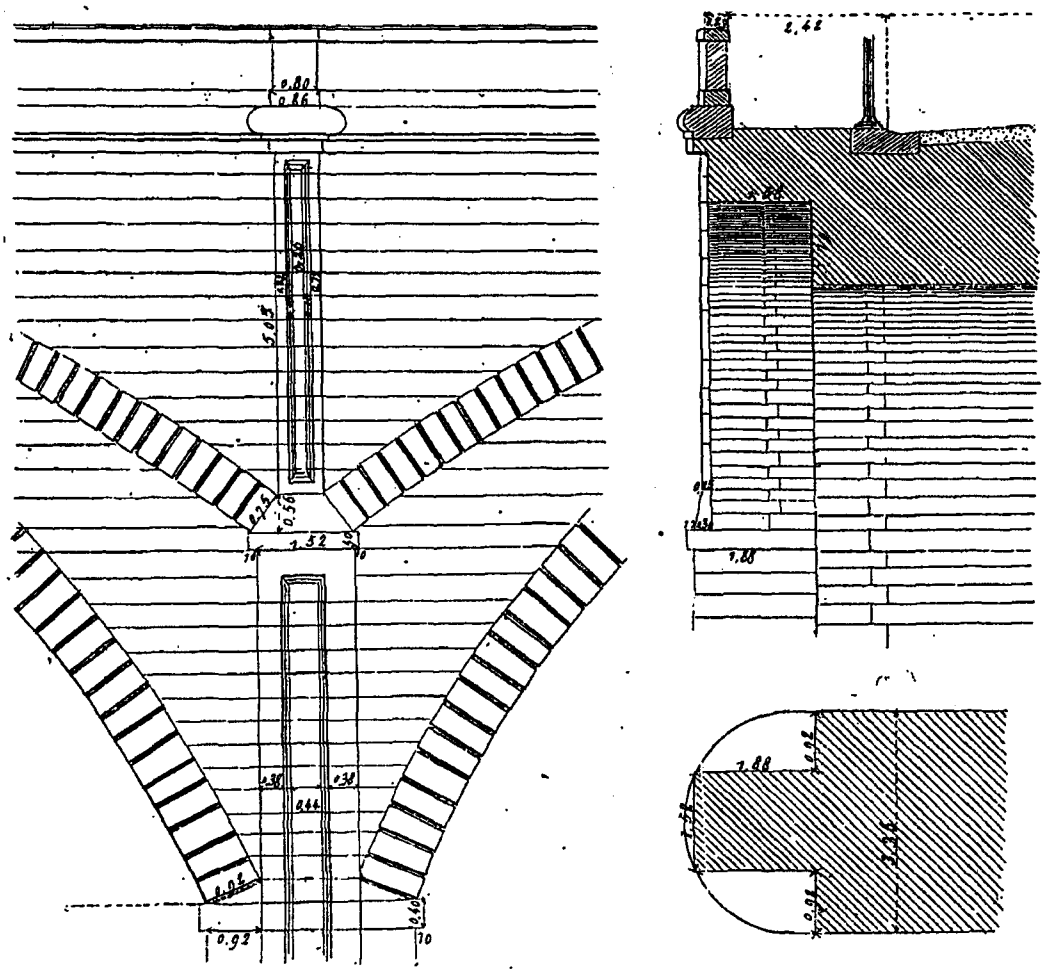


Fig. 786. — Viaduc d'Edimbourg (Détails).

verture et 8m,60 de montée. L'arête inférieure de la tête est composée de trois arcs, et l'arête supérieure est décrite par un seul rayon de 62m,12, de sorte que le bandeau se trouve ainsi appareillé légèrement divergent. (Pour le tracé des voussures du pont de l'Alma voir le *Cours de ponts* de M. Morandière, page 328.)

Le pont de la Durance, construit de 1846 à 1849, par MM. Talabot et Borel, pour le chemin de fer d'Avignon à Marseille, possède aussi des cornes de vache très fortement accentuées, comme on le voit sur la figure 784.

Nous pourrions citer un assez grand nombre d'autres ponts, tant en France qu'à l'étranger, munis d'arrière-voussures ou cornes de vache. L'emploi de ces voussures est cependant très dispendieux car il exige un cube considérable de grandes pierres de taille ainsi qu'une taille très soignée. Aussi ne doit-on appliquer les cornes de vache que dans les grands ouvrages auxquels on désire donner un caractère monumental ou bien lorsqu'il est nécessaire de faciliter, par tous les moyens possibles, le passage de violents courants sous les arches.

Une disposition particulière qui, sans constituer des cornes de vache, contribue également à donner à l'ouvrage un caractère de grande légèreté, est celle qui a été employée par Telford, dans un petit viaduc construit à Édimbourg et dont la figure 785 représente une vue d'ensemble.

Cette disposition consiste à supporter les trottoirs par des voûtes en arc de cercle beaucoup plus surbaissées que celles du corps du pont. On peut, en effet, employer sous trottoirs des voûtes moins épaisses et par conséquent moins lourdes que celles nécessaires pour le passage des voitures, et cet exemple mérite d'être imité.

Le détail de l'appareil de ces arcs, au droit d'une pile, est représenté par la figure 786.

VII. — Raccordement des bandeaux avec les piles et culées.

638. Lorsque la voûte est en arc de cercle, que le bandeau soit extradossé parallèlement ou divergent, le raccordement est facile. La retombée du bandeau se fait simplement sur le *sommier* ou *coussinet* placé au-dessus du chaperon de la pile ou de la culée, comme on le voit sur les figures 765, 766, et 769.

Quand la voûte est plein-cintre, ou en anse de panier, la retombée est un peu plus délicate et doit être étudiée avec soin, car les piles s'élèvent presque toujours à une hauteur notable au-dessus des naissances. On peut alors suivant les

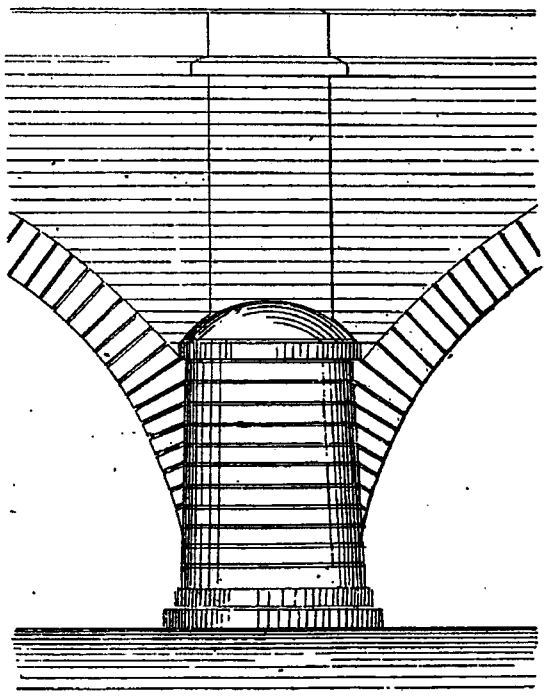


Fig. 787.

circonstances, et suivant la hauteur qu'il est utile de donner aux avant-becs, faire correspondre la ligne supérieure du bandeau des voûtes avec telle ou telle ligne du couronnement des piles, ou bien laisser ce couronnement complètement dégagé et indépendant du bandeau des voûtes (*fig.* 770 et 787).

Dans les deux cas, la ligne inférieure du bandeau vient, en général, se raccorder tangentiellement aux parements des piles et culées à peu près au niveau des naissances. Il y a donc lieu de se préoccuper du raccordement des voussoirs du bandeau avec les assises hori-

zontales de la pile ou de la culée ; il y a là une étude à faire de compensation ou de balancement entre ces diverses épaisseurs, afin que les joints se correspondent, comme on le voit sur la figure 788.

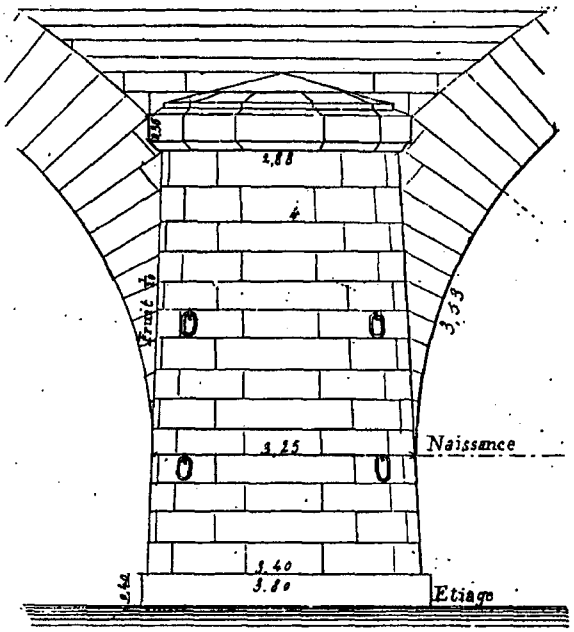


Fig. 788. — Pont de Montlouis.

Deux systèmes de retombée se présentent à l'esprit :

1° Diviser le fût de la pile en assises égales et faire varier l'épaisseur des voussoirs pour obtenir la correspondance des joints (*fig.* 789) ;

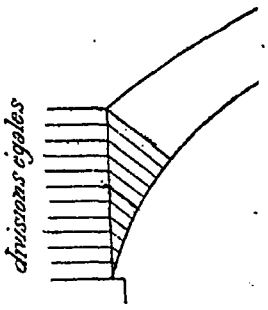


Fig. 789.

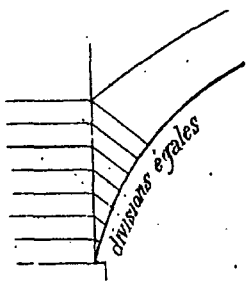


Fig. 790.

2° Faire les voussoirs du bandeau d'égale largeur en douelle et obtenir la correspondance cherchée par une variation dans l'épaisseur des assises de la pile (*fig.* 790). — Dans le premier cas, celui des *retombées avec assises égales*, on voit que l'épaisseur des voussoirs diminue rapidement à partir des naissances, tandis que dans le second, celui des *retombées avec voussoirs égaux*, la hauteur des assises va en augmentant.

Ni l'un ni l'autre de ces systèmes ne doit être absolument appliqué. Il est préférable de faire varier à la fois la hauteur des assises horizontales de la pile et la

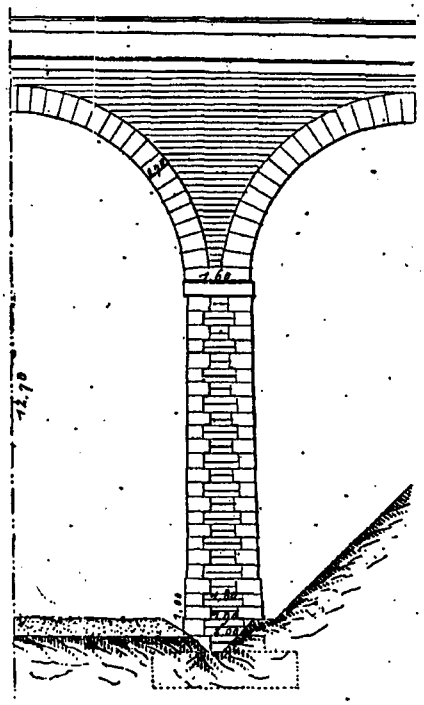


Fig. 791.

largeur en douelle des voussoirs du bandeau, de manière à réaliser un balancement satisfaisant à l'œil.

Très souvent, surtout dans les viaducs en plein-cintre, les bandeaux extradossés parallèlement, viennent simplement retomber sur un sommier placé au-dessus de la pile, comme pour les bandeaux en arc de cercle (*fig.* 791). La pile s'arrête alors au niveau des naissances. — Quelquefois même, le sommier est supprimé et les arcs retombent sur le bandeau de la pile au niveau des naissances (*fig.* 792).

Lorsque la pile se continue au-dessus des naissances, contre les tympans sous forme de contrefort, les bandeaux viennent

parfois reposer sur la pile à hauteur des naissances, en restant complètement indépendants de la partie supérieure de la pile (*fig.* 793). Le détail de l'appareil de cette disposition est représenté par la figure 794; elle a été appliquée notamment au viaduc de la Feige sur le chemin

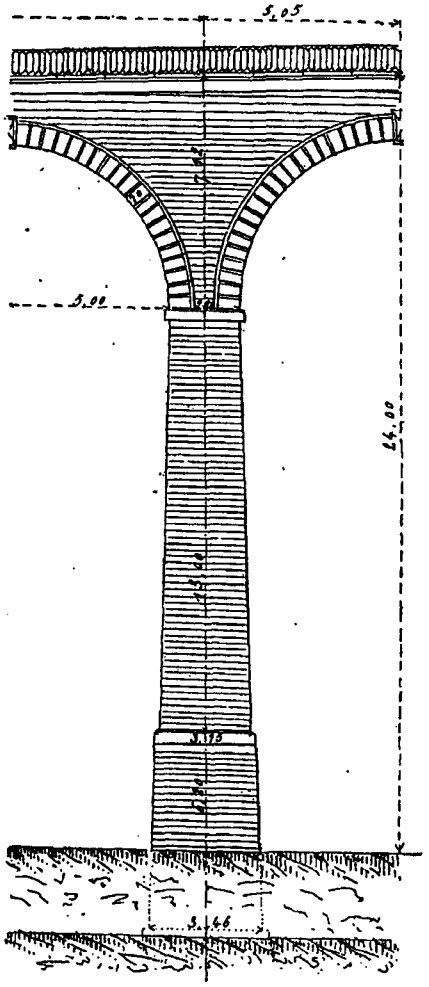


Fig. 792.

de fer de Saint-Germain-des-Fossés à Roanne.

D'autres fois les bandeaux ont leur courbe d'intrados tangente aux parements des piles et la courbe d'extrados vient rencontrer ces parements au-dessus des naissances. Telle est la disposition qui a été adoptée pour le viaduc de Morlaix, par exemple (*fig.* 795).

Les divers systèmes principaux de raccordement que nous venons d'énumérer comportent naturellement une grande

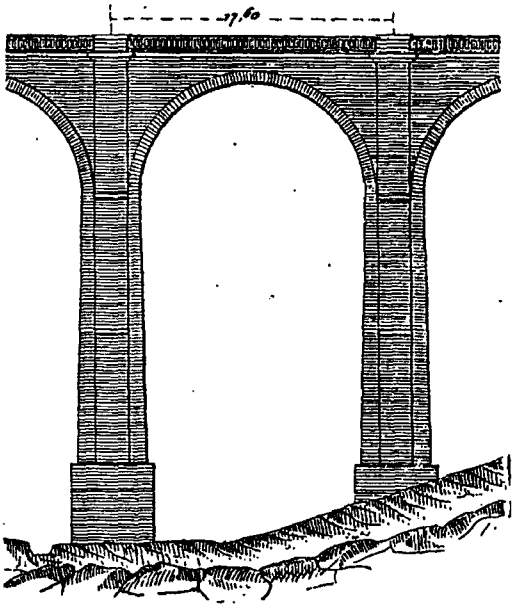


Fig. 793. — Viaduc de la Feige.

quantité de variantes; on en trouvera des exemples dans les types d'ouvrages qui seront donnés plus loin.

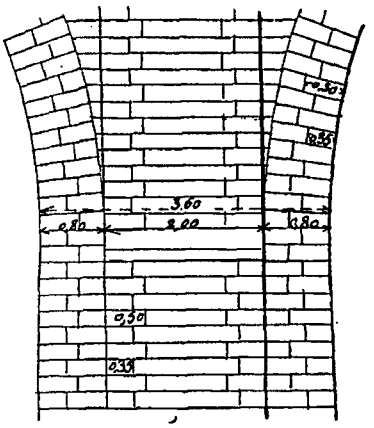


Fig. 794. — Viaduc de la Feige. — Détail.

VIII. — Tympans et remplissage au-dessus des voûtes.

639. Une fois les voûtes construites, il reste à combler le vide existant entre l'extrados de ces voûtes et le niveau de la

voie à laquelle le pont doit donner passage. Ce remplissage se fait de diverses manières mais toujours il est limité ou maintenu par des *tympans* formant, au-dessus des piles, culées et bandeaux, les faces aval et amont de l'ouvrage, se terminant à la partie supérieure par la plinthe et le parapet.

640. *Nature du remplissage.* — Le procédé le plus économique d'effectuer, entre les tympans en maçonnerie, le remplissage du vide compris entre l'extrados

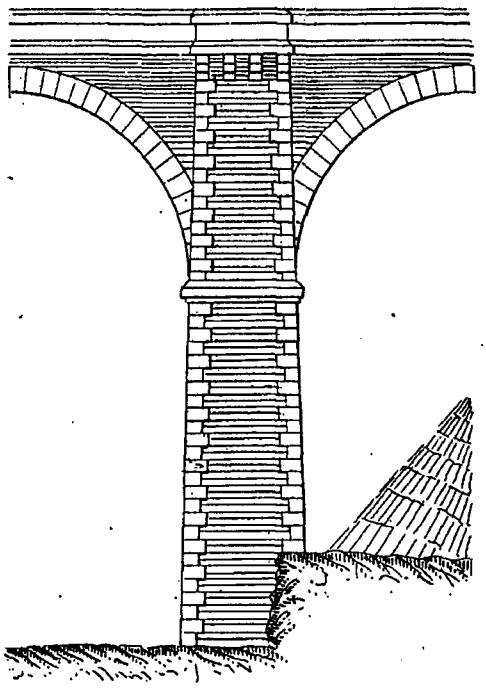


Fig. 795. — Viaduc de Morlaix.

des voûtes à la partie inférieure, la voie à la partie supérieure et les parements intérieurs des tympans en amont et en aval, consiste évidemment à employer un simple remblai de terres. Mais il est alors nécessaire de procéder à l'exécution de ce remblai avec des précautions spéciales. Il faut le pilonner fortement par tranches horizontales à mesure de son exécution. Il faut en outre faire un choix entre les terres qui pourraient entrer dans la confection du remplissage.

Les *terres ordinaires* et en particulier les *terres argileuses* doivent être absolument proscrites. Ces terres, en effet, se resserrent et se contractent sous l'action de la sécheresse et se gonflent au contraire sous l'action de l'humidité. Les variations, quelquefois considérables, de volume qu'elles éprouvent ainsi sont susceptibles de produire des poussées énormes sur les parois qui les limitent, c'est-à-dire sur les voûtes et sur les parois intérieures des tympans. Il peut en résulter de graves accidents.

Les *terres sabloneuses* seraient préférables, et, dans un grand nombre d'anciens ponts, le remplissage a été fait avec cette nature de terre. Cependant, ces terres finissent toujours par s'agglomérer; elles retiennent les eaux pluviales qui, ne pouvant plus aller s'écouler à la surface des chapes placées sur l'extrados des voûtes, suintent à travers les maçonneries, détruisent peu à peu la cohésion du mortier quand la chaux n'est pas très hydraulique et produisent des taches de chaux à l'extérieur et même quelquefois, à la longue, la dislocation de la maçonnerie.

Aujourd'hui, on doit absolument s'interdire l'emploi des terres, même sablonneuses, pour le remplissage des tympans, sauf cependant pour les ouvrages de peu d'importance, ou pour ceux qui, ayant des arches très surbaissées, n'exigent qu'un remplissage de très faible hauteur. Et, même dans ces derniers cas, il vaut toujours mieux opérer le remplissage par l'un des procédés suivants.

641. *Béton maigre.* — Depuis une trentaine d'années, plusieurs Ingénieurs ont employé dans un très grand nombre d'ouvrages, un remplissage en *béton de sable* ou *béton maigre*. On donne ce nom à un mélange de sable et de chaux hydraulique, composé de $0^m,15$ de chaux pour un mètre cube de sable, ou bien de 9 ou 10 parties de sable pour une partie de chaux.

Ce béton doit être répandu par couches successives; la couche suivante ne doit être posée que lorsque la précédente a fait prise. On doit rechercher un temps bien sec pour sa mise en place. Il prend alors assez de consistance pour former un massif incompressible, ce qu'il est important de réaliser quand on veut

placer les chapes au-dessus du remplissage.

C'est avec du béton de sable, mis en œuvre comme nous venons de le dire, que M. Morandière a rempli les tympans des ponts de Montlouis et du Cher, des viaducs de l'Indre et de la Manse ; les résultats obtenus ont été très satisfaisants. Les figures 796 et 797 montrent les détails adoptés pour le remplissage du viaduc de la Manse à Sainte-Maure.

642. *Pierres cassées ou moellons à sec.* — Lorsque le sable et la chaux hydraulique, destinés à la confection du béton maigre, reviennent à un prix trop élevé, on peut remplacer avantageusement ce béton par de la pierre cassée ou du moellon posé à sec. Nous préférons ce remplissage au précédent, même abstraction faite des prix de revient. On pose le moellon à la main, pour en faire une sorte de maçonnerie à pierres sèches.

Si c'est la pierre cassée qu'on emploie il faut avoir soin, quand la voie qui passe sur l'ouvrage est un chemin de fer, surtout si les tympans sont élevés, de relier ces murs de tête par des tirants en fer, afin d'éviter les déchirements que les vibrations pourraient produire avant que les mortiers n'aient eu le temps d'être bien consolidés.

Même lorsque le remplissage est en

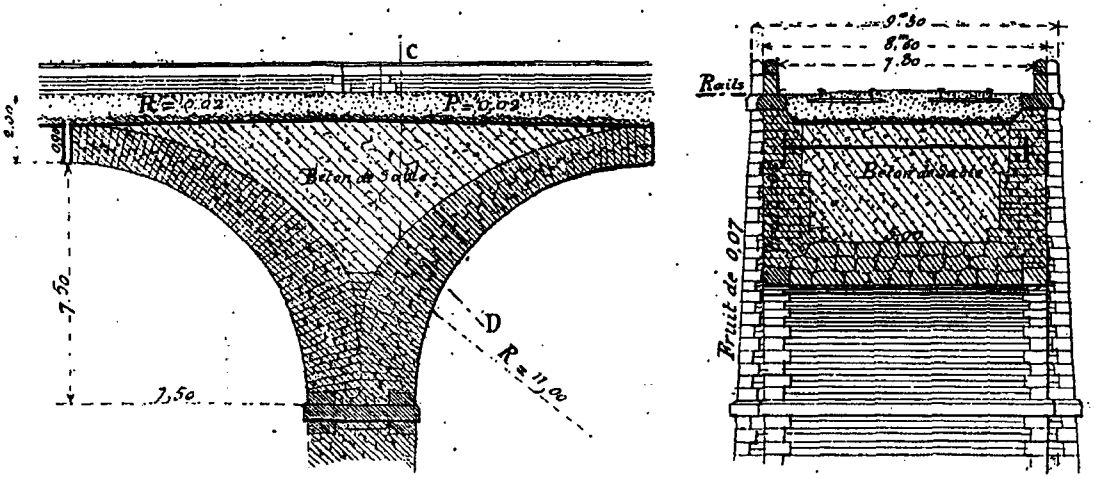


Fig. 796 et 797. — Viaduc de la Manse à Sainte-Maure.

béton maigre, il est prudent, pour la même raison, de faire usage de tirants en fer. On voit que cette précaution a été prise par M. Morandière au viaduc de la Manse, dont le remplissage est en béton de sable. (*fig.* 797).

643. *Maçonnerie pleine.* — Dans quelques ouvrages, et notamment au grand viaduc de Morlaix dont nous avons déjà donné un fragment d'élévation et une coupe transversale (*fig.* 732 et 733), les tympans et le remplissage ont été faits en un seul massif de maçonnerie sur toute la largeur de l'ouvrage entre les têtes. On conçoit que cette manière d'opérer le remplissage doit être très dispendieuse et doit, en outre, présenter l'inconvénient de charger les voûtes outre mesure. Tandis que les remplissages en béton maigre, pierres cassées ou moellons bruts, en raison du rapport de leur densité à celle des maçonneries ordinaires, qui est en général de 4 à 5 fait gagner une différence d'environ $^1/_5$ sur le poids.

Quoiqu'il en soit, tous ces remplissages pleins ont l'inconvénient de trop charger les voûtes et il y a très souvent avantage à ménager des vides dans ces remplissages au-dessus des voûtes, comme nous le verrons en étudiant l'élégissement des tympans.

644. *Section transversale des tympans.* — Dans les diverses manières de remplir

les tympans, qui viennent d'être décrites, les murs latéraux ne sont autre chose que des murs de soutènement destinés à maintenir entre eux les matières mises en œuvre pour le remplissage. — Il faut donc donner à la section transversale de ces murs la forme la plus rationnelle au point de vue de la résistance des matériaux. — Il convient donc de les faire plus épais à leur partie inférieure qu'à leur sommet. Et comme le parement extérieur de ces murs est forcément vertical, ou à peu près, on arrive à cette variation d'épaisseur, soit par des redans successifs (*fig.* 797), soit par un fruit uniforme, placés du côté intérieur.

645. *Parement vu des tympans.* — Les tympans, ne servant qu'à remplir les vides entre les bandeaux des voûtes et les plinthes, ne sont en réalité qu'une partie accessoire de l'ouvrage; ils doivent donc être traités simplement, avec moins de luxe, de recherche et de soin que les autres parties. Ainsi, on ne les construit actuellement jamais en pierre de taille. On se contente du moellon piqué ou de la brique. On obtient également un excellent effet avec la maçonnerie à joints incertains ou mosaïque (*opus incertum*), c'est-à-dire avec un parement composé de pierres à tête polygonale quelconque.

Cependant, lorsque les tympans pleins ont leur parement complètement uni et que ces tympans ont une surface assez importante, il en résulte un caractère de nudité et de lourdeur qui s'étend parfois à l'ensemble de l'ouvrage malgré le soin avec lequel les autres parties sont traitées. Dans les longs ouvrages notamment, cette longue série de tympans nus, d'aspect nécessairement monotone et froid, nuit à l'effet général. Aussi, le plus souvent, cherche-t-on à rompre cette monotonie en appliquant aux tympans une décoration appropriée, comme on le verra quand nous traiterons de la décoration des ponts.

IX. — Elégissement des tympans.

646. Nous avons dit, qu'en raison du poids considérable que les remplissages pleins entre tympans font supporter aux voûtes, il y a souvent avantage à mé-

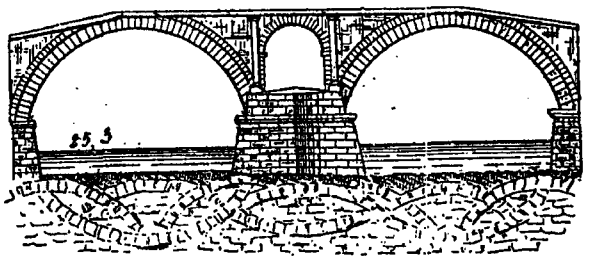


Fig. 798. — Pont Quatro-Capi, à Rome.

nager des vides dans ces remplissages afin de réduire le volume des matériaux supportés. Ces vides qu'on appelle *élégissements*, sont réalisés au moyen de petites voûtes juxtaposées parallèlement ou perpendiculairement aux plans de têtes du pont. — Les piles de ces petites voûtes reposent sur l'extrados des voûtes principales.

L'évidement des tympans des ponts est pratiqué depuis bien longtemps. En voici quelques exemples, parmi les ponts romains et ceux construits au moyen âge. Au pont Fabricius maintenant Quatro-Capi, à Rome, sur le Tibre, on a évidé le tympan en formant un passage accompagné de pilastres (*fig.* 798). Construit en l'an 63 avant J.-C.

Le pont Émilius, également sur le Tibre, est muni, au-dessus de chaque pile d'un arceau apparent (*fig.* 799). — Ce pont a été construit environ cent ans avant J.-C. — Il en est de même du pont Janicule, un des premiers bâtis à Rome.

Le pont de Céret, bâti près de Perpi-

gnan, sur le Tech, en 1336 est remarquable par les voûtes qui ont été pratiquées dans les maçonneries, produisant des évidements considérables dans les tympans et dans la partie supérieure des culées (*fig.* 800).

Au pont d'Avignon, sur le Rhône, le second pont bâti en France depuis la chute de l'Empire romain (1177-1187), on voit (*fig.* 802) que des vides ont été ménagés au-dessus des piles au moyen de petites arcades. Les reins des arches en

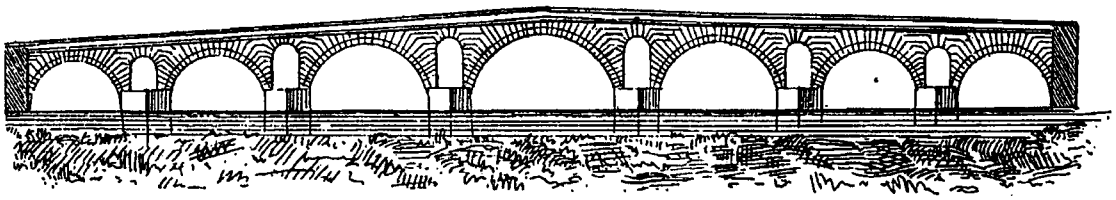


Fig. 799. — Pont Emilius, sur le Tibre.

offrent de semblables. La figure 801 représente un fragment de coupe longitudinale du pont.

Le pont du Saint-Esprit qui a été construit sur le Rhône vers la fin du XIIIe siècle, immédiatement en aval du confluent de l'Ardèche, présente également des évidements voûtés au-dessus des piles.

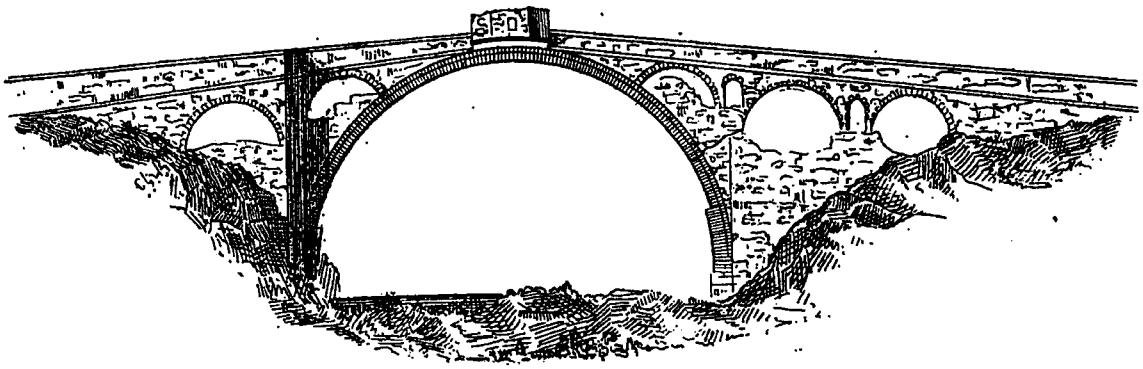


Fig. 800. — Pont de Cèret, près de Perpignan.

Voûtes intérieures longitudinales.

647. Diverses dispositions peuvent être employées pour l'élégissement des ponts. Les voûtes intérieures peuvent être disposées longitudinalement, ou transversalement aux têtes. Les premières ne peuvent être vues en parement.

Les voûtes longitudinales forment, entre les grandes voûtes, des espèces de coins qui, d'après M. Morandière, sont très favorables pour la stabilité. Mais ces berceaux longitudinaux à arêtes parallèles aux plans des têtes, ont l'inconvénient de diviser la voûte principale en zônes parallèles, les unes ne recevant aucune charge, tandis que les autres, placées sous les piles des voûtes d'élégissement, supportent toute la charge supérieure.

De plus, ces voûtes exercent forcément une poussée sur les murs des tympans. Cependant, lorsqu'elles ont un petit rayon leur poussée est assez faible et on peut toujours s'opposer au renversement des tympans, formant pour ainsi dire culées, au moyen de tirants en fer reliant ces murs et exerçant sur eux une traction en sens inverse de la poussée.

Les voûtes longitudinales ont été employées d'une façon très remarquable par

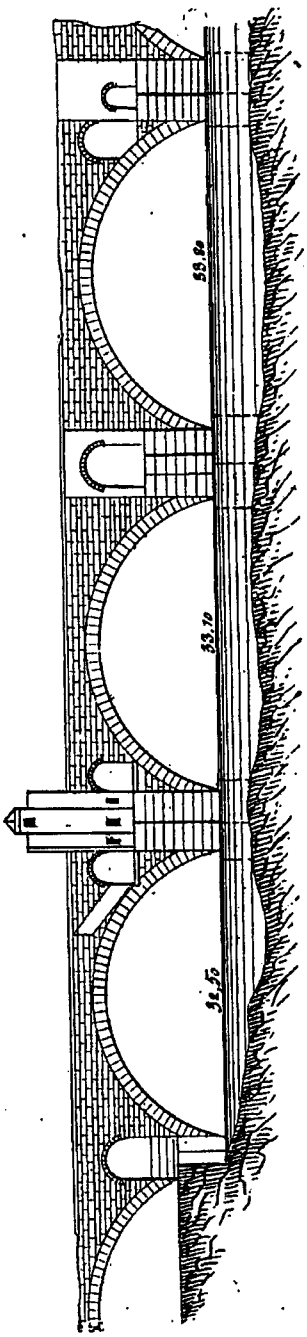


Fig. 802. — Pont d'Avignon.

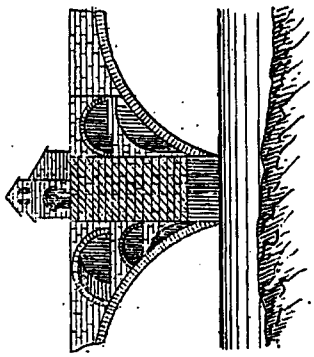


Fig. 801.

les Perses. Ainsi dans le *Pont Rouge* dont nous avons donné une élévation (*fig.* 287) existent, à l'intérieur, des évidements formés par trois galeries longitudinales (*fig.* 803). Les voûtains sont en plein-cintre et construits en briques maçonnées à plat dans des plans perpendiculaires aux axes.

Quand les voûtes d'élégissement sont longitudinales, les voûtes principales, avons-nous dit, sont divisées par tranches très inégalement chargées. La courbe des pressions ne se déforme pas, comme dans

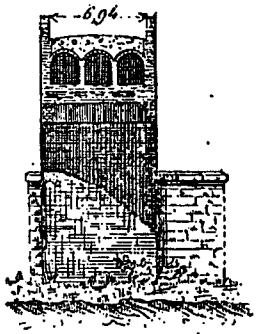


Fig. 803. — Pont Rouge, en Perse.

le cas des élégissements transversaux, mais toute la charge étant reportée sur des tranches peu larges, on est conduit à donner à la voûte des épaisseurs exagérées.

Afin d'éviter cet inconvénient, la disposition la plus ingénieuse et la plus logique a été imaginée pour la construction du Pont de la Jeune-Fille en Perse dont nous avons déjà donné un croquis de l'ensemble de l'élévation (*fig.* 291). Au lieu de faire porter directement les voûtes longitudinales sur l'extrados des voûtes principales, on les a appuyées sur des nervures voûtées formant pour ainsi dire arcs doubleaux ayant pour fonction de proportionner la résistance aux efforts supportés et de soumettre, par conséquent, tous les matériaux à des pressions à peu près uniformes (*fig.* 804).

« Grâce à ces dispositions, grâce aux arches de secours pratiquées dans les piles, le pont de la Jeune-Fille est un des ouvrages les plus légers et les plus solides que l'on puisse citer et cependant l'épais-

seur exagérée des voûtes et des piles dénote à côté de conceptions logiques et hardies une grande timidité dans l'éxécution. »

« En faisant subir à cet ouvrage des transformations très simples, il pourrait devenir un excellent type de pont de chemin de fer : il suffirait de faire supporter

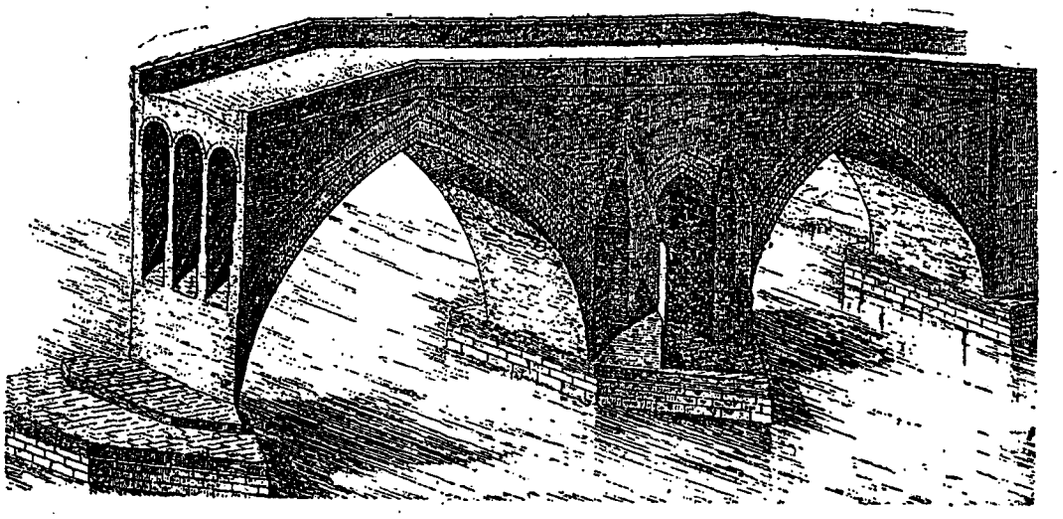


Fig. 804. — Pont de la Jeune-Fille, en Perse.

chaque rail par une nervure spéciale dont les dimensions devraient être calculées de manière à ce qu'elle résiste à la ma-

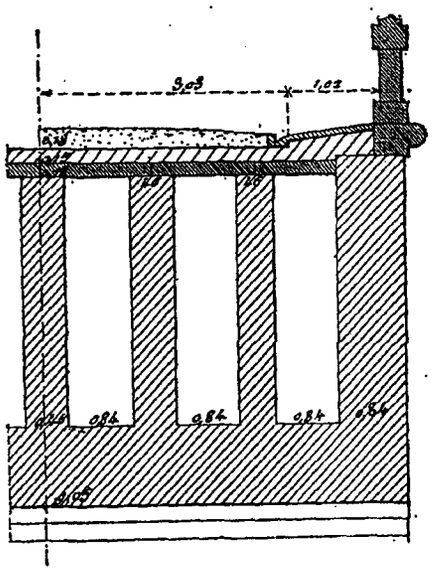


Fig. 805.— Pont du Kelvin.

jeure partie des pressions développées par le passage des trains. La voûte continue ne jouerait plus alors, comme dans le monument persan que le rôle d'un cintre permanent destiné à relier entre elles toutes les maçonneries de l'arche. » (Notice sur la construction des ponts en Perse par M. Dieulafoy : *Annales des ponts et chaussées*, 1883.)

648. Pour éviter la poussée des voûtes longitudinales sur les tympans, les An-

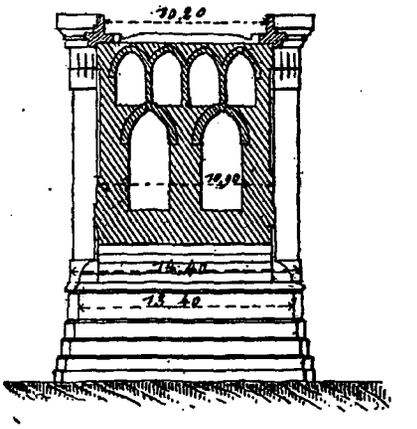


Fig. 806. — Pont de Chester.

glais, qui emploient très fréquemment la brique dans leurs constructions, ont imaginé d'élever simplement, au-dessus des

voûtes, des murettes longitudinales assez minces et de les recouvrir au moyen de dalles. C'est la disposition qui a été prise par M. l'ingénieur Thompson pour le pont construit près de Glasgow, sur la petite rivière de Kelvin (*fig.* 805). On peut aussi, pour diminuer sensiblement la poussée latérale des voûtes longitudinales, employer pour ces voûtes la forme ogivale, comme l'ont fait les Anglais dans le pont de Chester, construit en 1834, et dont la figure 806 représente une coupe transversale.

Le remarquable viaduc de Dinan, dont

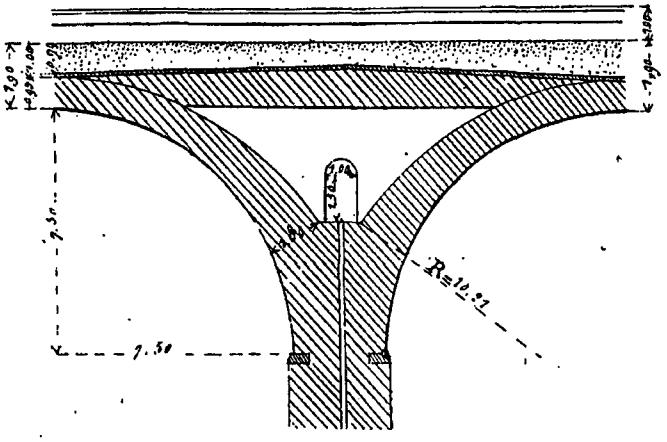


Fig. 807.

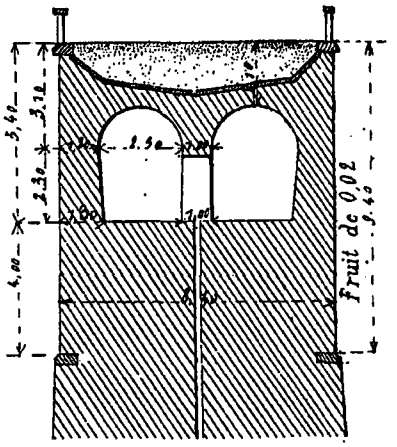


Fig. 808.

nous donnerons une description plus loin, construit en 1846-1852 au-dessus de la vallée de la Rance par MM. Mequin et L. Reynaud, présente dans l'intérieur des tympans deux voûtes longitudinales plein-cintre de 1m,40 d'ouverture chacune.

649. Les figures 807 et 808, représentent une étude faite par M. Morandière, de voûtes longitudinales disposées comme celles du viaduc de Dinan.

Une autre étude du même auteur, représentée par les figures 809 et 810,

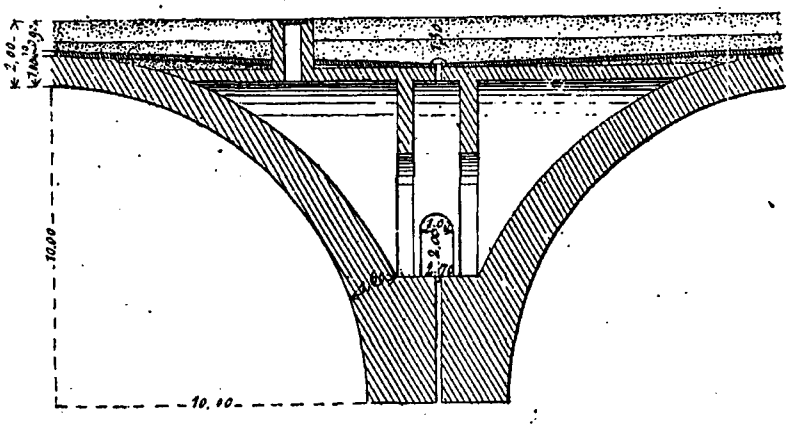


Fig. 809.

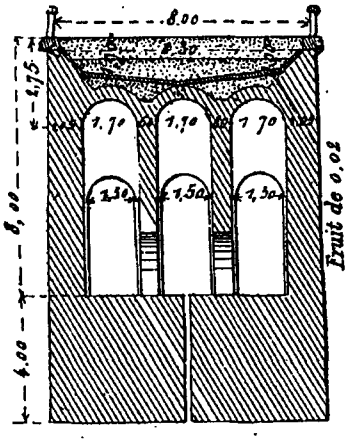


Fig. 810.

montre un élégissement obtenu au moyen de trois voûtes longitudinales.

Le nombre des voûtes longitudinales à intercaler entre les tympans dépend évidemment, du reste, de la plus ou moins grande largeur du pont entre les têtes, de la destination de l'ouvrage et surtout de la nature des matériaux dont

on dispose, et de la charge que les fondations des piles peuvent supporter.

Ainsi, pour la construction des ponts de Nantes, sur la Loire (chemins de fer de la Vendée), M. Morandière a fait plusieurs études de voûtes intérieures lon-

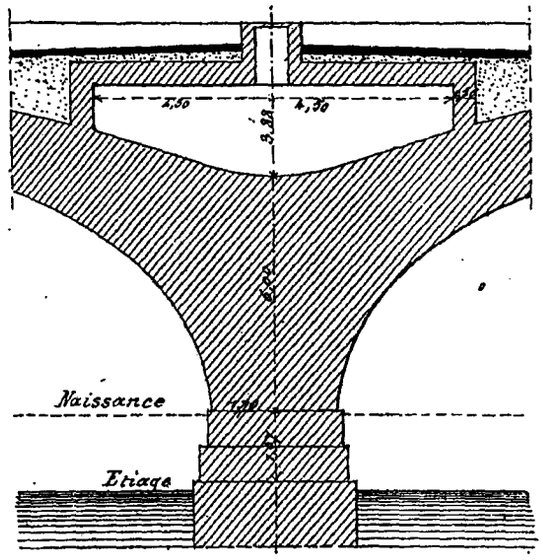


Fig. 811.

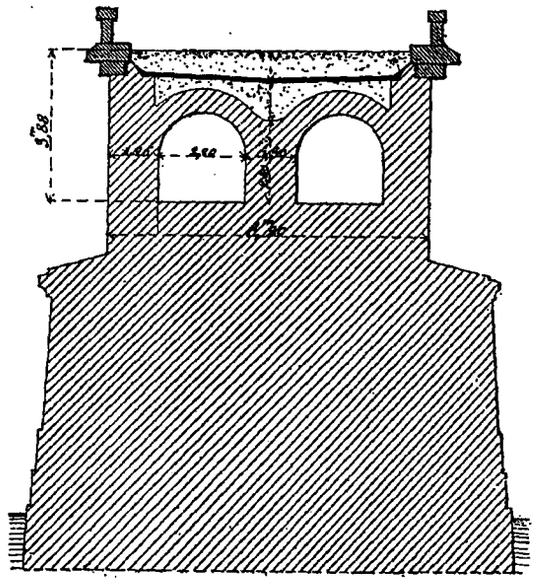


Fig. 812.

gitudinales afin de se rendre compte de la disposition la plus favorable. D'après le projet, on devait ménager, au-dessus des piles, deux petites voûtes longitudi-

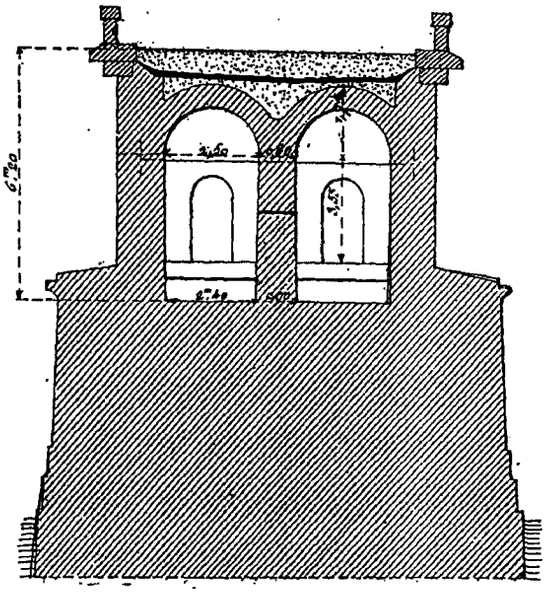


Fig. 813.

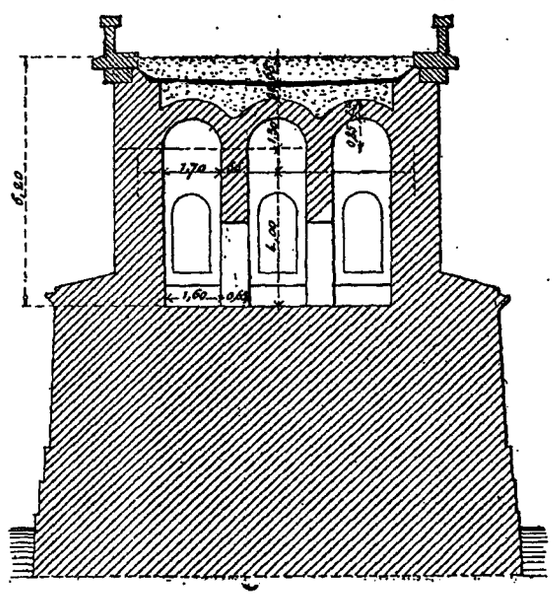


Fig. 814.

nales intérieures de $2^m,20$ d'ouverture chacune, s'étendant sur une longueur totale de $9^m,00$, comme l'indiquent les figures 811 et 812. Mais plusieurs piles

qui reposent sur des massifs de béton peu étendus, ayant éprouvé quelques tassements, il s'agissait de chercher à diminuer le plus possible le poids des voûtes, et les figures 813, 814, 815 et 816 montrent les études faites dans ce but.

Les résultats obtenus, en ce qui concerne les cubes des vides, sont indiqués dans le tableau suivant :

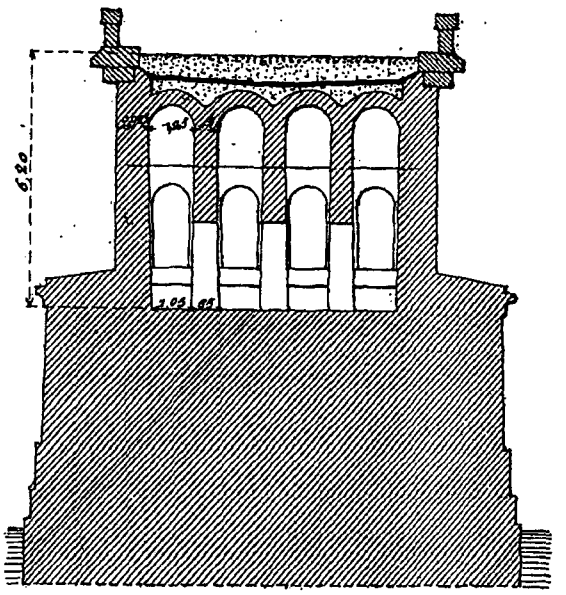


Fig. 815.

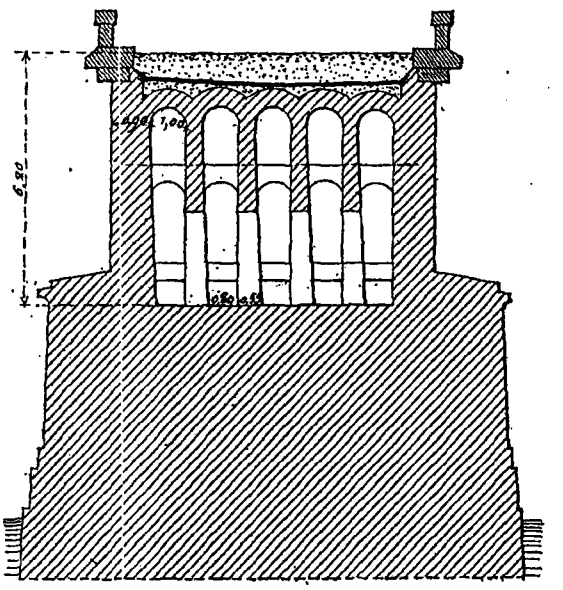


Fig. 816.

DÉSIGNATIO DES ÉTUDES	SECTION maxima du vide SUR LA PILE	SECTION MOYENNE	LONGUEUR A COMPTER	CUBE DU VIDE
	m^2	m^2	m.	m^3
Etude n° 1. — Deux voûtes longitudinales (*fig.* 812).. .	9.10	7.00	9.00	63
Etude n° 2. — — — (*fig.* 813)....	22.30	13.00	12.00	156
Etude n° 3. — Trois voûtes — (*fig.* 814)....	23.20	12.75	14.50	185
Etude n° 4. — Quatre voûtes — (*fig.* 815)....	22.60	11.50	16.60	191
Etude n° 5. — Cinq voûtes — (*fig* 816)....	22.00	11.00	18.00	198

On voit, d'après ce tableau, que l'étude n° 2 (*fig.* 813) donne un vide de 156 mètres cubes, déjà très considérable, et que l'étude n° 3 (*fig.* 814) donne à peu près tout ce qu'on peut désirer : 185 mètres cubes. Les études n° 4 et 5 ne donnent que des augmentations de 6 et 13 mètres cubes, à peu près insignifiantes, sur le chiffre de l'étude n° 3 tout en comportant des piles tellement minces qu'elles obligent à des sujétions beaucoup plus grandes.

C'est donc évidemment l'étude n° 3 (trois voûtes longitudinales) qui produit le meilleur résultat et c'est celle qui a été définitivement adoptée. En coupe longitudinale ces voûtes présentent la disposition indiquée par la figure 817. Les piles et les voûtes furent construites avec des briques de choix provenant des fours d'Ancenis.

La figure 818 donne les détails des voûtes intérieures longitudinales en briques, telles qu'elles ont été exécutées au-dessus des grandes voûtes du pont de Nantes, sur le deuxième bras (chemin de fer de Nantes à La Roche-sur-Yon) (Étude n° 3). Pour contrebalancer la poussée exercée par les voûtes sur les murs de tympans, M. Morandière a fait emploi de tirants en fer, comme on le voit sur la figure.

La figure 819 montre le détail du trou

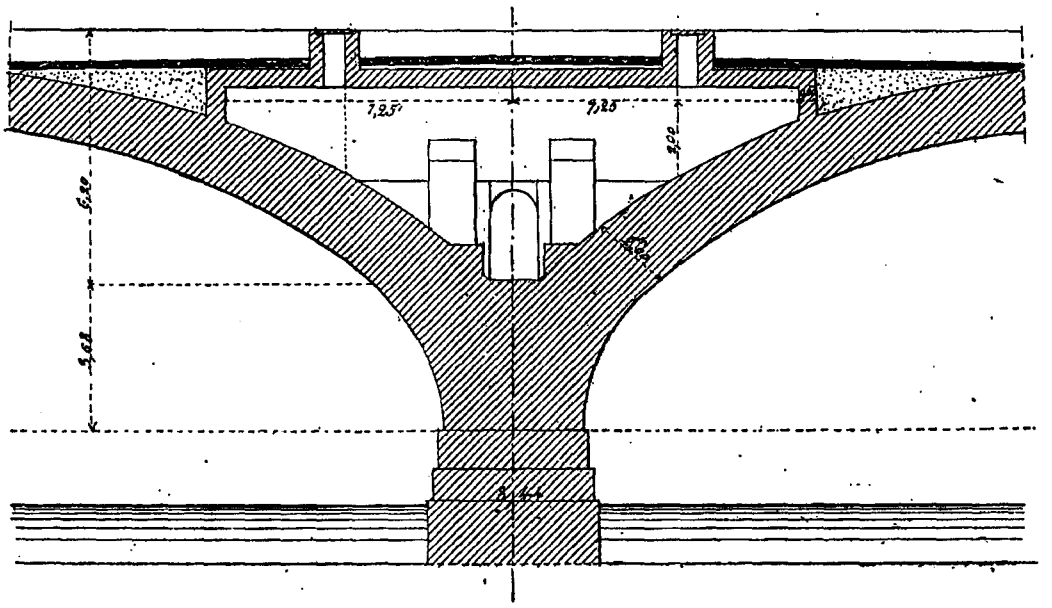


Fig. 817.

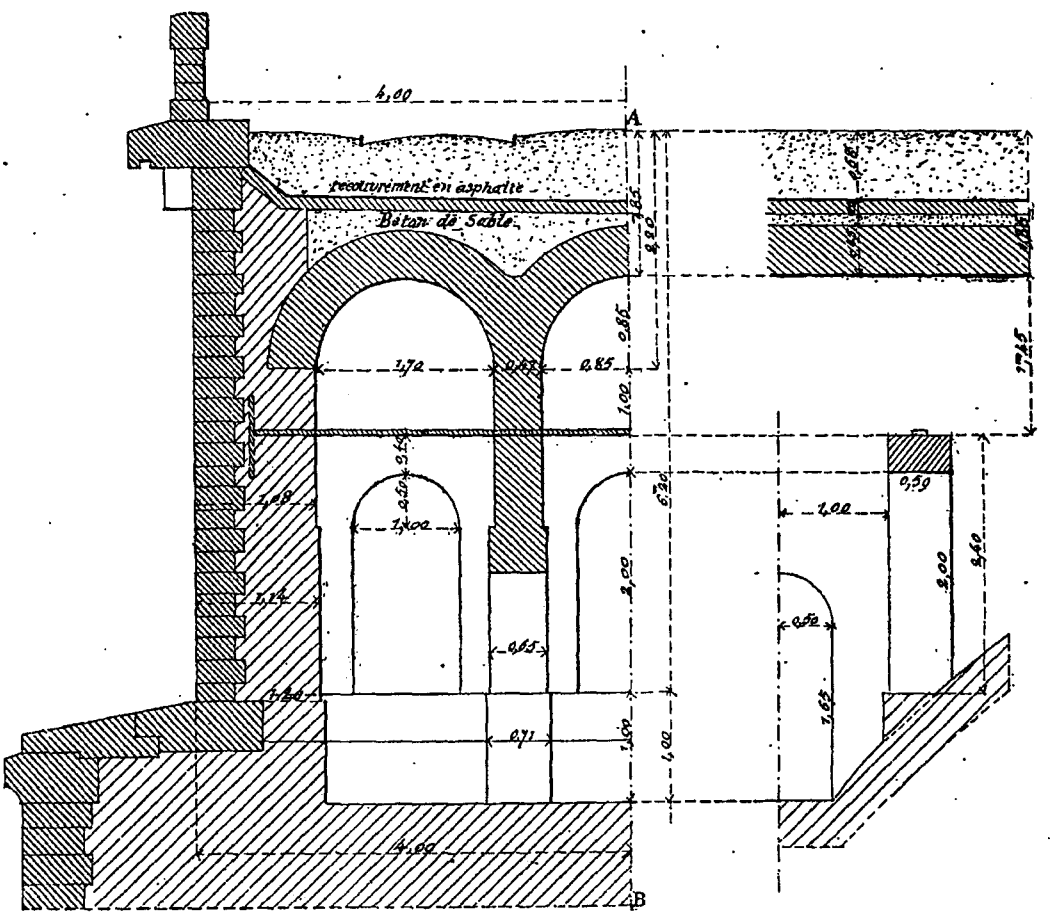


Fig. 818.

d'homme, permettant de descendre dans les vides des élégissements.

Au pont Napoléon, construit en 1860,

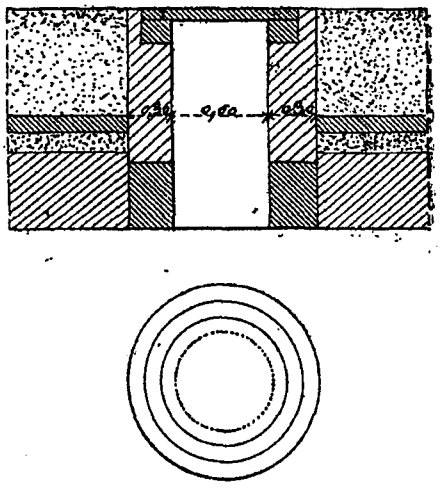


Fig. 819.

sur le Gave de Pau à Saint-Sauveur (Hautes-Pyrénées), des voûtes d'élégissement longitudinales, à peu près sem-

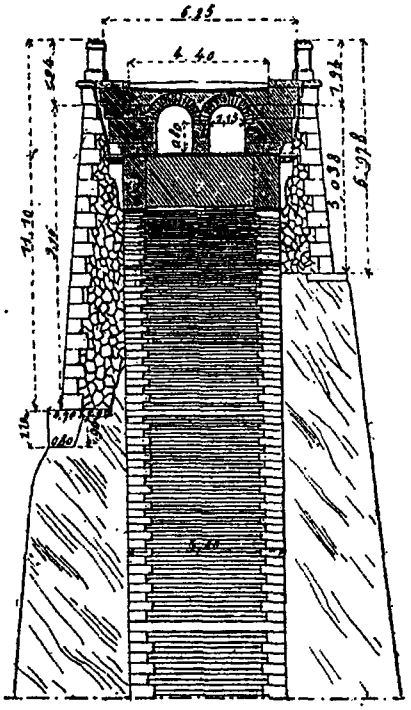


Fig. 820.

blables aux précédentes, ont été établies en meulière et ciment de Vassy. Ces voûtes, au nombre de deux, ont 1m,15 d'ouverture chacune. Elles sont supportées extérieurement par les tympans, et intérieurement, par une pile qui prend une très grande hauteur aux extrémités du pont et à laquelle on a donné, pour cette raison, une épaisseur variable de 0m,60 en haut à 1 mètre en bas, obtenue au moyen de deux retraites intermédiaires. Les figures 820 et 821 représentent les coupes transversales faites au sommet de la voûte et à l'une des extrémités du pont. (Ce pont est formé d'une seule arche en plein-cintre de 42 mètres d'ouverture.)

On peut enfin, comme dans le viaduc

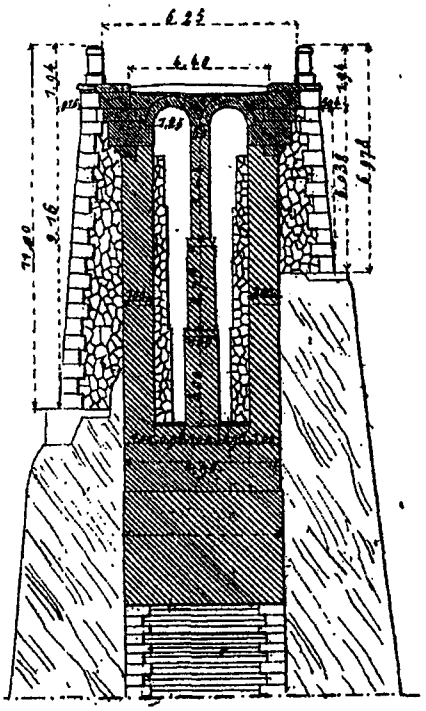


Fig. 821.

de Nogent-sur-Marne, lorsque le vide des tympans a une grande hauteur, superposer plusieurs rangées de voûtes d'élégissement longitudinales (*fig.* 822 et 823). Ce viaduc présente en effet de grandes arches plein-cintre de 50 mètres d'ouverture, ce qui donne aux tympans une très grande hauteur. Aussi le nombre des étages des voûtes longitudinales a dû être porté à 5.

« D'une manière générale, et en se

maintenant dans des conditions excellentes de solidité pour un pont de chemin de fer, tout en obtenant un élégissement très utile, on peut adopter comme types les dimensions du croquis ci-après (*fig.* 824). (Croizette-Desnoyers, page 87).

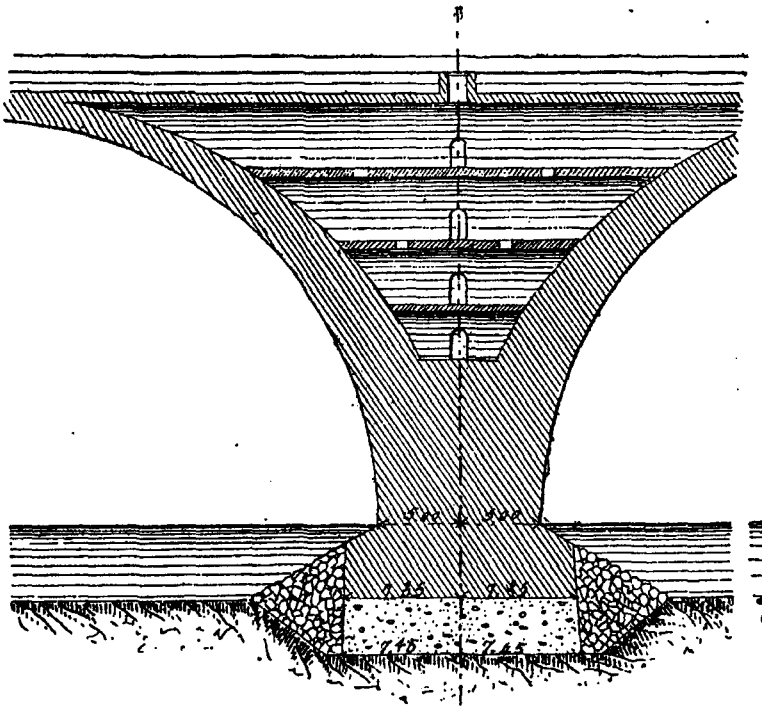


Fig. 822. — Viaduc de Nogent-sur-Marne.

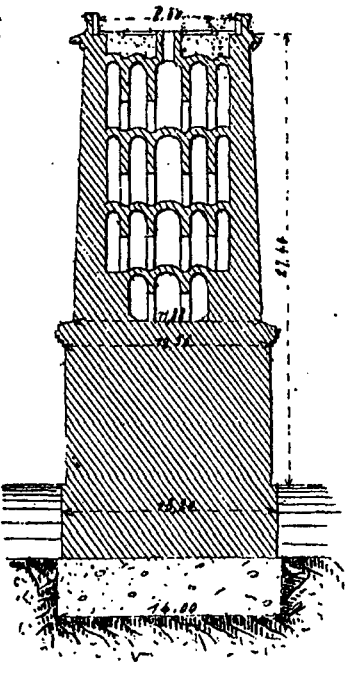


Fig. 823.

Les voûtes intérieures sont au nombre de trois; elles ont chacune $1^m,50$ d'ouverture et les piles $0^m,59$ d'épaisseur à la partie supérieure, ce qui correspond à une construction en maçonnerie de briques.

Dans ces conditions, et en comptant les hauteurs à partir du dessus de la clef des grandes arches, on obtient les résultats suivants :

HAUTEURS	RAPPORT du VIDE AU PLEIN	DIMINUTION des ORDONNÉES
1.10	0.38	0.42
2.10	0.54	1.13
3 10	0.60	1.86
4.10	0.62	2.54
5.10	0.63	3.21
6.10	0.64	3.90
7.10	0.64	4.54
8.10	0.64	5.18
etc.	»	»

Les résultats pour le rapport du vide

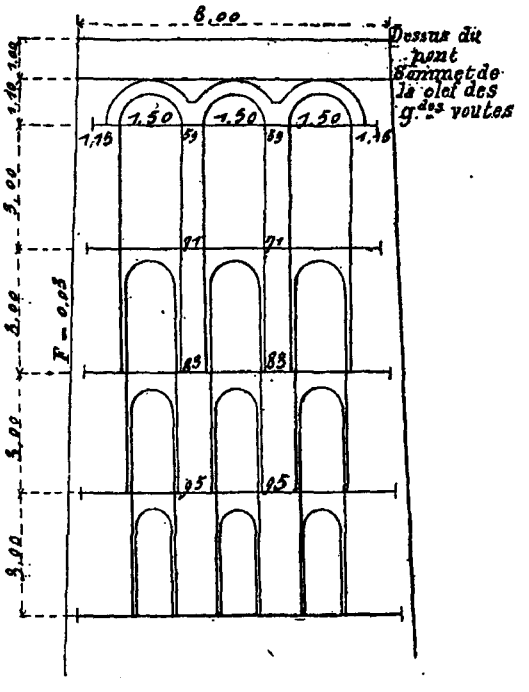


Fig. 824.

au plein sont d'abord faibles, à cause de l'influence des voûtes supérieures, puis ils vont en augmentant et atteignent leur maximum pour 6 à 8 mètres de hauteur ; ensuite ils diminuent un peu, parce que l'accroissement de largeur des petites piles devient plus sensible. Ces résultats ne s'appliquent qu'à la partie centrale entre les murs des tympans. Ceux-ci font partie des têtes, qui doivent donner lieu à des épures et des calculs distincts de ceux applicables au corps de la voûte. »

Voûtes intérieures transversales.

650. L'élégissement des tympans au moyen de voûtes transversales a été employé depuis très longtemps, comme le montrent les figures 798 à 802 représentant des ponts de l'époque romaine et du

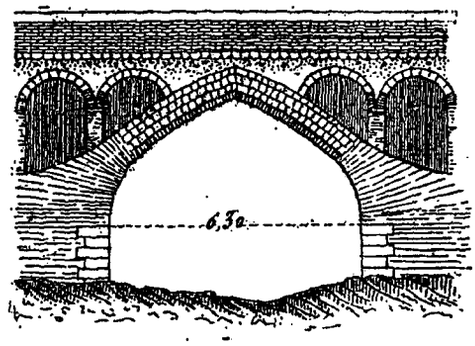


Fig. 825. — Pont de Mianèh, en Perse.

moyen âge. Ces voûtes traversaient complètement le pont et étaient généralement apparentes.

En outre de l'avantage que ces élégissements transversaux *apparents* présentent en diminuant le poids de l'ouvrage dans une proportion notable, ils procurent encore un autre avantage non moins important en augmentant le débouché.

Lorsque les tympans d'un pont sont pleins, ils offrent en effet à l'écoulement des crues un obstacle d'autant plus important et, par conséquent, plus dangereux que le niveau des eaux est plus élevé au-dessus des naissances des arches. Si, exceptionnellement, la crue atteint, ou à peu près, le sommet des voûtes, le rapport du débouché à la section totale du courant diminue avec une très grande rapidité et les remous qui prennent naissance à l'amont élèvent le plan d'eau à une hauteur telle que les inondations de la vallée en amont, la pression de l'eau sur la face de l'ouvrage et la vitesse considérable du courant sous le pont peuvent occasionner d'immenses désastres. Il n'est donc pas étonnant que les ingénieurs aient cherché à remédier à ces graves inconvénients, et c'est ainsi qu'ils ont été conduits à ce système d'évidement des tympans.

On a cependant employé quelquefois des élégissements transversaux non apparents, c'est-à-dire pratiqués seulement à l'intérieur des tympans sans traverser ceux-ci. Ils n'avaient alors pour but, comme les élégissements longitudinaux, que la diminution du poids de l'ouvrage.

Les élégissements transversaux ont l'avantage de n'exercer aucune poussée contre les murs de tête ; mais ils ont l'inconvénient de s'appuyer sur les grandes voûtes suivant des zônes horizontales isolées.

La courbe des pressions subit alors au-dessous de chacun des supports, comme on le verra quand nous nous occuperons de la stabilité des voûtes, des inflexions vicieuses et tend à se transformer à partir du joint de rupture en une ligne droite qu'il est fort difficile de maintenir dans les limites de l'extrados.

Le pont de Mianèh (1580) en Perse présente exceptionnellement des voûtes d'évidement transversales, non apparentes sur les tympans, disposées comme le montre la figure 825.

De même au pont de Tours, sur la Loire, construit en 1766-1778, les tympans sont évidés intérieurement au moyen de trois voûtes transversales au-dessus de chaque pile (*fig.* 826). Ces voûtes, en arc de cercle, présentent, celle du milieu une ouverture de 7 mètres, et les deux latérales une ouverture de $3^{m},35$ chacune. Elles s'appuient sur les grandes voûtes par l'intermédiaire de larges empâtements, à peu près à la hauteur des joints de rupture.

Depuis, les élégissements transversaux ont été utilisés non seulement comme

moyens de diminuer le poids de l'ouvrage, mais encore pour augmenter le débouché superficiel et contribuer à l'ornementation des tympans, en leur faisant traver

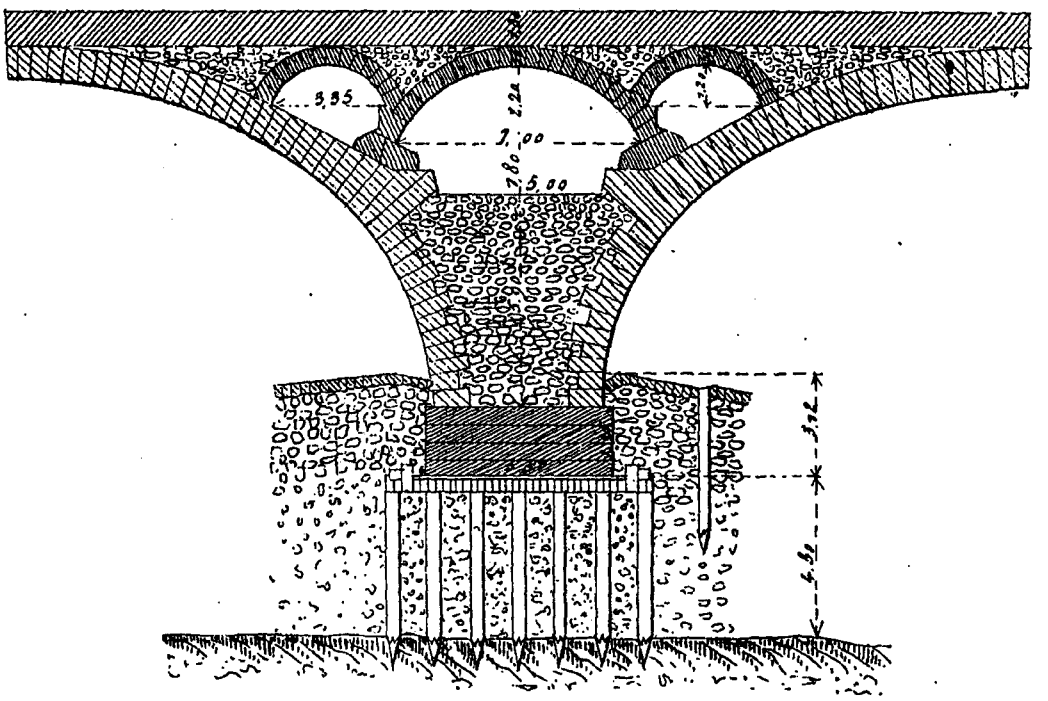


Fig. 826. — Pont de Tours sur la Loire.

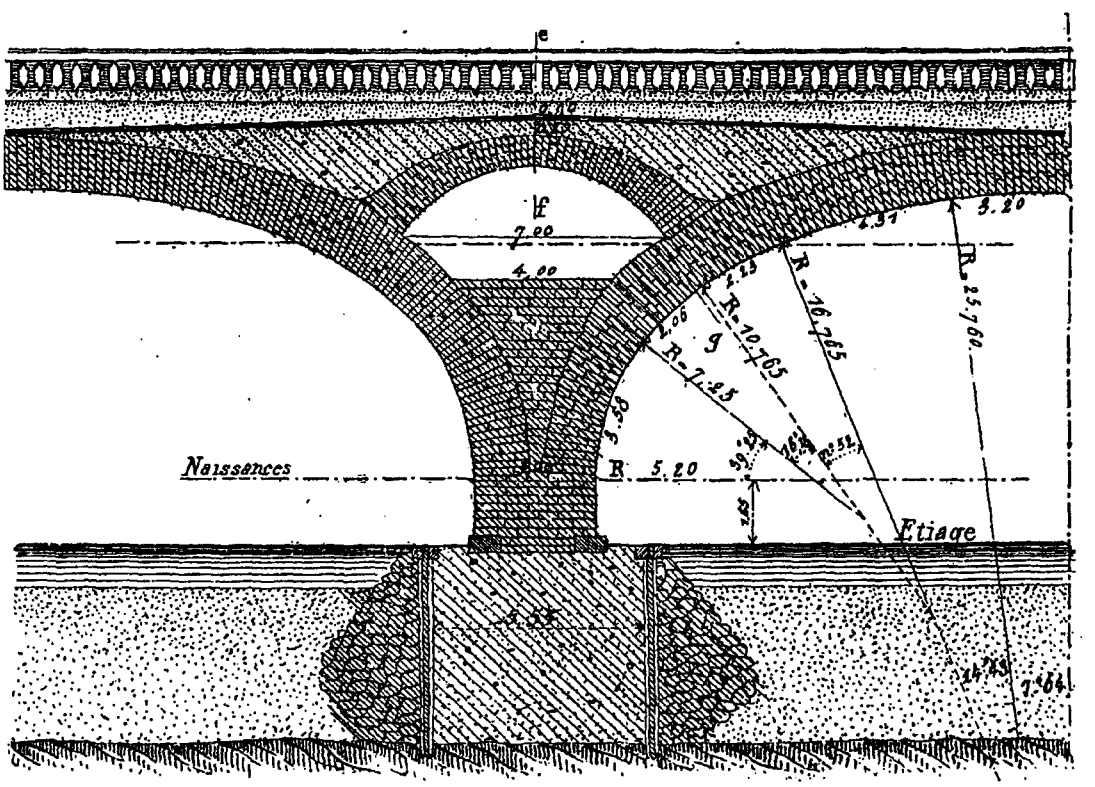


Fig. 827. — Pont de Plessis-lez-Tours.

ser les têtes. On est ainsi revenu au système des anciens ponts, représenté par les figures 792 à 808.

Les voûtes transversales apparentes ont été adoptées en 1856 par MM. Morandière et Deglin au pont de Plessis-lez-

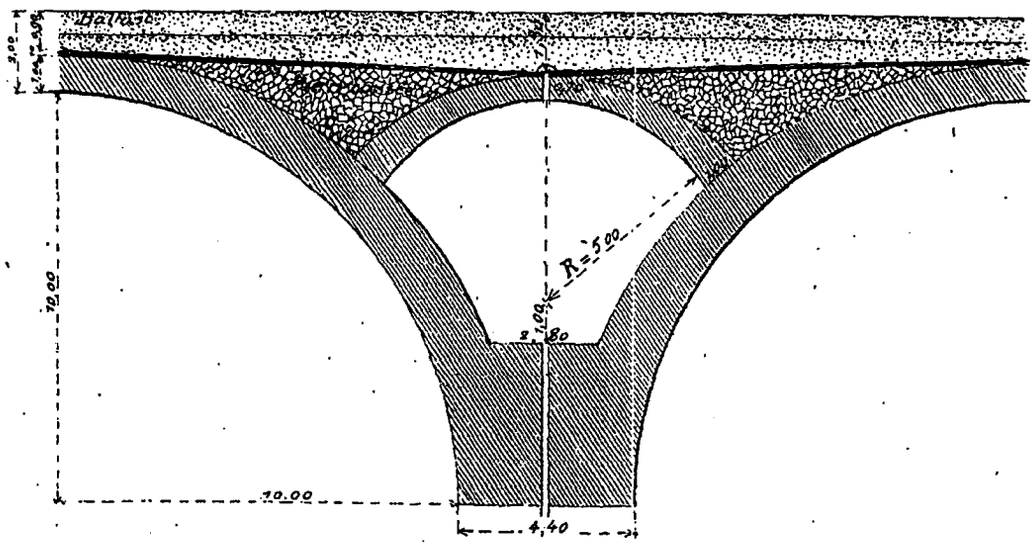


Fig. 829.

Tours, sur la Loire. La figure 828 donne la coupe transversale, la figure 777 l'élévation et la figure 827, la coupe longitudinale de cette disposition.

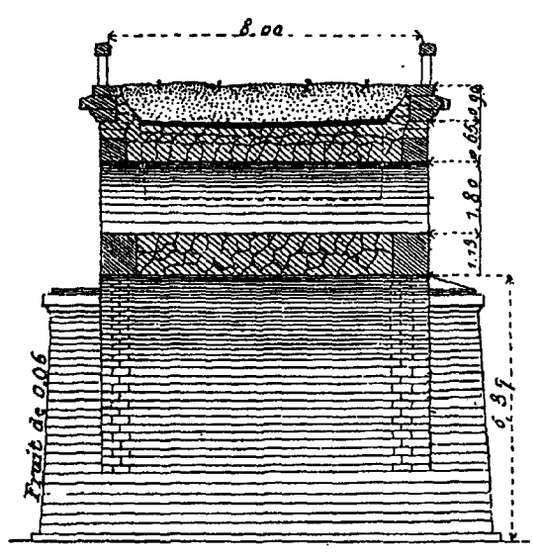


Fig. 828.

Les figures 829 et 830, montrent une étude de voûte transversale produisant un très grand vide au-dessus de la pile,

et dans laquelle les chapes sont autrement disposées (Morandière).

Au pont de Montflours, construit par le service vicinal, sur la Mayenne, les tym-

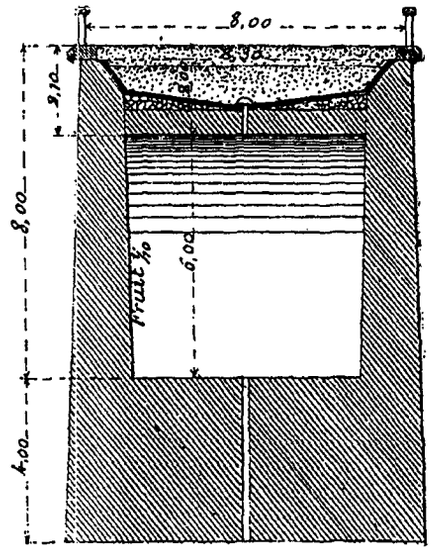


Fig. 830.

pans sont simplement évidés par une galerie placée à l'aplomb de chaque pile. Les tympans se sont ainsi trouvés découpés

par des motifs d'un aspect très satisfaisant en élévation. La figure 831 est un fragment d'élévation de ce pont et les figures 832 et 833 montrent le détail d'une galerie en coupes transversale et longitudinale.

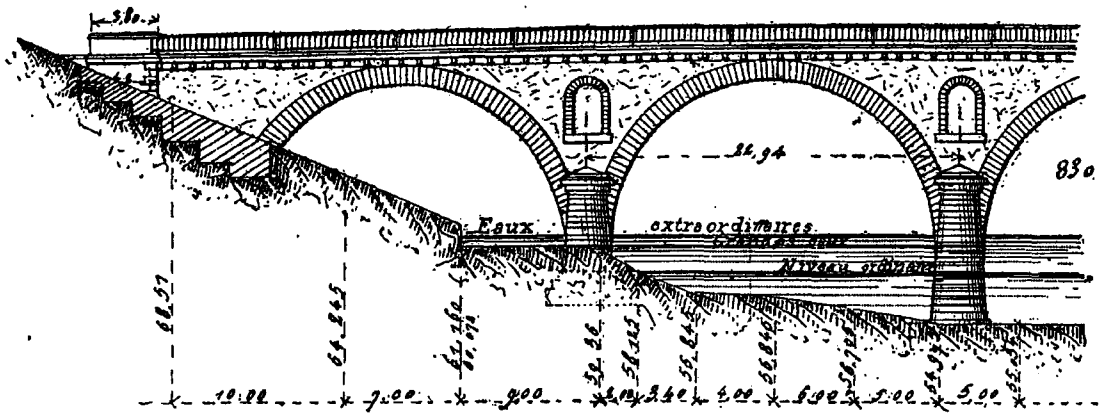


Fig. 831. — Pont de Montflours, sur la Mayenne.

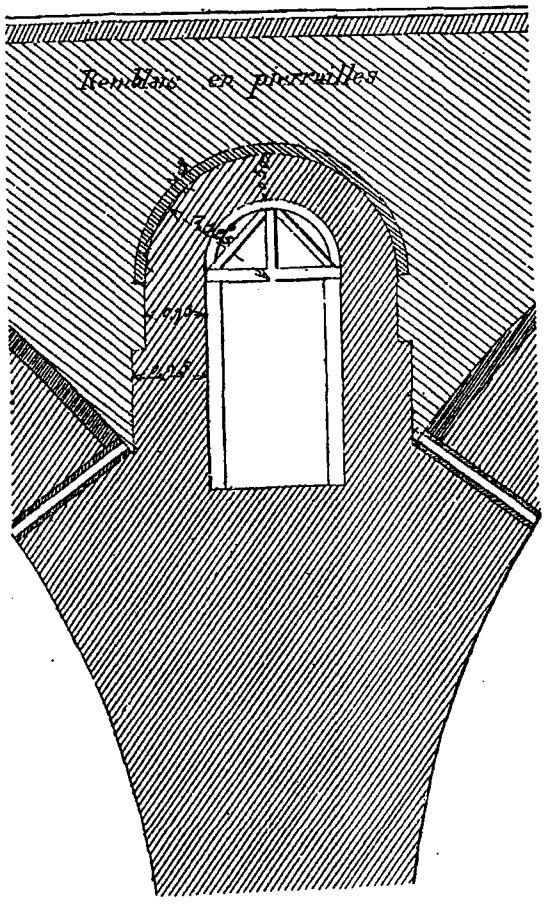


Fig. 832.

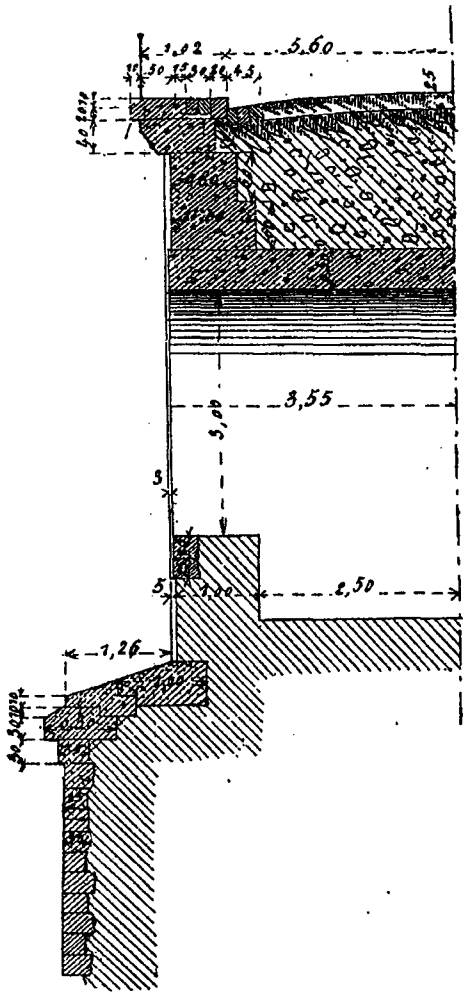


Fig. 833.

651. Lorsque les tympans ont une assez grande étendue, les évidements

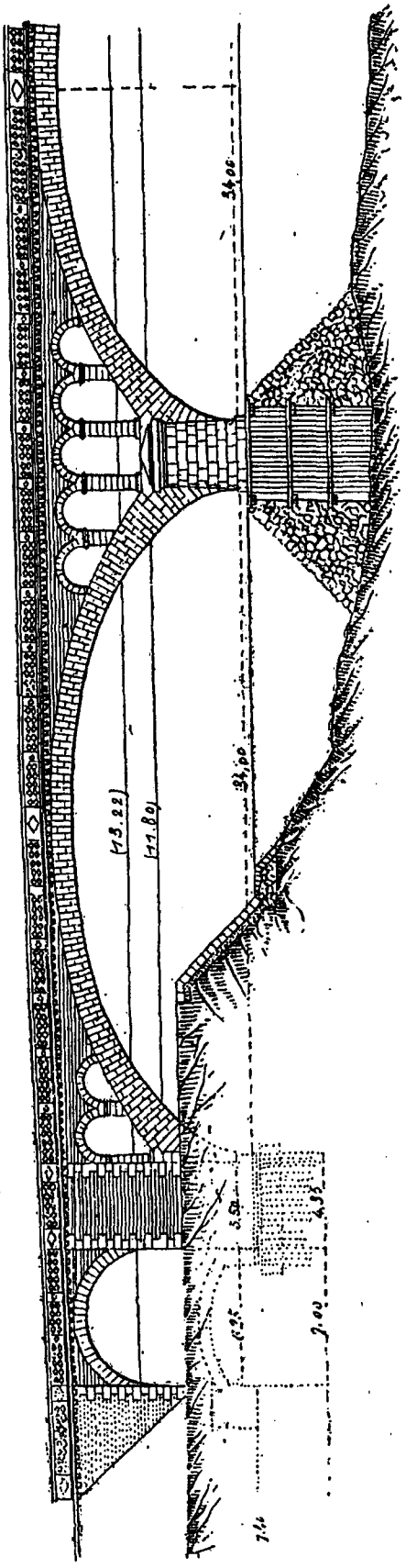


Fig. 834. — Pont des Andelys, sur la Seine.

transversaux qu'on y pratique sont assez souvent multiples. Ils prennent alors l'aspect d'une série d'arcades susceptibles de produire un excellent effet.

On trouve cette disposition appliquée dans un grand nombre de ponts. Nous citerons le pont des Andelys construit en 1872-1873, sur la Seine, dont la figure 834 montre une partie de l'élévation.

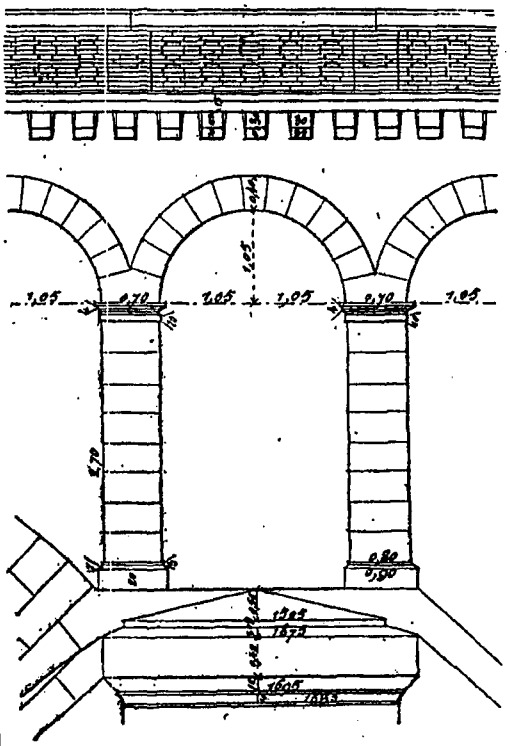


Fig. 835.

Le détail de l'une des arches d'évidement est représenté, à plus grande échelle, par la figure 835.

Le pont de Priay sur l'Ain, exécuté en 1883-1884 par le service vicinal de l'Ain sous la direction de M. Genevrière, Ingénieur des arts et manufactures, agent-voyer en chef de ce département, présente un très bel exemple d'évidements transversaux apparents. — La figure 836 représente l'ensemble de ce pont. Les grandes voûtes en arc de cercle, de 26 m. d'ouverture et $3^{m},30$ de flèche en moyenne, supportent la chaussée au moyen de petites voûtes de $1^{m},40$ d'ouverture chacune, portées par des pieds-droits

de 0m,40 (*fig.* 837). Les voûtes d'évidement, avancées jusqu'au plan des têtes et laissées apparentes, concourent à une ornementation rationnelle du pont, en lui donnant un caractère de légèreté qui n'exclut pas le sentiment de la solidité ; les tympans, d'ailleurs inutiles, se trouvent ainsi complètement supprimés.

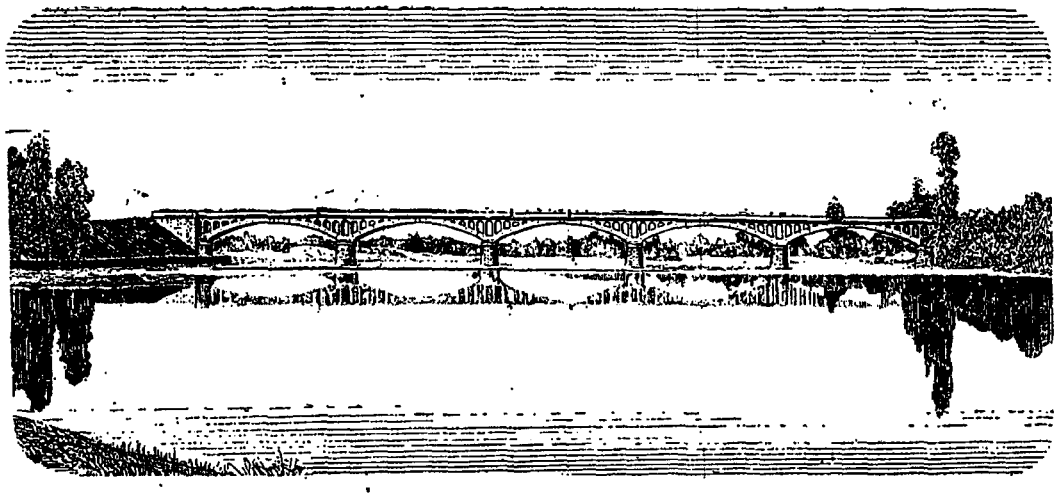


Fig. 836. — Pont de Priay, sur l'Ain.

Ces petites voûtes, ainsi que leurs pieds-droits, sont en maçonnerie ordinaire au mortier de chaux hydraulique, bien reliée à celle des voûtes principales ; les têtes

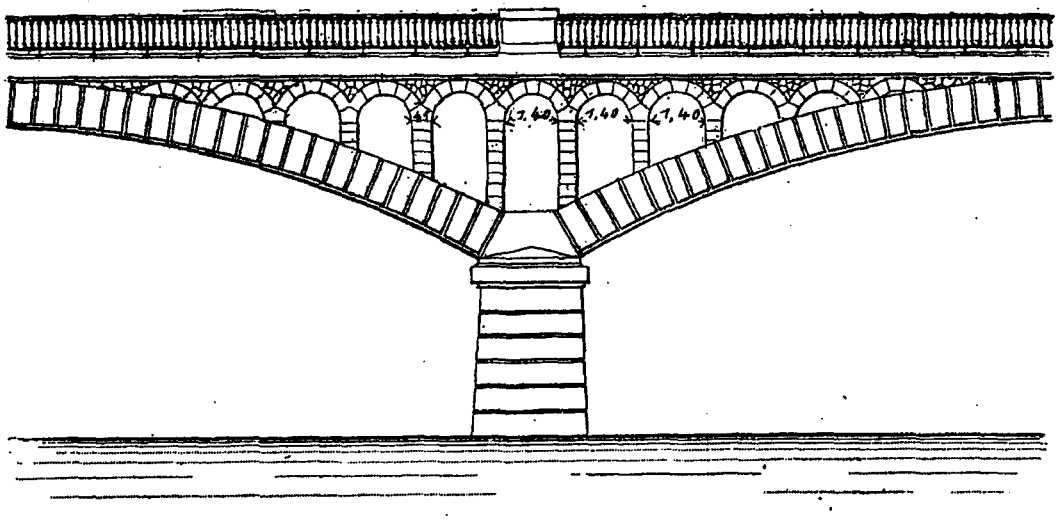


Fig. 837. — Pont de Priay sur l'Ain.

sont en moellons piqués. Les reins des petites voûtes sont remplis en béton maigre. La figure 838 montre les détails de construction.

Sur les chemins de fer du Nord on a construit, en briques ou en moellons, des passages supérieurs dans le système à culées perdues, dont les tympans sont

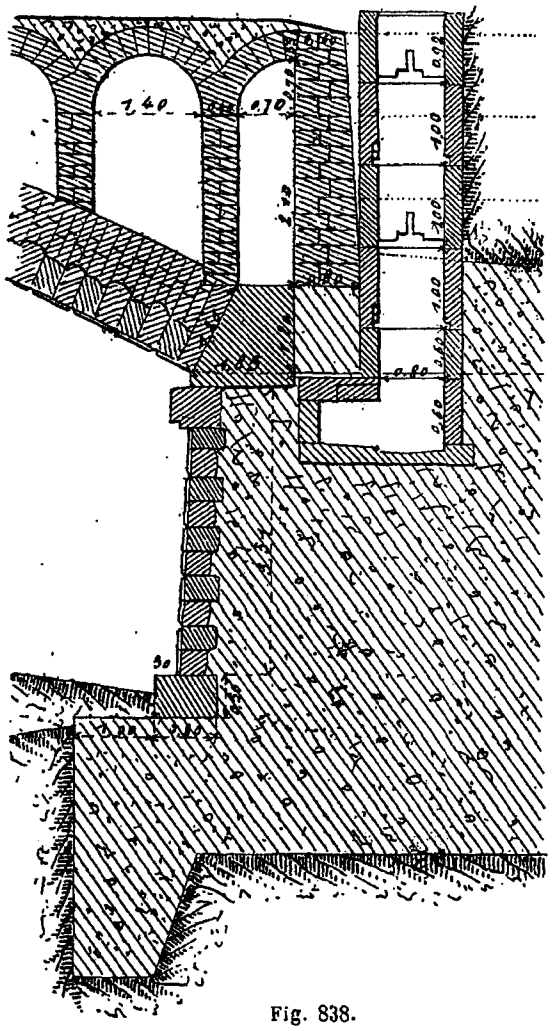


Fig. 838.

évidés par une série de voûtes, comme on le voit sur la figure 839 représentant une demi-coupe longitudinale de l'ouvrage.

Quelquefois, comme dans le pont Antoinette, construit sur l'Agoût (ligne de Montauban à Castres), dans le système des grandes voûtes à culées perdues 47m,40 d'ouverture), les voûtes d'évidement existent non seulement sur le grand arc, mais encore elles se continuent jusqu'aux culées extrêmes. Ces voûtes transversales d'élégissement forment un véritable viaduc à petites arches en plein-cintre de 4 mètres, courant entre les deux culées extrêmes en passant sur la grande voûte en arc de cercle. Cette disposition est d'un bon aspect et n'a donné lieu à aucun mécompte justifiant l'objection théorique tirée du danger de distribuer les charges suivant des zones isolées et l'objection pratique de fissures aux retombées des piles sur l'extrados de la grande arche. Les figures 840 et 841 représentent l'élévation et la coupe longitudinale de ce remarquable ouvrage. — Les ponts du Castelet et de Lavaur, construits à peu près dans les mêmes conditions, sont également évidés par des voûtes transversales.

Les piles des petites voûtes du pont Antoinette reposent sur des pierres de taille engagées dans la grande (*fig.* 842)

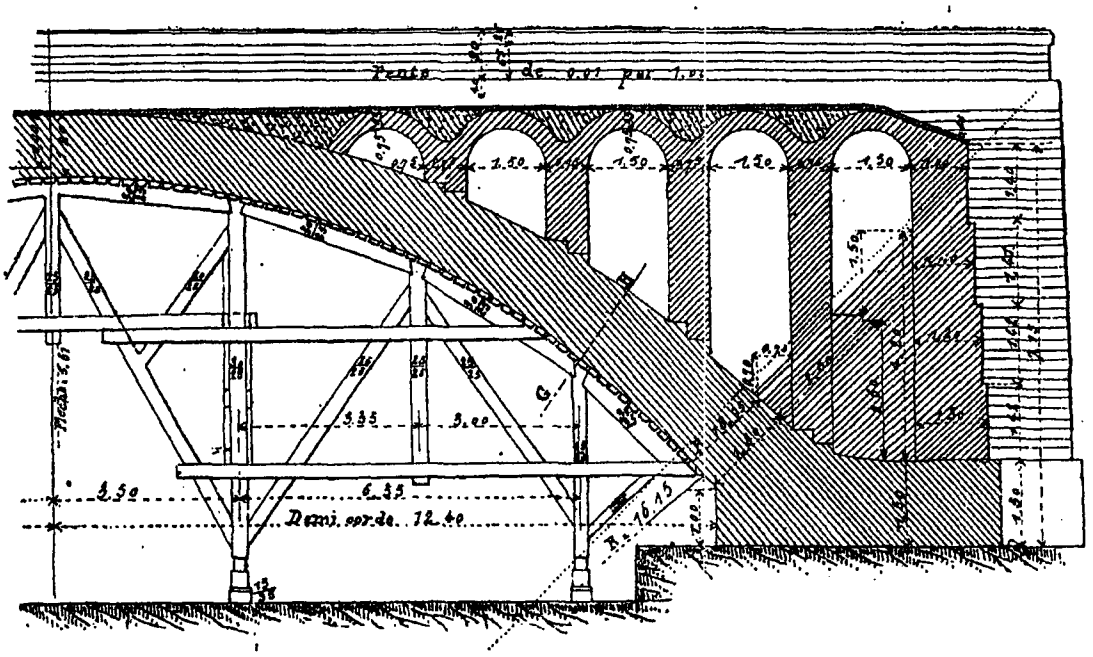


Fig. 839. — Passage supérieur des chemins de fer du Nord.

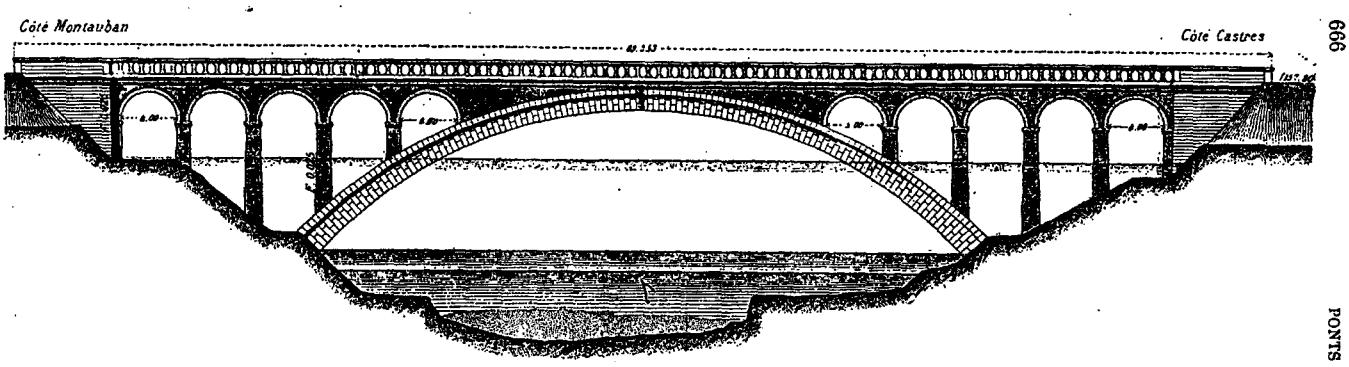


Fig. 840. — Pont Antoinette, sur l'Agoût. — Élévation.

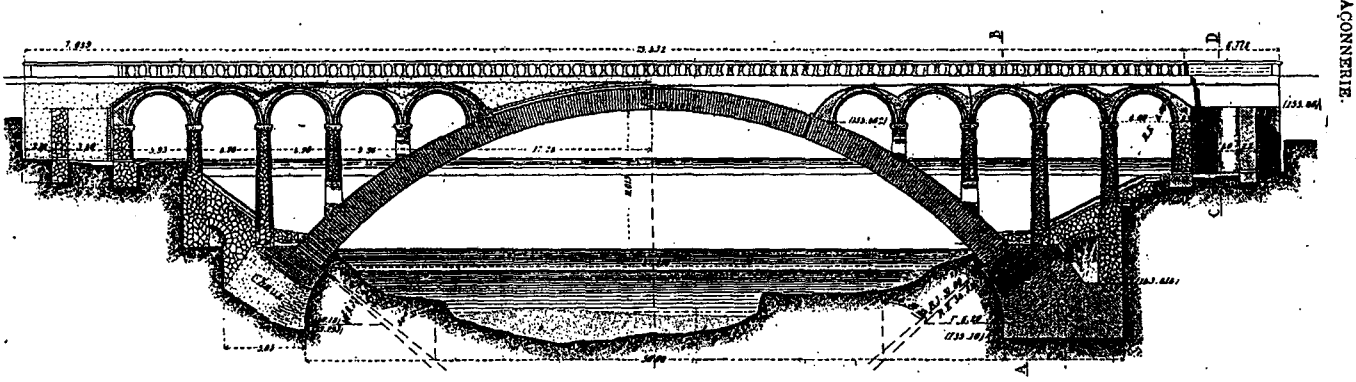


Fig. 841. — Pont Antoinette. — Coupe longitudinale.

et taillées en forme de crossettes dont les sommets obtus sont placés très près de l'arc d'extrados de la grande voûte qui

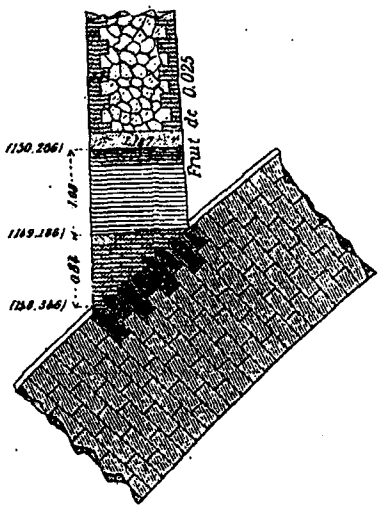


Fig. 842.

n'est entamée en aucun point de plus de 0m,12. Les dernières assises de ces piles. jusqu'au-dessus de la crossette la plus élevée, sont hourdées à mortier de ciment.

Formes particulières d'élégissements transversaux.

652. Les élégissements transversaux ne sont pas toujours constitués par des arcades et, parfois, il affectent d'autres formes, notamment la forme circulaire.

Tels sont, par exemple, les élégissements pratiqués dans les ponts italiens d'Annibal sur le Volturne, près Capoue, et du Diable à Barrizo, province de Salerne, construits par M. Giustino Fiocca en 1868 et 1871.

Les voûtes de ces ouvrages (*fig.* 843 et 844) sont en anse de panier à cinq centres, de 55 mètres de portée, surbaissées au quart, relevées aux têtes par des voussures en corne de vache, disposition familière aux ingénieurs italiens (ponts de Turin, de Rovato, des bains de Lucques, etc.). Les élégissements transversaux des tympans, sont intérieurs seulement; ils ne traversent pas les murs de face et ils sont

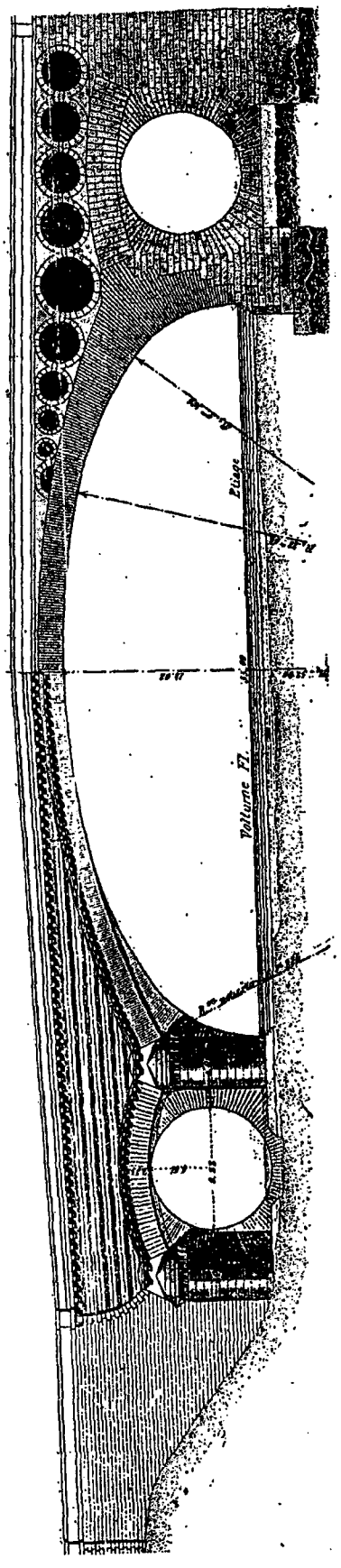


Fig. 843. — Pont d'Annibal.

formés par des voûtes annulaires en matériaux très légers (tuf).

Au viaduc de Chastellux, construit en 1876-1878, dans le département de l'Yonne,

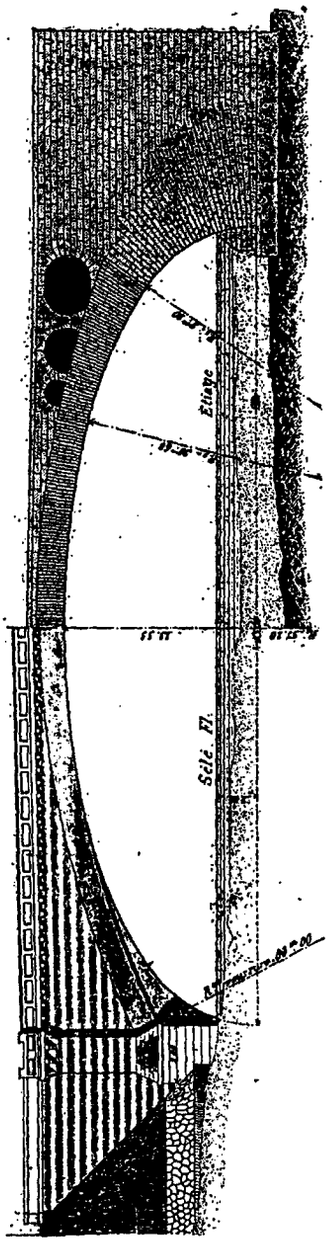


Fig. 844. — Pont du Diable.

en petits matériaux avec mortier de ciment de Vassy, par M. Prevost, on a établi, pour diminuer le cube des maçonneries et les charges de remblai qu'elles ont à supporter, des lunettes ayant un diamètre intérieur de 1m,90. Ces lunettes, placées à l'aplomb des piles (*fig.* 845 et 846), transversalement aux tympans qu'elles traversent, viennent contre-buter les voûtes vers les reins; elles ont une pente totale de 0m,20 à partir de l'axe longitudinal du pont, et elles ont une épaisseur de 0m,20 au sommet.

Élégissements longitudinaux et transversaux simultanés.

653. On emploie quelquefois pour évider les tympans les deux systèmes de voûtes transversales et longitudinales. Lorsque ces voûtes ont même ouverture et mêmes naissances, il en résulte une série de voûtes d'arêtes reposant sur des piliers. Sur les piliers intermédiaires, les poussées horizontales produites par les voûtes s'équilibrent de sorte qu'ils n'ont à supporter que des charges verticales.

Cette disposition des voûtes d'arêtes a été adoptée pour l'élégissement des tympans du pont de l'Alma à Paris et du pont de Claix, sur le Drac. Dans ce dernier pont, les tympans ont 1 mètre d'épaisseur; ils sont réunis par trois rangées de voûtes d'arêtes de 1m,50 d'ouverture, reposant sur des piliers de 0m,80 sur 0m,80 jusqu'à 2m,75 en contre-bas des naissances, et de 1 mètre sur 1 mètre à la base. Les masques des tympans ont été reliés par six tirants en fer fixés aux maçonneries par des tiges transversales.

Enfin, comme l'a fait M. Charpentier dans la construction du pont de Montbrun sur le Tarn (*fig.* 850 et 851) et du pont du Saulnier sur le Gardon, on peut pratiquer l'élégissement de la manière suivante :

« Chacun des tympans a été évidé au moyen de quatre ouvertures de hauteurs variables, soit, pour l'ensemble de l'ouvrage, seize ouvertures ou arcades.

Deux chambres vides ménagées longitudinalement au-dessus des reins et de la culée de la voûte, contribuent également à les décharger. Ces chambres ont une largeur uniforme de 1m,50. Leur longueur à la partie supérieure est de 16m,50. Les tympans servent de pieds-droits

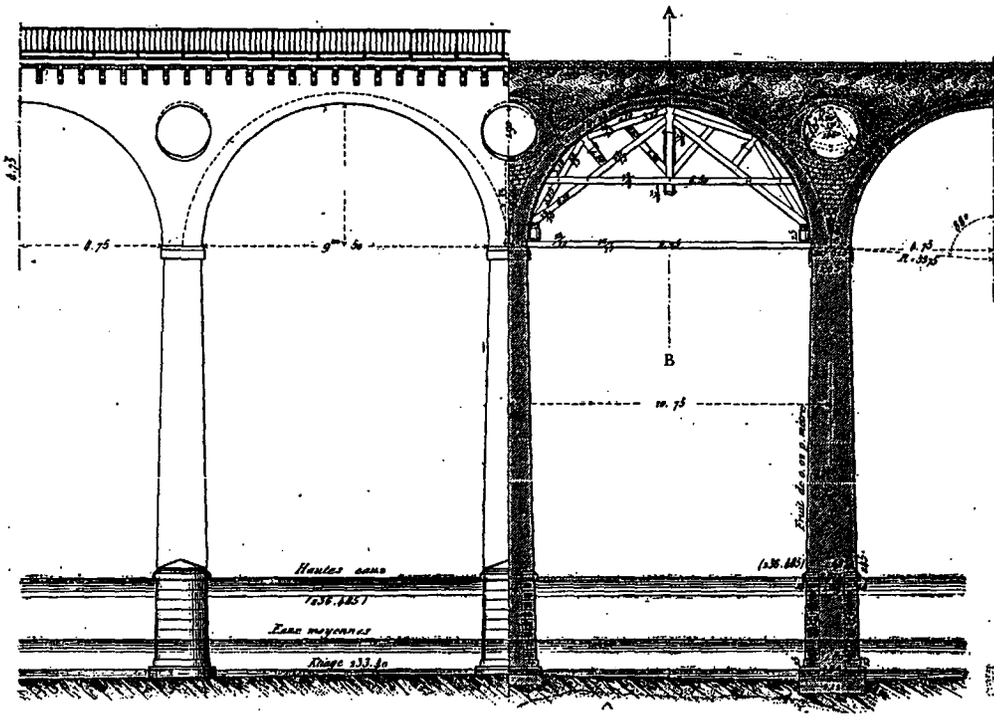


Fig. 845. — Viaduc de Chastellux.

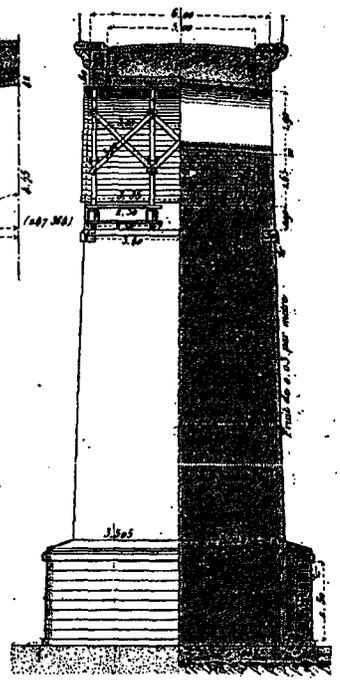


Fig. 846.

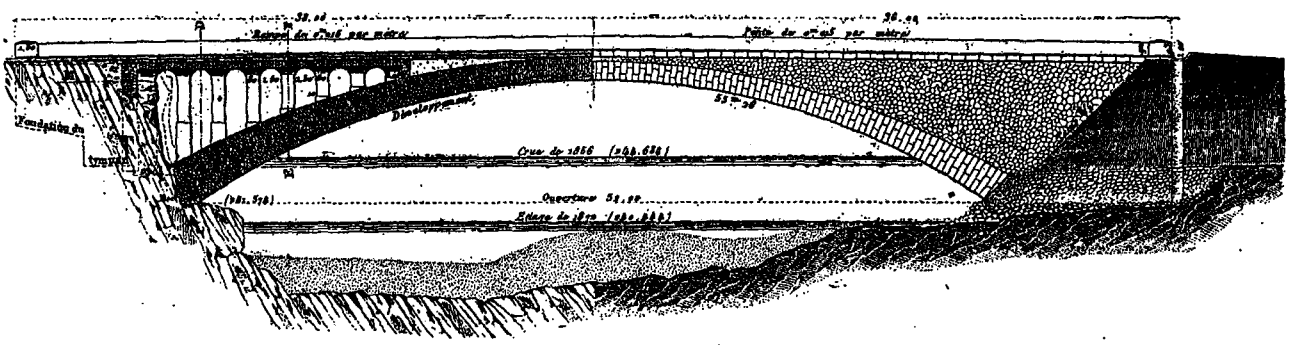


Fig. 847, 848, 849. — Pont de Claix.

Fig. 840.

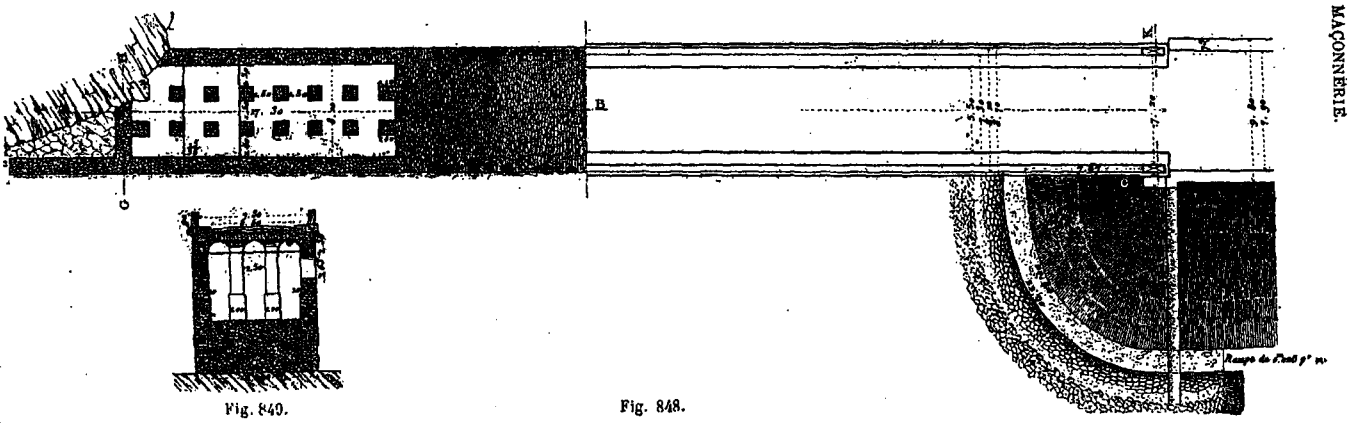


Fig. 848.

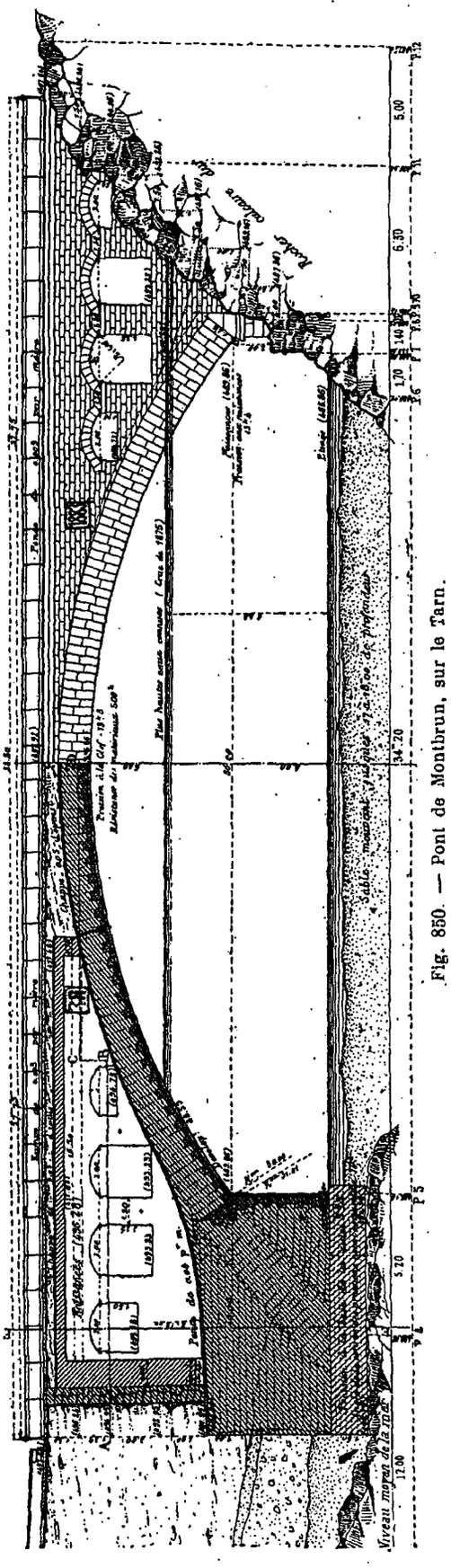


Fig. 850. — Pont de Montbrun, sur le Tarn.

à ces chambres vides recouvertes par une

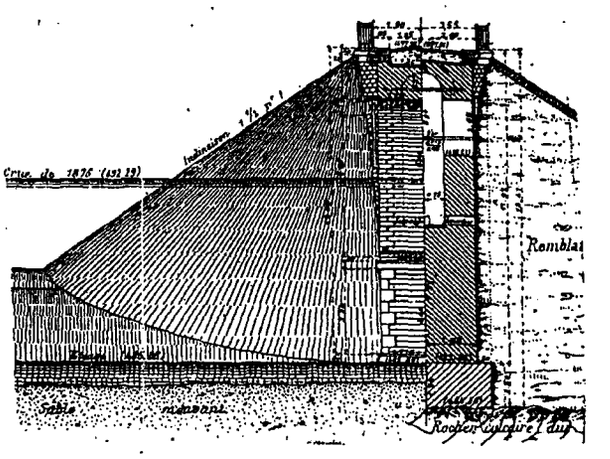


Fig. 851.

voûte en plein-cintre ayant 0m,40 d'épaisseur à la clef. »

Avantages et inconvénients des élégissements des tympans. — Résumé.

654. En résumé, les évidements longitudinaux ou transversaux ont l'avantage de diminuer le poids du remplissage des tympans et, par suite, ils réduisent la pression par unité de surface transmise par les piles et culées aux fondations. La charge supportée par les grandes voûtes étant aussi diminuée, les poussées sur les différentes assises de la construction se trouvent réduites dans une notable proportion et il est alors possible de diminuer un peu les épaisseurs des voûtes, des piles et des culées.

Les élégissements transversaux présentent en outre d'autres avantages, quand ils deviennent apparents sur les faces du pont en traversant les murs de tympans. Ils ont alors pour effet de diminuer le poids des murs de têtes, d'augmenter le débouché superficiel de l'ouvrage lorsque les crues s'élèvent au-dessus des naissances et enfin, ils procurent naturellement une ornementation des tympans produisant parfois un effet architectural très satisfaisant. Grâce à l'emploi judicieux de ce genre d'évidements on arrive à construire des ouvrages d'une légèreté et d'une élégance remarquables.

Les élégissements longitudinaux ont

l'inconvénient de produire des poussées latérales sur les murs des tympans ce qui oblige à donner à ces murs d'assez fortes épaisseurs ou à les réunir au moyen de tirants en fer. De plus, les piles longitudinales supportant les petites voûtes chargent les grandes voûtes suivant des zones longitudinales et indépendantes, les zones intermédiaires ne supportant que leur propre poids. Il peut donc y avoir dans ce cas, tendance à la dislocation de l'ouvrage par anneaux parallèles aux têtes. On pourrait remédier en partie à cet inconvénient en répartissant convenablement les épaisseurs dans les grandes voûtes. Les zones supportant les piles des élégissements seraient considérées comme des arcs doubleaux et les zones intermédiaires auraient une faible épaisseur puisqu'elles ne jouent qu'un rôle secondaire, celui de remplissage.

Les inconvénients des élégissements transversaux sont d'une autre nature. Les supports des petites voûtes transversales décomposent la charge supérieure en un certain nombre de charges concentrées appliquées sur des rangées horizontales isolées de voussoirs de la grande voûte. Il en résulte une déformation vicieuse de la courbe des pressions. Cependant cet inconvénient n'est pas très grave lorsque les voûtes d'élégissement sont nombreuses et de petite ouverture, car alors, les charges isolées sont moindres et se trouvent réparties en un plus grand nombre de points.

Quoi qu'il en soit on voit que les élégissements des ponts en maçonnerie doivent être étudiés avec beaucoup de soin au point de vue de la stabilité des grandes voûtes. Nous reviendrons du reste sur cette importante question.

X. — Chapes et moyens employés pour l'écoulement des eaux.

655. Il convient d'assurer dans les ponts un écoulement rapide et complet des eaux pluviales ; car les mortiers sont plus ou moins perméables et, si on ne prenait pas de précautions particulières, les eaux d'infiltration traversant la maçonnerie viendraient former sur les parements des taches d'humidité et même parfois des taches blanches provenant de la chaux entraînée.

Le plus souvent ces infiltrations ne peuvent avoir aucune influence fâcheuse sur la stabilité de l'ouvrage, parce que l'eau finit par se créer des passages particuliers et la maçonnerie, quoique traversée par ces petits conduits, conserve sa résistance.

Toutefois, il est évidemment préférable de mettre les maçonneries à l'abri des eaux, et on y arrive au moyen de *chapes* recouvrant les massifs à protéger et auxquelles on donne les pentes convenables pour l'écoulement. Ces chapes ont une épaisseur variable selon les cas, mais comprise, en général, entre les deux limites extrêmes $0^m,03$ et $0^m,10$.

La composition, la confection et la pose des chapes seront étudiées à l'article II (Exécution). Nous n'avons à voir pour le moment que les diverses dispositions employées pour que ces couvertures imperméables remplissent le but qu'on se propose.

656. *Ponts à une seule arche.* — Quand le pont n'a qu'une seule arche, on rejette simplement les eaux au-delà des culées. La chape repose directement sur l'extrados de la voûte et possède tout naturellement la pente nécessaire pour un écoulement facile (*fig.* 740, 741). Il faut seulement avoir soin d'établir, contre les maçonneries, des massifs en pierres sèches ou bien des remblais en pierre cassée ou gravier ayant une grande perméabilité.

657. *Ponts à plusieurs arches. Écoulement à la surface.* — Lorsque le pont a plusieurs arches et qu'il donne passage à une route ou à un chemin présentant des pentes longitudinales, on utilise ces pentes pour l'écoulement des eaux vers le côté le plus bas ; l'écoulement se fait alors dans des rigoles pavées le long des trottoirs.

Mais si le pont est horizontal cet écoulement naturel n'est plus possible. Dans ce cas, on ménage quelquefois une série de points bas dans les rigoles pavées de la surface, au droit des sommets des voûtes et on évacue les eaux réunies en ces points au moyen de tuyaux ou gargouilles

débouchant à l'intérieur, soit sur le parement des tympans soit sur la douelle des voûtes. Au pont de Chastellux (*fig.* 845 et 846) c'est cette dernière disposition qui a été adoptée (*fig.* 852).

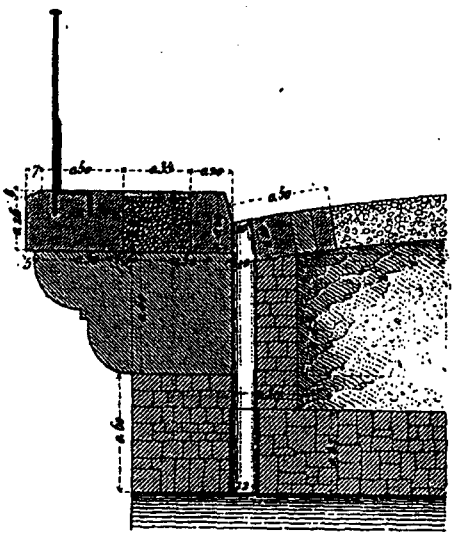


Fig. 852.

Quand les eaux sont rejetées par des gargouilles débouchant sur les tympans, le vent les projette souvent contre les parements et ceux ci sont bien vite tachés. Les gargouilles avec écoulement sous la douelle ont aussi l'inconvénient de salir les parements, mais à des places moins apparentes. Ce dernier système est d'un usage assez fréquent.

658. *Écoulement à l'intérieur. Remplissage compressible.* — L'écoulement des eaux pluviales par la surface n'est pas toujours possible, lorsque la chaussée n'est pas pavée et surtout lorsqu'il s'agit d'un pont donnant passage à un chemin de fer, parce que la couche de ballast et les terres rapportées laissent filtrer les eaux.

On doit alors avoir recours à des chapes posées sur les extrados des voûtes ou sur le remplissage quand celui-ci est exécuté en matériaux incompressibles.

Lorsque le remplissage n'est pas incompressible, comme dans le cas d'un remblai ordinaire, par exemple, on ne pourrait poser les chapes sur lui sans les exposer à des déchirures. Elles doivent, par conséquent, reposer directement sur les extrados des voûtes. — Dans ce cas, aux deux extrémités du pont, sur les culées, l'écoulement se fait naturellement, comme nous l'avons dit. Mais il n'en est

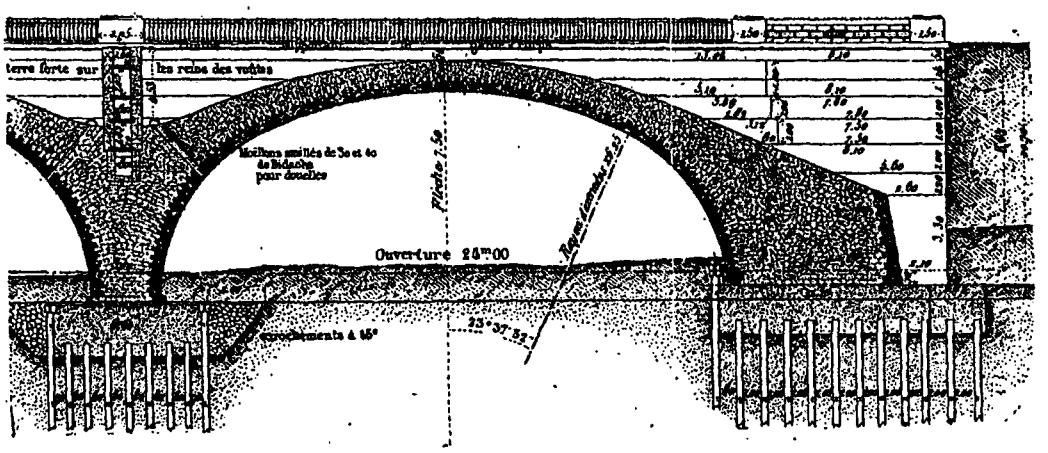


Fig. 853. — Pont Saint-Jean, sur l'Adour.

plus ainsi dans les ondulations formées par les extrados des voûtes, présentant des points bas à l'aplomb des piles. — Il faut se débarrasser des eaux qui se réunissent dans ces dépressions. On y arrive de plusieurs manières.

On peut employer, comme lorsque l'écoulement se fait à la surface, des tuyaux ou gargouilles débouchant, soit sur le parement des tympans, soit sur la douelle. Ce dernier système est préférable à l'autre parce qu'il ne salit que des parements

moins apparents. On en voit un exemple dans le fragment de coupe longitudinale du pont Saint-Jean sur l'Adour, représenté par la figure 853.

Depuis un certain nombre d'années,

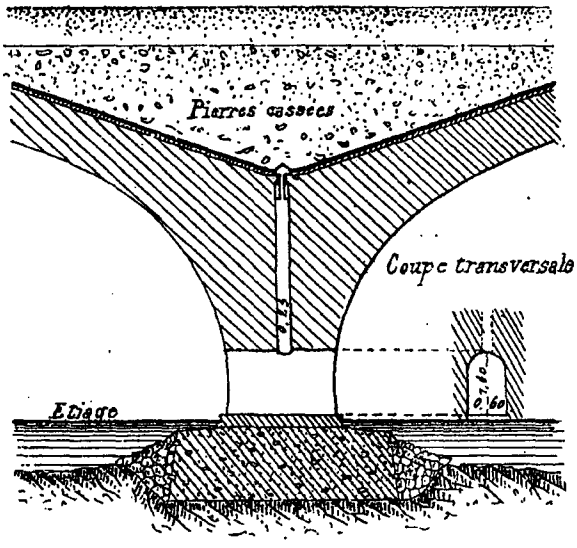


Fig. 854.

beaucoup d'Ingénieurs préfèrent diriger les eaux vers l'axe même des piles en les faisant passer dans des tuyaux verticaux

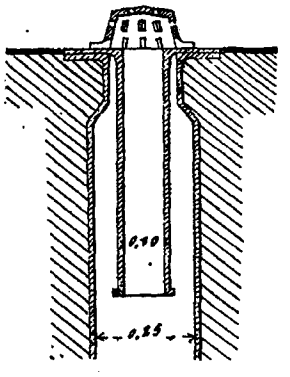


Fig. 855.

logés dans des cheminées pratiquées au milieu de l'épaisseur des maçonneries. (*fig.* 854). On leur donne issue dans la rivière en les faisant déboucher, vers le bas, dans un égout transversal auquel on donne généralement $1^m,60$ de hauteur et $0^m,60$ d'ouverture afin que le nettoyage en soit facile. On donne ordinairement $0^m,25$ de diamètre à la cheminée verticale pratiquée dans la maçonnerie et $0^m,10$ au tuyau en fonte qu'on y loge. La figure 855 montre le détail de ce tuyau.

Au lieu de déverser les eaux dans la

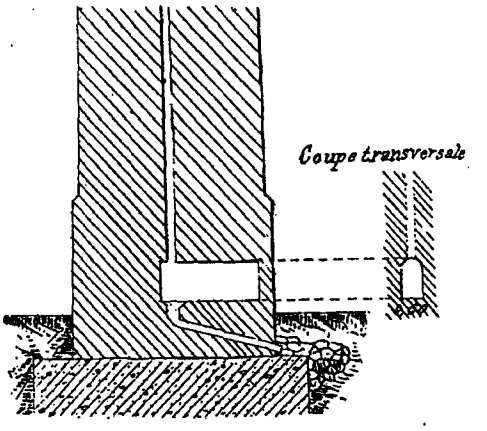


Fig. 856.

rivière au moyen du petit aqueduc transversal dont on vient de voir la disposition, on les fait parfois écouler dans le sol au pied de la pile comme le montre la figure 856.

659. *Remplissage incompressible.* — Quand le remplissage est incompressible, qu'il soit constitué par un béton maigre, par exemple, ou par des voûtes d'élégissements longitudinales ou transversales, on peut adopter, pour l'écoulement des eaux, les quelques dispositions suivantes.

Le plus souvent on établit, au-dessus du remplissage, une chape générale présentant une suite de dépressions au droit des sommets des voûtes et on pratique en ces points bas de la chape, correspondant aux points hauts des voûtes, des orifices destinés à recevoir les tuyaux débouchant sous la douelle.

Comme exemple de cette disposition, on peut citer le viaduc de la Manse à Sainte-Maure, dont le remplissage des tympans a été fait en béton de sable (*fig.* 796).

Au pont de Plessis-lez-Tours, sur la Loire (*fig.* 827), la même disposition a été adoptée, quoique le remplissage comporte des élégissements transversaux au droit des piles, parce que le remplissage placé sur les reins, au-dessus des voûtes d'élé-

gissement et des grandes voûtes est incompressible.

Lorsque le remplissage est évidé au moyen de voûtes, on évacue souvent les eaux pluviales à l'aplomb des piles mêmes et dans le milieu de leur épaisseur, comme on le voit sur les études dues à M. Morandière, représentées par les figures 809, 829 et 830.

Pareille disposition a été adoptée à un assez grand nombre de viaducs et notamment aux viaducs du Taurion (*fig.* 857) et de Pompadour (chemin de fer de Limoges à Brives) (*fig.* 858). Dans ce dernier viaduc, ce système d'écoulement de l'eau a même été employé à travers les culées évidées, comme le montrent les deux coupes longitudinale et transversale (*fig.* 859 et 860).

M. Morandière conseille, lorsque des

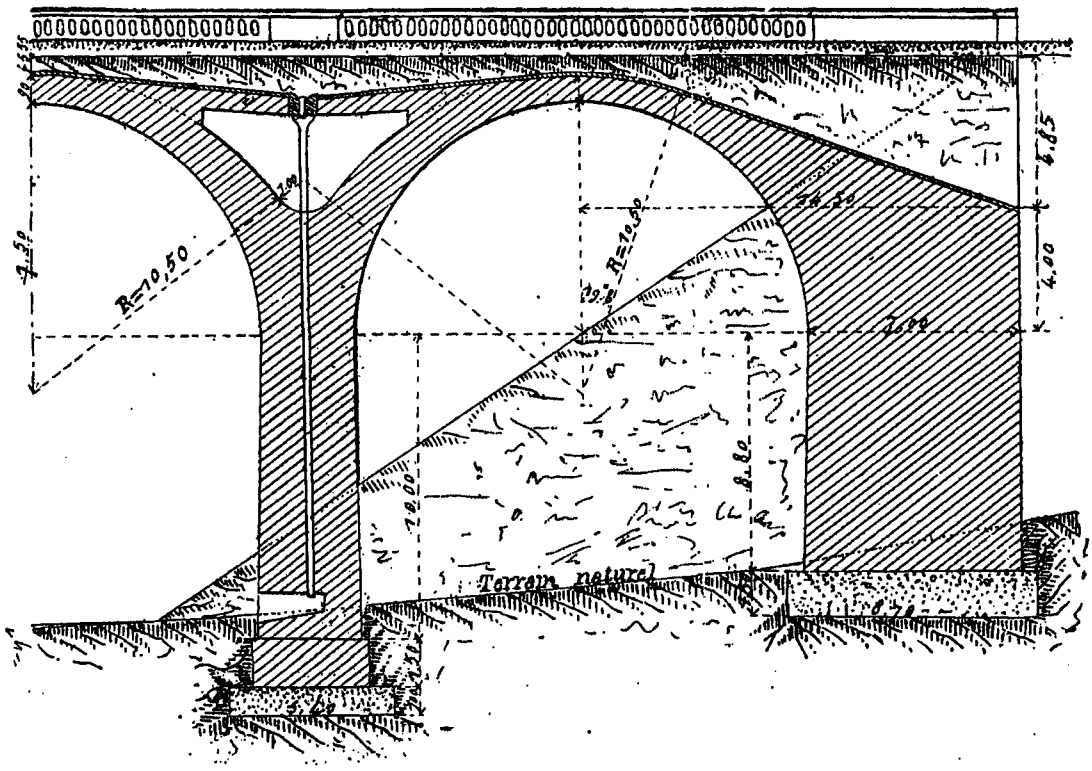


Fig. 857. — Viaduc du Taurion.

évidements ont été ménagés au-dessus des piles et des reins des voûtes, de recouvrir d'une bonne chape en mortier toutes les parties de la grande voûte qui restent à nu entre les piles des voûtes intérieures; mais on ne devra recouvrir en asphalte que les parties sur lesquelles les eaux doivent s'écouler. Le dessus des petites voûtes devra également être recouvert d'une bonne chape en mortier ; et il sera utile encore d'ajouter un recouvrement supérieur en asphalte, parce que les pentes de ces chapes sont faibles, et parce qu'il importe de veiller à la conservation des voûtes intérieures dont les dégradations ne sont pas apparentes.

Avec la disposition consistant à évacuer les eaux par le sommet des arches, les pentes longitudinales des chapes sont toujours assez faibles, de sorte que, dans les ponts pour chemins de fer, il arrive, souvent que les eaux arrêtées par le ballast se font jour à travers les maçonneries. De plus, ces chapes sont forcément placées à peu de distance de la surface de la voie et peuvent par suite être dégra-

dées par les outils des poseurs ou cantonniers. En outre, ce système devient presque impraticable pour les ponts-routes, car l'épaisseur de la chaussée au-dessus de la clef y est encore plus faible que dans les ponts-rails.

C'est pour cela qu'on a préféré à ce

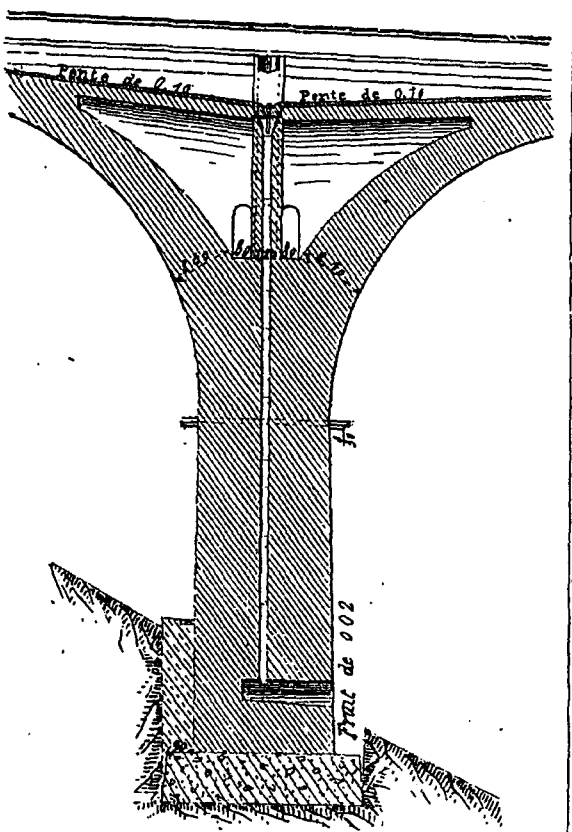


Fig. 858. — Viaduc de Pompadour. — Pile.

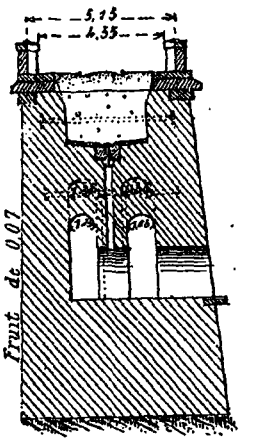


Fig. 859 — Viaduc de Pompadour. — Culée.

système celui qui consiste à faire passer les eaux dans le milieu des piles.

« Mais quoique cette dernière disposition ait donné jusqu'à présent de bons résultats, dit M. Croizette-Desnoyers, elle est vivement combattue par un grand nombre d'ingénieurs, parce qu'ils trouvent

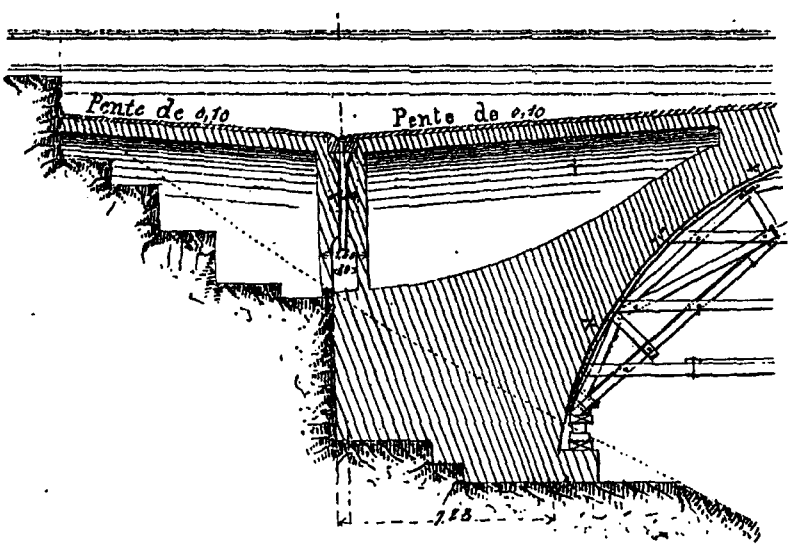


Fig. 860. — Viaduc de Pompadour. — Culée.

regrettable de faire passer des eaux sans | nécessité au travers des maçonneries. Il

. paraît en effet plus rationnel de faire écouler les eaux par deux tuyaux placés

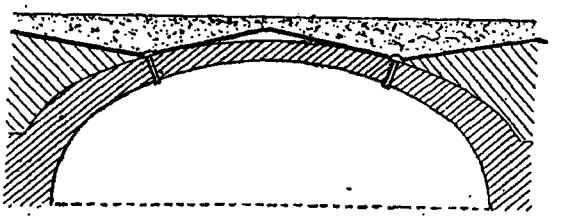


Fig. 861.

de part et d'autre de la clef, dans des positions où l'intrados est déjà assez bas par rapport à la voie et où, cependant, les joints ne présentent pas encore une grande inclinaison par rapport à la verticale. Comme, d'ailleurs, on double ainsi le nombre des gargouilles, les eaux ont nécessairement moins de chemin à faire pour y arriver ; enfin cette combinaison permet de donner aux chapes de plus fortes pentes longitudinales, ce qui constitue un avantage important par rapport au mode d'écoulement par les clefs. D'après toutes ces considérations, la disposition figurée sur le croquis (*fig.* 861) paraît la plus rationnelle et c'est celle

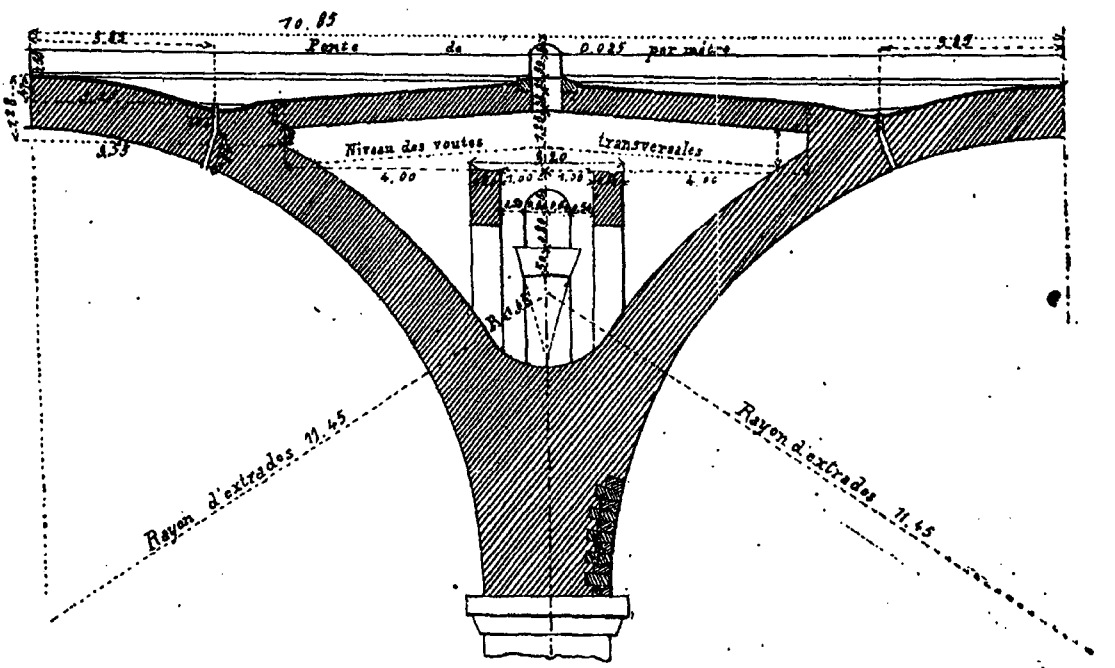


Fig. 862. — Viaduc de Comelle.

dont le Conseil des ponts et chaussées recommande de préférence l'adoption. Il convient de placer les gargouilles à peu près à égales distances entre les axes des piles et les clefs. »

Une disposition analogue à celle dont il vient d'être question a été employée dans quelques viaducs et notamment au viaduc de Comelle (*fig.* 862).

Au pont Antoinette dont nous avons donné une coupe longitudinale (*fig.* 841), on voit que l'écoulement des eaux présente la disposition précédente. Aux points de jonction de l'intrados de la grande voûte avec les retombées des premières petites voûtes d'élégissement, sont placées des gargouilles qui assurent l'écoulement des eaux pour le sommet de la grande voûte et pour les deux premières petites. La quatrième petite voûte est également munie de gargouilles des deux côtés de l'axe à une hauteur qui correspond à peu près aux joints à 45 degrés.

L'écoulement est d'ailleurs facilité, sur les voûtes, par des drains ménagés

sur l'axe longitudinal, dans la partie basse des pentes transversales des chapes. La figure 863 montre le détail de cette disposition, qu'on retrouve du reste, à peu près semblable, dans les ponts du Castelet et de Lavaur.

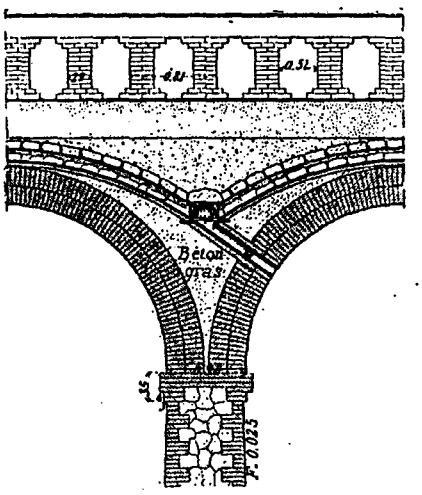


Fig. 863. — Pont Antoinette.

660. *Dispositions transversales des chapes.* — Dans ce qui précède il n'a été question que de la forme longitudinale de la disposition à adopter pour l'écoulement des eaux. En coupe transversale la chape affecte le plus souvent la forme représentée par la figure 864 lorsque l'écoulement se fait par le sommet des voûtes. Le point bas est au milieu de la largeur du pont. La chape doit être relevée sur les bords contre les faces des tympans, et pour bien la relier avec la plinthe, on

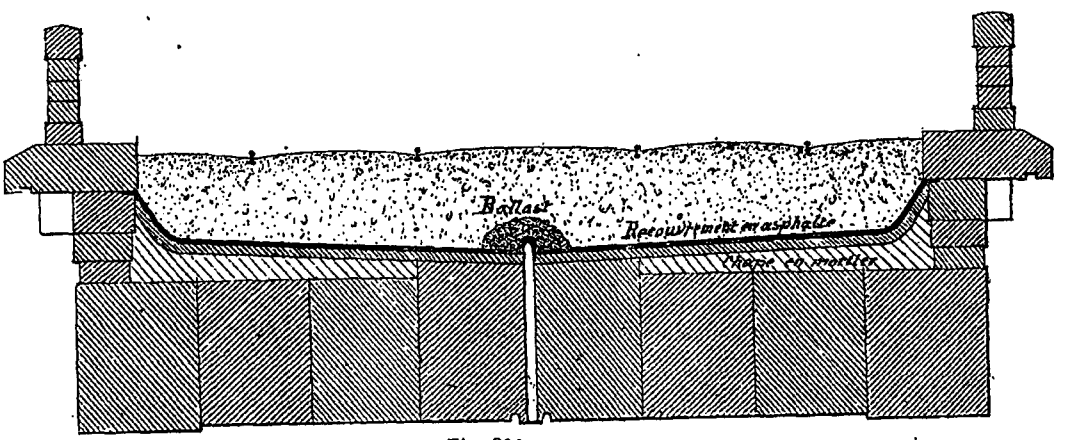


Fig. 864.

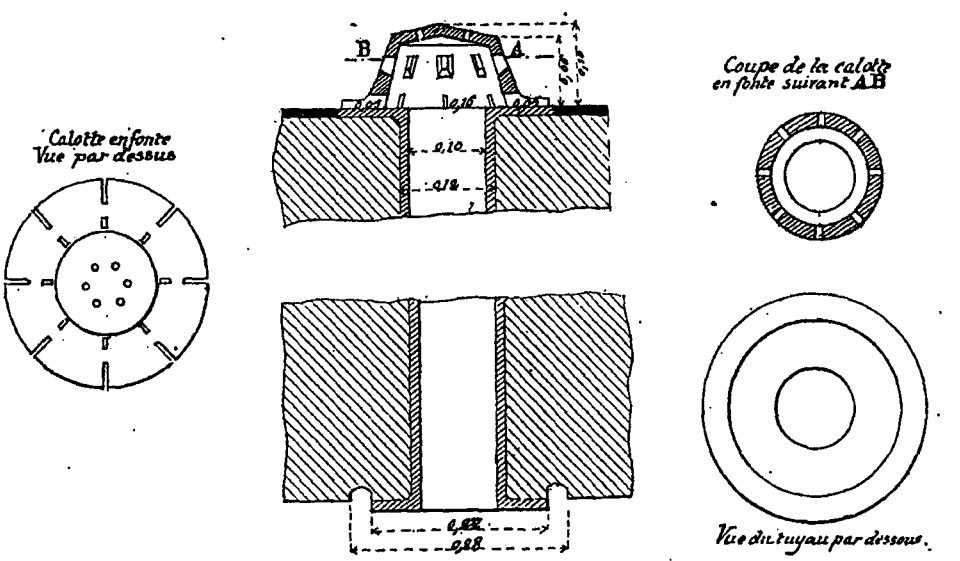


Fig. 865.

l'engage avec soin sous l'assise supérieure afin d'éviter toute infiltration d'eau sous la chape même.

La figure 865, représente les détails du tuyau en fonte traversant la maçonnerie pour déboucher au sommet de la douelle.

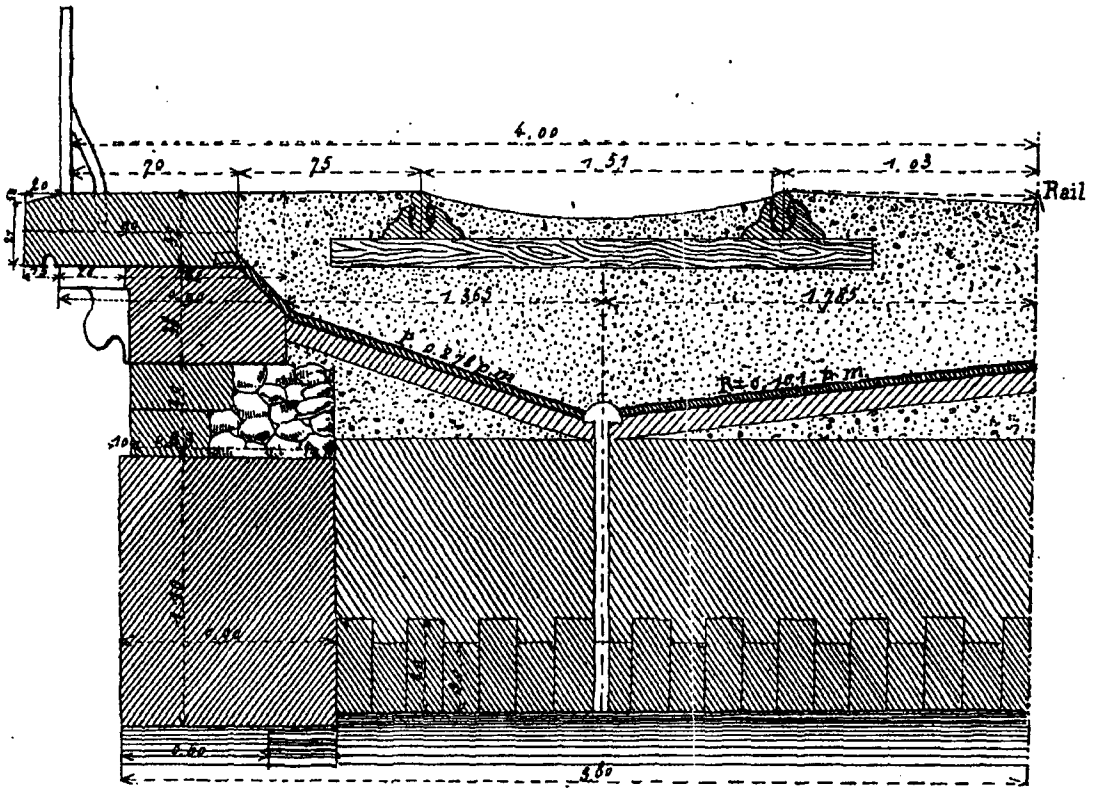


Fig. 866.

Dans le but de donner plus de pente transversale à la chape, on la dispose quelquefois en dos d'âne au milieu de la largeur du pont et l'écoulement se fait par les deux points bas ainsi obtenus de chaque côté (*fig.* 866).

§ *VII.* — *CULÉES*

I. — Dimensions principales des culées.

661. On donne le nom de *culées* aux massifs de maçonnerie qui, dans un pont à une seule arche, reçoivent les retombées de la voûte unique, et qui, dans un pont à plusieurs arches, reçoivent celles de la première et de la dernière voûte, placées aux extrémités du pont. Ces massifs sont destinés à transmettre aux fondations les pressions provenant de la poussée des voûtes.

Les dimensions des culées varient évidemment avec l'ouverture de l'arche, avec sa forme, sa hauteur au-dessus des fondations, et la largeur de l'ouvrage. On comprend aisément, en effet, que pour une même forme de voûte, la poussée sur la culée et par conséquent l'*épaisseur à donner au massif* sera d'autant plus grande que l'ouverture sera elle-même plus grande.

Pour une même ouverture, la poussée est plus grande pour une voûte en arc de cercle, par exemple, que pour une

voûte plein-cintre, et par suite, la culée de la première sera plus épaisse que celle de la deuxième.

La hauteur des naissances de la voûte au-dessus des fondations détermine la *hauteur de la culée*, mais cette hauteur a aussi une influence marquée sur l'épaisseur à donner au massif.

Enfin, la *largeur de la culée* dépend de la largeur de l'ouvrage. On voit que la hauteur et la largeur dépendent en général directement des conditions à remplir au point de vue de la forme générale. Quant à l'épaisseur, dans le sens de l'axe de la voie à laquelle le pont donne passage, elle résulte surtout de la poussée produite par la voûte. Cette épaisseur dépend donc de la forme de l'arche et du poids que l'arche aura à supporter. Cette dernière dimension devra donc être déterminée par l'étude de la stabilité de la culée laquelle se lie intimement à celle de la voûte elle-même, comme on le verra au chapitre qui traite de la stabilité des voûtes, piles et culées.

II. — Disposition des culées en plan.

662. La forme la plus simple d'une culée, en plan, est la forme rectangulaire *abcd* (*fig.* 867) dont les côtés *ab* et *dc* sont dans le prolongement des faces de têtes du pont et dont l'épaisseur *ab* a été déterminée par les conditions de stabilité. Une telle culée se terminerait donc, du côté extérieur, par une face verticale *pn*. L'épaisseur obtenue *mp* pourrait être admise dans le cas ou le profil du talus *mn* ne dépasserait pas le sommet *n* de la face extérieure. La partie vue de la face du pont serait, dans ce cas, la surface *tnm*. Mais si le talus, partant du pied *m* de la face intérieure de la culée, tombait en *q* au-delà de la face extérieure *pn*, on voit qu'il serait nécessaire de prolonger la culée jusqu'en *qr*. On le fait au moyen de murs en retour. Ou bien, si on veut conserver l'épaisseur *ab* à la culée, on maintient les talus du remblai au moyen de murs en aile.

Il résulte de ce que nous venons de dire que, presque toujours les culées sont munies de murs accessoires, en retour ou en aile, destinés à faciliter le raccordement des remblais avec les maçonneries. La forme simple de culée, représentée par la figure 867, n'est possible que lorsqu'on a une arche très surbaissée et de très faible hauteur au-

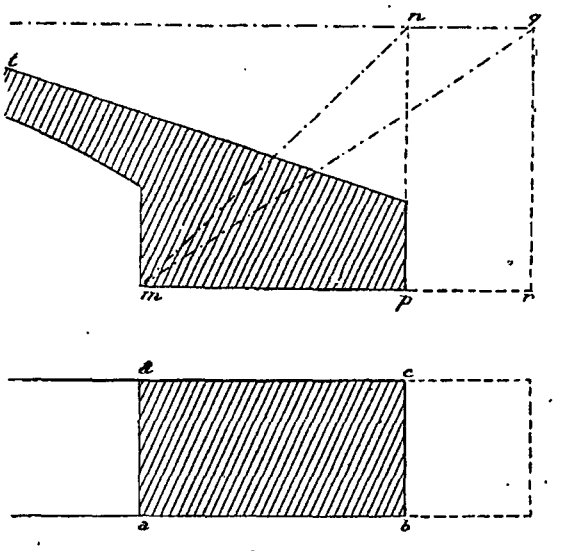


Fig. 867.

dessus des fondations. Dans ce cas, en effet, l'épaisseur *ab* nécessaire pour contre-buter la poussé est très grande et d'autre part, la hauteur *pn* étant faible, la ligne *mn* du talus se profile toute entière sur la face et ne tombe pas en dehors du sommet *n*. On rencontre cette disposition, surtout dans les ponts à culées perdues.

663. Les murs en retour et les murs en aile des ponts et viaducs affectent les mêmes formes que ceux des aqueducs et ponceaux et leur raccordement avec les culées se fait de la même manière. Les murs en retour ont sur les murs en aile l'avantage de contribuer à la stabilité de la culée en contre-butant ses extrémités. Mais lorsque l'ouvrage a une hauteur un un peu grande, les remblais placés entre les deux murs en retour produisent sur ces murs des poussées qui tendent à les écarter. Cet effet est surtout sensible pour les ponts donnant passage à une voie ferrée à cause de la trépidation occasionnée par le passage des trains.

Quelquefois, comme on l'a vu pour les

ponceaux, on donne aux murs en retour une épaisseur variable, allant en diminuant vers les extrémités. Cette forme qui paraît rationnelle, au premier abord, puisque les remblais extérieurs en quart de cône donnent une poussée variable qui contre-balance en partie celle des remblais intérieurs, ne se trouve cependant pas, le plus souvent, dans des conditions aussi satisfaisantes qu'on le suppose, parce que les terres du quart de cône se séparent presque toujours des maçonneries par suite de leur tassement naturel, et la poussée sur laquelle on comptait n'existe plus. Il vaut donc mieux conserver aux murs en retour la même épaisseur sur toute leur largeur.

On peut remédier à la tendance que les murs en retour ont à s'écarter sous l'action de la poussée des remblais intérieurs, soit en constituant ces remblais avec des pierres posées à sec, formant un remplissage qui ne produit presque pas de poussée, soit en donnant aux murs une épaisseur suffisante pour que l'écartement ne puisse certainement pas se produire, soit en armant les extrémités des murs, de petits murs en retour sur les premiers, noyés dans les terres des quarts de cône.

Les murs en aile exigent toujours des fondations particulières en dehors de la fondation de la culée proprement dite. De sorte que lorsqu'on se trouve en mauvais terrain, il est souvent avantageux de leur préférer les murs en retour que l'on fonde avec l'ensemble de la culée de

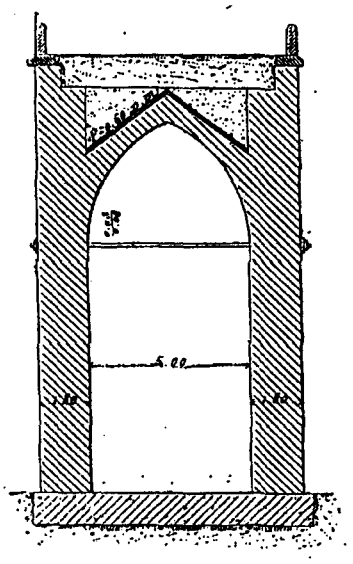


Fig. 868.

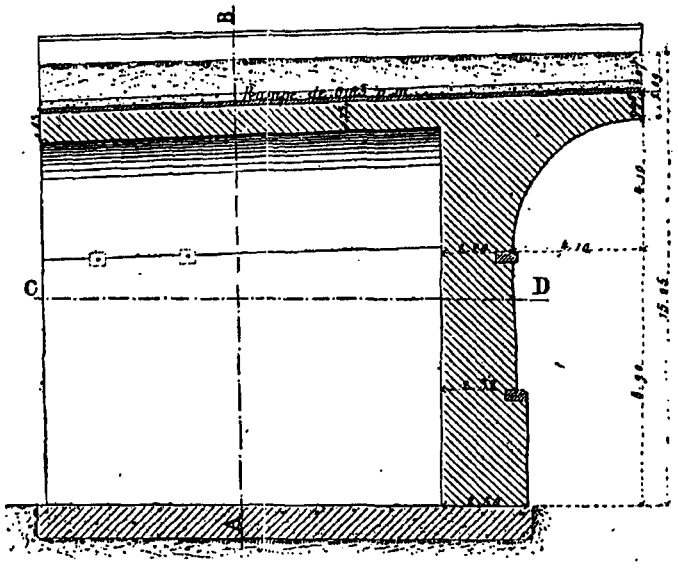


Fig. 869. — Viaduc d'Épinay, sur l'Yvette.

manière à former un seul massif parfaitement stable. Cependant, quand les fondations sont faciles, l'avantage n'existe plus en faveur des murs en retour et les deux systèmes peuvent être indifféremment employés.

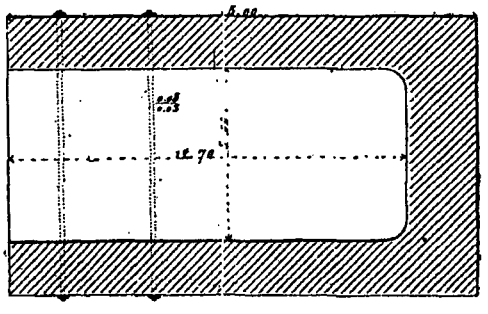


Fig. 870.

Dès que la hauteur de l'ouvrage au-dessus des fondations devient un peu considérable, comme dans les viaducs, les murs en aile qui ne sont autre chose que des murs de soutènement, prennent des proportions exagérées. Ils ont alors une grande hauteur et une grande largeur;

on est par conséquent conduit à leur donner des épaisseurs énormes, surtout à l'endroit de leur attache avec les culées. et malgré cela, il se produit quelquefois en cet endroit une dislocation qui les sépare du massif de la culée. C'est ainsi que pour éviter cet inconvénient on est obligé assez souvent de faire les murs en aile plus épais que les culées elles-mêmes. Les murs en retour sont alors préférés et on évide le massif des maçonneries pour diminuer le poids total de l'ensemble à faire supporter aux fondations.

III. — Élégissements des culées.

664. Si la hauteur du pont est modérée, on se contente de relier les deux murs en retour par une voûte supportant la chaussée ou la voie ferrée et laissant un vide en dessous. La charge intérieure des remblais se trouve ainsi très notablement diminuée.

C'est ce qui a été fait au viaduc d'Épinay, sur l'Yvette (chemin de fer de Paris à Orléans) (*fig.* 868, 869 et 870). Comme on le voit sur la figure 868 on a donné à la voûte une forme ogivale dans le but de diminuer la poussée.

Dans beaucoup d'autres ouvrages analogues, on a employé, sans inconvénient, des voûtes en plein cintre, ainsi que le montrent les coupes longitudinale et transversale d'un pont de 12 mètres d'ouverture en anse de panier, construit sur la ligne de Nantes à Châteaulin (*fig.* 871 et 872).

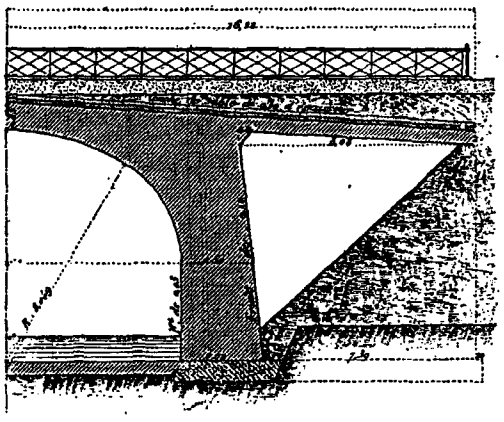


Fig. 871.

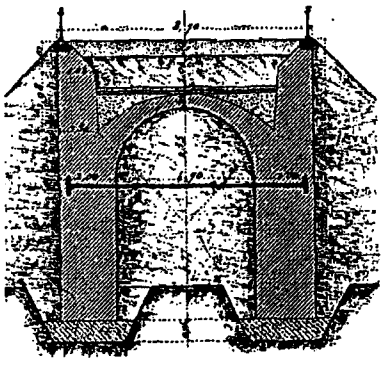


Fig 872.

Il est, en tous cas, prudent de placer des tirants transversaux en fer, reliant les deux murs à la hauteur des naissances de la voûte.

665. Pour un pont ou un viaduc de grande hauteur, on pourrait employer le même système que précédemment en superposant plusieurs étages de voûtes et en ayant soin, toujours, de réunir les murs en retour par des tirants transversaux placés à diverses hauteurs. Mais les garanties de stabilité laisseraient à désirer et l'on préfère former la culée d'un seul massif, murs en retour compris, en pratiquant dans ce massif des évidements au moyen de puits verticaux. Ce procédé a été appliqué pour la première fois par M. Morandière aux culées du viaduc de l'Indre, avec les dimensions indiquées

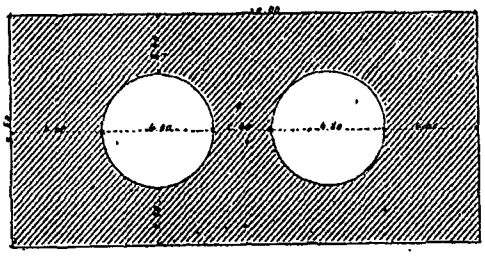


Fig. 873. — Viaduc de l'Indre.

sur la figure 873. Les murs en retour ne sont ainsi plus indépendants l'un de l'autre. Ils se trouvent reliés et la culée, d'un seul massif, a la forme rectangulaire

avec évidements intérieurs diminuant un peu le cube des maçonneries.

Le rapport du vide au plein qui est de 1/5 environ au viaduc de l'Indre peut du reste être augmenté en donnant aux puits une forme transversale elliptique comme on l'a fait au viaduc de la Bèbre.

Le rectangle de base de la culée a 20m.40 de longueur et 8m,60 de largeur. Les deux évidements elliptiques ont chacun 6m,50 sur le grand axe et 5 mètres sur le petit axe.

La forme rectangulaire a été substituée à la forme circulaire, par M. Morandière,

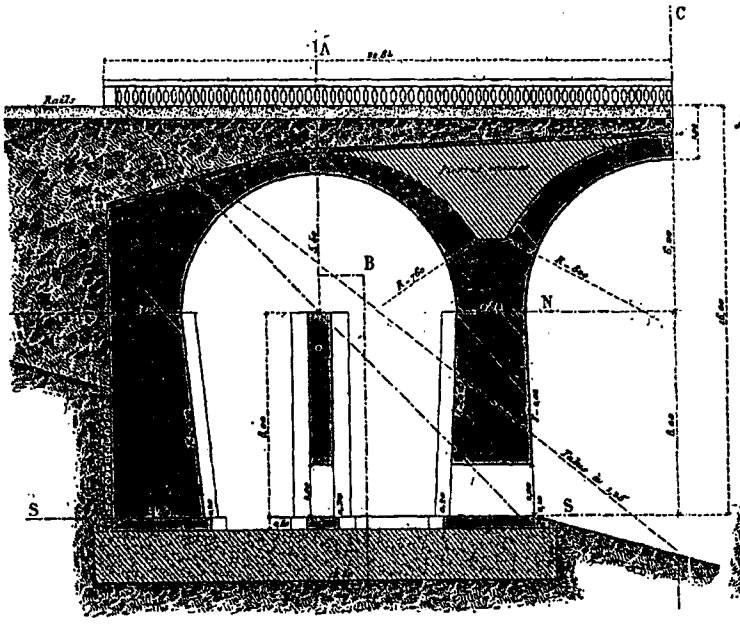


Fig. 874.

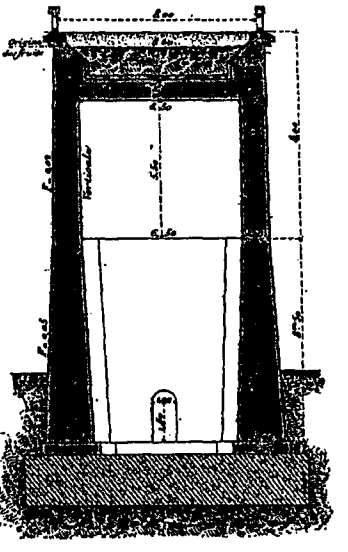


Fig. 875.

dans des ouvrages construits après le viaduc de l'Indre. Les faces verticales des évidements se raccordaient par des pans coupés aux angles et les deux puits étaient recouverts par une seule voûte (*fig.* 874, 875, 876 et 877). Cette disposition a donné de bons résultats. Néanmoins la forme courbe paraît préférable,

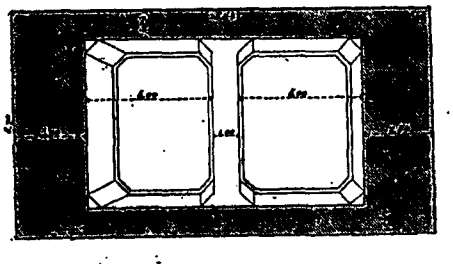


Fig. 876.

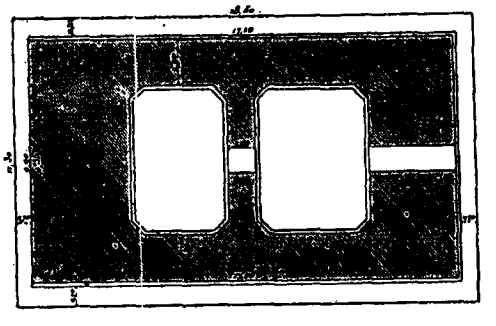


Fig. 877.

au moins sur les petits côtés du rectangle, car cette forme résiste mieux aux poussées de la voûte.

Les évidements verticaux, quelle que soit leur forme, sont recouverts au moyen de voûtes rejetant à l'extérieur les eaux d'infiltration. On ménage dans le bas, une porte permettant l'accès des évidements. Cependant on remplit quelquefois les vides de remblais en pierres

cassées pour augmenter le poids et la stabilité de la culée.

666. Au lieu d'employer de grandes culées avec évidements intérieurs il vaut souvent mieux donner à la culée proprement dite seulement l'épaisseur nécessaire pour une bonne stabilité, donner au viaduc une arche de plus à chaque extrémité, et laisser les remblais prendre leur talus à travers ces arches supplémentaires (*fig.* 878).

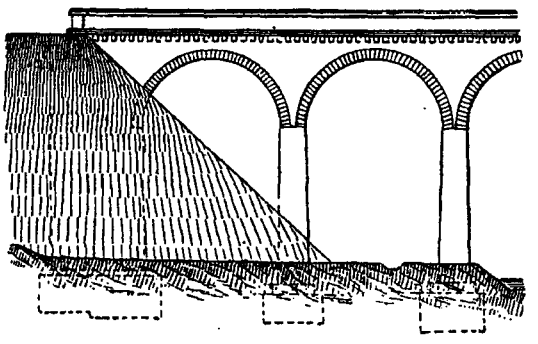


Fig. 878.

Les figures 879 à 882 représentent les détails d'un système de culée que M. Morandière a fait exécuter dans plusieurs viaducs. D'après les études qu'il a faites d'un très grand nombre d'autres combinaisons, il a trouvé que les dépenses restent toujours dans des termes assez peu différents, pour que l'Ingénieur puisse choisir le système qui lui paraît le mieux convenir aux matériaux dont il dispose, et à l'ensemble de l'élévation des ouvrages. Il y a lieu d'observer seulement qu'il est toujours utile d'éviter, autant que possible, les culées très élevées, parce que les terres exercent alors des poussées énormes contre les maçonneries, et parce qu'on éprouve souvent d'assez grandes difficultés pour maintenir les terres autour de ces hautes culées. On doit encore éviter avec grand soin de raidir les talus des remblais, comme on le fait souvent aux abords des culées, en donnant aux quarts de cône une base elliptique trop aplatie, parce que les dépenses des travaux de consolidation qu'il faut faire immédiatement ou plus tard, compensent souvent et au delà celles qu'un faible allongement du viaduc eût entraînées.

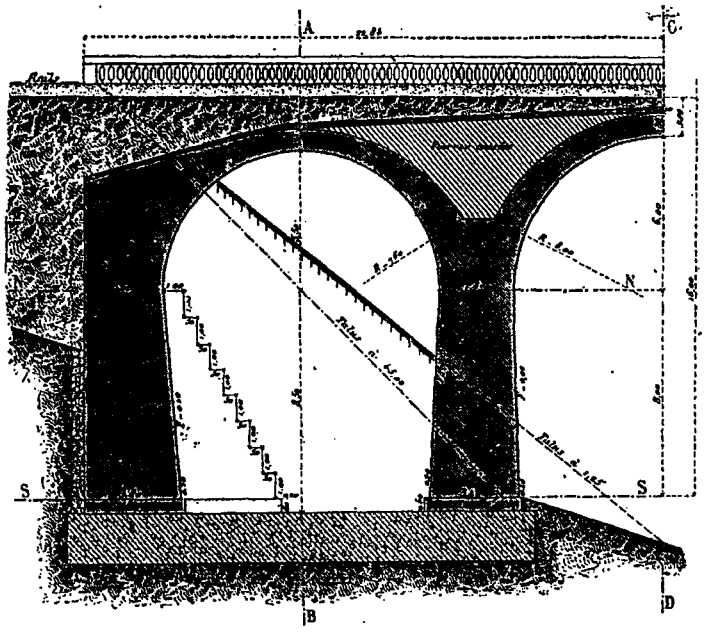


Fig. 879.

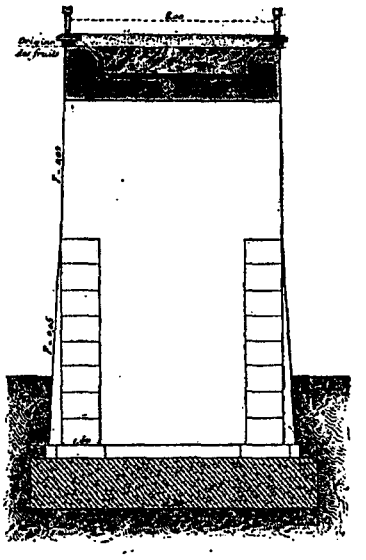


Fig. 880.

Il convient de ne pas dépasser pour la culée une hauteur de 12 à 15 mètres, afin que, si le terrain est incliné, la hauteur

du quart de cône n'ait pas plus de 20 mètres depuis son point le plus bas jusqu'au niveau de la corniche du pont.

667. Les évidements des culées ont été parfois exagérés par les constructeurs anglais. On remarque, par exemple,

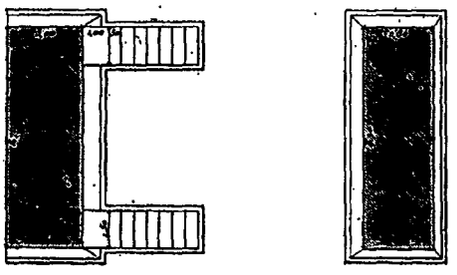


Fig. 881.

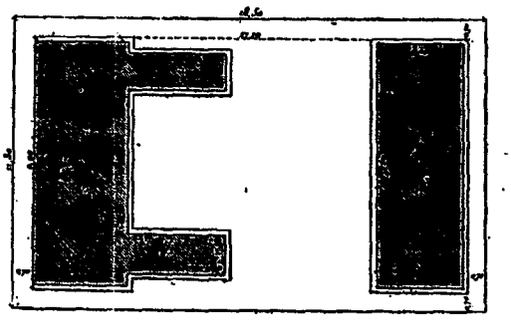


Fig. 882.

dans les culées du pont de Bollochmile, des vides considérables (*fig.* 883) et cette exagération est encore aggravée par la suppression des voûtes dans les deux

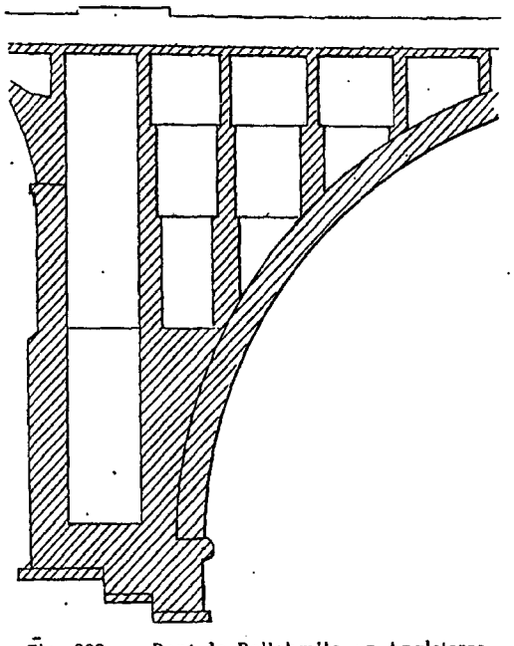


Fig. 883. — Pont de Bollohmile, en Angleterre.

sens, de sorte que la stabilité des pilastres et de l'ensemble de l'ouvrage laissent à désirer, surtout si le pont doit donner passage à un chemin de fer.

La méthode la plus rationnelle d'élégissement des culées consiste évidemment à prolonger la voûte elle-même dans la culée, de manière que la courbe des pressions soit convenablement enveloppée par le massif ainsi formé. On peut alors sans inconvénient pour la stabilité de l'ouvrage, évider le reste de la culée. On réduit ainsi le cube des maçonneries et par suite la dépense, ainsi que le poids total de l'ouvrage, d'où diminution sensible de la pression exercée sur les fondations, sans altérer la solidité de la culée.

Ce système d'élégissement a été employé pour les culées du viaduc de Saint-Germain (*fig.* 884). Grâce à la disposition,

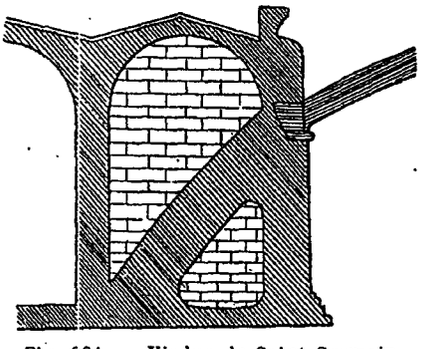


Fig. 884. — Viaduc de Saint-Germain.

réprésentée par la figure, la poussée produite par les grands arcs des travées est directement reportée sur le sol de fondation.

Dans un pont construit près de Glasgow, sur la rivière de Kelvin, par M. l'Ingénieur Thompson, les culées ont été disposées à peu près de la même manière

(*fig.* 885). On a eu soin de charger les voûtes au-dessus des joints de rupture, et la poussée des arcs est encore directement reportée sur les fondations par un appareil spécial de la maçonnerie.

Au grand pont de Chester, sur la Dee, la partie de la culée qui reçoit la poussée de l'arc a été construite pour assises à peu près normales à la courbe des pressions, comme pour celui de Glasgow. On

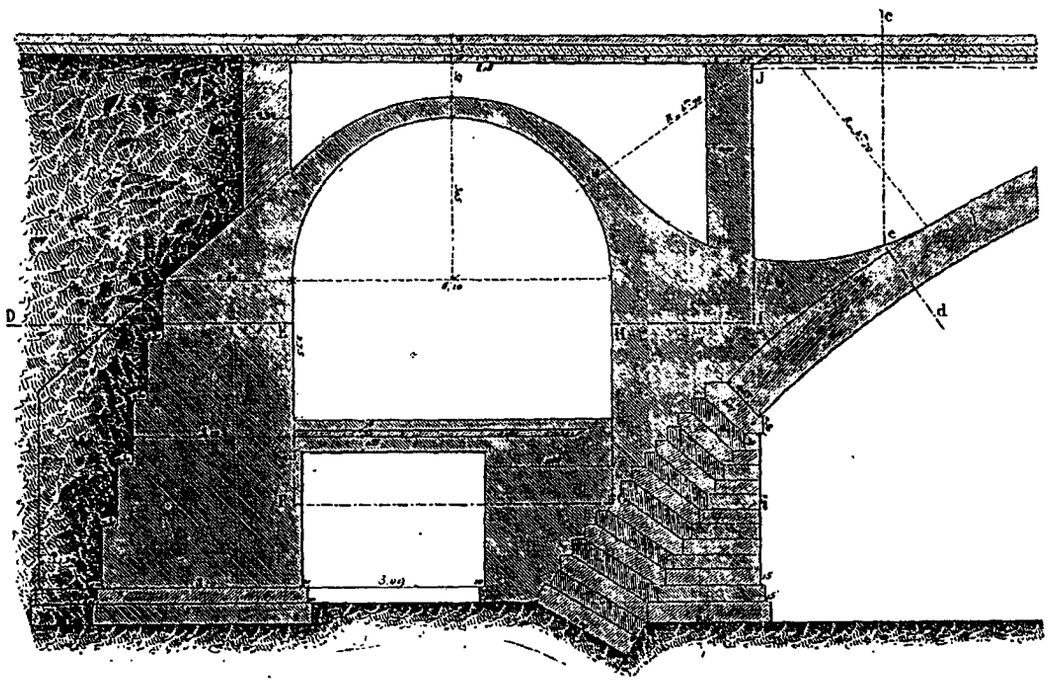


Fig. 885. — Pont sur le Kelvin, près de Glasgow.

a même considérablement augmenté l'empattement de la maçonnerie à la base de

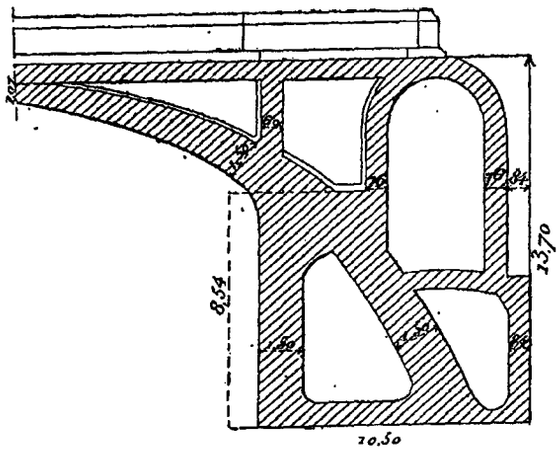


Fig. 886. — Pont de chemin de fer, près Bristol.

la culée pour que la pression s'y répartisse sur une plus grande surface.

Nous citerons enfin un pont de chemin de fer près Bristol, dont la figure 886 représente une coupe longitudinale de la culée, évidée dans le même genre que les précédentes.

On voit en outre, sur les figures 841, 844 et 850, les dispositions qui ont été prises pour recevoir sur la culée et transmettre aux fondations la poussée des voûtes par un appareillage judicieux de la maçonnerie.

« Ces exemples montrent, dit M. Croizette-Desnoyers, que tout en se gardant des élégissements exagérés, on doit s'attacher attentivement à disposer, dans les culées, les joints des assises normalement aux courbes de pression, toutes les fois que la poussée doit être considérable. Dans les petits ponts, cette précaution n'est pas nécessaire, mais il importe que les culées ne soient pas faites par lits horizontaux ou que, du moins toutes les

assises soient reliées entre elles par des pierres saillantes, de manière à éviter tout glissement.

On voit également que, dans les voûtes surbaissées et surtout pour les grands surbaissements, il existe dans la culée des parties qui ne sont nullement utilisées pour la résistance à la pression. Le tracé des courbes montre bien qu'il doit effectivement en être ainsi, et la preuve expérimentale en a été donnée sur plusieurs ponts à culées perdues, construits sur le Steïr, par M. l'Ingénieur Arnoux. On a remarqué en effet, sur ces ponts,

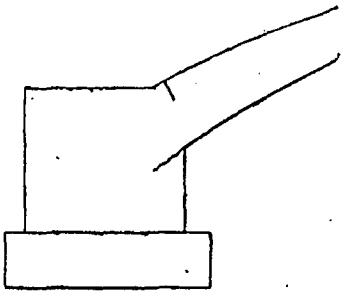


Fig. 887.

qu'au décintrement, en outre de la fissure ordinaire sur l'extrados aux naissances, il se produisait dans la culée d'autres disjonctions qui provenaient de ce que la partie en prolongement de l'arc était comprimée, tandis que les maçonneries du triangle (*fig.* 887) en dehors de cette partie n'éprouvaient aucune charge. On a évité cet inconvénient, dans les derniers ponts, en employant du ciment pour la maçonnerie du massif près des naissances ; mais il aurait mieux valu, dès l'origine, disposer les joints normalement à la courbe de pression. »

IV. — Disposition des culées en élévation.

668. « Lorsque des ponts d'une seule arche sont placés sous des remblais de hauteur intermédiaire, par exemple de 15 à 20 mètres, on peut employer plusieurs dispositions :

1° Réduire le pont à la dimension nécessitée par le cours d'eau, tant en ouverture qu'en hauteur, et le recouvrir de remblais en augmentant la longueur entre les têtes ;

2° Construire une seule arche, dont les culées évidées à l'intérieur correspondent aux talus ;

3° Faire un petit viaduc de trois arches à culées perdues.

L'étude comparative de ces trois types a été faite pour des ponts à construire

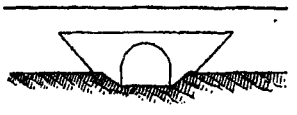


Fig. 888.

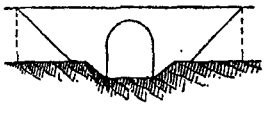


Fig. 889.

Fig. 890.

aux abords de Chemillé (ligne d'Angers à Niort) ; la hauteur des remblais était d'environ 18 mètres et la largeur du cours d'eau de 10 mètres ; on a reconnu que la dépense était sensiblement la même. Or, le type où le pont est chargé de remblais (*fig.* 888), est évidemment le moins bon ; celui avec culées apparentes, est d'un aspect lourd (*fig.* 889) et le type à culées perdues, étant d'un meilleur effet et plus facile à réparer (*fig.* 890) a été adopté pour l'exécution. » (Croizette-Desnoyers).

V. — Piles-culées.

669. Les piles-culées sont des supports intermédiaires, ou piles, auxquels on donne une épaisseur assez forte pour qu'ils puissent résister aux poussées des voûtes comme le font les culées. — « A l'époque romaine, au moyen âge et même jusqu'au siècle dernier, dit M. Degrand, l'usage avait prévalu de donner aux piles une épaisseur tout à fait exagérée, atteignant le quart, quelquefois même le tiers et plus, de l'ouverture des arches adjacentes. Le motif en était qu'on voulait assurer ainsi à chaque arche en particulier des conditions de stabilité indépendantes de celles des arches voisines, de telle sorte qu'en cas d'avaries partielles sur un point de sa longueur, le pont ne fut pas emporté tout entier ; les piles de-

vaient donc pouvoir, au besoin, faire office de culées et, de là, leurs énormes dimensions.

Cette disposition, du reste, quelque défectueuse qu'elle soit, se comprend très bien pour les temps où elle était pratiquée. Bien souvent, en effet, surtout au moyen âge, les ressources dont on disposait n'étaient nullement en rapport avec la dépense à faire ; on commençait cependant les travaux, et ceux-ci se poursuivaient ensuite pendant une longue série d'années, dont il était impossible de prévoir à l'avance la durée. On ne pouvait pas songer dans ces conditions à attaquer le pont sur toute la longueur à la fois, et s'exposer à encombrer la rivière d'échafaudages et de cintres pendant un temps illimité. Il fallait donc procéder par parties et exécuter les arches les unes après les autres, ce qui conduisait forcément à les faire porter sur des piles-culées. On pouvait d'ailleurs, de cette façon, n'avoir à employer qu'un ou deux cintres et réaliser une assez grande économie.

Tout cela n'est resté praticable qu'autant que le plein cintre était la forme admise à peu près exclusivement pour les voûtes ; avec des arches en anses de panier, ou en arc de cercle surbaissé, on aurait été obligé de donner de telles épaisseurs à des piles-culées, que la construction n'en eût plus été admissible.

A l'époque actuelle, on ne donne plus aux piles que l'épaisseur nécessaire pour qu'en aucun point de leur base, le travail des matériaux à la compression ne dépasse la limite qu'on s'est imposée.

Les piles-culées entrent cependant encore quelquefois, et à très juste raison, dans la composition de certains ouvrages ; c'est lorsque ceux-ci, et plus particulièrement les viaducs, devant avoir une longueur xceptionnelle, on juge prudent d'y ménager, de distance en distance, des piles plus épaisses que les autres, offrant les conditions de stabilité voulues pour faire office de culées au besoin et préserver ainsi l'édifice d'une destruction complète, en cas d'avaries accidentelles survenant sur telle ou telle partie de leur développement.

Cette disposition ainsi pratiquée fournit d'ailleurs, le plus souvent, d'excellents motifs de décoration ; elle contribue pour beaucoup à la beauté de l'ouvrage, en venant rompre la monotonie difficile à éviter sans cela, d'une longue série d'arcades exactement semblables. — On en voit de très bons exemples à l'aqueduc de Cazerte, aux viaducs de Ranciditi, de Cozillo en Italie, au viaduc de Chaumont en France, à celui de Gorlitz, en Allemagne, etc. »

670. L'économie résultant de l'emploi d'un nombre restreint de cintres, lorsque les supports intermédiaires sont des piles-culées, n'est pas très importante aujourd'hui, parce que les travaux sont attaqués sur un grand nombre de points à la fois, ce qui oblige quand même à avoir le nombre suffisant de cintres pour assurer la marche rapide de ces travaux. Du reste, les grands cintres ne peuvent guère être utilisés plus de deux fois sans être retaillés, ce qui rend, en fin de compte, très secondaire la considération de leur réemploi.

Cependant les piles-culées se trouvent justifiées lorsqu'il s'agit, par exemple, d'un pont placé près des frontières, et dont on a à redouter, en cas de guerre, la rupture d'une des arches. Elles sont encore employées, comme nous l'avons dit, dans les longs viaducs des chemins de fer, dans le but de rompre la transmission des vibrations, et pour parer aux chances d'accidents.

Mais, sauf dans ces cas exceptionnels, les piles minces sont généralement adoptées aujourd'hui, parce qu'elles gênent moins les courants en temps de crue, et qu'elles coûtent moins cher.

En ce qui concerne l'économie des piles minces, Gauthey n'était pas tout à fait de cet avis. « La résistance qu'une pile oppose au courant, dit-il, et la contraction qu'elle lui fait éprouver, dépendent, en grande partie, de la largeur de cette pile, et, toutes choses égales d'ailleurs, un pont dont les piles seraient épaisses aura plus de disposition à être affouillé que celui où elles seront minces, et il faudra, par cette raison seule, augmenter la surface de son débouché, et conséquemment, sa longueur. — Mais on peut diminuer la force de cette objection, en observant que, quand les dimensions d'une pile sont

un peu considérables, il est difficile qu'elle soit emportée par une seule crue; on peut presque toujours arrêter les progrès des affouillements avant qu'ils ne soient devenus dangereux. Une pile étroite ne peut jouir des mêmes propriétés, à moins qu'elle ne porte sur de larges empattements, et alors l'avantage qu'elle offre, sous le rapport de l'économie, se réduit presque à rien.

Mais si la légère épargne qu'on peut faire sur la maçonnerie en employant des piles étroites, est très peu de chose, et s'il n'y en a presque point, sur la fondation, à raison des larges retraites sur lesquelles il est convenable de les établir, elles nécessitent une augmentation considérable dans la dépense des cintres, parce qu'elles obligent à cintrer toutes les arches en même temps, tandis que, sans cela, les bois employés aux deux premières peuvent servir pour toutes les autres. Cet inconvénient est presque toujours très important, et il le deviendra d'autant plus, que la rareté des bois se fera sentir d'avantage. Dans les cas même où il n'y a aucun danger à faire porter les arches sur des piles très minces, comme lorsqu'elles sont établies sur le rocher et qu'on ne craint pas qu'aucune d'elles puisse jamais être emportée, l'augmentation du prix des cintres peut obliger à rejeter totalement l'emploi de ces piles, et à proscrire, par conséquent, les arches très surbaissées qui les exigent absolument. Il paraît effectivement que les arches en arc de cercle, ou en anse de panier très surbaissée, doivent toujours être portées sur des piles peu épaisses, et que l'une de ces dispositions entraîne nécessairement l'autre. Les inconvénients qui résultent de l'emploi des piles minces se joignent donc à toutes les raisons qui s'opposent à ce que les voûtes très surbaissées soient adoptées généralement pour la construction des ponts, et qui semblent prouver qu'on ne doit se servir de ces sortes de voûtes que dans des circonstances où il serait impossible de faire autrement.

Lorsqu'on ne peut pas donner à toutes les piles l'épaisseur qu'elles devraient avoir, et lorsque, cependant, la grande longueur du pont et la nature du terrain laissent quelques craintes sur la solidité de l'édifice, on peut adopter une disposition qui diminue un peu les dangers résultant de l'emploi des piles minces. On peut partager le pont en plusieurs parties, en construisant, d'espace en espace, des piles capables de soutenir la poussée des voûtes. Alors si une pile intermédiaire vient à être emportée, cet événement entraîne, à la vérité, la chute de quelques arches, mais on n'est point obligé de reconstruire le pont tout entier. »

Aujourd'hui, en raison de la rapidité avec laquelle les travaux doivent être exécutés, on n'aurait aucun intérêt à chercher une économie sur les cintres, et cette objection de Gauthey, contre l'emploi des piles minces, devient donc tout-à-fait secondaire. Toutefois il sera prudent, comme le conseille Gauthey, de placer de distance en distance quelques piles-culées dans les ponts présentant un grand nombre d'arches.

§ VIII. — PILES.

I. — Forme des avant et arrière-becs des piles en rivière.

641. Les piles doivent pouvoir porter le poids total des voûtes sans que la compression des matériaux à leur base dépasse la limite de sécurité admise. Il en résulte que leurs dimensions transversales sont déterminées par des considérations de résistance et de stabilité qui seront étudiées plus loin.

Il est aisé de comprendre que les assises inférieures d'une pile devront avoir des dimensions plus grandes que les assises supérieures puisque les premières ont à supporter en plus le poids des autres. Les fruits des parements rectilignes ou courbes sont donc parfaitement rationnels, ainsi que les contreforts latéraux. Nous n'indiquerons ici que les moyens employés pour réaliser ces empattements, nous réservant d'examiner théoriquement les diffé-

rentes formes à donner aux piles lorsque nous nous occuperons de la stabilité de ce genre de supports. Nous commençons l'étude des piles par la forme des avant et arrière-becs, en rivière.

Cette forme a été déjà étudiée au point de vue de la contraction minimum du débouché qu'on peut en obtenir (Effets des piles et culées, p. 193). Des expériences de Gauthey (n° 216), il semble résulter que la forme elliptique très allongée (*fig.* 163), est la plus avantageuse. C'est en effet, celle que Gauthey a adoptée pour

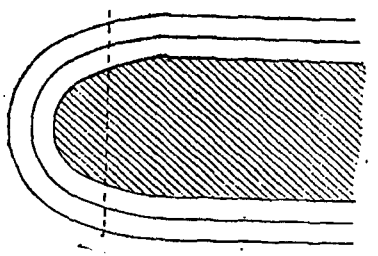


Fig. 891.

les piles du pont de Navilly, sur le Doubs. Le grand axe de l'ellipse a 14m,50 et le petit axe 4m,87. Mais cette forme présente des difficultés d'exécution, surtout pour son raccord avec la douelle de l'arche; aussi est-elle complètement abandonnée.

Au pont de Neuilly, les avant-becs ont une forme elliptique (*fig.* 891) se raccordant avec les faces planes latérales de la pile. D'après les mêmes expériences, les formes qui paraissent les plus avantageuses, après la forme elliptique, sont successivement, la forme triangulaire équilatérale, la forme demi-circulaire et la forme triangulaire mixtiligne concave.

M. A. Durand-Claye a fait aussi des expériences sur la contraction et les affouillements produits par les diverses formes des avant becs des piles (n° 222). Les résultats de ces expériences l'ont amené à proposer comme forme la plus favorable celle représentée par la figure 175. Mais l'application de cette forme est peu pratique.

Dans les ponts antiques la base des avant-becs des piles est généralement demi-circulaire, ou triangulaire, quelquefois même polygonale.

On trouve quelques ponts construits pendant le moyen âge où les avant-becs sont complètement supprimés. Les piles se terminent carrément, en amont et en aval, dans le plan même des têtes. C'est évidemment la disposition la plus défectueuse.

Aujourd'hui, c'est la forme demi-circulaire qui est presque exclusivement adoptée pour les avant-becs des piles en rivières. Cependant les formes triangulaire et ogivale équilatérales sont préférables lorsque les piles doivent être placées dans des courants rapides.

Nous ne voulons parler que de l'avant-

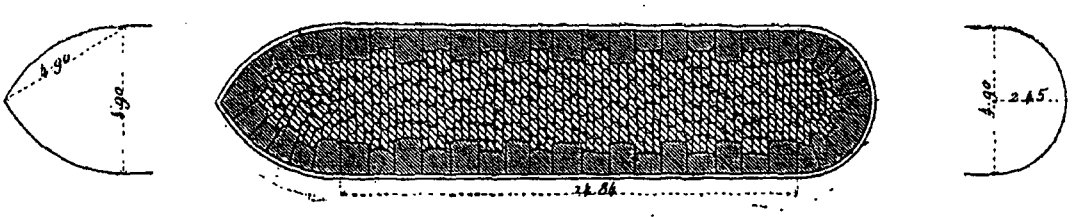


Fig. 892.

bec, car pour l'arrière-bec la forme de sa section horizontale n'a pas la même importance, quoique cependant la forme demi-circulaire paraisse préférable aux autres, comme les expériences de M. A. Durand-Claye l'ont parfaitement mis en évidence.

En résumé, la combinaison d'un avant-bec triangulaire et d'un arrière-bec demi-circulaire paraît être une bonne solution, d'une exécution pratique (*fig.* 176). On peut en avoir un bel exemple au pont Saint-Ange à Rome.

Une autre disposition excellente est celle qui a été employée dans un grand nombre de ponts construits dans le siècle dernier, et notamment aux ponts d'Orléans et de Tours. Les avant-becs ont une

forme ogivale équilatérale (*fig.* 892). La largeur de la pile étant de 4^{m},90, les deux arcs de cercle composant l'ogive sont donc décrits avec un rayon de 4^{m},90. Quant à l'arrière-bec, sa forme est demi-circulaire, décrite avec un rayon de 2^{m},45.

La forme demi-circulaire en avant-bec n'est peut-être pas aussi satisfaisante que les deux précédentes, mais elle présente néanmoins de réels avantages et, aujourd'hui, elle est à peu près exclusivement préférée. De sorte que la forme de pile qui se montre le plus fréquemment de nos jours est celle qui se termine en amont et en aval par des avant et arrière-becs demi-circulaires.

Nous devons ajouter qu'en raison de l'utilité qu'il y a sur certaines rivières, à donner à la pile une forme permettant la rupture des glaçons pour les empêcher de s'accumuler en amont du pont, on a proposé de donner aux avant-becs une forme présentant un angle très aigu, et de munir au besoin cet angle d'une armature métallique pour lui donner plus de solidité. Perronet avait même adopté pour un pont projeté sur la Neva, à Saint-Pétersbourg, un avant-bec ayant son arête inclinée en avant. Au moyen de cette disposition les glaçons qui viennent frapper l'avant-bec tendent à remonter un peu le long de l'arête inclinée, et alors leur poids agit de chaque côté pour les faire rompre, et chaque partie peut être facilement entraînée par le courant. Si la rivière n'est pas navigable, il ne peut y avoir que des avantages à cette disposition, mais si la navigation y est établie, comme les bateaux peuvent venir choquer les piles et qu'ils se rompraient comme les glaçons, on aurait tort d'admettre cette forme d'avant-bec.

II. — Forme du fût des avant et arrière-becs des piles, en rivière.

672. Les avant-becs doivent être élevés jusqu'au niveau des plus hautes crues, ou tout au moins à la hauteur où se font les débâcles, puisqu'ils sont destinés à diviser les courants et à briser les glaces.

Cela est évident pour les avant-becs des ponts en arc de cercle. Et comme, généralement, les naissances des arches sont alors situées un peu au-dessus des plus hautes eaux, il en résulte que le fût de l'avant-bec s'arrête au niveau des naissances.

Dans les ponts en plein cintre, la nécessité d'élever le fût de l'avant-bec jusqu'au niveau des plus hautes eaux ne paraît pas aussi évidente, car alors les eaux montent bien au-dessus des naissances des arches et les tympans, en partie noyés, offrent une grande surface opposée au courant. L'effet du fût placé en avant du tympan se réduit forcément à peu de chose. Néanmoins, comme l'avant-bec a toujours, même dans ce cas défavorable, l'avantage de rompre les glaces et de diminuer la contraction et les remous, on l'élève encore jusqu'au niveau des hautes eaux. Il en est de même dans les ponts dont les arches sont en anse de panier.

Assez fréquemment les faces planes ou courbes des fûts des avant et arrière-becs des piles sont verticales. Quelquefois cependant on a donné au fût un profil

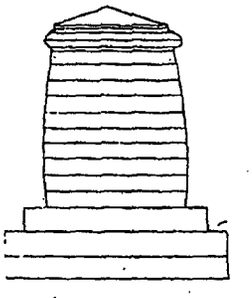


Fig. 893.

courbe bombé, dans le genre de celui qu'on donne aux fûts des colonnes. Les avant-becs du pont de Neuilly ont cette forme (*fig.* 893).

Le profil courbe concave, c'est-à-dire évasé vers le bas, est plus rationnel au point de vue de la résistance des matériaux. Mais les courbures employées ne sont pas celles qui produiraient l'égalité des pressions unitaires dans les différentes assises. Dès lors, le fût n'ayant pas la forme d'égale résistance, l'avantage de la courbure du profil est illusoire. On se

crée donc inutilement une difficulté d'exécution. La forme courbe évasée vers le bas a été appliquée aux avant-becs des piles du pont Louis-Philippe (*fig.* 894 et 895). Cette forme qui peut être justifiée pour de hautes piles de viaducs, comme on le verra plus loin, ne l'est pas ici pour des avant-becs de faible hauteur n'ayant rien à supporter et ne doit pas être imitée.

Le mieux est de donner aux fûts des avant-becs une surface à profil rectiligne,

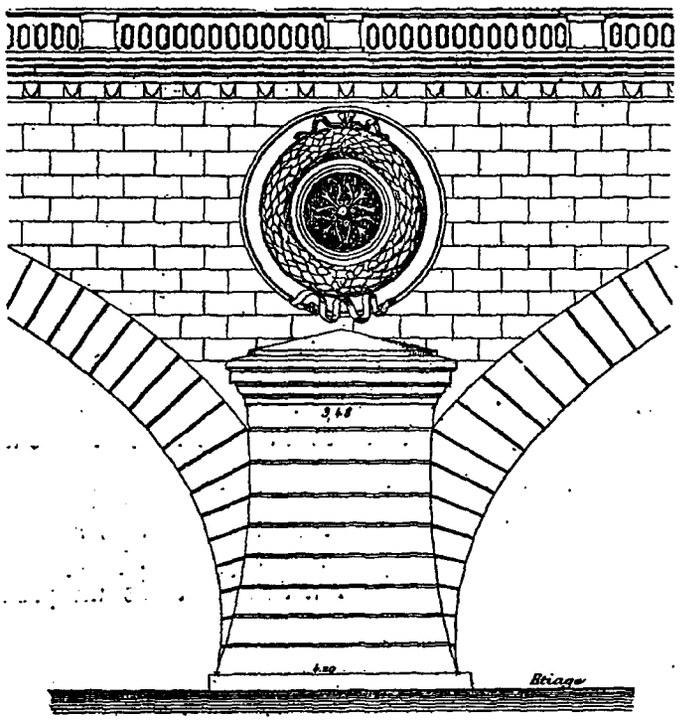


Fig. 894. — Pont Louis-Philippe, à Paris.

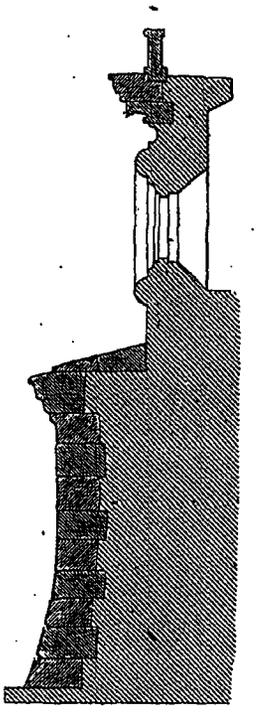


Fig. 895.

avec un léger fruit régulier sur toute la hauteur comme on le voit sur les figures 766, 777, 783, 787, 788, 831, 837. C'est ce que l'on fait presque toujours aujourd'hui.

Dans un assez grand nombre de ponts les avant et arrière-becs ont été élevés jusqu'au niveau des parapets, et l'effet décoratif ainsi obtenu a presque toujours été satisfaisant. Le pont de la Trinité, à Florence, par exemple, dont nous avons déjà donné un croquis d'ensemble (*fig.* 292) est ainsi disposé. Le pont Saint-Ange, également à Rome, est aussi un très bel exemple de cette disposition.

Au pont de la Concorde, à Paris, dont la figure 896 représente l'une des arches, les avant et arrière-becs sont formés de colonnes engagées de 1/4 de leur diamètre dans le parement des tympans. Ces colonnes s'élèvent jusqu'à la partie supérieure; elles sont surmontées d'un chapiteau au-dessus duquel court la plinthe.

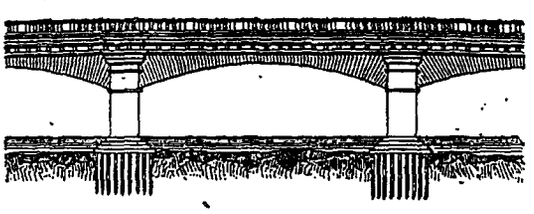


Fig. 896. — Pont de la Concorde, à Paris.

L'aspect de cette disposition est un peu lourd.

Les fûts du pont de Sainte-Maxence ont été disposés par Perronet, de ma-

nière à simuler quatre colonnes réunies deux à deux (*fig.* 897).

Ces colonnes paraissent trop minces pour recevoir la retombée de voûtes en maçonnerie; leur effet est peu satisfaisant. On a eu soin, en construisant ce pont, de placer une tige en fer dans l'axe de chaque colonne et de réunir, en outre, toutes les pierres des piles et presque tous les voussoirs au moyen de crampons.

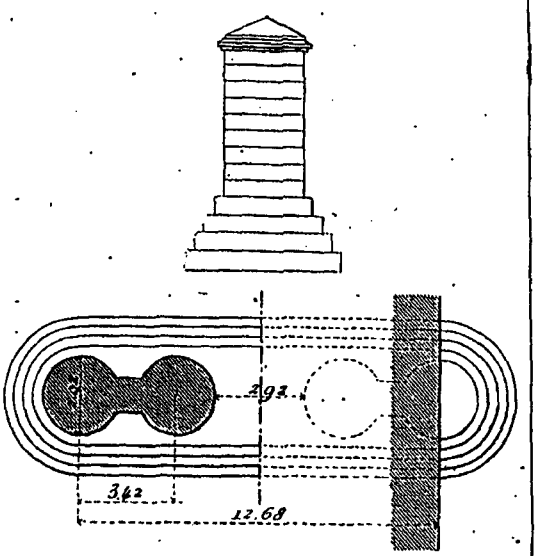


Fig. 897. — Pont de Sainte-Maxence.

III. — Couronnement des avant et arrière-becs.

673. Gauthey a donné dans son traité divers modes de couronnement des piles de quelques ponts importants; nous en extrayons ce qui suit.

On s'est beaucoup occupé, dans le dernier siècle, de la décoration des couronnements des avant-becs. Cet objet n'est pas très important, mais la solidité de leur construction l'est beaucoup. Les couronnements des avant-becs se dégradent facilement, et on voit souvent croître dans les joints des plantes qui augmentent encore les dégradations. On les préviendra en les formant avec de grandes pierres appareillées avec soin.

On voit (*fig.* 898) l'élévation et le plan d'une des piles du pont de Moulins. Les avant et arrière-becs sont triangulaires, mais l'angle saillant est arrondi, ce qui lui donne plus de solidité. C'est une précaution dont il ne peut résulter aucun inconvénient, et, qu'il est convenable de prendre toujours. Le chaperon, ou couronnement, a la forme d'une pyramide triangulaire, et on a conservé dans les pierres dont il est construit une partie verticale qui doit toujours avoir au moins 8 à 10 centimètres de hauteur. On a quelquefois couronné des avant-becs à base triangulaire d'un chaperon formé par les prolongements de leurs faces, coupés par un plan incliné en avant: on en voit un exemple au pont au Change à Paris (*fig.* 759). (C'est de l'ancien pont dont il s'agit ici; ce pont a été reconstruit en 1862, et les avant-becs du nouveau pont sont représentés par la figure 913.)

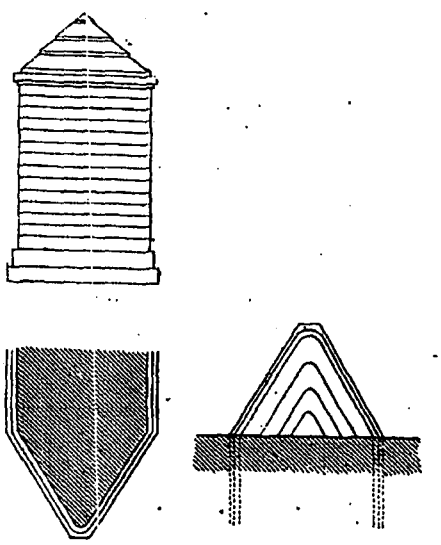


Fig. 898. — Pont de Moulins.

La figure 899, représente une des piles du pont d'Orléans. La base de l'avant-bec est terminée par deux arcs égaux au sixième de la circonférence; celle de l'arrière-bec est un demi-cercle. L'angle saillant de l'avant-bec n'est pas assez aigu pour avoir besoin ici d'être arrondi, et la forme de cette pile est peut-être celle qui remplit le mieux toutes les conditions auxquelles on doit satisfaire. Les couronnements des avant et arrière-becs ont une hauteur qui pourrait être diminuée sans inconvénient: tous deux sont formés par une surface conique.

La figure 897 représente une des piles du pont de Pont-Sainte-Maxence. On trouve dans quelques ouvrages étrangers des exemples de piles partagées en deux

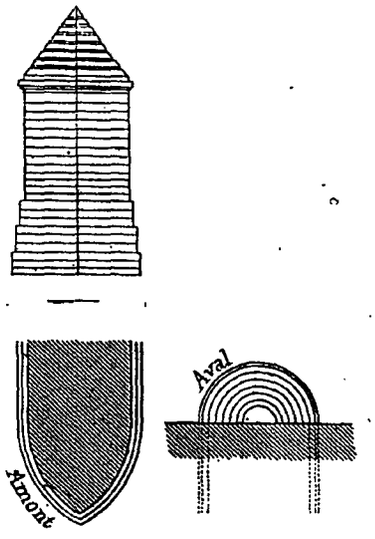


Fig. 899. — Pont d'Orléans.

parties, dont l'intervalle est recouvert par une voûte: mais ces piles sont très massives, et le pont de Pont-Sainte-Maxence est le seul où on ait osé faire por-

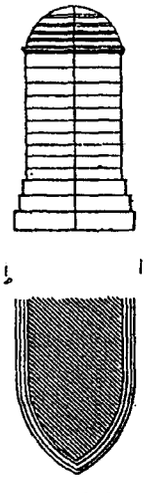


Fig. 900.

ter des arches sur des points d'appui aussi faibles et aussi isolés. Cette hardiesse n'ayant aucun objet d'utilité, puisqu'elle ne diminue que bien peu la dépense, il est vraisemblable qu'elle ne trouvera point d'imitateurs. Le couronnement des avant-becs est formé par une surface conique qui a fort peu de hauteur, et, comme la pile est très mince, il est construit avec une seule pierre. »

Au pont de Neuilly (*fig.* 893) le couronnement est terminé par une surface conique qui a peu de hauteur.

La pyramide triangulaire qui recouvre les avant-becs du pont d'Orléans (*fig.* 899) a ses côtés curvilignes.

La figure 900 montre un couronnement semblable, seulement de forme un peu sphérique.

La figure 901 représente une des piles du pont de Tolède, à Madrid. Les avant- et arrière-becs sont élevés jusqu'au ni-

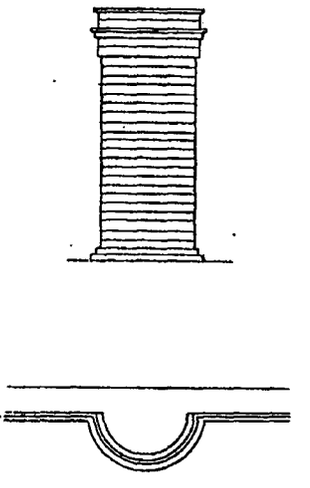


Fig. 901. — Pont de Tolède, à Madrid.

veau du sommet du pont, et ils forment des terre-pleins où les promeneurs trouvent un lieu de refuge et de repos. Le pont de Dresde, sur l'Elbe, est disposé de la même manière.

Le Pont-Neuf, à Paris, présente également en plan une disposition analogue, mais l'élévation est beaucoup plus élégante, quoique un peu lourde.

La figure 758 montre des couronnements triangulaires, au-dessus desquels on a pratiqué une petite niche dans les tympans.

Les couronnements représentés par la figure 902 ne sont autre chose qu'une combinaison de ceux des figures 758 et

759. On en trouve un exemple dans le pont de Homps, construit sur l'Aude en 1785.

Le profil des pierres composant les couronnements des anciens ponts était assez variable. Les assises formaient

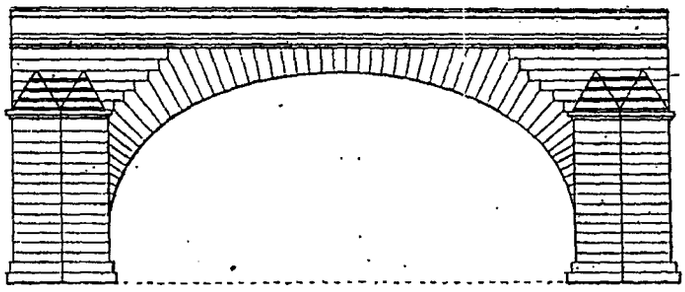


Fig. 902.

presque toujours une série de saillies, comme on le voit sur les exemples pris au pont des Tuileries (*fig.* 903), au pont Marie, à Paris (*fig.* 904) et au pont Fou-

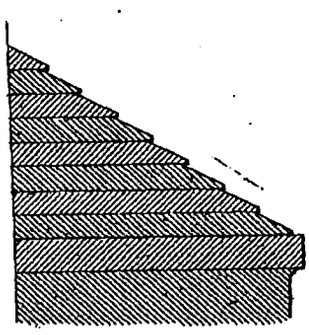


Fig. 903.

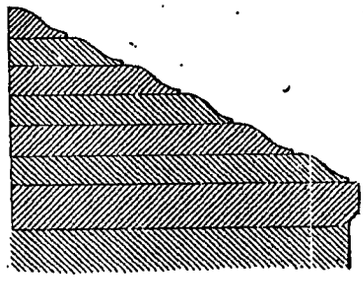


Fig. 904.

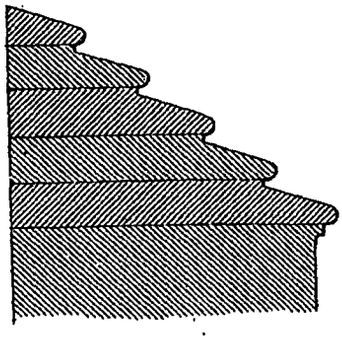


Fig. 905

chard près Saumur (*fig.* 905).

674. Aujourd'hui, on couronne ordinairement les avant et les arrière-becs des piles par un demi-cône très aplati. Ce mode est simple et convient très bien.

Les chaperons coniques du pont d'Aus

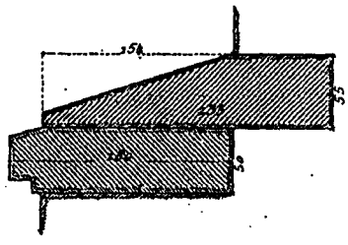


Fig 906. — Pont d'Austerlitz, avant l'élargissement.

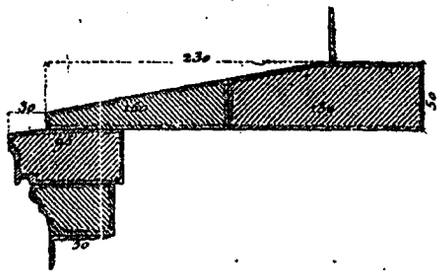


Fig. 907. — Pont des Invalides.

terlitz, avant son élargissement, étaient formés d'une seule pierre (*fig.* 906). Les chaperons du pont des Invalides ne comportent aussi qu'une seule assise (*fig.* 907) mais l'assise unique est composée de plusieurs pierres.

Au lieu d'être formé par une seule assise, le chaperon en contient souvent deux, comme au pont de la Creuse à Port-de-Pile (*fig.* 908). Au pont de Montlouis, le chaperon, moins large, est disposé de la même manière. L'assise inférieure est divisée en plusieurs secteurs (*fig.* 909).

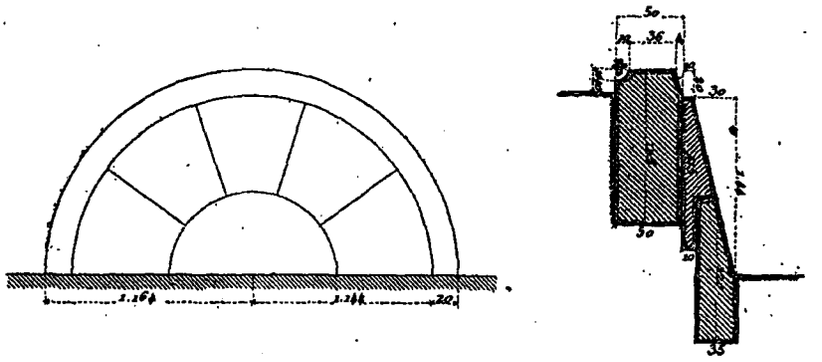


Fig. 909.

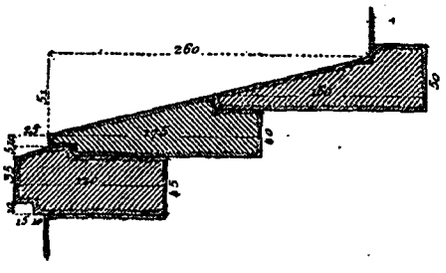


Fig. 908.

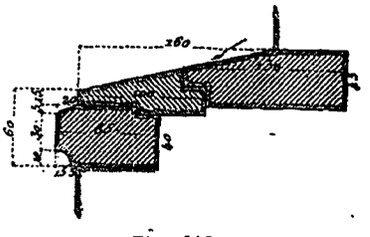


Fig. 910.

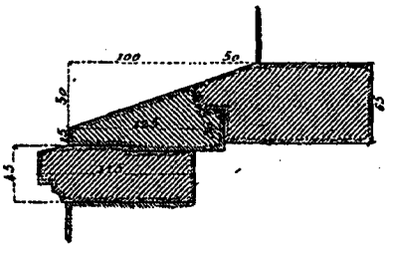


Fig. 911.

Les pierres d'assez fortes dimensions qui composent les couronnements doivent être appareillées avec soin et bien reliées entre elles. On leur donne quelquefois les dispositions représentées par les figures 910 (pont de Chalonnes), 911 (pont de Roanne), et 912 (étude d'un pont sur la Saône à Lyon).

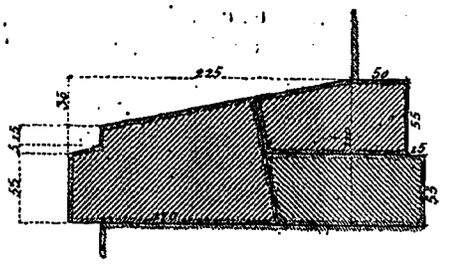


Fig. 912.

La figure 913 montre la disposition adoptée pour le nouveau pont au Change reconstruit en 1862.

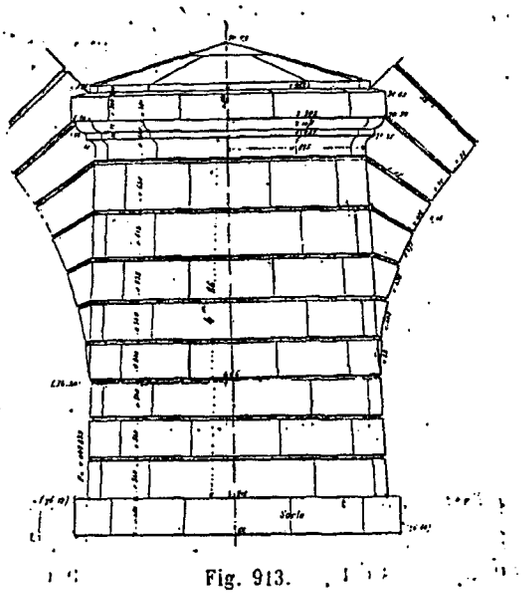


Fig. 913.

IV. — Piles des viaducs.

675. Dans les viaducs, les piles ont des dimensions tranversales relativement très petites par rapport à leur hauteur. Il est rare que les parements des piles soient verticaux sur toute la hauteur, car pour donner à ces supports une stabilité suffisante on augmente toujours leur section transversale horizontale depuis le sommet jusqu'à la base. Cette augmentation s'obtient soit au moyen d'un fruit rectiligne ou courbe continu, soit au moyen de retraites échelonnées sur la hauteur, soit encore au moyen de contreforts.

Élargissement de la base au moyen de retraites.

676. Les Romains ne donnaient pas

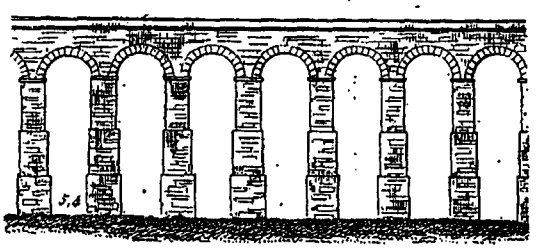


Fig. 914. — Aqueduc de Metz.

de fruit aux piles de leurs aqueducs ou de leurs ponts très élevés; ils se procuraient quelquefois l'empattement nécessaire au moyen de retraites aux naissances, comme on peut le voir par exemple au pont d'Alcantara, et très souvent au moyen de retraites réparties sur toute la hauteur.

L'un des exemples les plus anciens de ce dernier système se voit à l'aqueduc de Metz, dont la construction est antérieure au commencement de notre ère (*fig.* 914).

Les piles de l'aqueduc de Ségovie construit également par les Romains, sont disposées de la même manière. Mais au lieu de laisser nues les saillies formées par les retraites, ils les ont accusées et décorées par un petit recouvrement formant saillie, ayant pour but de préserver les maçonneries des dégradations provenant de l'infiltration des eaux pluviales (*fig.* 915). La construction est faite en grosses pierres posées sans ciment.

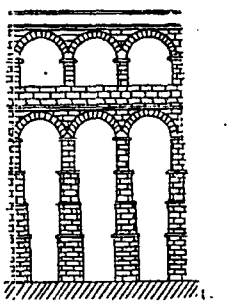


Fig. 915 — Aqueduc de Ségovie.

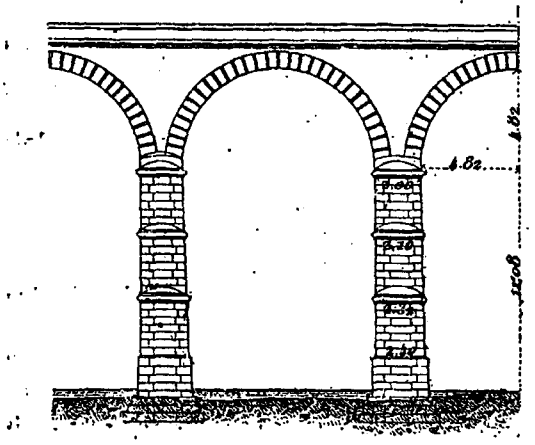


Fig. 916. — Viaduc de Dolhain, en Belgique.

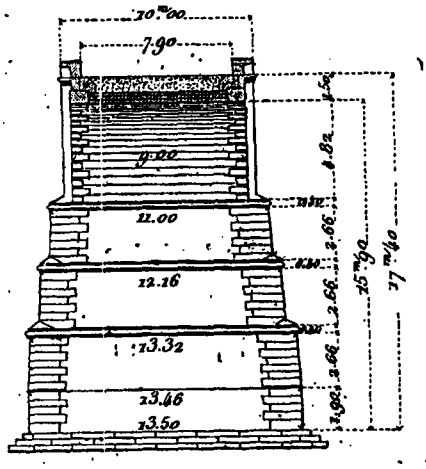


Fig. 917.

De nos jours l'augmentation d'empattement à la base des piles a été quelque-

fois réalisée aussi au moyen de retraites. On peut citer parmi les ponts modernes dont les piles sont construites de cette façon, le viaduc de Dolhain sur la vallée de la Vesdre en Belgique (*fig.* 916 et 917). Les retraites sont espacées de 3m,06 en hauteur. Sous l'imposte recevant la retombée des arches, la section transversale de la pile a 11 mètres de largeur et 2 mètres d'épaisseur. A la base les dimensions correspondantes sont 13m,460 et 2m,40.

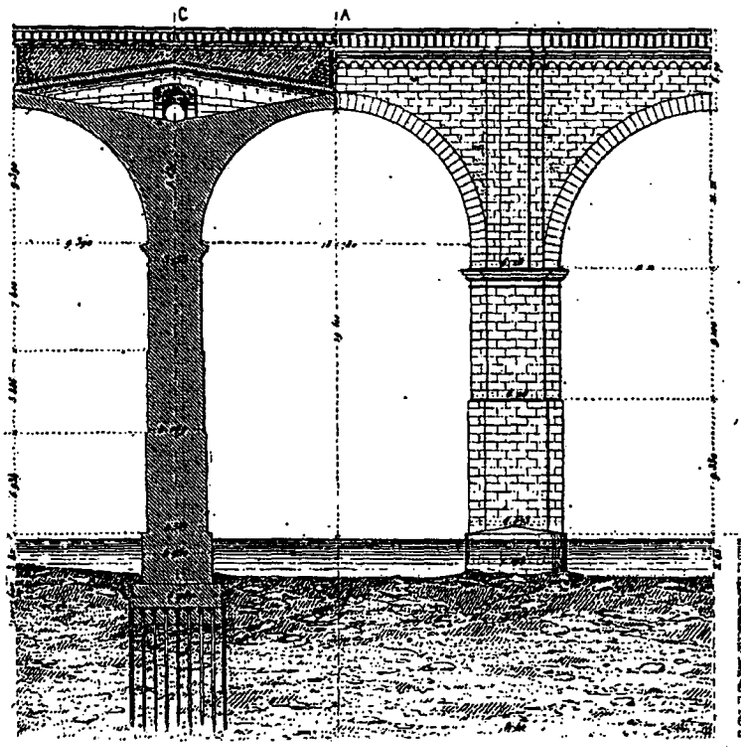


Fig. 918. — Pont de Gorlitz, en Allemagne.

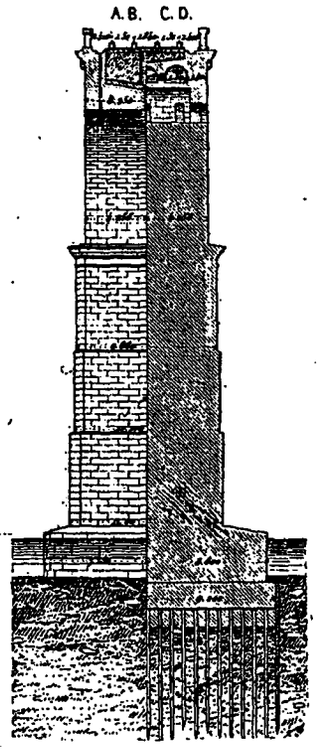


Fig. 919.

On peut encore citer les ponts de Lobau et de Gorlitz en Allemagne. La disposition adoptée pour ce dernier ouvrage est représentée par les figures 918 et 919 extraites du portefeuille des chemins de fer de Perdonnet.

Enfin, en France, le viaduc d'Hennebont et celui du Palais présentent des dispositions analogues. Les piles de ce dernier viaduc construit pour la ligne de Châteauroux à Limoges sont en outre munies de contreforts.

Élargissement de la base au moyen de fruits rectilignes.

677. Il est rationnel, au point de vue de la résistance des matériaux, de donner un fruit aux parements des piles très élevées. De plus, une pile avec fruits est d'un aspect plus satisfaisant à l'œil qu'une pile à parements verticaux.

Autant que possible, le fruit ne doit pas dépasser 0m,02 par mètre pour les parements placés du côté de l'intérieur des arches, car autrement on réduirait trop le vide à la base.

Dans le sens transversal, c'est-à-dire sur les parements placés du côté des faces du viaduc, on donne au fruit une valeur généralement comprise entre 0m,02 et 0m,06 par mètre, car, dans ce sens, on a tout intérêt à l'augmenter le plus possible.

Quelquefois on compose le parement de la pile de faces inégalement inclinées. On peut par exemple partir de la base avec un fruit de 0m,05, placer au dessus

une face ayant un fruit de $0^m,03$ et terminer par un fruit de $0^m,01$ Quand on adopte cette disposition, il faut avoir soin que les variations d'un fruit à l'autre soient faibles. Si on faisait reposer une voûte à têtes verticales sur des piles ayant des parements trop inclinés, l'effet serait peu satisfaisant.

Élargissement de la base au moyen de contreforts.

678. Les contreforts employés pour l'obtention d'un élargissement transversal de la pile à sa base, ont en outre l'avantage d'assurer la construction contre les déversements ; ils contribuent aussi à donner aux piles un aspect de légèreté et produisent généralement un excellent effet.

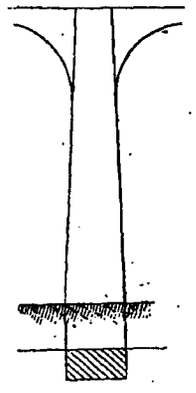


Fig. 920.

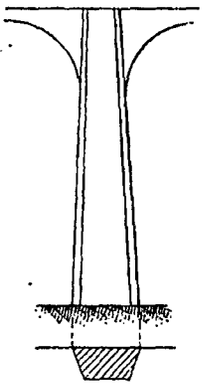


Fig. 921.

« Mais pour que ce dernier effet soit produit, il faut avoir soin de ne pas donner au contrefort toute la largeur de la pile, comme on l'a fait assez souvent (*fig.* 920), ou de leur donner une forme polygonale comme on l'a proposé (*fig.* 921). Dans cette dernière disposition on obtient bien quatre lignes sur l'élévation, mais elles ne portent pas d'ombre bien accusée, et quant à la première, il faut remarquer que si elle a l'avantage d'économiser deux arêtes saillantes, la dépense de ces arêtes est compensée par l'économie sur le cube des maçonneries, surtout quand on construit en petits matériaux.

Nous conseillons donc vivement de détacher les contreforts en leur donnant moins de largeur qu'aux piles et en leur attribuant des fruits transversaux plus forts que ceux des têtes du viaduc. Cette disposition, adoptée dans un grand nombre de viaducs, est d'un excellent effet. » (Croizette-Desnoyers.)

Les contreforts ont toujours un fruit plus ou moins prononcé et, ordinairement, ils sont appliqués contre des parements de piles présentant aussi un fruit, mais ce dernier est toujours plus faible que le premier.

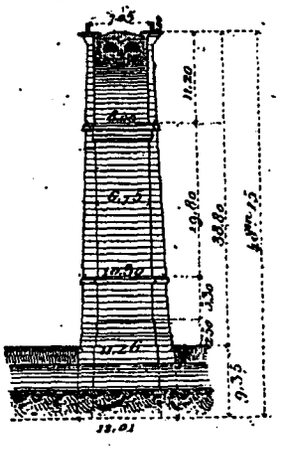


Fig. 922.

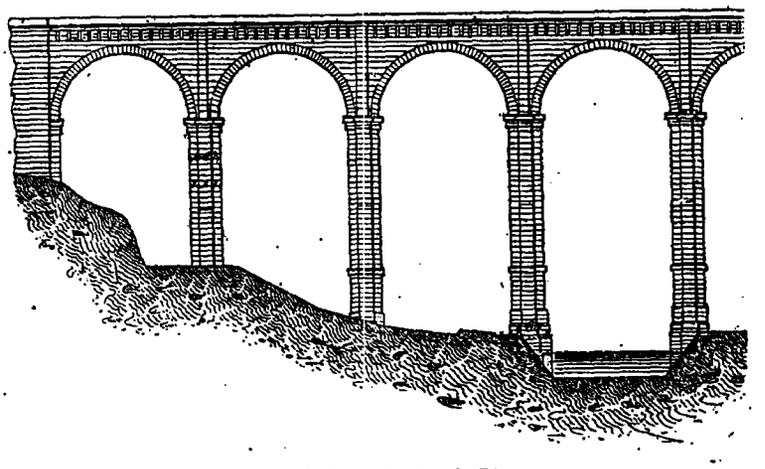


Fig. 923. — Viaduc de Dinan.

Quelquefois même, les parements des piles munies de contreforts sont verticaux. Le viaduc de Dinan, notamment a été construit dans ces conditions (*fig.* 922

et 923). Mais dans ce cas spécial, cette disposition ne présentait pas d'inconvénient, parce que la pierre employée dans les maçonneries était du granit pouvant supporter de très fortes pressions. Les contreforts du viaduc de Dinan s'élèvent jusqu'au-dessous de la plinthe ; ils ont une largeur uniforme de 2 mètres dans toute leur hauteur, et ils présentent un fruit de $0^m,04$ dans le sens transversal. Ce beau viaduc, d'aspect très léger, donne néanmoins toute satisfaction à l'Ingé-

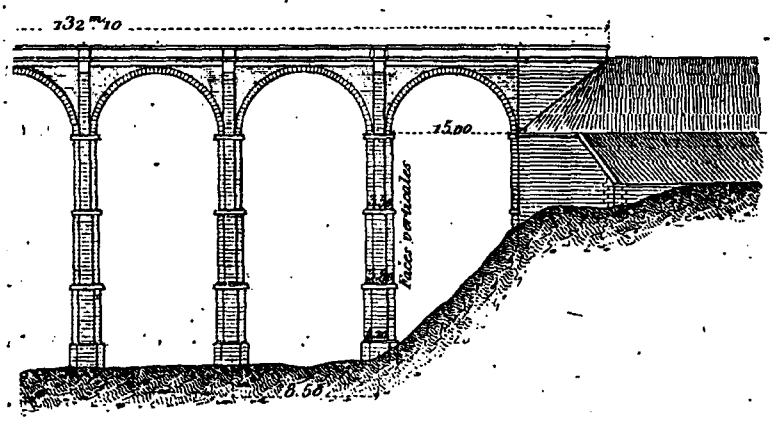


Fig. 924. — Viaduc du Palais.

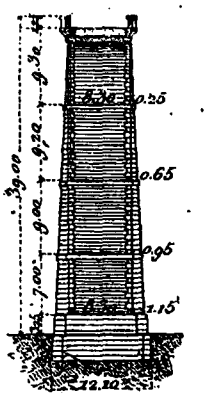


Fig. 925.

nieur par son apparence de grande stabilité.

On peut encore citer, parmi les viaducs dont les piles sont construites avec parements verticaux et contreforts, celui d'Édimbourg dont nous avons déjà donné une vue d'ensemble (*fig.* 785) et des croquis de détail (*fig.* 786).

Les contreforts s'appliquent aussi aux piles dont l'élargissement à la base est obtenu au moyen de retraites successives. Le viaduc du Palais en montre un

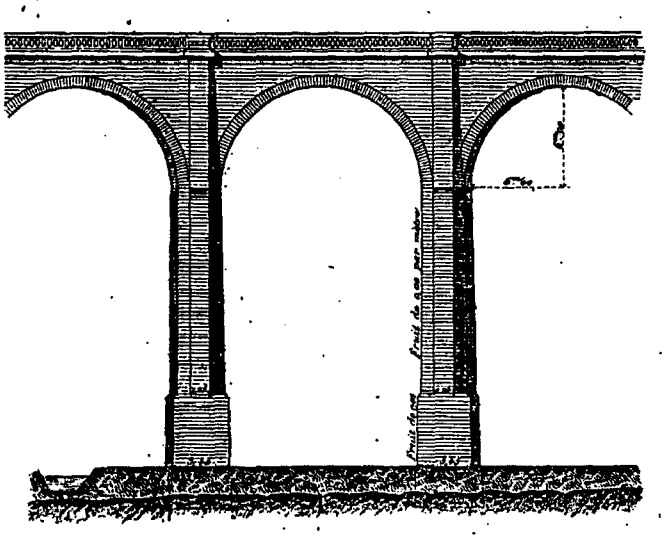


Fig. 926. — Viaduc de Châteaulin.

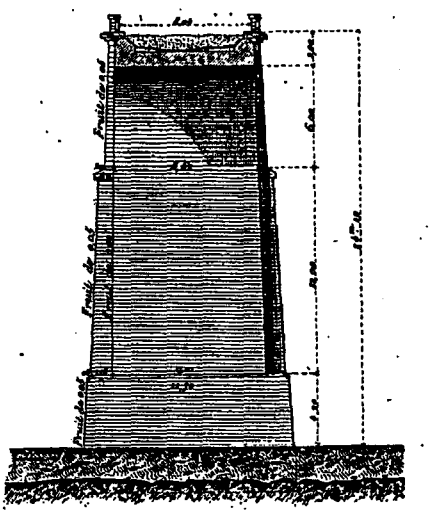


Fig. 927

exemple (*fig.* 924 et 925). Le fruit donné aux contreforts de ce viaduc n'a pas été tout à fait suffisant. Aussi, s'est-il manifesté dans les voûtes plusieurs fissures qui ont exigé de longs travaux de consolidation.

Assez fréquemment le contrefort, en outre de son fruit, présente des retraites qui contribuent à élargir rapidement sa base. Ainsi les contreforts du viaduc de Châteaulin (*fig.* 926 et 927) possèdent une retraite à la hauteur des naissances des arches plein-cintre. Le fruit de la pile est de 0,02 ; celui des faces du contrefort est de 0,05. Les faces transversales des contreforts sont d'ailleurs verticales.

Les contreforts du viaduc d'Auray sont disposés de la même manière ; le fruit de la pile est de 0,04, et celui des contreforts de 0,06. Dans le viaduc de Port Launay sur l'Aulne, on retrouve la même disposition avec les fruits suivants : 0,03 pour les piles et 0,07 pour les contreforts.

Quelquefois comme au viaduc de la Feige, sur le chemin de fer de Saint-Germain-des-Fossés à Roanne, dont nous avons donné déjà un fragment d'élévation (*fig.* 793), les contreforts possèdent plusieurs retraites sur leur hauteur. La coupe transversale représentée par la figure 928, montre la disposition adoptée.

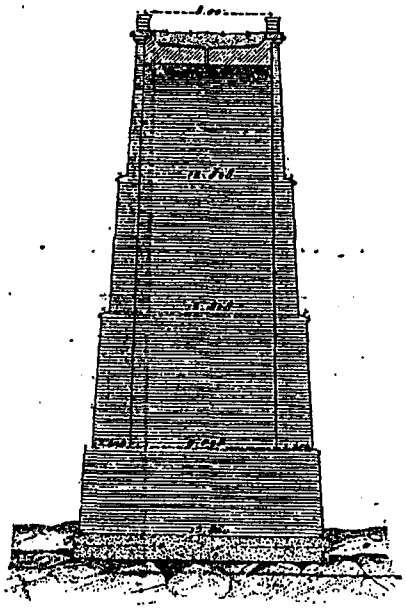


Fig. 928. — Viaduc de la Feige.

Les contreforts s'appliquent aux piles des viaducs à plusieurs étages aussi bien qu'aux autres. Ainsi, au viaduc de la Gartempe, construit, comme le viaduc du Palais, sur la ligne de Châteauroux à

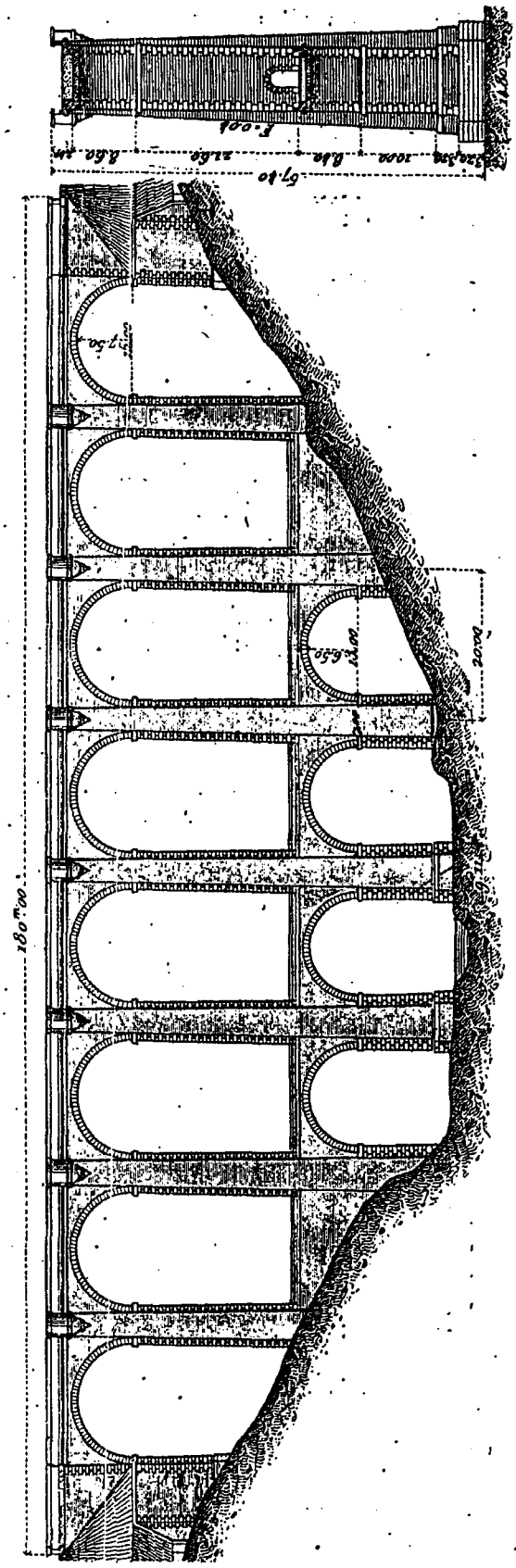


Fig. 929. — Viaduc de la Gartempe.

Fig. 930.

Limoges, les piles sont toutes contre-butées par des contreforts qui partent du socle et qui se prolongent sans interruption jusqu'aux parapets (*fig.* 929 et 930). Les piles ont des parements de tête verticaux et le fruit des contreforts est de $0^m.04$ par mètre. Ce viaduc eut paru plus léger si on avait donné un peu moins d'épaisseur aux contreforts ; néanmoins l'aspect de l'ouvrage est encore satisfaisant dans son ensemble.

Élargissement de la base au moyen de fruits courbes.

679. « Comme pour des viaducs élevés, les pressions à la base sont considérables, surtout quand les voûtes ont une grande amplitude, on fait généralement dépendre l'épaisseur des piles, aux naissances, de l'empattement qu'il est nécessaire de donner à la base de la fondation pour que les pressions n'atteignent pas une trop grande valeur : il en résulte ordinairement que les épaisseurs, dans la partie haute des piles, sont plus fortes que ne l'exigerait la stabilité. Plusieurs ingénieurs ont pensé que pour éviter les inconvénients qui en résultent, il serait rationnel de déterminer la forme des piles de telle sorte que la pression restât la même à toute hauteur, ou du moins s'écartât très peu de ce résultat. Les courbes qui réalisent la condition d'une manière absolue sont des logarithmiques dont l'équation est facile à déterminer, mais lorsque l'on tient à avoir de faibles pressions à la base, ces courbes prennent un empattement considérable qui tendrait à donner aux pieds des piles des dimensions exagérées.

M. l'Inspecteur général Robaglia a le premier fait application de ces dispositions au viaduc de Vezouillac, pour le chemin de fer de Rodez à Millau. Ce viaduc est situé dans une courbe de 300 mètres de rayon et sur une déclivité de $0^m,032$ par mètre ; il atteint une hauteur de 43 mètres dans la partie la plus élevée. Les piles ont des fruits courbes dans les deux sens, et les pressions sont comprises dans les limites très modérées de $4^k,99$ à $6^k,28$; seulement, il en résulte que les piles ont à la base des largeurs considérables, dont l'effet n'est pas très satisfaisant.

Aussi, M. Robaglia ayant un peu plus tard à faire construire près de Saint-Laurent-d'Olt, pour la ligne de Sèverac à Mende, un viaduc plus élevé de 9 mètres que le précédent et formé d'arches de 20 mètres au lieu de 16 mètres, a admis des pressions un peu plus fortes, ce qui a fait redresser les courbes d'une manière sensible ; toutefois l'empattement à la base, dans le sens transversal, est encore

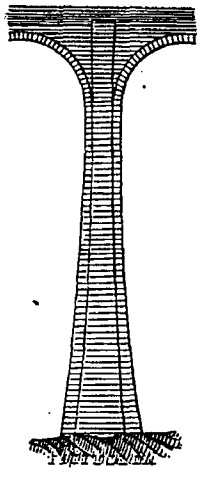


Fig. 931.

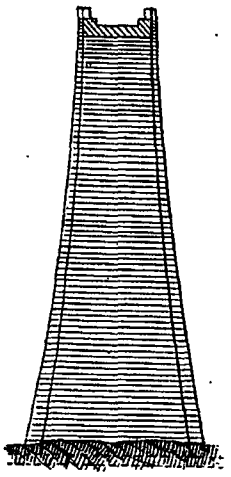


Fig. 932.

presque le triple de la largeur du viaduc au niveau des rails. Les figures 931 et 932 donnent l'élévation d'une pile dans le sens de la longueur du viaduc, et la coupe transversale au milieu de l'arche la plus élevée montrant la saillie des contreforts. Pour simplifier l'exécution, les parements vus sont formés de parties droites, au lieu d'être tout à fait courbes, mais les différences ne sont pas apparentes et le viaduc est d'un très bel effet.

Enfin, sur la ligne de Marjevols à Neussargues, pour un viaduc d'une hauteur encore plus considérable, car elle atteint 63 mètres au-dessus des fondations, et avec des arches de 25 mètres d'ouverture, MM. Bauby et Boyer ont fait construire, avec le plus grand succès, le viaduc de la Crueize. Pour ce viaduc en admettant des pressions plus fortes, les dimensions à la base de la plus haute pile, mesurées sur le dessus du socle, sont seulement $9^m,44$

dans le sens de la longueur, et de 22m,12 dans le sens transversal. La courbure des parements des piles est très peu marquée et la solution est, à notre avis, encore plus satisfaisante qu'au viaduc de Saint-Laurent d'Olt.

Quand il s'agit d'ouvrages d'une aussi grande importance, pour l'exécution desquels on prend, avec raison, des précautions très grandes, on peut sans aucun danger admettre des pressions notablement supérieures à 6 kilogrammes par centimètre carré et on doit le faire, à notre avis, car autrement on arriverait à dépenser, sans utilité réelle, des sommes fort élevées.

Le parti adopté à cet égard par MM. Bauby et Boyer est donc bien motivé; seulement, lorque la courbure des parements devient si faible, on peut se demander quel avantage elle procure en réalité, et on se trouve insensiblement ramené à l'emploi des parements droits.

Il faut considérer en effet que si on avait à construire des piles en maçonnerie encore plus élevées que celles dont nous venons de citer des exemples et si, pour abaisser les pressions, on adoptait des parements d'une courbure très prononcée, on aurait des supports qui vibreraient beaucoup et dont la trépidation pourrait être dangereuse; nous croyons qu'il serait beaucoup plus prudent de revenir dans ce cas à la forme trapézoïdale. » (Croizette-Desnoyers.)

Soubassements et socles des piles pour viaducs.

680. Lorsqu'un certain nombre de piles d'un viaduc sont en rivière, on munit ces piles d'avant et arrière-bec, mais à leur base seulement. Ils n'occupent qu'une très faible partie de la hauteur totale et doivent toutefois s'élever au moins jusqu'au niveau des plus hautes eaux. Les figures 845 et 846 montrent les avant

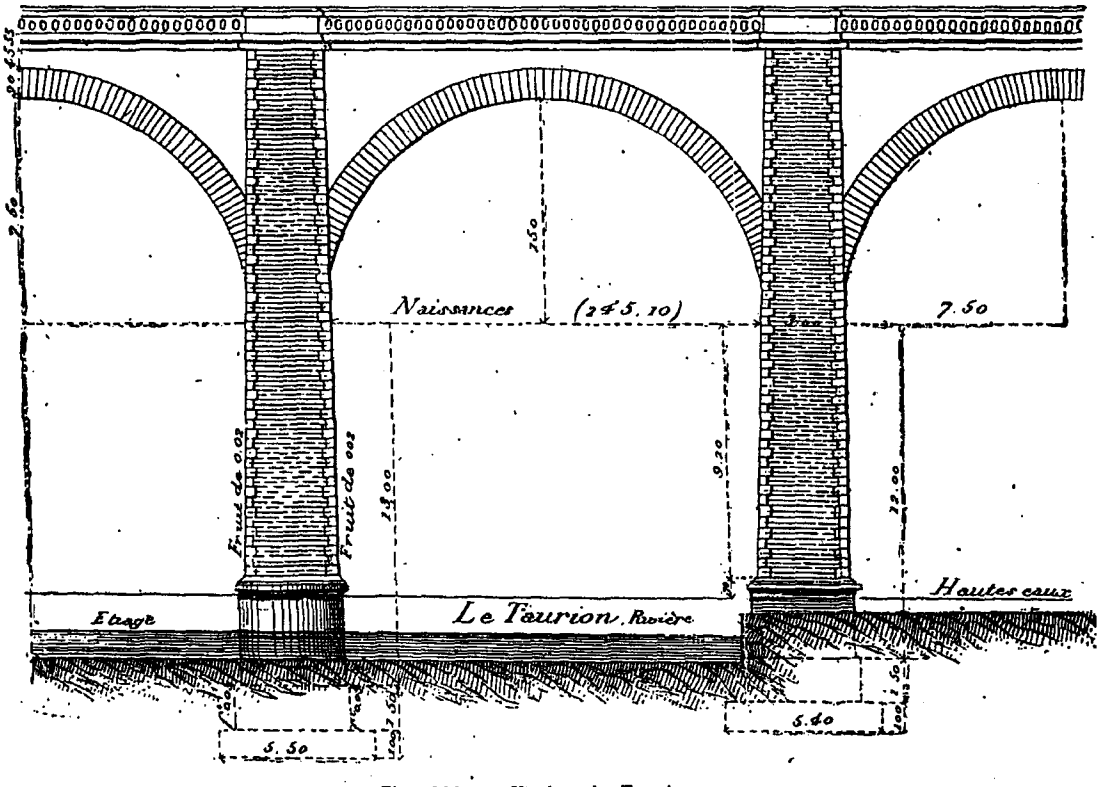


Fig. 933. — Viaduc du Taurion.

et arrière-becs adoptés à la base des piles du viaduc de Chastellux.

En dehors de la rivière, la section horizontale de la base des piles des viaducs

est ordinairement rectangulaire, comme celle des piles elles-mêmes. Le fragment d'élévation du viaduc du Taurion, représenté par la figure 933, montre deux piles de ce viaduc: l'une en rivière avec avant-bec circulaire à la base, et l'autre

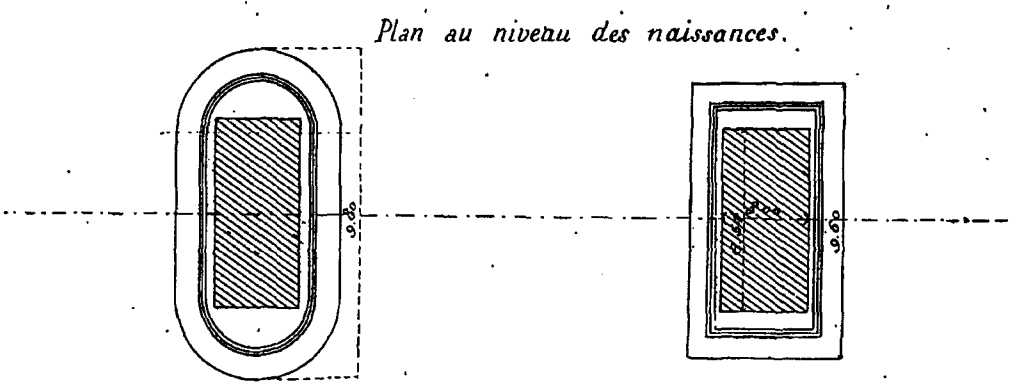


Fig. 934.

hors de l'eau avec socle rectangulaire. Les coupes horizontales de ces deux piles sont données par la figure 934.

Quand les piles sont munies de contre-forts, les dispositions des piles en rivière sont analogues aux précédentes. Les

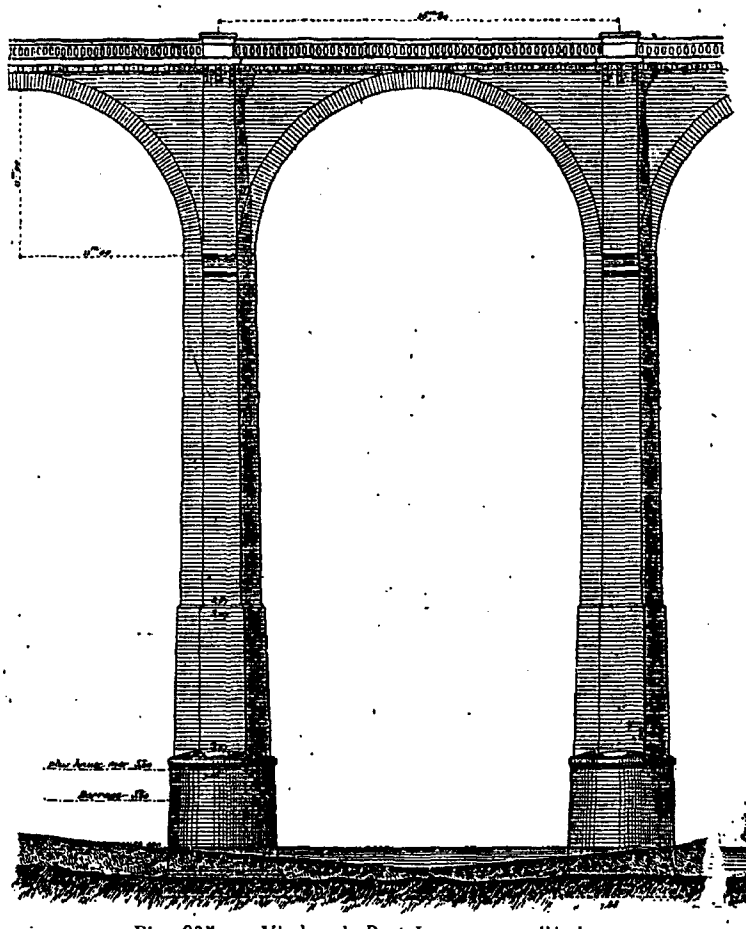


Fig. 935. — Viaduc de Port-Launay, sur l'Aulne.

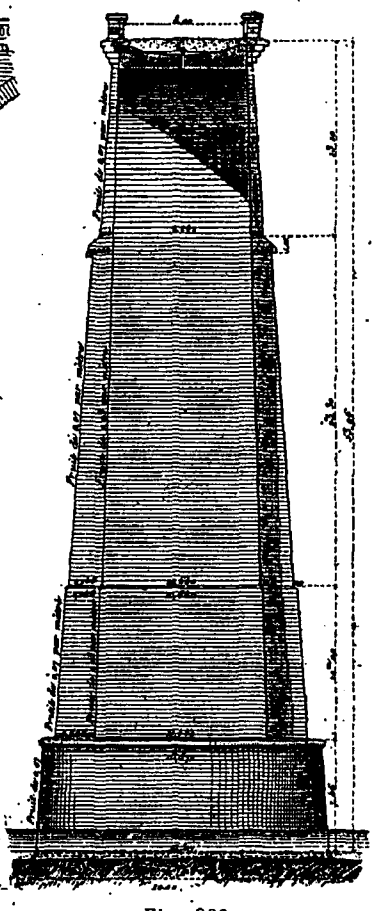


Fig. 936

figures 935 et 936 montrent comment sont disposés les avant et arrière-becs placés à la base des piles du viaduc de Port-Launay sur l'Aulne. Leur section horizontale est circulaire, et comme le profil a un fruit de 0m,07, la surface extérieure est une surface tronc conique. Le contour du soubassement enveloppe complètement celui de la pile avec ses contreforts. On remarquera que dans ce viaduc, pour augmenter l'empattement des piles et rompre la monotonie des fûts, on a établi des socles supérieurs de 10 mètres de hauteur. Ces socles ont naturellement une section horizontale semblable à celle de la pile. Lorque les piles

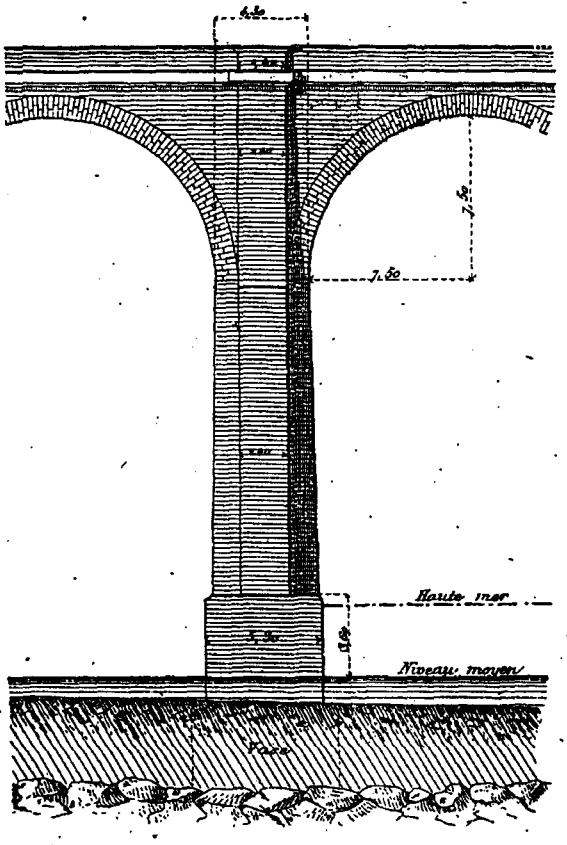


Fig. 937. — Viaduc d'Auray.

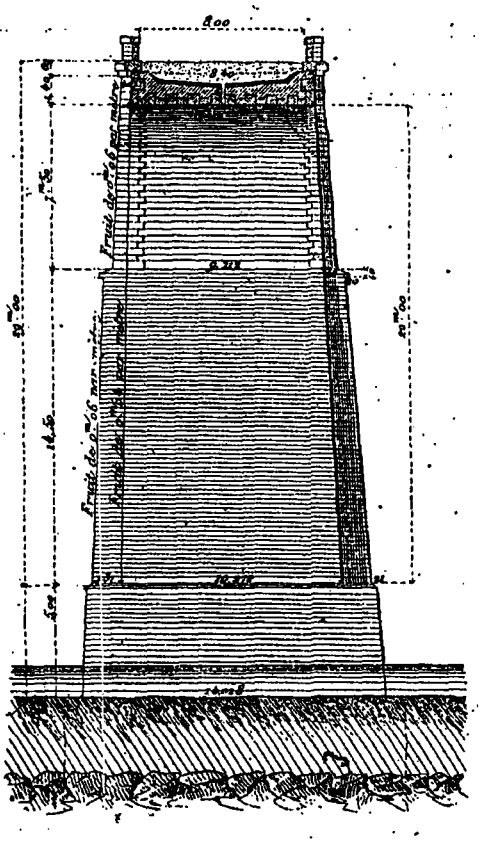


Fig. 938.

sont hors de l'eau leur base n'a plus besoin d'être munie d'avant et arrière-becs.

Au viaduc d'Auray, dont les figures 937 et 938 représentent un fragment d'élévation et une coupe transversale, les avant et arrière-becs sont rectangulaires. Le rectangle de base enveloppe complètement la base de la pile y compris les contreforts.

Comme on le voit, la base de la pile de viaduc, avec ou sans avant et arrière-becs se traite très simplement. Son appareil doit d'ailleurs s'harmoniser avec le mode de construction du reste de l'ouvrage.

V. — Évidement des piles.

681. On a vu que les élégissements sont assez fréquemment employés dans les culées des grands ponts. Il est en effet possible, dans les culées, de disposer les maçonneries avec de grands vides tout en satisfaisant parfaitement à toutes les conditions de résistance, de stabilité et de solidité de l'ouvrage. L'économie de maçonnerie peût prendre, dans ce cas, une certaine importance et le poids que les fondations ont à supporter se trouve toujours considérablement diminué.

Dans les piles, qui ont déjà des dimensions transversales assez restreintes, les élégissements sont plus difficiles à pratiquer et ne produisent pas d'aussi bons résultats que dans les culées.

Les constructeurs anglais qui emploient surtout la brique comme *matériaux* de construction ont assez fréquemment évidé les piles de leurs viaducs.

Comme exemple d'évidements dans les piles on peut citer le viaduc de Brent construit près de Hauwel pour le chemin de fer de Great-Western. Il est composé de 8 arches en anse de panier, de 21m,35 d'ouverture; il est assez simple dans son élévation, mais il comprend un système d'évidements excessivement compliqué (pl. 109 de l'album de M. Morandière) Cet abus de vides de toutes formes, doit évidemment donner lieu à des dépenses d'exécution qui pourraient être facilement évitées; de plus la conservation des ouvrages ainsi évidés à l'excès se trouve conpromise par suite de la trépidation produite lors du passage des trains.

En France, le viaduc de Malaunay, construit par des ingénieurs anglais pour le chemin de fer de Rouen au Hâvre, a des piles évidées (*fig.* 939 et 940). Mais, soit à cause d'une inégale répartition des

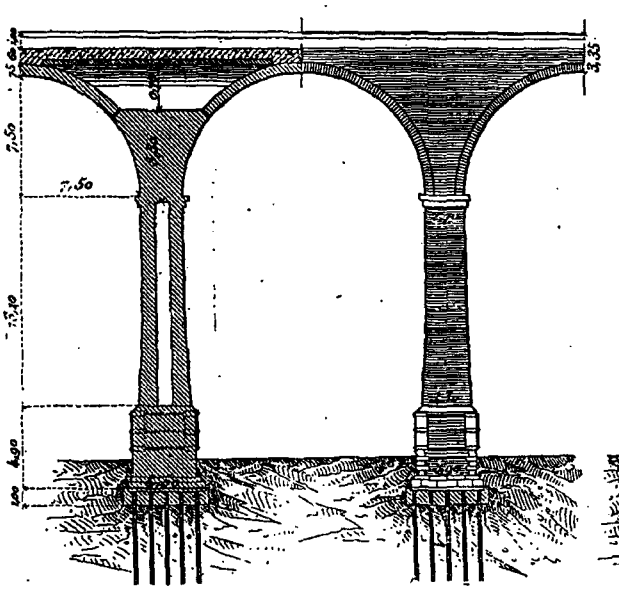


Fig. 939. — Viaduc de Malaunay.

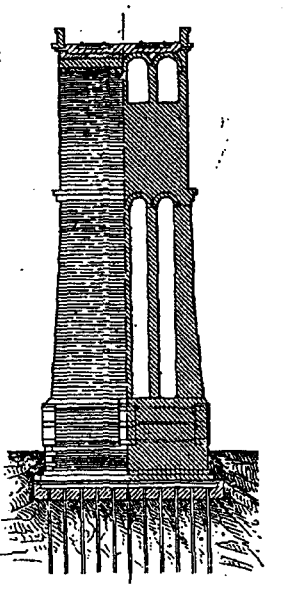


Fig. 940.

pressions, soit à cause de la mauvaise nature des mortiers, il a fallu envelopper les socles avec des armatures en fer, comme on le voit sur les croquis ci-dessus.

Enfin, le viaduc de Barentin, construit également par des entrepreneurs anglais, est tombé avant son achèvement, soit à cause des évidements exagérés pratiqués dans les piles, soit à cause d'une exécution défectueuse.

En résumé, les élégissements des piles, dans le genre de ceux dont nous venons de parler, sont à éviter. Dans le cas où l'emploi d'évidements serait rendu absolument indispensable par la nécessité qu'il y aurait à décharger le plus possible les fondations, il serait préférable d'effectuer les évidements au moyen de petits puits verticaux à section circulaire.

Les arceaux que l'on pratique pour la circulation, dans les viaducs à plusieurs étages (viaduc de Chaumont, par exemple) (*fig.* 734), ne nuisent pas à la solidité de l'ouvrage et peuvent être admis sans le moindre inconvénient. Nous pensons même que lorsqu'on veut évider les piles d'un viaduc, ce système d'arceaux traversant la pile sur toute son épaisseur pourrait être employé avec avantage, à condition toutefois de ne pas donner au

rapport du vide au plein une trop grande valeur. On ne réaliserait peut-être ainsi qu'une économie insignifiante, parce que l'augmentation des parements vus compenserait probablement la diminution du cube de maçonnerie, mais on diminuerait le poids total à faire supporter aux fondations.

§. IX. — *ARCHITECTURE ET DÉCORATION DES PONTS ET VIADUCS*

I. — Ensemble des ponts et viaducs.

682. Lorsque l'ingénieur a arrêté l'emplacement d'un pont ou d'un viaduc, quand il a calculé les débouchés linéaires et superficiels capables d'assurer l'écoulement facile des plus fortes crues, ou qu'il a déterminé ses principales dimensions en se basant sur les diverses considérations développées dans les précédents chapitres, il peut arriver progressivement à fixer la forme générale de l'ouvrage, c'est-à-dire le nombre et l'ouverture des arches, la forme de l'intrados, celle de l'extrados, la hauteur des piles et culées, leur épaisseur, etc.... Quand enfin, pour satisfaire aux conditions essentielles à remplir, il a pris toutes les dispositions qui dépendent plus particulièrement de l'art de l'ingénieur, il doit encore faire œuvre d'architecte pour arrêter définitivement et parachever les dispositions d'ensemble et de détail des maçonneries en élévation.

« La pensée ne saurait venir à personne, écrit à ce sujet M. Degrand dans son *Traité des Ponts*, de contester la part importante à réserver aux questions d'art en pareille matière.

Sans doute, le point le plus essentiel, celui qui doit primer tous les autres, c'est de calculer toutes les dimensions des diverses parties d'un pont de façon que les conditions de stabilité n'en laissent rien à désirer, que la solidité et la longue durée en soient parfaitement assurées ; mais, ceci fait, il pourra très bien arriver que de deux ouvrages offrant, sous tous ces rapports, des garanties exactement équivalentes, l'un soit un monument remarquable par l'harmonie et l'élégance de ses proportions, le second au contraire une œuvre d'aspect médiocre et choquant.

Il faut donc admettre que pour les ponts et viaducs, comme pour toute autre catégorie d'édifices, il y a une architecture spéciale à appliquer. L'important est d'en bien saisir les caractères et les règles fondamentales, et de s'astreindre ensuite à les observer malgré les difficultés parfois assez grandes qu'on y pourra rencontrer dans la pratique, selon les conditions particulières d'établissement et la situation de chaque ouvrage. »

Il est certain, comme le dit le même auteur, que la nécessité d'études sérieuses, ayant l'art pour objet, s'impose à tout ingénieur qui veut être à même de savoir, dans le projet d'un grand ouvrage, réserver aux formes extérieures, à leur agencement, à leurs proportions, la part d'importance qui leur revient. Car sans la connaissance approfondie de ce qui en constitue la valeur et la beauté, on peut bien élever des constructions admirablement maçonnées, irréprochables au point de vue technique et pratique, mais on ne peut parvenir à édifier une œuvre d'art vraiment digne de ce nom.

Nous ne pouvons dans ce traité, on le comprend, donner à cette importante question tous les développements qu'elle comporte sans sortir de notre sujet. Nous nous bornerons simplement à quelques indications générales pour bien montrer qu'en dehors de la partie technique et pratique du projet d'un ouvrage d'art, il est une question non moins importante dont l'étude s'impose : celle de savoir quel caractère devra avoir l'ouvrage, étant donnée sa situation.

Lorsque les ponts et viaducs sont placés loin des grandes villes et que l'économie doit présider à leur construction, on peut

dire avec Gauthey : « Qu'un pont étant, en général, un édifice essentiellement consacré à l'utilité publique, la *solidité* et la *simplicité* doivent en être le caractère, et que, dans presque tous les cas, le soin dans l'exécution est la seule décoration qu'il exige. »

Nous pensons, en effet, qu'en ce qui concerne la décoration des ponts, il faut tout d'abord les diviser en deux catégories. Ceux qui sont bâtis pour des chemins d'une importance secondaire, peu fréquentés par conséquent, et ceux qui sont élevés dans l'intérieur ou aux abords des grandes villes. Pour les premiers, la solidité et la simplicité sont les seules choses qu'il soit nécessaire de rechercher dans la conception du projet. Au contraire, pour les autres, on peut, en général, se permettre plus de recherche dans l'ornementation et chercher à leur donner un caractère en harmonie avec les édifices placés à proximité, ou un caractère propre dérivant de leur destination et de leur emplacement.

Toutefois, dans ce dernier cas, ce n'est pas par un excès d'ornementation plus ou moins bien appropriée, et dont il faut bien se garder, qu'on arrivera au but qu'on se propose.

« On s'attache aujourd'hui, dit Léonce Reynaud, à donner pleine satisfaction aux convenances matérielles de l'édifice, c'est le bon, c'est le vrai qu'on poursuit avant tout, et l'on se fait une loi de se conformer scrupuleusement aux prescriptions de cette économie intelligente, qui admet tout ce qui est utile, ne repousse que le superflu, et ménage les ressources afin de pouvoir multiplier les bienfaits. Une distribution judicieuse, des formes rationnelles, une grande stabilité, une exécution parfaite, telles sont les conditions jugées fondamentales. On est fort éloigné d'ailleurs de ne pas se préoccuper de la beauté des édifices, qui, à raison de leur solidité, de leur isolement et de l'entretien que leur assure la permanence de leur utilité, sont appelés à transmettre notre souvenir à une longue suite de siècles ; mais, au lieu de la demander à des ornements, on l'attend du mérite des dispositions, de l'harmonie des proportions et de ce caractère monumental qui se concilie avec la hardiesse de la construction. »

« Il faut donc donner à tout édifice, non seulement le degré de solidité, qui est une économie bien entendue parce qu'il évite un dispendieux entretien, mais encore celui qui est nécessaire pour lui assurer une durée en harmonie avec sa destination. Il appartient à l'architecte de se rendre compte de ces exigences et d'éviter avec le même scrupule, l'insuffisance et l'exagération. Qu'il ait à disposer des deniers de l'État ou de ceux d'un particulier, il est tenu d'examiner consciencieusement ce que comporte la construction qui lui est confiée, et de se conformer à toutes les prescriptions d'une sévère économie; non pas de cette étroite et fausse économie qui se borne à envisager le chiffre de la dépense, mais de cette économie intelligente qui voit le but et y proportionne les moyens. »

D'autre part, Léonce Reynaud, dont l'autorité est d'autant plus grande, à cet égard, qu'il a eu la rare fortune d'être aussi éminent ingénieur qu'éminent architecte, s'exprime ainsi au sujet des ponts :

« La solidité que réclament ces ouvrages, les conditions auxquelles ils sont assujettis, les circonstances tout exceptionnelles qui président à leur établissement, rendent leur composition beaucoup plus difficile qu'on ne serait tenté de le croire au premier abord, et tendent à introduire dans leurs formes plus de diversité qu'elles n'en paraissent susceptibles. »

« La décoration, ajoute plus loin le même auteur, doit en être éminemment monumentale et distribuée de manière à accentuer les diverses parties de l'œuvre et à rendre leur caractère saisissant. Ainsi, elle devra détacher les voûtes des tympans, meubler les surfaces trop nues, marquer par un bandeau plus ou moins riche la hauteur du sol, diviser le parapet en y indiquant une ossature et rattacher à la construction les candélabres ou les statues dont elle peut disposer. »

« Si une œuvre d'art, dit un peu plus loin Léonce Reynaud, exige du temps et un certain travail de l'intelligence pour être

complètement appréciée, elle doit cependant produire sur nous une impression instantanée, il lui faut quelque chose de saisissant dans ses dispositions principales; l'art veut offrir à l'esprit l'image de ce qui est, mais il la veut plus claire, plus frappante que la réalité. De là résulte la nécessité de sortir plus ou moins de la vérité matérielle, en accusant les parties caractéristiques de l'œuvre plus vigoureusement qu'il ne conviendrait pour des esprits dont le développement intellectuel l'emporterait sur le nôtre. »

683. Avant d'entrer dans les détails du sujet qui nous occupe, nous devons tout d'abord nous poser cette question: y a-t-il, en matière d'architecture, des procédés et des règles fixes qui conduisent sûrement au résultat quand on les applique avec intelligence et la volonté de bien faire? Évidemment non, car les cas susceptibles de se présenter sont si nombreux, les solutions qu'ils comportent offrent une telle diversité, qu'aucune règle même vaguement approximative ne peut être énoncée à ce sujet. « Sans doute, dit Léonce Reynaud, il n'y a pas lieu à des règles formelles en une matière qui n'est pas susceptible de définition précise. Il nous serait impossible de dire en quoi consistent ces divers degrés de solidité dont nous venons de parler, mais cette difficulté est plutôt théorique que pratique. Elle existe bien plus pour l'auteur qui voudrait donner de la netteté à ses paroles et formuler clairement ses conclusions que pour le constructeur auquel de nombreux édifices présentent des exemples et des types plus féconds en enseignements que les préceptes les plus étendus. »

« Le mieux à en dire, ajoute M. Degrand, c'est qu'il sera toujours bon de se guider d'après des ouvrages déjà exécutés dans des conditions analogues ; après avoir ébauché, d'après ces précédents, le dessin dont on s'occupe, on y apportera par degré les modifications, les améliorations ou innovations que l'on jugera utiles, pour créer autant que possible une œuvre réellement originale, exactement appropriée à l'emplacement qu'elle doit occuper.

S'il s'agit d'un pont il convient tout d'abord d'en projeter les arches en nombre impair, non pas que ce soit absolument nécessaire, mais parce que c'est plus rationnel et que l'effet en est toujours préférable à celui de la disposition contraire.

Pour les grands viaducs dont l'œil ne peut pas, du premier coup, compter le nombre d'ouvertures, il importe peu que ce nombre soit pair ou impair, pourvu qu'en cas de traversée d'un cours d'eau, les arches qui y correspondent en embrassent bien le lit dans des conditions régulières.

On parvient du reste aisément, pour cette première esquisse à fixer le nombre et l'ouverture des arches, ainsi que l'épaisseur des culées et des piles, toutes choses où les conditions techniques auxquelles il faut satisfaire et le calcul interviennent pour fournir de nombreuses indications; la difficulté commence ensuite lorsqu'il s'agit de préciser les formes extérieures de chacune des parties de l'ouvrage et d'en dessiner les profils. »

« L'objet d'un pont, son utilité, ses dispositions d'ensemble sont toujours aisées à saisir, mais cela ne suffit pas pour que l'effet produit soit satisfaisant; il faut en outre que l'ordonnance générale soit bien en rapport avec le but qu'on s'est proposé d'atteindre, que chaque partie de l'œuvre soit nettement justifiée et que le premier coup d'œil suffise pour faire éprouver l'impression que ces conditions ont été exactement observées. En un mot, ce qu'on doit poursuivre, c'est le *beau simplement ordonné*, mais en ne perdant pas de vue que l'ordre et la simplicité n'ont en réalité rien d'absolu et qu'on doit, pour s'y conformer, savoir tenir compte dans une juste mesure des exigences particulières que comporte la situation de l'œuvre projetée.

Un point des plus importants est de se bien pénétrer de la destination des diverses parties de l'édifice, de la forme qui doit le mieux leur convenir et de l'effet que cette forme doit produire. Ainsi, les culées ayant à contrebuter la poussée des voûtes adjacentes, en même temps qu'elles en portent le poids, il faut que leurs formes extérieures en accusent net-

tement la solidité un peu massive et la force de résistance. De même les piles, bien qu'on puisse en partie les traiter à la façon de colonnes isolées, doivent laisser voir des dimensions en rapport avec la masse toujours considérable des voûtes dont elles reçoivent les retombées; pour les voûtes, le système de construction doit être mis en évidence au moyen des archivoltes, en donnant à celles-ci une largeur en rapport avec le diamètre des courbes d'intrados; enfin les couronnements ou corniches dont l'objet, en principe, est de rejeter les eaux pluviales en dehors des murs de tympans, doivent être profilés de façon à rappeler le besoin auquel ils répondent, tout en revêtant une certaine distinction de contour qui en écarte la banalité ou l'insignifiance. Pour y réussir, il faut, tout en se maintenant dans une extrême sobriété de moyens, savoir comprendre l'importance de telle ou telle combinaison de saillies, préférée à telle autre, et se bien rendre compte par avance des effets d'ombres ou de lumière qu'on en pourrait obtenir. Rien n'est indifférent en pareille matière et ne peut être livré au hasard ».

684. En outre de ces indications générales, peut-on formuler quelques règles utiles dont l'application faciliterait la tâche de l'architecte? Ainsi par exemple la *symétrie* doit-elle être toujours employée et les résultats ainsi obtenus sont-ils toujours satisfaisants? « En pareille matière, dit M. Degrand, la symétrie ne suffit pas et s'il s'agissait d'un ouvrage de grande importance, d'un grand pont ou d'un viaduc par exemple, on aurait beau adopter des formes régulières procédant de types connus et les disposer avec une symétrie parfaite, de part et d'autre d'un axe vertical, on ne saurait être assuré d'élever ainsi un édifice remarquable, comme en pourraient donner la preuve bon nombre de monuments qui, tout en étant parfaitement symétriques dans leurs dispositions, sont, en même temps, d'une médiocrité manifeste. Il faut donc se garder d'attribuer à la symétrie plus d'importance qu'elle n'en comporte; elle est nécessaire, mais au point de vue de la beauté d'une construction ce n'est là qu'une condition secondaire. »

685. Quand un édifice est agréable à voir et qu'on le juge beau, on dit souvent qu'il a de belles proportions. On trouve, avec raison, que ses *proportions,* ou que les *rapports qui existent entre ses diverses dimensions* sont parfaitement pondérés.

Y a-t-il donc entre les dimensions d'un édifice des rapports fixes susceptibles de produire la beauté de l'ensemble ? et toutes ces dimensions doivent-elles, pour cela, être des multiples simples de l'une d'elles prise comme unité de mesure ? Il faut ici distinguer deux éléments principaux dans l'œuvre d'art que l'architecte veut réaliser: la *forme* et le *décor.* C'est par l'accord nécessaire qui doit exister entre ces éléments qu'on arrive à constituer un tout à la fois agréable en lui-même et en harmonie avec le milieu dans lequel il se trouve placé, et ce serait une grave erreur de croire que la recherche de la beauté consiste à compliquer les formes et à les couvrir d'une riche ornementation.

La *forme* doit être belle en elle-même et l'on ne doit jamais compter sur le décor appliqué pour en sauver les imperfections. Elle doit satisfaire à deux conditions essentielles: une bonne *proportion* et un bon *profil.*

On nomme *proportion* le rapport de grandeur entre les divers éléments de la forme et la forme elle-même. Le premier principe d'une bonne proportion, dit M. Mayeux dans son *Traité de Composition décorative*, est que l'un des éléments de la forme soit franchement *dominant*, en volume, en largeur ou en hauteur. De cette sorte, l'œil, au lieu de rechercher avec hésitation quelle part d'intérêt il doit accorder aux différentes parties de l'œuvre, se portera instinctivement sur l'élément dominant, ce qui simplifie l'impression et la rend plus nette. L'architecture nous offre de nombreux exemples de comparaisons sur ce sujet: dans l'art égyptien, dans l'art grec et dans l'art romain, l'élément dominant est très accentué ; le moyen âge et la Renaissance italienne nous présentent aussi, mais plus inégalement, des exemples de

ce principe trop souvent délaissé par la Renaissance française.

Le *profil* est le complément obligé de toute proportion ; c'est lui qui imprime à la forme son cachet définitif de grâce ou de caractère ; nous dirons plus loin quelques mots de *l'art de profiler*.

En ce qui concerne les rapports de grandeur entre les divers éléments de la construction, nous avons déjà parlé des combinaisons numériques qui relient entre elles les principales dimensions des constructions persanes, et en particulier du pont de la Jeune Fille (n° 410, *fig.* 291). Ce mode de régler les dimensions des édifices, usité en Perse au temps des Achéménides, a été invariablement suivi jusqu'au milieu du XVIIIe siècle. — On peut même avec une certaine pratique reconstituer un monument entier au moyen d'une seule mesure. M Dieulafoy a quelquefois tenté cette expérience ; elle lui a toujours réussi.

Les Grecs déterminaient toutes les dimensions d'un temple en fonction du diamètre moyen de la colonne dont ils utilisaient de préférence les multiples impairs. Les détails d'un ordre lui-même étaient des multiples ou sous-multiples simples de cette unité de mesure ou *module* Mais ces rapports de dimensions n'étaient pas invariables et les plus beaux monuments grecs montrent des variations sensibles. « C'est qu'en effet, en architecture, dit M. Degrand, les *proportions* dérivent de lois plus étendues, plus délicates, moins saisissables que des lois mathématiques et s'exercent sur un champ bien autrement libre. Pour donner une forme à l'idée qui s'y rapporte, on peut dire qu'elles sont comme une échelle harmonique, une sorte d'instrument qui, placé entre les mains de l'architecte, lui facilite l'expression matérielle de sa pensée, sans porter atteinte à son indépendance absolue et en lui laissant toute liberté pour donner au corps, grossièrement ébauché à l'aide des règles communes, le cachet particulier où se reconnaîtront le goût, la distinction ou le génie.

En d'autres termes, l'architecture n'est pas l'esclave d'une sorte de système hiératique de proportions, procédant d'une méthode aveugle, de formules inexpliquées et inexplicables, qu'il faudrait toujours appliquer invariablement de la même manière ; elle comporte au contraire, comme toutes les autres branches de l'art, auprès et bien au-dessus des procédés matériels, le souffle qui anime et sait donner aux œuvres créées la beauté en même temps que la vie.

Une observation trouve ici tout naturellement sa place ; c'est que, s'il est aisé, lorsqu'on élève une maison, un palais, une église, d'observer certains rapports soit entre la largeur et la hauteur de ces édifices, soit entre les dimensions de leurs diverses parties, il doit en être rarement de même pour un pont, un viaduc, un pont-canal, dont les dimensions principales ne sont pas laissées à la disposition de l'architecte, et se règlent presque toujours d'après des considérations absolument étrangères aux questions d'art.

Si les règles arithmétiques ou géométriques dont nous parlions tout à l'heure n'ont rien d'absolu pour les constructions ordinaires, à plus forte raison ne doivent-elles être prises que pour de simples approximations en ce qui touche les ponts et les ouvrages analogues, et ce n'est en effet qu'à ce titre que nous les mentionnons.

Les règles arithmétiques sont celles consistant à établir autant que possible des rapports simples entre les dimensions dont l'œil est naturellement frappé et qu'il est porté à comparer entre elles. Les piles d'un pont, par exemple, les arches qu'elles supportent, produiront généralement un effet plus satisfaisant, si l'épaisseur des premières est une fraction simple de l'ouverture des secondes, au lieu d'être avec celle-ci dans un rapport incommensurable. De même pour l'ouverture et la montée des arches, pour la forme générale et les proportions des tympans, la hauteur des couronnements et des parapets comparée à la hauteur totale de l'ouvrage, etc.

Les viaducs devraient comporter, mieux encore que les ponts, l'application, trop souvent négligée, de ces règles un peu vagues peut-être, mais saisissables

cependant et susceptibles de rendre de réels services en ne laissant pas absolument livrés à l'indécision et à l'arbitraire le tracé des parties de ces grands édifices dont les dimensions ne résultent pas, nécessairement, des calculs de stabilité. Après avoir fait à ceux-ci la part toujours prédominante qui leur est due, l'art a le droit d'intervenir à son tour; s'il lui est expressément interdit de jamais rien retrancher, sous quelque prétexte que ce soit, des dimensions reconnues nécessaires, il peut du moins y ajouter, s'il le juge utile, en se guidant d'après les procédés qui lui sont propres, pour obtenir soit des proportions plus fermes ou plus harmonieuses, soit des profils plus satisfaisants, sans autre condition que de n'apporter ainsi aucun trouble dans les résultats des calculs et d'éviter d'ailleurs toute dépense exagérée. »

686. Voilà pour ce qui est relatif à la forme de l'ensemble de l'ouvrage. En ce qui concerne le *décor*, nous devons dire de suite que l'économie étant presque toujours une condition importante de la construction des ponts, le caractère du décor devra généralement être la simplicité. — Mais l'art n'est pas seulement compatible avec la richesse de décoration, il peut aussi s'affirmer dans les œuvres d'un caractère simple par les belles proportions de l'ensemble et par l'harmonie parfaite qui doit exister entre la forme et le décor, quelle que soit la sobriété de celui-ci.

C'est donc cette harmonie nécessaire qu'il faut rechercher, et pour cela le décor doit remplir certaines conditions essentielles que nous ne pouvons développer ici sans sortir du cadre de ce traité, mais que nous allons cependant rapidement énumérer.

Deux manières d'ordonner l'ensemble d'une décoration se présentent tout d'abord au choix de l'artiste: le *parti symétrique* et le *parti irrégulier*. Ce dernier parti trouve son application dans les produits de l'art décoratif: bronzes, meubles, ferronnerie, céramique, mosaïque, etc..., mais ne saurait être employé dans la décoration des ouvrages dont nous nous occupons.

Quant au parti symétrique, il peut être *absolu* ou *relatif*. Le parti absolu comprend des motifs rigoureusement semblables, disposés de part et d'autre d'un axe. Le parti relatif est celui dans lequel la similitude des motifs n'existe que dans l'ensemble et non dans les détails, la symétrie de l'aspect général étant conservée. La différence entre les détails d'une décoration symétrique relative peut parfois devenir considérable: il suffit de disposer habilement les motifs de manière à conserver de chaque côté de l'axe des masses bien équilibrées et des espacements similaires offrant de prime abord l'apparence d'une répétition ; arrangement délicat qui exige beaucoup de subtilité On rencontrera plus loin, surtout dans la décoration des tympans et des couronnements des avant et arrière-becs des piles, des exemples de ces deux partis. Le parti symétrique absolu est celui qui a été presque toujours employé. Dans certains ponts cependant, mais très rarement, on rencontre des motifs de décoration dans le parti symétrique relatif.

687. Une fois le parti adopté, il faut se préoccuper de la *forme*, de la *limite* et du *sens dominant* du décor. Ainsi, la décoration d'un bandeau de voûte se fera, soit au moyen de lignes parallèles ou légèrement divergentes à la ligne d'intrados par une archivolte, soit au moyen de divisions normales à cet intrados en accusant nettement par des refends, par exemple, les voussoirs qui composent le bandeau.

Le décor destiné à couronner les avant et arrière-becs des piles, devra avoir un *sens dominant vertical*, comme les piles elles-mêmes.

Le motif décoratif à appliquer aux tympans aura une *forme* rappelant la forme du tympan lui-même, ou bien une forme s'encadrant convenablement dans le triangle curviligne formé par les deux arcs des voûtes et la plinthe, comme la forme circulaire par exemple.

Quant à la décoration des plinthes et parapets, on l'obtiendra par des moulures, ayant comme sens dominant celui des plinthes elles-mêmes. La monotonie résultant de la grande longueur de cette dé-

coration sur les ouvrages importants, pourra être rompue par des motifs dont le sens dominant sera perpendiculaire au précédent, tels que balustres et dés dans les parapets, modillons ou consoles sous les plinthes, refuges en ressaut au-dessus des piles, etc.

688. Une condition fondamentale à observer dans le décor d'un ouvrage d'art, est celle que nous appellerons l'*échelle décorative*. Elle est de nature insaisissable, comme tout ce qui est du domaine exclusif de l'art; on peut dire cependant qu'elle doit satisfaire à quatre conditions distinctes: la *stature humaine*, la *dimension des matériaux*, la *vision d'ensemble*, et le *milieu*.

En ce qui concerne la condition relative à la *stature humaine* nous pouvons dire qu'un motif décoratif quelconque devra être traité selon la hauteur qu'il occupera par rapport au rayon visuel horizontal de l'homme. Une moulure par exemple, ne devra pas être profilée de la même manière suivant qu'elle sera placée en-dessous, en face, ou en-dessus de ce rayon visuel Une même moulure qui produirait un excellent effet vue de face, produirait presque toujours au contraire un très médiocre effet vue en dessous. Il en résulte que le profil extérieur d'une plinthe qui doit être vue d'en bas, ne devra en aucun cas, être semblable à celui du bandeau supérieur d'un avant-bec de pile, car celui-ci se trouve placé à peu près à hauteur du rayon visuel horizontal. De même, la tablette qui recouvre le parapet, si elle est moulurée, ne devra pas être profilée de la même manière du côté extérieur vu d'en bas et du côté intérieur vu d'en haut. Cette condition est tellement importante que souvent, les architectes qui étudient la décoration d'un édifice, font exécuter en plâtre un morceau de moulure qu'ils font placer à la hauteur qu'elle doit occuper, pour se rendre compte de l'effet produit à telle ou telle hauteur, et il n'est pas rare qu'après essai, le profil en soit modifié.

La *dimension des matériaux* influe aussi, dans une certaine limite, sur l'échelle décorative. Cela se conçoit aisément et nous n'avons pas besoin d'insister pour faire comprendre que la décoration devra être traitée différemment selon qu'on aura affaire à une construction en pierre de taille, en moellons ou en briques.

La condition de satisfaire à la *vision d'ensemble* est moins positive, mais peut se régler encore sur l'obligation de la lecture nette de l'ensemble et des détails; l'échelle décorative doit donc être proportionnelle à l'éloignement où d'ordinaire on apprécie une composition, c'est-à-dire à la distance minima nécessaire pour l'embrasser d'un seul coup d'œil. Il en résulte que l'échelle décorative devra être plus petite pour les motifs qui sont vus de près et plus grande pour ceux qui sont vus de loin. C'est pourquoi l'échelle doit croître de la base au faîte, les détails de la partie supérieure ne pouvant être perçus qu'à une grande distance.

On comprend, par conséquent, que la décoration d'une surface de grande étendue ne doit pas être obtenue par la complication et l'accumulation des détails, mais qu'elle doit être au contraire conçue avec sobriété. Il faut cependant se garder du défaut contraire, consistant à couvrir une grande surface de détails hors d'échelle.

Enfin le *milieu* a une influence marquée sur l'échelle décorative, et surtout sur le caractère de la décoration. Un pont placé dans une grande ville, à proximité de monuments richement décorés, comportera une ornementation plus finie, plus détaillée et d'une échelle plus petite que celui qui serait placé en rase campagne ou sur une rivière encaissée entre de hautes montagnes. Pour ce dernier, l'ornementation qui convient au premier, serait complètement déplacée. Il lui faut une décoration plus sobre, plus rustique, traitée à plus grande échelle.

689. Nous terminerons ce que nous avions à dire de la décoration des ponts en général, par quelques indications sur l'*art de profiler*.

Nous avons dit que, pour que la forme soit belle en elle-même, elle devait avoir des proportions satisfaisantes et un bon profil, et nous avons ajouté que c'est le *profil* qui imprime à la forme son cachet définitif et son caractère.

On distingue deux sortes de profils : le *profil d'ensemble* et les *moulures* ou profils de détails. Le premier s'applique à la silhouette de l'ensemble ; il résulte des dimensions principales de l'ouvrage en longueur, hauteur, largeur, des dimensions et du nombre des arches, de l'horizontalité, ou de l'inclinaison de la ligne du parapet, des saillies des dés et des objets qu'ils supportent, de la verticalité ou des fruits donnés aux parements des piles et culées, de l'empattement des socles et soubassements, etc.

Presque tous ces éléments du profil d'ensemble résultent, comme on le voit, des conditions techniques que l'ouvrage doit remplir. Il est cependant possible de les agencer et modifier dans une certaine limite afin d'arriver à donner à la silhouette un aspect satisfaisant. Mais c'est surtout des profils de détails dont nous désirons entretenir nos lecteurs.

En principe, chaque courbe d'un *profil de moulure* possède deux sens de raccord avec la courbe qui précède ou qui suit, soit en continuant le mouvement déjà imprimé, d'où le *raccord continu ;* soit en l'interrompant pour reprendre une direction nouvelle, d'où le *raccord contrasté.*

Dans les raccords continus, chacune des courbes doit conserver, par rapport à celle qui lui est contiguë, une unité de direction et d'inflexion, abstraction faite des petits éléments intermédiaires à plans droits comme les filets et listels, tandis que dans les raccords contrastés chacune des rencontres doit se faire aussi normalement que possible. — On évite ainsi les profils désarticulés et sans liaison.

Les moulures ont des profils très variés composés d'éléments classiques et connus de tous. L'assemblage de ces éléments peut former un *profil découvert* ou un *profil rentrant.* Dans les ouvrages dont nous nous occupons, le profil rentrant n'est guère employé que dans les plinthes formant larmier. Les parties rentrantes du profil, cachées sur le dessin, sont très apparentes en réalité ; elles demandent à être établies avec une attention toute particulière, si l'on ne veut pas avoir de mécomptes après l'exécution.

Il faut avoir soin, dans l'étude des profils, d'éviter les égalités si l'on ne veut pas obtenir un aspect commun et sans caractère. Pour cela il est indispensable de faire dominer certaines moulures, soit en hauteur, soit en saillie. Ainsi, l'effet décoratif serait désastreux si, dans un pont, on donnait même hauteur et même saillie aux moulures qui ornent la tablette du parapet, la plinthe et le bandeau de la voûte. Il est évident que la hauteur et la saillie de ces moulures doivent être en rapport avec leur ordre d'importance qui est : la plinthe d'abord, puis l'archivolte du bandeau de tête, et la tablette ensuite.

On doit, en tous cas, se garder, dans le détail d'un profil, des formes indécises ou des reliefs insuffisants. Les arêtes aiguës et tranchantes doivent être également rejetées pour leur sécheresse et leur fragilité, et à cause des difficultés qu'elles présentent d'ordinaire à l'exécution. Aussi faut-il faire en sorte que de petits plans de transition délimitent bien le raccord des divers éléments composant le profil et ajoutent un fond aux angles rentrants, de manière à éviter les juxtapositions tangentes qui semblent provoquer un glissement des surfaces. — Il est enfin excellent de faire correspondre de distance en distance les nus de quelques moulures ; ce rappel simplifie la forme et donne de l'unité à l'ensemble.

On devra éviter encore de tracer les parties courbes des profils, à l'aide d'arcs de cercles décrits au compas; il est bien préférable de les dessiner à la main, car « le profil est un élément de forme aussi délicat, dans son genre, qu'une figure, une fleur ou un rinceau, et la recherche de ses contours est incompatible avec des procédés plus ou moins ingénieux que les « Vignoles » indiquent comme les solutions invariables de l'art de profiler. La main guidée par le sentiment peut seule, et suivant l'occasion, imprimer au profil la grâce et le caractère. »

C'est du reste dans les œuvres produites aux belles époques de l'art qu'on trouvera, pour l'étude des profils, les meilleurs modèles. Mais, nous le répétons, ces modèles ne peuvent ni ne doivent être servilement copiés. L'ingénieur doit seule-

ment s'en inspirer en les appropriant au résultat à obtenir.

II. — Culées.

690. Pour continuer l'étude des diverses parties d'un pont, au point de vue de leur architecture et de leur décoration, nous dirons quelques mots de l'aspect architectural à donner aux culées des ponts et viaducs.

« Le point essentiel en ce qui touche les formes extérieures d'une culée, dit M. Degrand, est de leur donner toutes les apparences de la solidité et de la force. L'art n'intervient que pour en éviter la lourdeur. En même temps qu'elles comptent parmi les points d'appui principaux et les plus importants de l'ouvrage, les culées ont de plus à supporter d'ordinaire la poussée de remblais plus ou moins élevés, et il faut que la masse apparente et le poids en soient considérables. Théoriquement, une culée consiste en un bloc de maçonnerie de dimensions telles qu'il puisse supporter l'action de toutes les forces qui le sollicitent, sans que la limite, qu'on s'est imposée pour le travail des matériaux se trouve en aucun point dépassée. C'est à ce bloc qu'il s'agit ensuite de donner des apparences extérieures en harmonie avec les autres parties de l'édifice, et dont le goût puisse s'accommoder. »

Nous avons déjà examiné les diverses formes d'ensemble adoptées dans la pratique pour les culées, soit qu'on les fasse pleines, avec ou sans murs en retour ou en ailes, soit qu'on les évide intérieurement au moyen de puits verticaux circulaires, elliptiques, rectangulaires ou par tout autre moyen.

D'autre part, qu'elles que soient les dispositions générales projetées, les dimensions essentielles et les cotes principales d'exécution des culées sont déterminées par les conditions de stabilité et de résistance auxquelles elles doivent satisfaire et qui feront, plus loin, l'objet d'une étude spéciale.

Ces dimensions une fois établies, il s'agit de donner aux culées des formes architecturales et de leur appliquer une décoration en harmonie avec les autres parties de l'ouvrage.

Une disposition qui produit un très bon effet, et que Perronet a presque toujours employée pour les culées des nombreux ouvrages qu'il a fait construire,

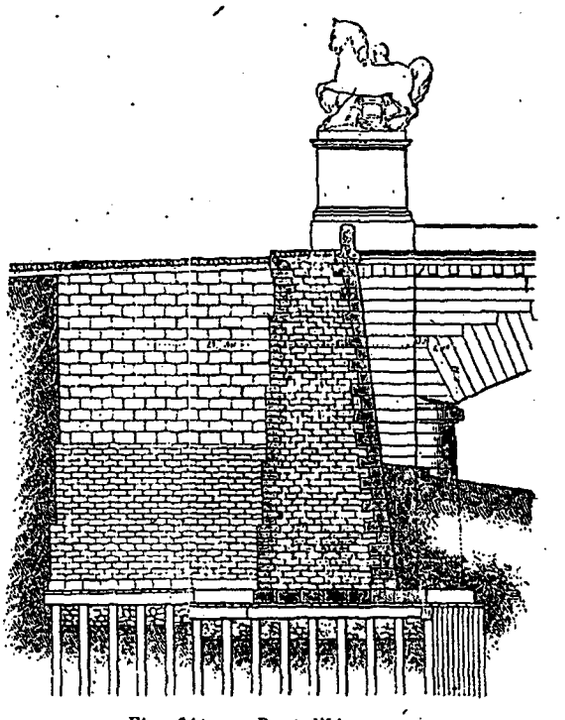


Fig. 941. — Pont d'Iéna.

consiste à terminer les culées, du côté de la rivière, par des demi-piles sur lesquelles viennent s'appuyer les voûtes des arches extrêmes. Ces demi-piles attenant

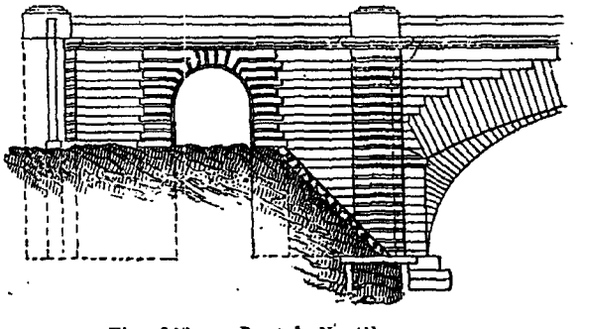


Fig. 942. — Pont de Neuilly.

aux culées sont de même profil que les piles intermédiaires. L'exemple de Perronet a été suivi par un grand nombre d'ingénieurs ; aussi voit-on cette disposi-

tion appliquée dans de nombreux ouvrages d'art construits depuis.

Les figures 765, 766, 768 et 769 montrent divers exemples de demi-piles attenant aux culées. Les figures 941 et 942 ci-contre, représentent les culées des ponts d'Iéna à Paris et de Neuilly sur la Seine, munies de demi-piles. Nous pouvons citer, en outre, parmi les ouvrages les plus importants dans lesquels on rencontre des demi-piles attenant aux culées : à Paris, les ponts d'Austerlitz, de l'Alma, du Point du Jour ; à Lyon, le pont de Tilsitt sur la Saône ; le pont de Bordeaux, le pont-canal de Béziers, les ponts de Stains, sur la Tamise, de Glasgow, sur la Clyde, de Valentino et Vanchiglia sur le Pô, le pont de Solférino sur l'Arno, à Turin, etc...

Au point de vue architectural, l'usage des demi-piles attenant aux culées est assez bien justifié. On constate, en effet, que dans les édifices autres que les ponts, l'architecte dispose presque toujours à chaque bout d'une série d'arcades, un demi-pilastre ou une demi-colonne recevant les retombées des arcades extrêmes, de même profil que les piliers ou les colonnes intermédiaires. Cette disposition est surtout très motivée avec des voûtes en arc de cercle, ou avec des voûtes elliptiques munies de cornes de vache. Elle est moins employée pour les voûtes en plein cintre et pour les voûtes elliptiques sans voussure. Elle a l'inconvénient d'augmenter beaucoup la superficie des parements vus. La dépense étant ainsi sensiblement augmentée, on ne doit faire usage de cette disposition que dans les ponts placés dans les villes, car les ouvrages situés en dehors des villes doivent presque toujours être construits avec la plus grande économie possible.

L'usage des demi-piles attenant aux culées est néanmoins à recommander lorsque les culées sont placées dans le courant ou lorsqu'elles peuvent être atteintes par de fréquentes crues ordinaires.

Mais lorsque les culées sont entièrement en dehors des eaux courantes et ne peuvent être atteintes que par de rares crues exceptionnelles, on remplace avantageusement les demi-piles par des avant-corps rectangulaires qui produisent aussi un très bon effet.

Assez fréquemment les dispositions à adopter pour les culées, en élévation, résultent des circonstances locales, lesquelles imposent des sujétions particulières dont il faut tenir compte dans la rédaction du projet.

Ainsi, dans certains ponts, il est nécessaire de réserver un passage sous les arches extrêmes. La douelle de ces arches vient alors se raccorder, en général, tan-

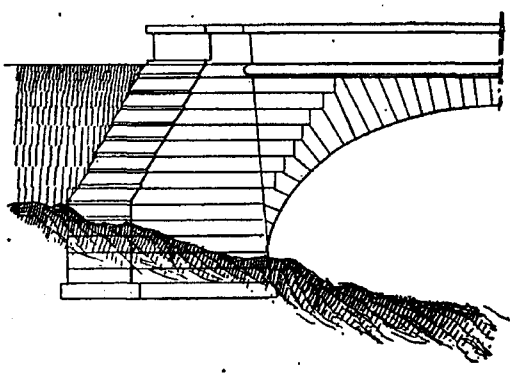


Fig. 943.

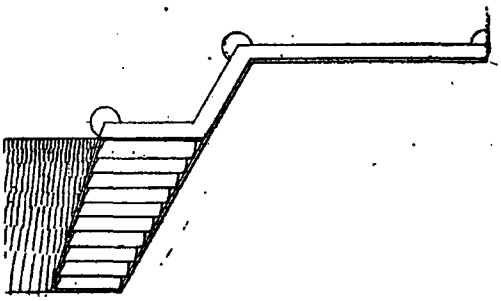


Fig. 944.

gentiellement au parement de la culée aux naissances, comme par exemple au pont de Port-de-Piles. Cette disposition trouve également son application lorsque la rivière est bordée de murs de quais. Elle se rencontre surtout à l'intérieur des grandes villes. Les culées sont noyées dans les terre-pleins et n'existent pour ainsi dire plus, en élévation ; on accuse seulement leur emplacement et leur largeur par de fortes saillies. — Mais si,

dans ce cas, les culées ne sont plus entièrement apparentes, leurs dimensions essentielles ne peuvent néanmoins être réduites ; ces dimensions doivent toujours être suffisantes pour assurer pleinement la stabilité de l'ouvrage.

La disposition dont nous venons de parler se combine également avec les systèmes de culées avec murs en aile, comme on le voit sur l'étude ci-contre, empruntée à Gauthey (*fig.* 943 et 944).

Un autre cas dans lequel les culées ne sont pour ainsi dire pas apparentes est celui des ponts à culées perdues. Cela se présente souvent à la traversée d'une gorge ou d'une tranchée profonde, ou d'une vallée dont le pont ou le viaduc occupe toute la largeur. Les fondations des culées sont alors établies à un niveau plus élevé que celles des piles ; les arches extrêmes pénètrent dans les talus de la tranchée ou les flancs de la gorge et leurs retombées se font soit sur le terrain naturel, s'il offre assez de résistance, soit sur un massif de maçonnerie ayant des dimensions convenables.

L'aspect d'un pont à plusieurs arches et à culées perdues, disposées comme nous venons de le dire, est rarement satisfaisant.

Au contraire, lorsque le pont n'a qu'une seule arche, l'effet de cette disposition à culées perdues est excellent, surtout lorsque les proportions de l'arche sont en harmonie avec l'ouverture et la hauteur du passage. Ces sortes de ponts ont été très employés dans la construction des passages supérieurs, en travers des grandes tranchées de chemins de fer et leur usage doit être recommandé pour des ouvrages d'importance moyenne lorsqu'on veut arriver à réaliser la plus grande économie possible. Nous avons déjà énuméré les divers avantages qui font souvent préférer le système à culées perdues (n° 615). Nous n'avons donc pas à y revenir. Nous ajouterons seulement que ces sortes d'arches à culées perdues sont encore susceptibles de produire un très grand effet, lorsqu'elles sont jetées à des hauteurs plus ou moins grandes, en pays de montagnes, en travers de torrents ou de gorges étroites ; et alors l'existence des culées apparentes n'est nullement nécessaire pour donner la sensation d'une parfaite solidité.

Quant à l'ornementation applicable en particulier aux culées apparentes, elle dépend beaucoup de celle des autres parties du pont.

« Ce dont il faut surtout se préoccuper pour des ouvrages de cette sorte, dit M. Degrand, c'est d'en accentuer le caractère de force, et l'emploi des chaînes d'angles avec appareil en refends et bossages est tout naturellement indiqué ; aussi l'usage en est-il à peu près constant. Le bandeau ou l'entablement du pont se poursuit, cela va sans dire, sur le parement des culées ; il en est de même des parapets, coupés d'ailleurs, pour en accuser les contours, par des dés situés au droit des angles saillants et rentrants et aux extrémités.

La largeur des chaînes d'angle, la hauteur d'assise pour l'appareil en refends et bossages, le dessin des chapiteaux, s'il y a lieu d'en employer, tout cela est du domaine de l'architecture ordinaire et surtout du domaine du goût, seul apte à bien discerner, suivant l'importance de l'ouvrage et sa situation, suivant la nature des matériaux employés et les autres circonstances locales, comment on peut assurer le caractère de force dont nous avons parlé, tout en évitant la lourdeur, et arriver à l'élégance sans tomber dans les formes trop grêles ou trop recherchées.

Le plus souvent les murs en retour des culées viennent couper une voie située sur la berge de la rivière, chemin de halage ou autre, pour laquelle un passage doit être ménagé, ou bien il y a nécessité d'augmenter le débouché du pont pour les moments de grande crue au moyen d'arches supplémentaires ou *archets*, ouverts dans ces mêmes murs et de là une disposition très usitée qui conduit à l'ornementation de surfaces qui sans cela seraient trop nues.

Les figures 942 et 945 montrent deux exemples de culées avec archet, disposition dont l'origine est du reste fort ancienne puisqu'elle avait été déjà appliquée à Rome au pont Cœstius construit 20 ans

avant J.-C. et au pont Œlius (pont Saint-Ange) datant de l'an 138 de notre ère.

Les archets employés dans ces circonstances doivent être traités comme les portes ou grandes baies en arcades des édifices ordinaires. Sauf un peu plus de simplicité, ils comportent la même composition et une ornementation analogue, avec archivolte, impostes et pilastres, le tout en proportion avec les dimensions dont on peut disposer. »

III. — Piles.

691. Nous avons dit quelles formes on donne aux piles des ponts et viaducs, ainsi qu'aux avant et arrière-becs des piles en rivières. On a vu que la forme la plus usitée aujourd'hui pour les avant-becs est la forme demi-circulaire, quoique les formes triangulaire et ogivale soient préférables à la demi-circulaire au point de vue de l'écoulement des hautes crues.

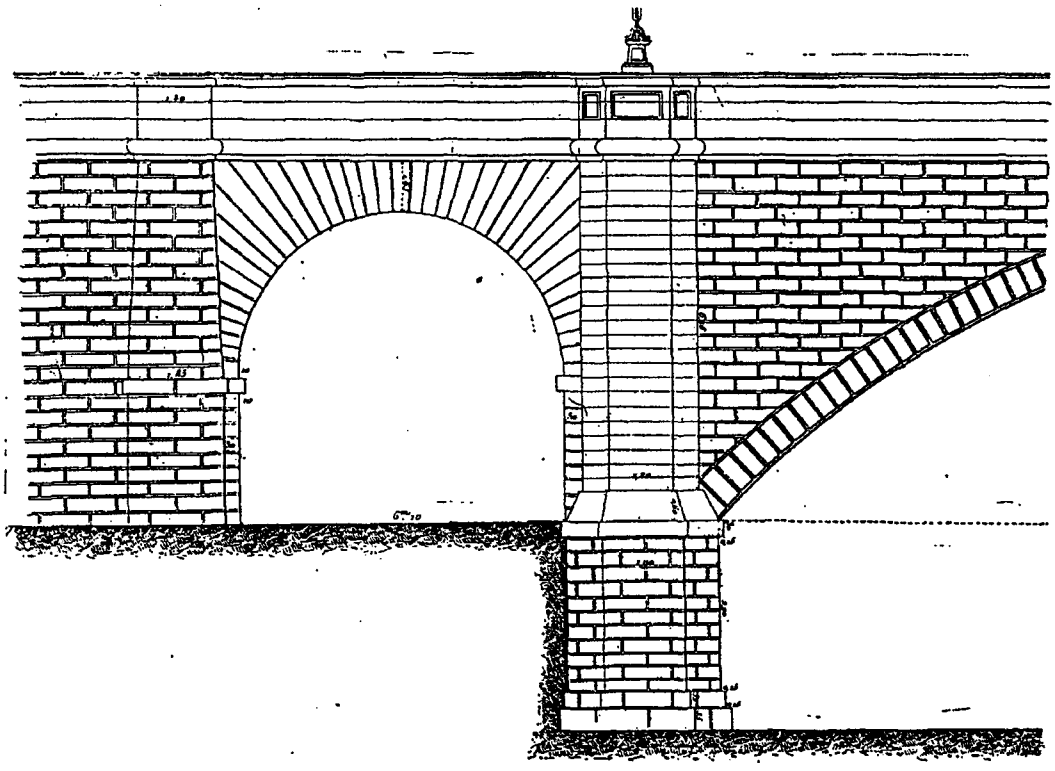


Fig. 945. — Pont sur le Kelvin, près de Gasglow.

Voici ce que dit à ce sujet: M. Degrand, dans son *Traité des Ponts* (1) auquel nous empruntons les extraits suivants :

« L'abandon du profil triangulaire constitue-t-il un progrès bien marqué? C'est fort contestable. En examinant la question au point de vue de l'art, ce dont nous avons à tenir grand compte dans ce chapitre, on est porté à éprouver quelque regret de la suppression de ces grandes surfaces planes diversement inclinées par rapport aux rayons lumineux, d'où résultaient parfois de larges ombres mettant bien en saillie les parties éclairées. Les formes en étaient ainsi bien mieux accusées à distance que celles des parois cylindriques, et sous ce rapport l'effet d'ensemble des élévations n'a certainement pas gagné. Mais cette considération doit rester secondaire et elle ne saurait faire renoncer à l'avantage d'avoir des avant-becs d'une plus grande résistance, moins sujets aux avaries et à l'usure, et remplis-

(1) *Ponts en maçonnerie*, t. II, par E. Degrand. — Baudry, éditeur.

sant d'ailleurs très bien sous tous les rapports le rôle auquel ils sont destinés. »

692. « Les avant et arrière-becs formant saillie sur les têtes des ponts, il n'est pas nécessaire qu'ils paraissent contribuer à supporter les arches et soient disposés pour en recevoir les retombées.

On leur donne pourtant quelquefois cette apparence en particulier pour les ponts composés d'arches en arc de cercle très surbaissé et à naissances placées très haut. C'est ainsi par exemple que sont disposées les piles des ponts de Sainte-Maxence, de Nemours, d'Iéna, de Tilsitt, ainsi que celles de divers ponts dont les arches, de forme elliptique, sont terminées par des cornes de vache vers les têtes, comme aux ponts de Neuilly, de l'Alma, de Bordeaux, etc.

Généralement les avant et arrière-becs doivent surtout avoir l'apparence de contreforts; leur destination principale étant d'écarter les corps flottants et de rompre les glaces, il faut tout naturellement qu'ils s'élèvent au-dessus du niveau des plus hautes crues. Souvent, on a fait plus encore, on les a prolongés, en hauteur, jusqu'au niveau des parapets.

Cette disposition fréquemment appliquée au moyen âge était mise à profit pour créer, de distance en distance, de chaque côté du pont, des refuges pour piétons, d'autant plus utiles que souvent la largeur de la chaussée entre parapets, sans trottoirs, ne dépassait que de bien peu celle des voitures. Quelquefois, au lieu de refuges, ces élargissements au-dessus des avant et arrère-becs servaient d'emplacement à des boutiques et même à des maisons, et l'usage en a persisté très tard puisque c'est ainsi, par exemple, qu'étaient disposés le Pont-Neuf à Paris et divers autres ponts de la même époque.

Sans les faire servir à ces diverses destinations, on a pour bien des ouvrages prolongé les avant et arrière-becs jusqu'au niveau des parapets à titre de simple décoration, et l'effet obtenu a presqué toujours été des plus satisfaisants. C'est ainsi par exemple que sont disposés le pont Saint-Ange à Rome (*fig.* 946 et 947) et le pont de la Trinité à Florence (*fig.* 292), ouvrages méritant assurément de compter

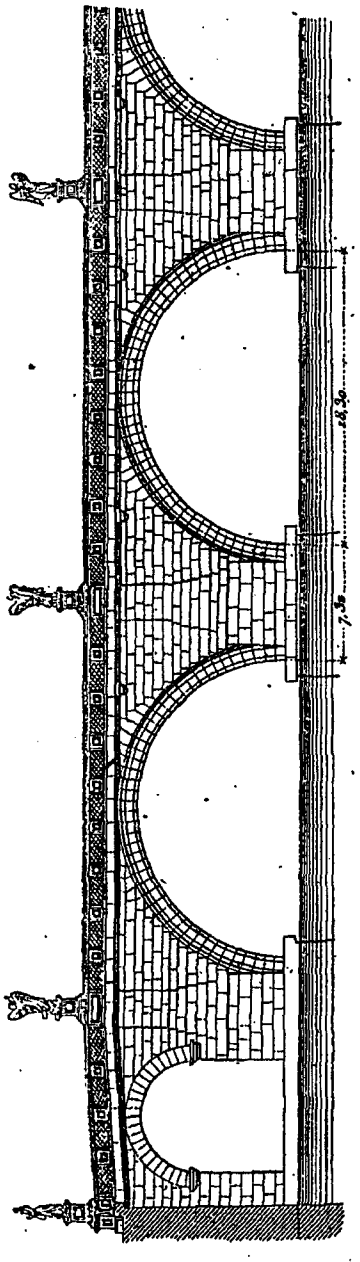


Fig. 947. — Pont Saint-Ange, à Rome.

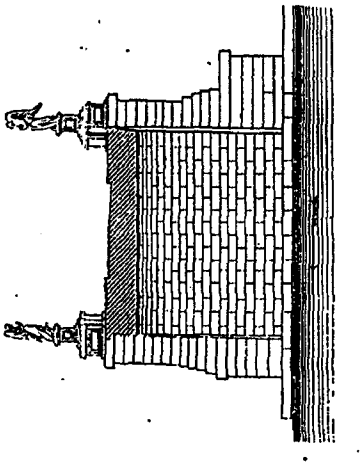


Fig. 946.

parmi les plus élégants qui aient jamais été exécutés, et ceux dont la composition sous le rapport artistique a été étudiée avec le plus de soin et de recherche, par des architectes d'une valeur incontestée.

Au pont Saint-Ange, du reste, comme au pont de la Concorde à Paris, les dés surmontant les piles étaient destinés à servir de socles pour des statues. »

Au pont de la Concorde, suivant le projet, les colonnes formant avant et arrière-becs des piles, devaient être surmontées par de petites pyramides en bronze, qui n'ont pas été exécutées. On a essayé de placer des statues au-dessus de ces colonnes ; mais il était difficile de trouver une bonne proportion, de manière à satisfaire à la fois, les personnes qui passent sur le pont, et celles qui voient de loin l'ensemble et l'élévation ; les statues se sont trouvées trop grandes, on les a enlevées, et elles ornent aujourd'hui la grande cour de Versailles. Les statues du pont Saint-Ange, à Rome, sont mieux proportionnées et font un très bel effet (*fig.* 946 et 947) ; mais les piles ont une forme pyramidale, qui a permis de mieux harmoniser les dimensions de la base avec la grandeur des statues.

« Étant admis, suivant le caractère général du pont projeté, que les avant et arrière-becs seront ou prismatiques ou cylindriques, il reste à examiner aussi quelle hauteur et quelle importance on leur donnera et quelle en sera l'ornementation.

Si les tympans doivent être pleins et nus au-dessus des piles, le doute n'est en quelque sorte pas permis sur le parti à prendre ; les avant et arrière-becs devront s'élever jusqu'à la hauteur des parapets, sinon avec leur saillie, au moins sous forme de pilastres de même largeur, à saillie très ferme, venant meubler le tympan et motiver, sur le bandeau et le parapet, des divisions qui en rompront la monotonie.

Les piles des ponts sont généralement destinées à n'être vues que de loin ; avec l'épaisseur réduite qu'on leur donne maintenant, il est difficile d'éviter qu'elles paraissent grêles et mesquines ; les contours de leur ornementation sont difficilement saisis s'ils sont trop délicats, et ce n'est que par les ombres résultant de saillies bien accusées qu'on peut obtenir quelque effet.

Quoique les avant et arrière-becs tiennent beaucoup plus des contreforts que des colonnes, il est d'usage cependant de les composer, comme ces dernières, d'une base, d'un fût et d'un chapiteau. La base est de peu d'importance, étant généralement immergée, de sorte qu'elle consiste d'habitude en un simple socle dépassant de quelques centimètres le périmètre de la partie située au-dessus ; celle-ci a été profilée quelquefois suivant une courbe bombée à la façon des colonnes, comme au pont de Neuilly par exemple (*fig.* 893), ou bien suivant une courbe évasée vers le bas, comme au pont Louis-Philippe (*fig.* 894), mais cette complication est malaisée à saisir à distance, et le mieux en général est de lui donner une surface à génératrice rectiligne avec un léger fruit régulier sur toute la hauteur. Le chapiteau se compose d'un bandeau assez saillant, dont les moulures peuvent être fort simples, par-dessus lequel est disposée une sorte de couverture conique formée de pierres de fortes dimensions, pour que les joints y soient aussi peu nombreux que possible.

L'appareil à refends et bossages produit en général un bon effet, pour le corps principal des avant et arrière-becs, et l'emploi en est tout naturellement indiqué lorsque les têtes des voûtes sont appareillées elles-mêmes de cette façon.

Les piles du pont de Chalonnes (*fig.* 778) sont ainsi disposées par assises à joints refouillés et offrent de plus, dans le bas, une série de retraites d'un aspect très satisfaisant.

Dans les grandes villes, comme à Paris par exemple, un peu plus de recherche est nécessaire et les moulures peuvent avoir plus d'importance, d'autant plus que des quais, du pont des nombreux bateaux fréquentant la rivière, des chemins de halage, tous les détails de la construction sont aisés à distinguer. Sous ce rapport les piles du pont Louis-Philippe (*fig.* 894) offrent assurément un excellent modèle ; l'élégance en est remarquable et

le profil du fût, les moulures du chapiteau, sont en parfaite harmonie avec les autres parties de l'ouvrage; l'exécution, il est vrai, a dû en être assez dispendieuse.

Les piles représentées par les figures 948 et 949 sont celles du pont Saint-Michel et du pont au Change, qui avec plus de simplicité sont parfaitement suffisantes. Ces piles sont d'ailleurs semblables, mais elles diffèrent par leurs proportions en largeur et en hauteur.

Les piles du pont de Montlouis (*fig.* 787), offrent des dispositions ayant le même caractère de simplicité.

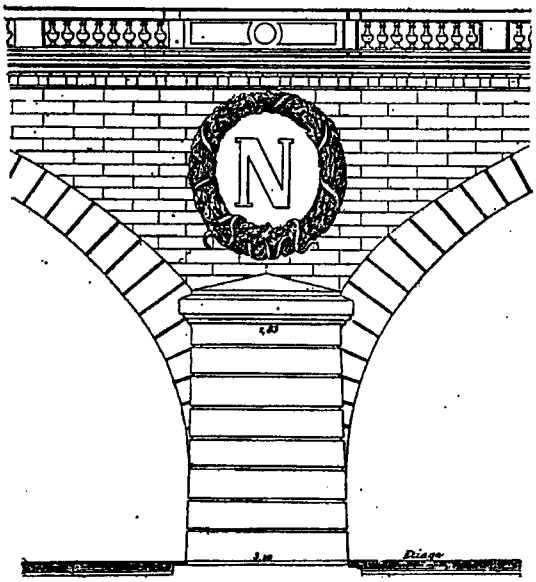


Fig. 948. — Pont Saint-Michel.

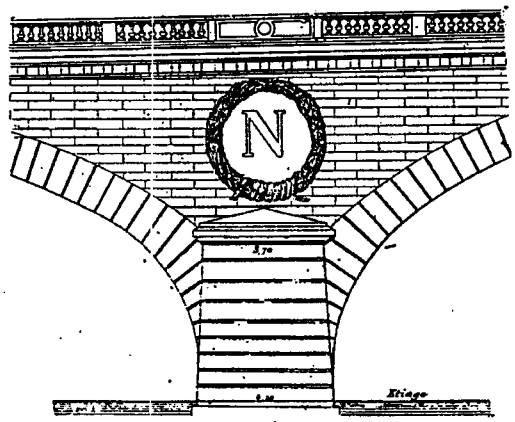


Fig. 949 — Pont au Change.

Quant aux piles représentées par les figures 950 et 951, si nous en ajoutons les dessins à ceux qui précèdent, ce n'est assurément pas pour les proposer comme

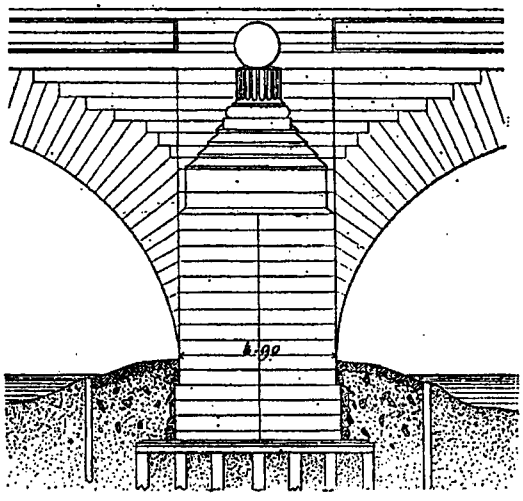


Fig. 950. — Pont de Tours, amont.

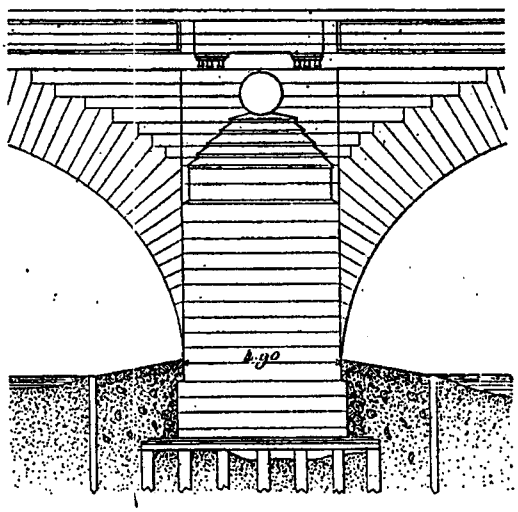


Fig. 951. — Pont de Tours, aval

modèles, mais plutôt pour montrer le danger auquel on s'expose en voulant, à tout prix, imaginer des formes nouvelles. Ces piles sont celles du pont de Tours (côté d'amont et côté d'aval); il est à présumer que ce n'est pas sans un certain

travail que l'auteur du projet est parvenu à en arrêter les profils, mais, sans chercher à comprendre pourquoi le couronnement des arrière-becs n'est pas le même que celui des avant-becs, on ne peut s'empêcher de regretter qu'on ne leur ait pas appliqué des dispositions plus ordinaires.

La section des piles en plan est d'ailleurs excellente, comme le montre la figure 892.

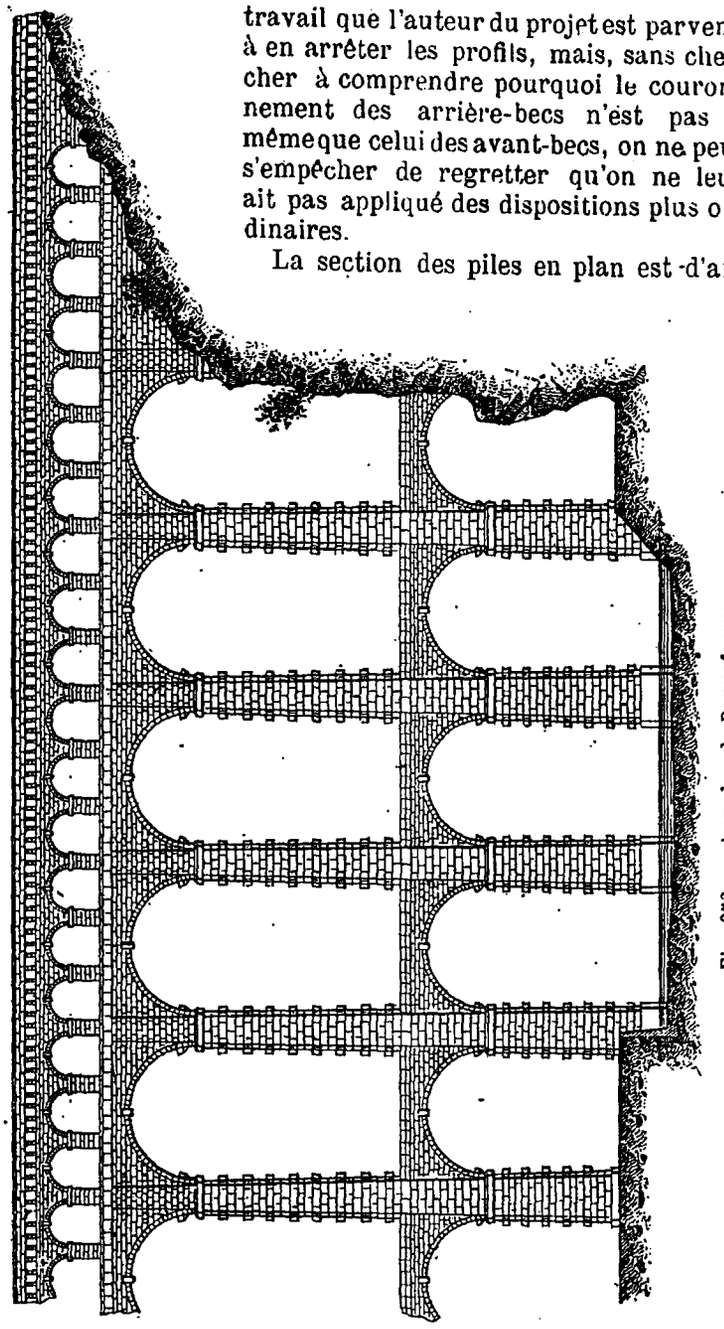


Fig. 913. — Aqueduc de Roquefavour.

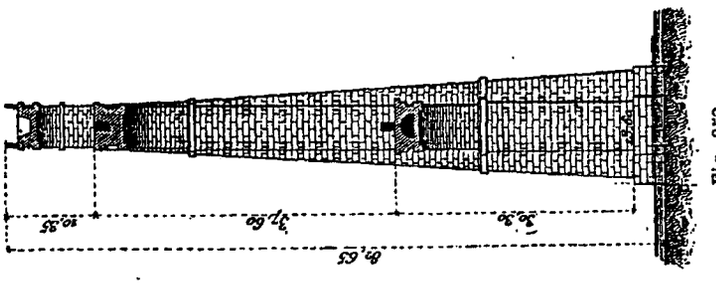


Fig. 952.

La partie conique recouvrant d'habitude les avant et arrière-becs cylindriques a souvent été disposée suivant un appareil assez compliqué, soit à titre d'ornementation, soit pour mieux préserver les joints des infiltrations. On en a vu des exemples (*fig.* 903 à 912).

La disposition la plus usuelle est celle que représente la figure 913 concernant les piles du pont au Change.

L'auteur d'un projet de pont reste toujours libre du reste de chercher des dispositions nouvelles; mais le résultat de semblables recherches peut parfois n'être pas heureux, comme nous l'avons vu, et le mieux est encore, pensons-nous, de s'en tenir à l'une ou à l'autre des combinaisons déjà appliquées ailleurs, en se bornant à en mettre la composition et les proportions en rapport avec les autres parties de l'édifice.

693. Pour les grands viaducs, les aqueducs et autres ouvrages très élevés et de grande longueur, les piles sont rarement pourvues d'avant et d'arrière-becs; lorsque ceux-ci sont nécessaires, ils n'occupent à la base qu'une faible partie de la hauteur totale, et les dispositions de l'ensemble ne peuvent être exactement les mêmes qu'aux ponts ordinaires. On les a généralement traitées avec beaucoup de simplicité, s'en tenant à bien accentuer tout ce qui tend à leur assurer une parfaite stabilité; comme il s'agit de sup-

ports dont la hauteur est très grande par rapport à la section en plan de leur base, on a été amené à élargir celle-ci et à disposer ensuite une succession de retraites de distance en distance depuis les fondations jusqu'aux naissances des arches, ou bien à donner aux parements un fruit plus ou moins prononcé (Voir nos 675 à 680).

Pour les viaducs, la solution préférée en France est de munir les piles de contreforts saillants dont les grandes lignes, se profilant sans interruption de la base au sommet, accusent mieux l'importance et la hardiesse de l'édifice et permettent de s'en tenir à une ornementation extrêmement simple de toutes les autres parties.

L important est de bien mettre en évidence, au lieu de les dissimuler, les caractères principaux de la construction ; si la hauteur des piles doit être très grande, le mieux est de le faire ressortir en maintenant intactes les lignes les plus propres à en donner la mesure.

Même lorsque, l'ouvrage étant composé de plusieurs rangées d'arcades superposées, on a jugé devoir couper les piles dans leur hauteur par des moulures saillantes formant imposte au droit des naissances des voûtes, on peut parfaite-

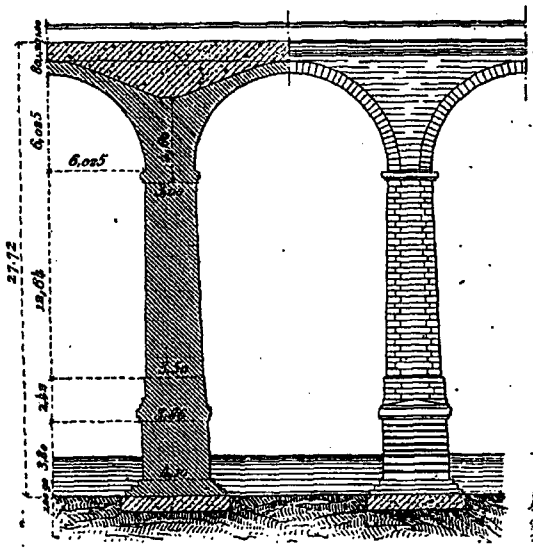


Fig. 954. — Viaduc de Laval.

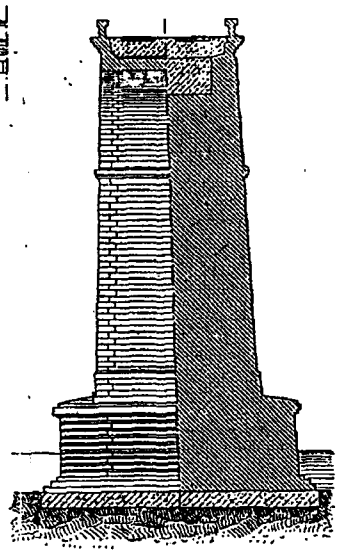


Fig. 955.

ment encore ménager de grandes lignes dont la continuation reste bien saisissable pour l'œil depuis le sol jusqu'aux parapets.

C'est ainsi notamment que sont disposées les piles des viaducs de Chaumont (*fig.* 735) et de Morlaix (*fig.* 733), celles de l'aqueduc de Roquefavour (*fig.* 952 et 953), etc.

Lorsqu'il n'y a qu'une seule rangée d'arcades, on a souvent coupé de même les piles par une moulure saillante au droit des naissances des voûtes, mais les grandes lignes se poursuivent jusqu'au sommet, comme on le voit par exemple au viaduc de Dinan (*fig.* 923).

Au viaduc de Laval, au contraire (*fig.* 954 et 955), les piles exactement disposées en pilastres, socle et chapiteau, s'arrêtent au niveau des naissances des arches ; l'aspect en est cependant excellent ce qui montre encore une fois qu'il ne saurait y avoir de règle bien précise en pareille matière, et que pour les viaducs surtout, dont les conditions d'établissement sont tout à fait spéciales à chaque édifice, c'est au goût qu'il appartient de décider quelles sont dans chaque cas particulier les dispositions dont on doit attendre le meilleur effet.

Dans tous les cas, malgré les grandes surfaces qu'ils présentent, il suffit pour

toute ornementation de mettre en évidence l'appareil de la pierre de taille, et de ne chercher d'autre beauté que celle à provenir d'une exécution parfaite.

Le viaduc de Laval offre un exemple de piles de ce genre, ornées seulement de chaines d'angles appareillées en carreaux et boutisses et de moulures d'une extrême simplicité, tant au socle qu'à l'imposte.

En Angleterre, au pont de Mouse-Water la surface des piles dans le plan des têtes est occupée par un encadrement rectangulaire (*fig.* 956), qu'on retrouve dans la hauteur des tympans, et même dans les dés du parapet situés au dessus; mais les moulures de ce genre tendant toujours à élégir les maçonneries auxquelles on les applique, l'opportunité en est contestable pour des édifices de hauteur exceptionnelle, dont les parties élevées demandent à reposer sur des appuis d'une grande fermeté d'aspect.

En résumé, accentuer nettement la hauteur des piles, mettre bien en évidence les dispositions prises pour en assurer la stabilité, et s'en rapporter ensuite plutôt à la perfection de l'exécution qu'à

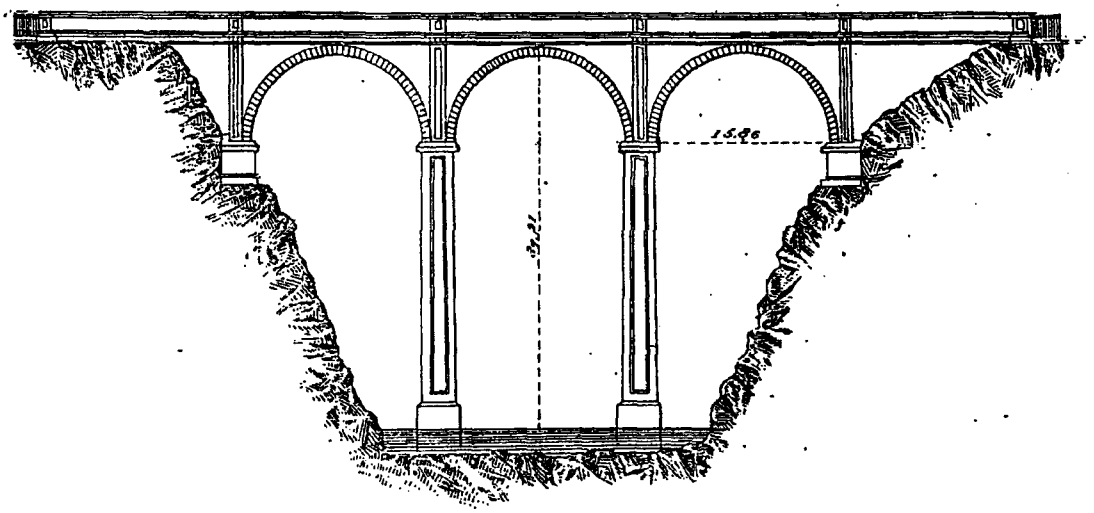


Fig. 955. — Pont de Mouse-Water, en Angleterre.

une ornementation compliquée pour produire l'effet que l'édifice comporte, tel nous paraît être le meilleur programme applicable à la composition d'une pile de grand viaduc ou autre ouvrage semblable; sans être bien nombreux, les exemples que nous venons de citer suffiront, sans doute, pour mettre sur la voie de la solution la plus satisfaisante à adopter dans quelque situation que ce soit. »

694. A ce qui précède nous ajouterons le passage suivant, extrait de l'article intitulé : *Architecture des piles et pylones en maçonnerie*, par M. Leygue, ingénieur auxiliaire des travaux de l'État. (*Annales des ponts et chaussées* de 1886.)

« Des règles nouvelles appartiennent à un genre de constructions qui sort des traditions ; exclusivement subordonné à la destination et à l'art de la construction, le but à atteindre est la simplicité ; le luxe surabondant dont on surcharge les édifices n'est pas admissible ; l'ornementation doit être sobre, intelligible au premier coup d'œil, et donner à la fois un aspect grandiose et puissant à la construction.

En ce qui concerne les hautes piles des viaducs, le profil logarithmique doit être substitué aux profils avec fruits uniques ou successifs ; des contreforts de même profil donneront naissance à des jeux de lumière d'un effet saisissant (ligne de Marvejols à Neussargues) ; enfin les couronnements, seuls en pierre de taille,

seront avantageusement renforcés par des modillons.

Une semblable construction, hardie dans ses proportions et sévère dans son ensemble, réalisera toute l'économie possible, sans qu'il soit rien sacrifié à son aspect. Plus de recherches et de pierres de taille, cela jurerait (viaduc de Poix, ligne d'Amiens à Rouen). Le bon goût et le luxe sont des choses essentiellement différentes qui vont fort bien l'une sans l'autre. Le goût est la pureté des constructions ; il est permis d'en mettre partout ; cela ne coûte rien. Le luxe au contraire est inutile dans ces masses énormes de maçonneries, où l'idée préconçue doit être de satisfaire à un besoin par les moyens les plus simples et les plus solides, et de donner à la chose construite, l'apparence de la durée, et les formes imposées par le raisonnement. »

IV. — Voûtes, bandeaux et archivoltes.

695. Nous n'avons pas à revenir sur ce que nous avons dit à propos des diverses courbes employées pour l'intrados des arches des ponts. Nous ne nous occupons ici que de l'ornementation à leur appliquer.

« Sous ce dernier rapport, dit M. Degrand dans l'ouvrage déjà cité, la voûte est assurément la partie la plus saillante de l'ouvrage, celle d'où dépend, pour la plus grande partie, l'effet qu'un pont est susceptible de produire au point de vue architectonique.

Les Romains ont toujours nettement accusé la forme et l'épaisseur de leurs voûtes de ponts et employé presque sans exception pour cela des *archivoltes*, tantôt unies, tantôt plus ou moins chargées de moulures, suivant le caractère particulier de simplicité ou de richesse qu'ils entendaient donner à l'ornementation de l'édifice. Pour les grands aqueducs, les longues séries d'arcades, les archivoltes restaient souvent unies, mais la saillie en était toujours calculée de façon à bien mettre en évidence toutes les dispositions essentielles des voûtes ; lorsque celles-ci étaient exécutées en petits matériaux, soit en moëllons de faible échantillon soit surtout en briques, on ne manquait jamais de disposer les archivoltes en rouleaux, comme les voutes elles-mêmes, et l'on en profitait pour les diviser en plusieurs plates-bandes, avec saillies successives, d'un excellent effet.

Ces dispositions sont assurément les meilleures qu'on puisse pratiquer ; on ne saurait trop en conseiller l'application constante et elles se retrouvent, du reste, à toutes les époques, dans les ponts ou viaducs dont la beauté a été plus particulièrement remarquée.

Il existe, cependant, un grand nombre d'ouvrages importants où la voûte n'est indiquée que par l'appareil de ses voussoirs, dont les joints sont raccordés avec ceux des assises horizontales des murs de têtes ou tympans.

L'effet ainsi obtenu peut être très satisfaisant sur un dessin ou sur le pont lui-même vu à faible distance ; mais pour peu qu'on s'éloigne, les joints cessent d'être aperçus et les arches ne sont plus que des ouvertures de forme particulière pratiquées dans un mur plan sans que rien en puisse faire comprendre la structure, et sous ce rapport l'infériorité de cette disposition est manifeste.

Les archivoltes ont, du reste, toujours présenté une assez grande diversité de composition.

Le profil des archivoltes du pont Saint-Ange à Rome (*fig.* 957) est celui des archivoltes d'ordre ionique et peut être considéré comme le meilleur type à appliquer aux ponts dont l'ornementation doit être traitée avec quelque recherche, sauf à en faire varier les différentes parties suivant la hauteur totale dont on dispose.

Lorsqu'elle reste unie l'archivolte devient une simple plate-bande courbe, mettant en évidence la forme et l'épaisseur de la voûte. Les ouvrages sur lesquels cette disposition existe sont en quelque sorte innombrables. Parmi les plus importants on peut citer, dès l'ancienne Rome, le pont Milvius, le pont du Palatin et plusieurs autres ; puis le pont du Gard, l'ancien pont d'Avignon,

le pont du Saint-Esprit, le pont de Toulouse, le pont de Bordeaux, la plupart des anciens ponts de Paris et de ceux construits sur la Seine jusqu'à l'époque actuelle, de nombreux grands viaducs, comme ceux de l'Aulne, de la Manse, de Saint-Germain et une infinité d'autres, soit en France, soit à l'étranger.

Souvent les archivoltes de ce genre, lorsque les autres dispositions de la construction le comportent, sont composées de voussoirs taillés avec refends et bossages dont l'effet peut être assez satisfaisant. Cette disposition se voit notamment aux grandes arches du viaduc du Point-du-Jour; au pont Louis-Philippe, à Paris; au pont de Chalonnes, sur la Loire; au pont de Tilsitt, sur la Saône, à Lyon; au pont-canal d'Agen; aux viaducs d'Edimbourg et de Limeric en Angleterre, à celui de Dolhain, en Allemagne, etc.

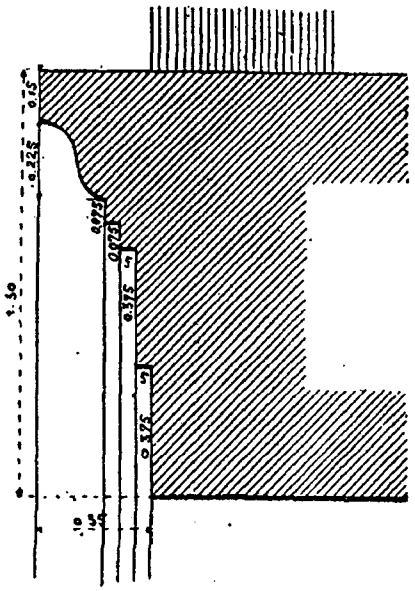


Fig. 957. — Archivolte du pont Saint-Ange.

On ne saurait contester le mérite de cette façon de donner de la valeur aux archivoltes, mais lorsque les refends sont profondément refouillés suivant un profil mixtiligne et les bossages arrondis en quarts de rond sur les quatre côtés, comme au pont de Chalonnes et ailleurs, il y a tout lieu de croire qu'avec de bien moindres frais de taille et de moulures, on eût été à même de faire exécuter des archivoltes avec profil de style romain ou autre, susceptibles de produire un bien meilleur effet.

Quelquefois encore l'archivolte unie est ornée d'une clef saillante, comme par exemple au pont de l'Alma, à Paris, à l'aqueduc de Roquefavour, à divers viaducs, etc.

A Dresde il existe un pont où les voussoirs sont appareillés en carreaux et boutisses, disposition critiquable, en ce sens qu'eu égard à la façon dont travaille la maçonnerie d'une voûte il n'y a aucun motif de la composer ainsi de voussoirs offrant des variations brusques d'épaisseur. On voit très bien qu'on a voulu assurer de cette façon une liaison plus complète entre la maçonnerie des voûtes et celle des murs de tête, ce qui n'est pas nécessaire et peut même avoir des inconvénients à cause de la différence des tassements ; mais toutefois l'idée est moins irrationnelle que celle appliquée au pont-canal de Lancaster, en Angleterre, où la voûte est composée de voussoirs appareillés également en carreaux et boutisses, ces dernières formant saillie sur la douelle, tandis qu'à l'extrados existe une courbe continue avec léger filet saillant. L'effet ainsi obtenu malgré la modération des saillies est le même que celui que produirait, pour un mur vertical, une chaîne d'angle en pierre de taille avec boutisses tournées du côté du vide, à la façon de harpes ou de pierres d'attente.

En fait, les archivoltes avec moulures, les *archivoltes de style*, s'il est permis de les désigner ainsi pour les distinguer, n'ont été que rarement pratiquées bien qu'elles soient assurément celles dont l'effet est le plus heureux. Peut-être faut-il l'attribuer à la crainte éprouvée par les constructeurs de voir les archivoltes de ce genre mettre trop en évidence les moindres déformations de voûtes après le décintrement, et exiger pour l'achèvement des moulures des travaux de rag réement trop dispendieux ou trop difficiles; mais eu égard aux progrès réalisés, depuis le commencement du siècle,

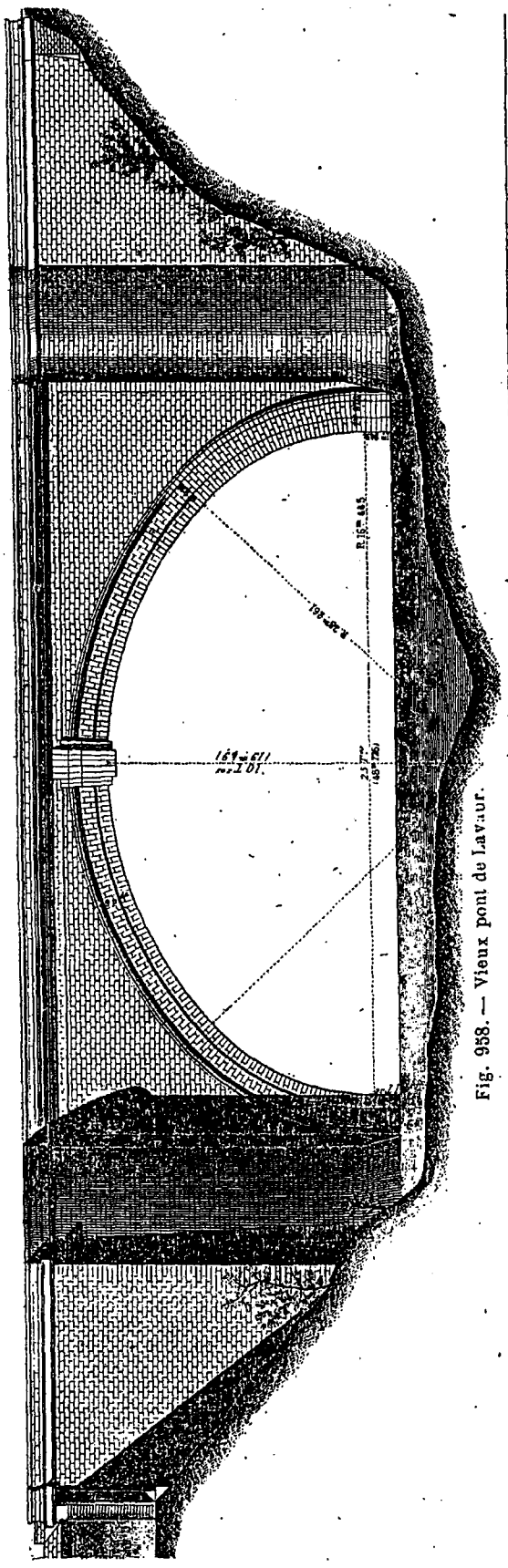


Fig. 958. — Vieux pont de Lavaur.

pour la construction des ponts, il semble que cette objection doive être de peu de valeur maintenant.

Après les ponts de Rome, les applications les plus remarquables qui aient été faites des archivoltes avec moulures sont celles des ponts du Rialto, à Venise, et de la Trinité, à Florence. Au moyen âge plusieurs ponts avec arches ogivales, notamment le vieux pont de Londres, offraient une disposition de ce genre. En France, à la fin du siècle dernier, elle a été appliquée également au vieux pont de

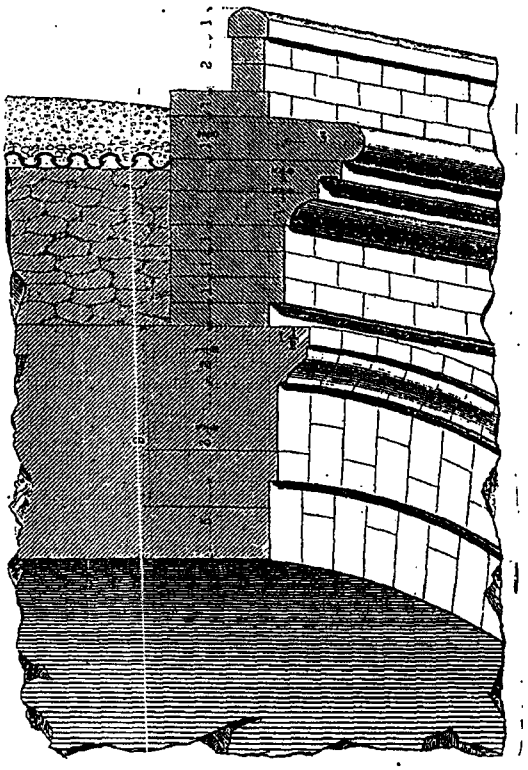


Fig. 959. — Vieux pont de Lavaur, détails.

Lavaur (*fig.* 958), l'un des plus remarquables assurément parmi les ouvrages dus, à cette époque, aux ingénieurs du Languedoc, malgré le caractère de lourdeur que l'on peut reprocher à quelques-unes de ses dispositions.

Nous donnons la coupe de cette dernière archivolte (*fig.* 959) d'après l'une des planches d'un excellent mémoire de

M. Séjourné, récemment publié par les *Annales des ponts et chaussées* (1).

La forme de *coupe perspective ombrée*, donnée à cette figure, est particulièrement favorable pour bien mettre en évidence la composition de l'archivolte et de

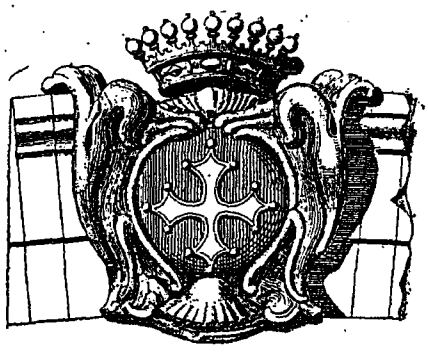


Fig. 960. — Clef projetée du pont de Lavaur.

la corniche, et montrer l'effet décoratif ainsi obtenu.

Ce même pont offre un exemple bon à citer du parti qu'on peut tirer de l'emploi des clefs de voûtes pour l'ornementation des ponts.

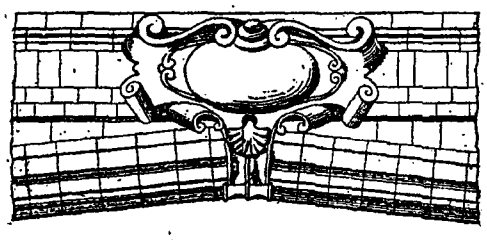


Fig. 961. — Clef de voûte du pont de la Trinité.

La figure 960 qui représente les armes de la province du Languedoc est celui de la clef du pont de Lavaur, telle que les auteurs du projet comptaient la faire exécuter (2), et on ne saurait contester qu'elle aurait très heureusement complété l'archivolte.

(1) Année 1886, 2e semestre, n° 61 : *Construction des ponts du Castelet et de Lavaur et du pont Antoinette*, par M. Sejourné, ingénieur des ponts et chaussées.

(2) Les pierres destinées à l'exécution de cette clef ont été mises en place ; mais, par suite de circonstances spéciales, la sculpture n'en a pas été faite (*Mémoire de M. Séjourné*, page 487).

Au pont de la Trinité, à Florence, les clefs des voûtes avec cartouches (*fig.* 961) tiennent également une place importante dans la décoration de l'ouvrage.

Par une innovation hardie et d'ailleurs très heureuse, M. l'ingénieur en chef Robaglia et M. l'ingénieur Séjourné, en faisant construire, à Lavaur, un nouveau pont dont l'arche principale, en arc de cercle de 61m,50 d'ouverture, ne le cède assurément en rien à celle du pont du siècle dernier, ont eu l'idée d'appliquer à l'archivolte un profil avec tore emprunté à l'architecture romane, et de plus, comme l'épaisseur de la voûte, mise complètement à nu par les grands évidements des tympans, varie elle-même de 1m,65 vers la clef à 2m,81 au joint incliné à 30° sur l'horizon, la hauteur des moulures varie elle-même de 0m,60 à 0m,85 comme le montrent les figures 962 et 963.

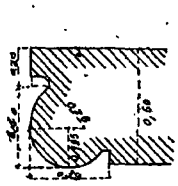


Fig. 962.

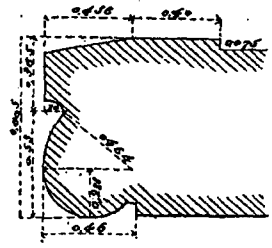


Fig. 963.

Nous donnons du reste plus loin le dessin de ce pont, destiné, ainsi que le pont Antoinette, construit par les mêmes ingénieurs, à prendre rang parmi les plus remarquables exécutés en France pendant ces dernières années.

Au pont Antoinette, l'archivolte est unie et entourée d'un simple filet saillant d'épaisseur variable.

La figure 964 représente, comme pour le pont de Lavaur, une coupe perspective (1) ombrée où figurent également le couronnement et le parapet. L'ensemble du profil est excellent et témoigne du soin avec lequel tous les détails en ont été étudiés par des ingénieurs particulièrement compétents en matière d'architecture.

(1) Ce dessin est emprunté à la planche 38 du mémoire déjà cité de M. Séjourné.

Les figures 965 et 966 montrent le détail du profil de l'archivolte de ce pont.

En résumé, la disposition la plus rationnelle consiste à indiquer à l'extérieur la forme et l'épaisseur des voûtes au moyen d'archivoltes, avec appareil indépendant de celui des assises des tympans.

Dans la plupart des cas, les archivoltes ne sont que de simples platebandes unies, soit de largeur plus grande aux naissances qu'à la clef, comme les voûtes elles-mêmes.

S'il s'agit d'un ouvrage comportant, par sa situation et son importance, une certaine ornementation, à la plate-bande unie on substitue un profil d'archivolte soit avec filet seulement, soit avec filet et doucine et plusieurs plate-bandes successives, soit même avec moulures plus recherchées; pourvu qu'on ne se départisse pas d'une sobriété toujours nécessaire

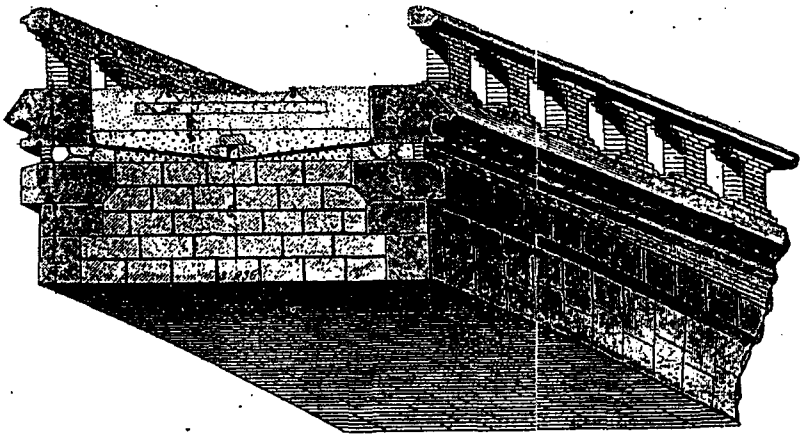


Fig. 964. — Pont Antoinette. — Coupe perspective.

pour de semblables ouvrages, l'effet obtenu ne manquera jamais d'être satisfaisant.

A défaut de moulures concentriques, on peut composer les têtes de voûtes de

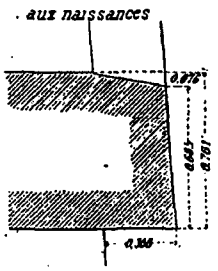


Fig 965.

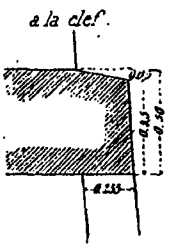


Fig. 966.

voussoirs taillés en refends et bossages : mais, sans contester la bonne apparence donnée de cette façon à certains ouvrages, nous croyons qu'à dépense égale de taille, des archivoltes ordinaires, même avec profil très simple, auraient été préférables.

Enfin, pour certaines voûtes, l'appareil à redans est naturellement indiqué. Mais il faut, dans ce cas, accuser nettement les formes et les limites des voussoirs en leur donnant quelques centimètres de saillie sur le nu des tympans; sinon, quelque habileté qu'on y mette et quelque aspect satisfaisant qu'on obtienne sur le papier, on ne parviendra jamais au point de vue ornemental à faire œuvre d'art. »

V. — Tympans.

696. Nous nous sommes déjà occupé des tympans à propos de leur forme générale et de leur élégissement au moyen de voûtes tranversales. Lorsqu'ils ne sont pas évidés, ils offrent aux regards de larges surfaces unies comprises entre les plinthes et les bandeaux des voûtes. Ces

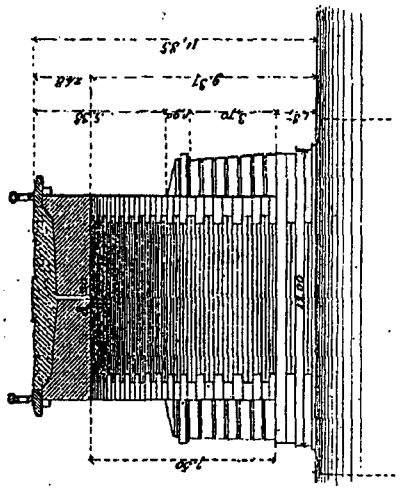


Fig. 968.

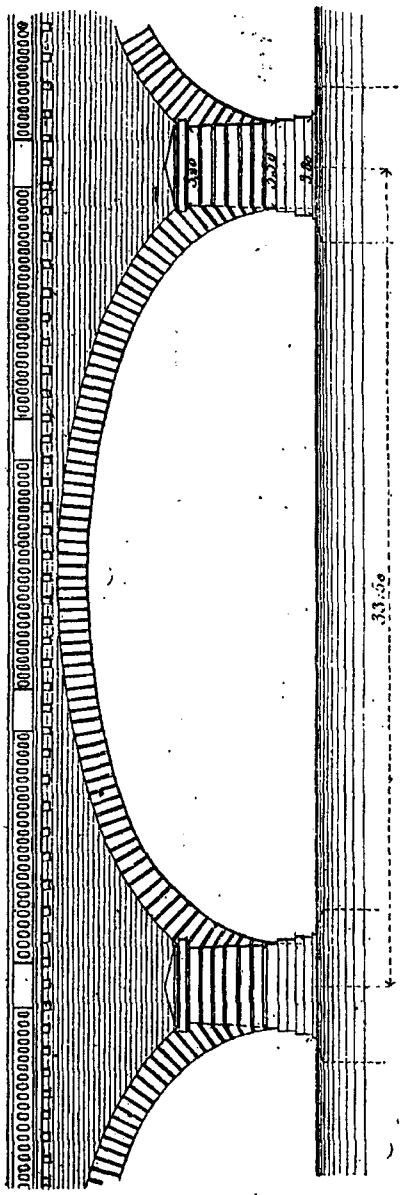


Fig. 967. — Pont de Chalonnes sur la Loire.

surfaces sont évidemment plus considérables pour les ponts plein cintre ou en anse de panier, dont les naissances sont généralement placées assez bas, que pour les ponts en arc de cercle très surbaissés.

Dans les anciens ponts, les tympans restaient presque toujours unis et ne recevaient aucune ornementation sur leurs faces verticales ou légèrement inclinées. L'intérieur était du reste entièrement occupé par le remblai. Sous la chaussée, ces évidements restaient intérieurs et ne donnaient lieu par conséquent à aucune décoration des faces extérieures. Ce n'est que depuis un certain nombre d'années que l'usage s'est répandu de rendre apparents ces évidements, lorsqu'ils sont formés de voûtes transversales. Il en est résulté un moyen tout naturel d'éviter la nudité des tympans pleins, et l'effet décoratif ainsi obtenu a été souvent très heureux, ainsi qu'on peut le voir sur les figures 777, 834, 835, 837, 840.

Cependant beaucoup de ponts sont encore exécutés avec tympans pleins et unis. L'effet produit n'est pas désagréable lorsque les arches sont petites ou ont la forme surbaissée en arc de cercle, parce que les surfaces qui restent unies sont alors relativement faibles par rapport à la surface totale de l'ouvrage Mais quand les tympans unis ont une superficie importante, et que le nombre des arches est assez grand, cette longue série de surfaces nues donne au pont un aspect monotone et froid ; l'effet général s'en ressent forcément malgré le soin avec lequel les autres parties de l'ouvrage peuvent être traitées. C'est ce qui arrive pour le pont de Chalonnes, par exemple (*fig.* 967 et 968) construit en 1865 par la Compagnie d'Orléans pour le chemin de fer d'Angers à Cholet et à Niort, sur la Loire. Ce pont a 17 arches elliptiques de 30 mètres d'ouverture et une longueur totale de 601^{m},50. Il est un des plus importants et des plus beaux construits à l'occasion de l'établissement des chemins de fer. Les détails du couronnement des piles, des plinthes et des parapets ont été étudiés avec un très grand soin. Il est regrettable que les tympans n'aient pas reçu une ornementation appropriée.

Les Romains ne suivaient aucune règle précise pour disposer les tympans de leurs ponts. Ainsi, plusieurs ouvrages importants tels que le Ponte Felice sur le Borghetto le pont du Janicule, le pont aqueduc du Gard, etc., présentent des tympans dépourvus de toute décoration. D'autres, au contraire comme le pont du Palatin, le pont Saint-Ange (*fig.* 947), le pont de Rimini, etc, ont des tympans décorés de diverses manières: niches ou statues placées au-dessus des piles, évidements apparents au moyen de petites arcades, pilastres saillants s'élevant jusqu'au parapet et formant socles ordinairement surmontés de statues.

Dans les ponts construits au moyen âge, les avant et arrière-becs des piles,

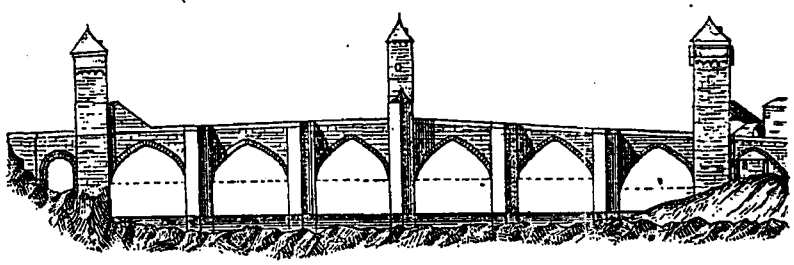


Fig. 969. — Pont de Cahors.

généralement triangulaires (en plan), s'élèvent presque toujours jusqu'au parapet, et leurs saillies sur les tympans sont utilisées pour former, au niveau de la chaussée, des refuges pour les piétons. C'est ainsi que sont disposés, par exemple, les ponts de Cahors (*fig.* 969) et celui de Carcassonne (*fig.* 970).

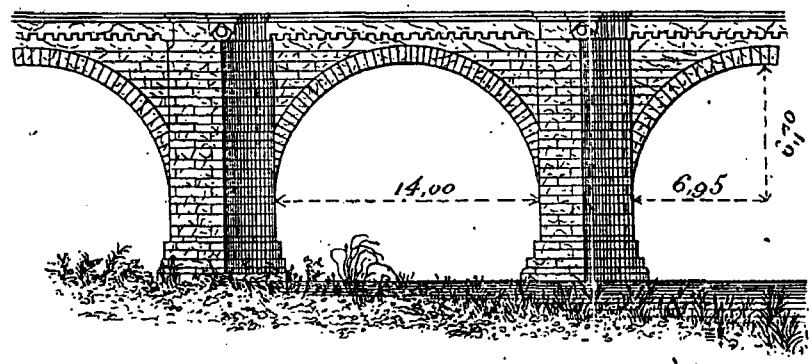


Fig. 970. Pont de Carcassonne.

Les tympans, se trouvant coupés par ces contreforts à forme angulaire, n'avaient évidemment pas à recevoir d'autre ornementation.

Dans d'autres ponts, comme ceux d'Avignon et du Saint-Esprit, sur le Rhône, les tympans sont évidés au moyen de voûtes transversales apparentes. L'effet est peut être moins satisfaisant que celui produit par les contreforts des ponts précédents.

Un peu plus tard, à partir de la Renaissance, on a repris le genre d'ornementation des ponts romains, mais en la complétant par une plus grande recherche dans les détails. Exemples : le pont du Rialto à Venise, celui de la Trinité à Florence (*fig.* 292), celui de Toulouse, etc.

Enfin, lorsque l'usage des ponts très surbaissés en arc de cercle s'est répandu, on est revenu aux tympans unis sans ornementation. Malheureusement, on a souvent exagéré cette disposition, même dans des ouvrages où une certaine décoration n'eut pas été déplacée.

Un genre d'ornementation des tympans

de peu d'étendue, assez fréquemment employé aujourd'hui, consiste à disposer en relief, entre le dessus de la pile et le parapet, une couronne de feuillages, au centre de laquelle sont figurés des emblèmes spéciaux, armoiries, chiffres du chef de l'État, chiffre national, initiales ou dates motivées par quelque fait particulier, etc. On en voit des exemples sur les figures 891 (pont Louis-Philippe), 948 (pont Saint-Michel), 949 (pont au Change) et 971 (pont Saint-Jean, construit sur l'Adour à Saubusse, et dû aux libéralités de Mme Eugénie Desjobert). La figure 972 représente en coupe, l'appareil du sujet décoratif, du couronnement des piles et de la plinthe. On pourrait encore citer parmi les ponts dont les tympans ont reçu une ornementation analogue à celle dont nous venons de parler, le pont d'Austerlitz, le pont d'Iéna, et le viaduc du Point-du-Jour à Paris, le pont de Tilsitt sur la Saône à Lyon, le pont de Bordeaux, etc.

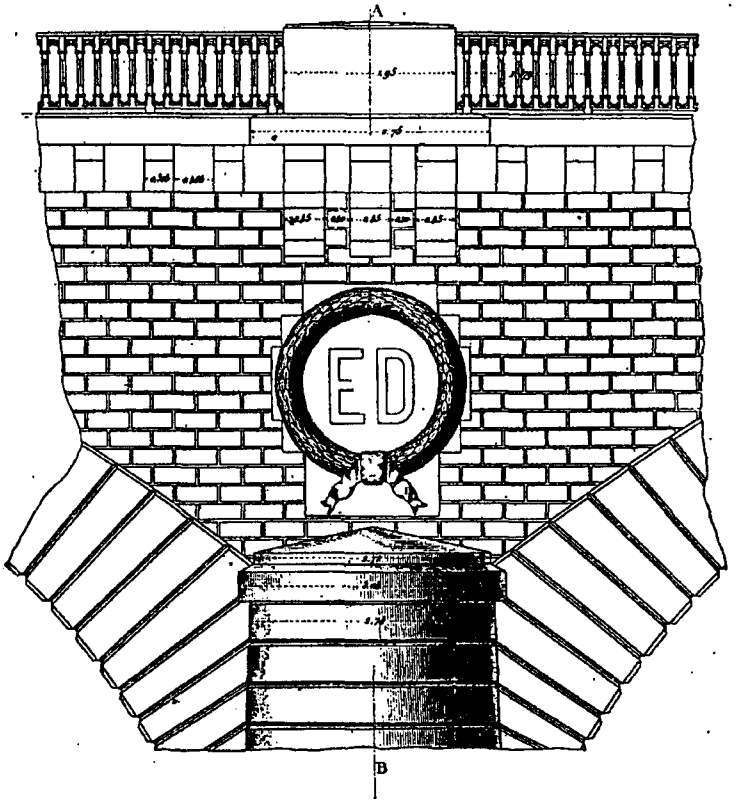


Fig. 971. — Pont Saint-Jean, sur l'Adour.

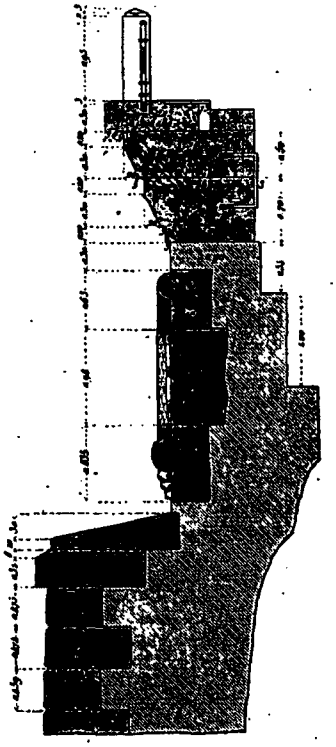


Fig. 972.

Le système des niches, comme décoration des tympans, a été quelquefois employé dans les anciens ponts. Nous avons déjà cité le pont de Rimini construit par Auguste sur la Marecchia; les tympans de ce pont sont occupés par des niches rectangulaires d'une forme très heureuse.

A Paris, le pont Marie, construit en 1635, pour relier l'île Saint-Louis à la rive droite de la Seine a ses tympans décorés de niches (*fig.* 758). La figure 973 donne le détail de ces niches.

Quant à la décoration des tympans au moyen de statues reposant sur le couronnement des avant et arrière-becs des piles en rivière, elle est bien critiquable, malgré les précédents de l'époque romaine. Ce genre d'ornementation pourrait être admis à la rigueur pour des groupes allégoriques, mais il se comprend moins quand il s'agit de statues de personnages quelconques. Il produit cependant un

très bel effet, comme on peut le voir au pont de l'Alma, à Paris (*fig.* 782), où des statues, représentant divers types de sol-

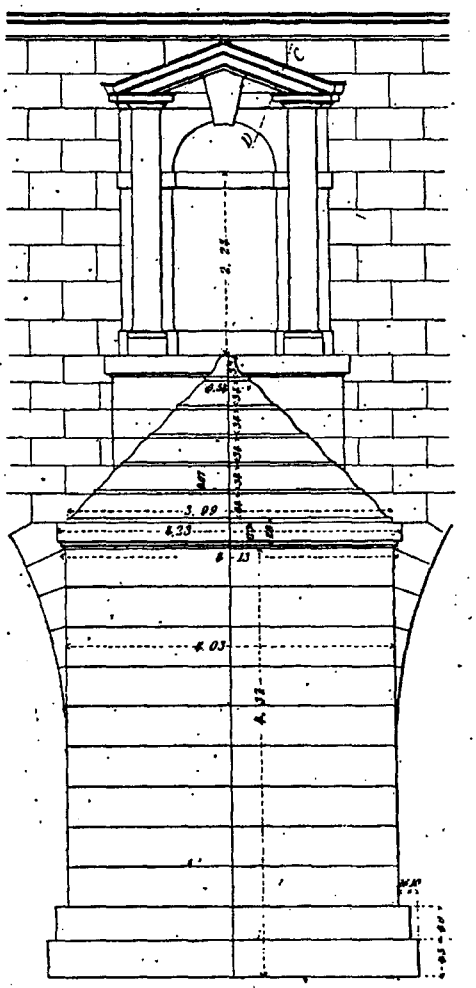


Fig. 973. — Pont Marie, à Paris.

dats de l'armée française, reposent sur la partie saillante des avant et arrière-becs. Mais cet exemple ne peut être qu'une exception admissible parce qu'il peut être considéré comme un monument commémoratif. Les ouvrages dont nous nous occupons ne comportent pas ordinairement, en effet, une aussi grande recherche d'ornementation.

Enfin, les pilastres saillants, à section horizontale rectangulaire ou polygonale, s'élevant au-dessus des piles jusqu'aux parapets, sont un des moyens les plus simples de rompre la monotonie d'une suite de tympans unis. Ce système a été très souvent employé dans les ponts, et c'est à peu près le seul en usage pour les viaducs.

Dans ces derniers ouvrages, c'est sous forme de contreforts, très rationnels au point de vue de la résistance et de la stabilité des piles, que ces pilastres sont employés. Ils produisent toujours un excellent effet quand ils sont disposés comme nous l'avons dit à propos des piles des viaducs.

Dans les ponts, au contraire, les pilastres surmontant les piles n'interviennent nullement dans la stabilité de l'ouvrage et c'est simplement comme ornementation des tympans qu'il sont employés. Ils se relient alors, le plus souvent, à la décoration des plinthes et parapets, soit en procurant des refuges formés par les ressauts que font autour des pilastres ces parties du pont, soit en servant de socles à des statues ou autres objets décoratifs.

En matière de décoration des tympans, il ne peut y avoir, on le comprend, aucune règle fixe à observer. Chacun peut la disposer à son gré, pourvu qu'elle soit en harmonie avec les grandes lignes de la construction.

§ X. — *COURONNEMENT DES PONTS*

I. — Types courants de plinthes et parapets pleins.

697. Les couronnements des ponts : plinthes et parapets, contribuent puissamment à leur ornementation. C'est pourquoi nous avons placé ici leur étude, quoiqu'ils soient une partie essentielle de la construction des ponts. Nous nous occuperons d'abord des types les plus usuels et les plus simples et nous verrons ensuite comment on peut les disposer pour

les mettre en harmonie avec le, plus ou moins de richesse de décoration de l'ensemble de l'ouvrage.

Le couronnement se compose de deux parties : la plinthe et le parapet ou garde-corps.

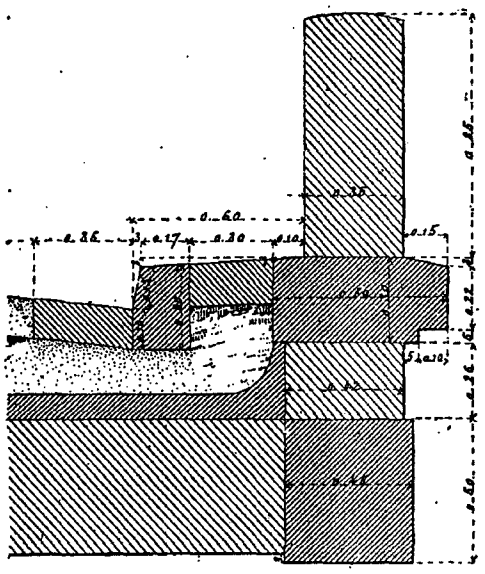


Fig. 974. — Pour routes.

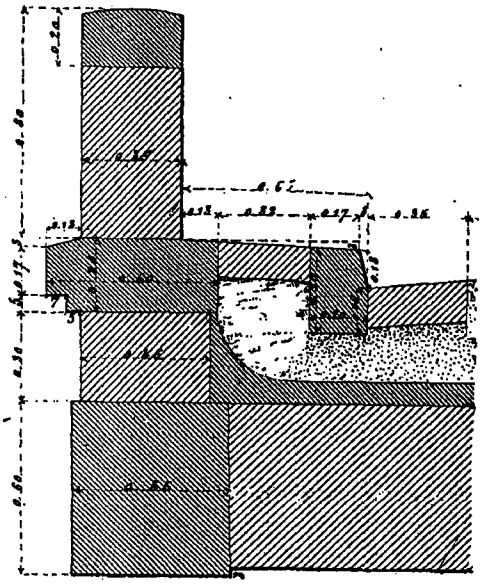


Fig. 975. — Pour routes.

La ligne supérieure de la plinthe correspond généralement au niveau de la voie à laquelle le pont donne passage. Elle est munie d'un larmier destiné à protéger les parements des têtes contre l'action des eaux pluviales.

Les plinthes ont, sur le nu des tympans, une saillie qui varie de 0m,20 à 1 mètre. Elles ont une hauteur variable de 0m,20 à 0m,60 et même souvent au-delà.

La saillie et la hauteur de la plinthe doivent d'ailleurs être proportionnées à l'importance de l'ouvrage en élévation.

Le parapet placé sur la plinthe, et se développant avec elle sur toute la longueur de l'ouvrage, est destiné à garantir la sécurité des personnes passant sur le pont. Pour qu'un homme de taille moyenne, se penchant sur le parapet, ne puisse tomber tant que ses pieds touchent le sol, il suffit que ce parapet ait 1 mètre de hauteur avec une très faible épaisseur. Les garde-corps métalliques, dont l'épaisseur est très petite, ont donc une hauteur suffisante avec 1 mètre. Mais à mesure que l'épaisseur des parapets augmente, il est possible de leur donner moins de hauteur, pour obtenir la même sécurité.

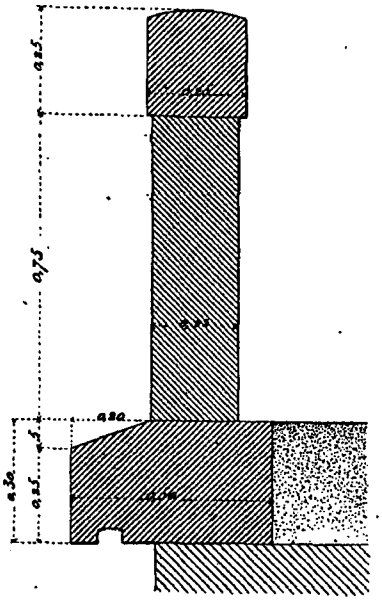


Fig. 976. — Pour chemins de fer.

On voit que les deux dimensions du pa-

rapet : hauteur et épaisseur sont fonction l'une de l'autre. On adopte généralement les dimensions suivantes :

Hauteurs	1m,00	0m,95	0m,90	0m,85	0m,80
Epaisseurs correspondantes. .	0m,30	0m,35	0m,40	0m,45	0m,50

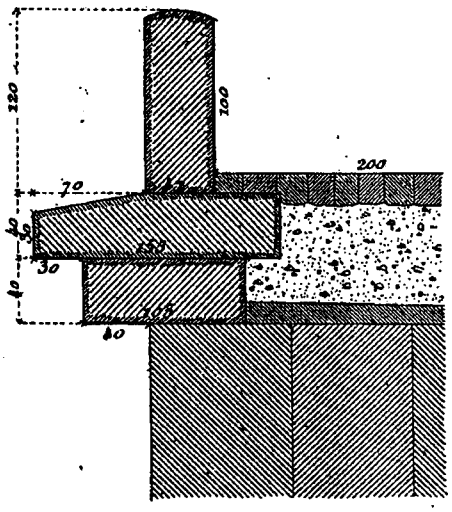


Fig. 977 — Pont Napoléon, à Saumur.

L'épaisseur minimum des parapets dépend évidemment de la nature des maté-

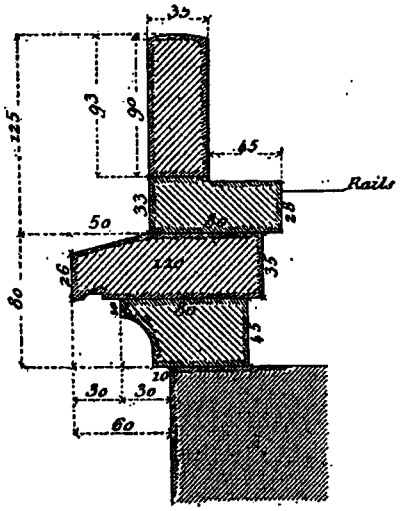
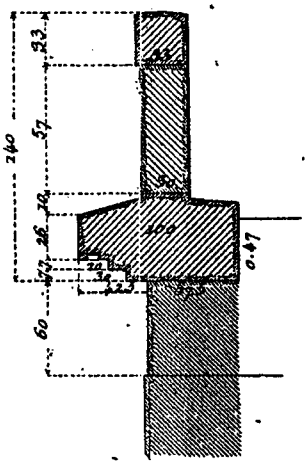


Fig. 978. — Pont de Monllouis.

riaux employés. On peut faire des parapets de 0m,15 en pierre de taille et de 0m,22 en briques de choix. Les dimensions données ci-dessus n'ont du reste rien d'absolu.

Les parapets les plus épais sont employés dans les ponts pour routes, parce qu'ils peuvent être heurtés par de lourdes voitures et il convient par conséquent de leur donner une grande solidité. La largeur totale du pont, entre parements des têtes, se trouve par suite un peu aug-



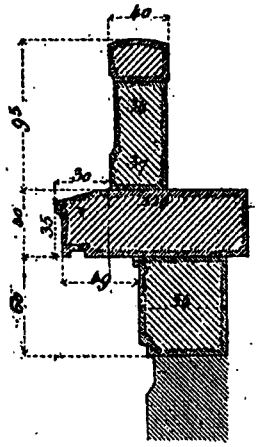
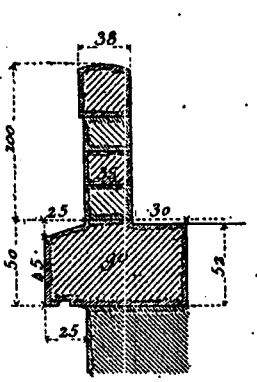


Fig. 979.— Pont de la Creuse. Fig. 980.— Pont de Roanne.

mentée ; mais il n'en résulte pas, en général, un grand surcroît de dépense, car les ponts de cette nature ne sont jamais très longs.

Dans les viaducs, au contraire, l'augmentation de la dépense serait sensible, à cause de la grande longueur de ces ou-



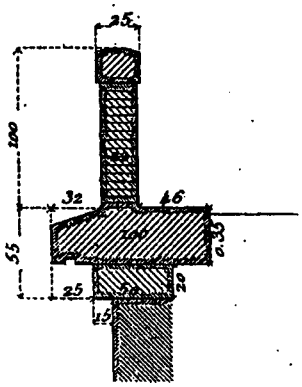


Fig 981.—Viaduc de la Manse. Fig. 982. — En briques.

vrages et, dans ce cas, on doit chercher à réduire le plus possible l'épaisseur du parapet. Comme, d'autre part, les parapets des ponts pour chemins de fer ont seule-

ment pour but de garantir les agents et les ouvriers passant sur la voie, ils ne sont pas exposés, comme ceux des ponts-routes à de violents chocs. Il en résulte qu'on peut, sans inconvénient, diminuer l'épaisseur des parapets, en augmentant un peu leur hauteur, dans les ponts pour chemins de fer et les viaducs.

On y trouve le grand avantage de réduire la largeur totale de l'ouvrage à son minimum et de restreindre les dépenses de construction. Assez souvent même, pour diminuer encore davantage la largeur entre les têtes, on place les parapets un peu en surplomb. Enfin, l'usage des garde-corps métalliques, minces, légers, et placés en surplomb, permet de donner à la largeur du pont entre les têtes, sa plus petite dimension possible.

698. Parmi les types les plus simples de couronnements des ponts nous citerons d'abord les deux qui sont représentés par les figures 974 et 975. et qui sont fréquemment employés par le service vicinal. Ils ont 0m,80 et 0m,85 de hauteur et 0m 35 d'épaisseur.

Celui qui est représenté par la figure 976 a 1 mètre de hauteur et 0m,22 seulement d'épaisseur. C'est un type applicable aux ponts pour chemins de fer.

Nous reproduisons, en outre, d'après les feuilles du *Cours de ponts*, distribuées aux élèves des Ponts et chaussées, une série de profils de plinthes de divers ponts

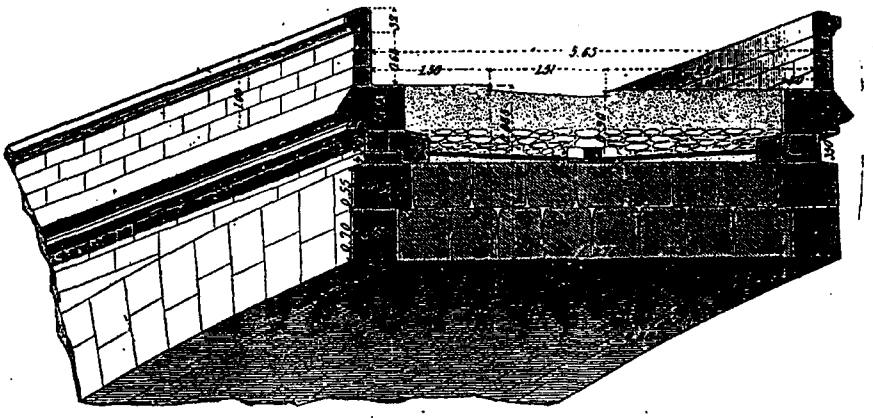


Fig. 933. — Pont du Castelet.

modernes : (*fig.*977), pont Napoléon à Saumur; (*fig.*978), pont de Montlouis; (*fig.*979), pont de la Creuse; (*fig.* 980), pont de Roanne; (*fig.* 981), viaduc de la Manse; (*fig.* 982), parapets en briques.

Ces divers profils de couronnements sont très simples ; les parapets sont pleins et les plinthes ne sont pas moulurées. Dans le profil du pont de Montlouis (*fig.* 978) on a cherché à diminuer la hauteur des tympans, en interposant une assise de pierre de taille entre la plinthe et le parapet, mais ces trois assises de pierres de taille ainsi superposées donnent de la lourdeur à l'ensemble du couronnement Il eut mieux valu peut-être relever la plinthe en niveau du trottoir et remplacer la sous-plinthe par des modillons.

Au grand pont du Castelet, le parapet est encore plein, mais la plinthe est très heureusement moulurée, comme le montre la figure perspective 983, et l'ensemble produit un très bel effet.

Pour terminer la série des couronnements à parapets pleins, nous donnons les exemples suivants qui méritent d'être cités et dont nous empruntons quelques-unes des figures à l'album du *Cours de ponts* de M. Croizette-Desnoyers.

La plinthe et le parapet du pont de Neuilly (*fig.* 984) sont d'une extrême simplicité pour un ouvrage de cette importance.

La plinthe du pont d'Iéna à Paris (*fig.* 985) est d'un beau style ; sa saillie est considérable ; elle est portée par des mo-

dillons espacés de 0m,75 d'axe en axe ; mais le parapet n'a aucune saillie et paraît nu au-dessus de la plinthe.

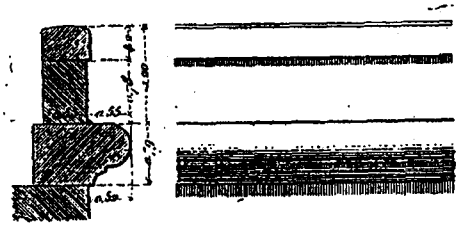


Fig. 984. — Pont de Neuilly.

Au pont de Bordeaux (*fig.* 986), la plinthe est également portée par des mo-

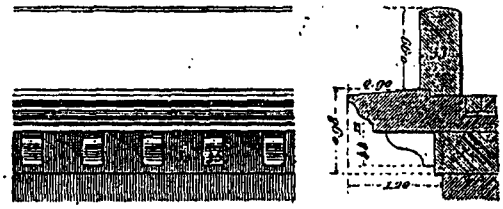


Fig. 985. — Pont d'Iéna.

dillons profilés en quart de rond ; le parapet ne présente non plus aucune saillie.

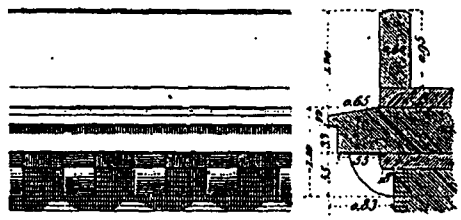


Fig. 986. — Pont de Bordeaux.

Au viaduc d'Édimbourg (*fig.* 987) les proportions du couronnement de cet élé-

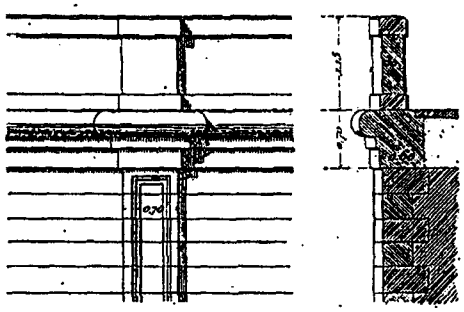


Fig. 987. — Viaduc d'Édimbourg.

gant ouvrage s'harmonisent parfaitement avec le parti adopté pour l'ensemble de la construction.

La figure 988 montre le couronnement

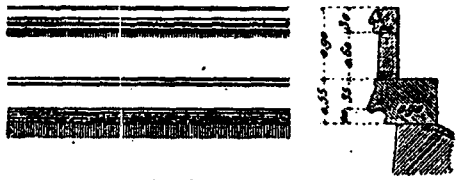


Fig. 988. — Viaduc des Terrals.

du viaduc des Terrals auquel on a ap-

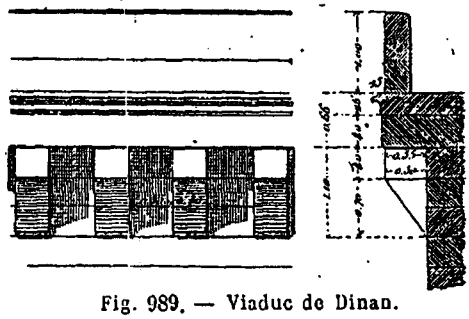


Fig. 989. — Viaduc de Dinan.

pliqué un profil moyen âge fort bien étudié et exécuté avec soin.

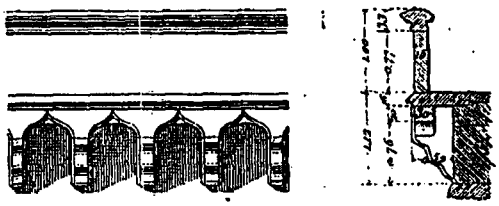


Fig. 990. — Pont de Jurançon.

La plinthe du viaduc de Dinan sur la Rance (*fig.* 989) est portée par des con-

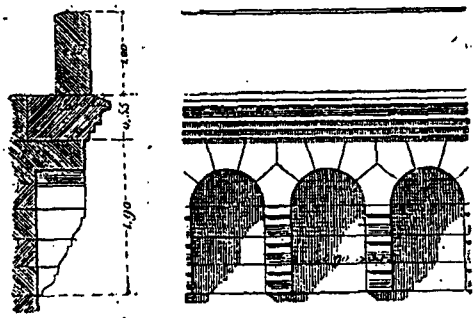


Fig. 991. — Pont-Canal d'Agen.

soles et le parapet se trouve ainsi en sur-

plomb. Le couronnement de ce viaduc projeté sous la direction de M. Reynaud est très sobrement traité mais offre des lignes d'une grande pureté.

Pour le pont de Jurançon à Pau (*fig.* 990), les trottoirs en encorbellement sont supportés par une série de consoles dont les têtes sont décorées dans le style du château de Henri IV.

La figure 991 montre les dispositions adoptées pour les mâchicoulis supportant le parapet du pont-canal d'Agen. On a pu ainsi réduire la largeur des maçonneries du corps de l'ouvrage, et la hauteur du parapet, au-dessus des clefs, qui produit ordinairement un mauvais effet dans la plupart des ponts-canaux, se trouve aussi diminuée en apparence.

Une autre disposition, encore préférable à la précédente est celle du pont-canal de l'Orb (canal du Midi à Béziers), dont nous donnerons les croquis à la description des ponts-canaux. Cette disposition très élégante consiste à construire au dessous des chemins de halage une galerie couverte qui permet de surveiller les côtés de la cuvette du canal et d'en rendre les réparations faciles, en même temps qu'elle sert de passage.

II. — Couronnements avec parapets à jour.

699. Dans le but de donner aux couronnements un aspect de légèreté et aussi pour en rendre l'ornementation plus élégante et plus luxueuse, on fait souvent usage de parapets à jour. Les évidements sont obtenus de plusieurs manières comme on va le voir, suivant que le parapet est en pierre ou en briques, et suivant la richesse de décoration à obtenir.

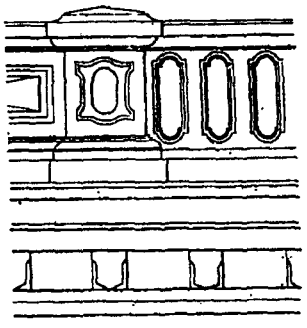


Fig. 992. — Pont Louis-Philippe.

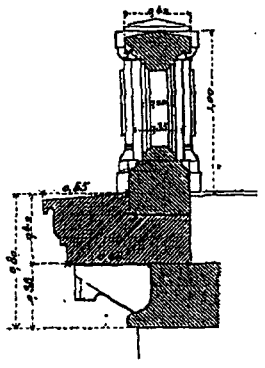


Fig. 993.

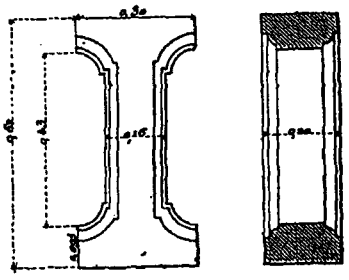


Fig. 994.

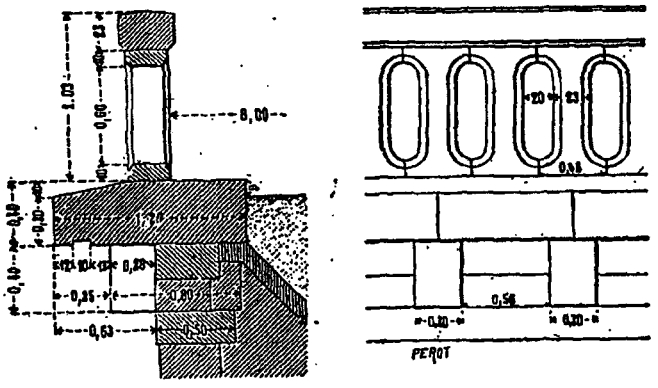


Fig. 995. — Pont de Chalonnes.

Parmi les couronnements à *parapets évidés*, on peut citer en premier lieu celui du pont Louis-Philippe à Paris, dont un

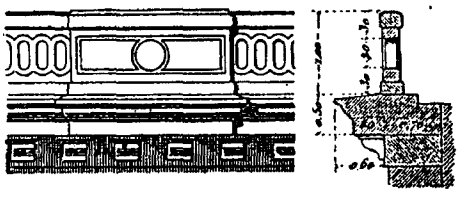


Fig. 996. — Pont de Tilsitt, à Lyon.

fragment d'élévation et une coupe transversale sont représentés par les figures 992 et 993. De distance en distance, comme du reste dans tous les parapets à jour, se trouvent intercalées des parties pleines, *dés* ou *bahuts* (*fig.* 894), d'une ornementation plus ou moins soignée. Ordinairement les dés qui sont placés à l'aplomb des piles et des culées ont plus d'importance que les autres quoique cela n'ait pas été fait au pont Louis-Philippe pour ceux qui sont au-dessus des piles. La figure 994 montre le détail de la forme et des dimensions des pierres dont le parapet se compose.

Le couronnement du pont de Chalonnes, sur la Loire (*fig.* 995) est une imitation très simplifiée de celui du pont Louis-Philippe. Il produit un effet très satisfaisant et il a été souvent employé pour de grands ponts situés en dehors des villes. Comme dans le couronnement précédent, les joints des pierres du parapet, au-dessous de la tablette, sont disposés de manière à rendre facile l'exécution des évidements.

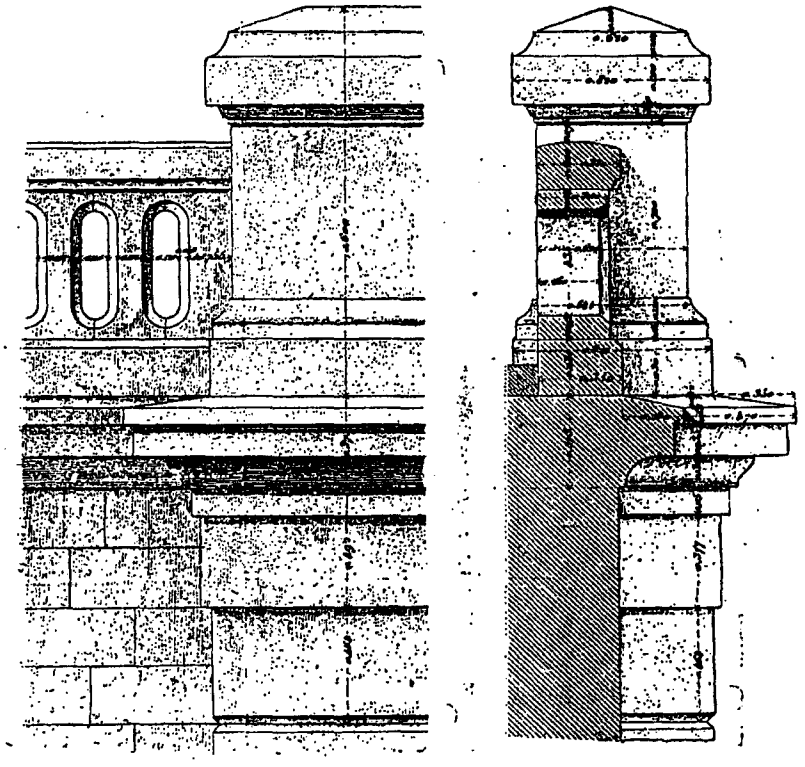


Fig. 997. — Viaduc du Point-du-Jour. (étage supérieur.) Fig. 998.

Au pont de Tilsitt, à Lyon (*fig.* 996), le couronnement avec parapet à jour se rapproche beaucoup des précédents.

L'étage supérieur du viaduc du Point-du-Jour, à Paris, est muni d'un très beau couronnement avec parapet à jour, représenté par les figures 997 et 998. La

corniche est formée d'une assise de pierre de taille ayant une hauteur uniforme de 0m,375 sur toute la longueur de l'étage ; au droit des pilastres des culées la saillie est portée à 0m,350. Le parapet a 1m,03 de hauteur. Il se compose d'une base et d'une tablette en pierre de taille avec parpaings refouillés sur leurs arêtes qui forment par leur juxtaposition une série d'évidements. Au droit des pilastres ces parapets sont pleins, et ils ont 1m,60 de hauteur.

Comme dernier exemple de couronnement avec parapet à jour nous citerons celui du grand pont de Lavaur, dont la figure 999 donne tous les détails. Il comprend une sous-plinthe de 0m,30 en saillie de 0m,39 ; une plinthe de 0m,85 en deux assises de 0m,40 et 0m,45, dont le joint se perd dans l'ombre du cavet, imitée des corniches supérieures des deux tours de Notre-Dame de Paris ; seulement comme l'ouvrage doit être vu, non de très près et par conséquent de dessous, mais de loin, on a relevé la pente du larmier et avancé le tore inférieur. Au-dessus de la plinthe est une balustrade en arcades à plein cintre avec, de trois en trois, une pile-culée masquée par un pilastre afin de s'opposer au renversement qu'a souvent produit le passage des trains pour les parapets trop ajourés.

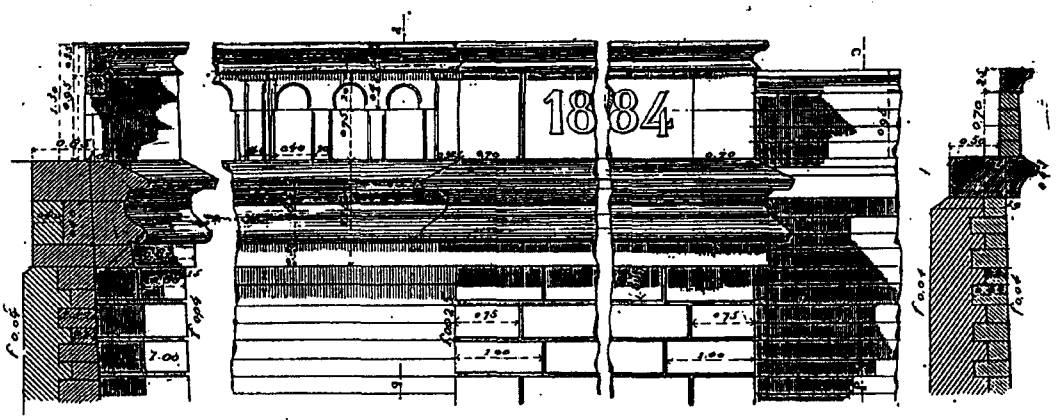


Fig. 999. — Nouveau pont de Lavaur.

III. — Couronnements avec parapets à jour en briques.

700. L'emploi de briques de dimensions bien régulières, avec arêtes et surfaces exactement dressées, est à recommander. Il permet de disposer des parapets extrêmement économiques, prenant très peu de largeur, et produisant un fort bon effet. Les diverses combinaisons à l'aide desquelles on peut obtenir des balustrades à jours d'un dessin régulier sont connues de tous les ouvriers habitués au travail de la maçonnerie de briques. On peut du reste imaginer un grand nombre d'autres combinaisons

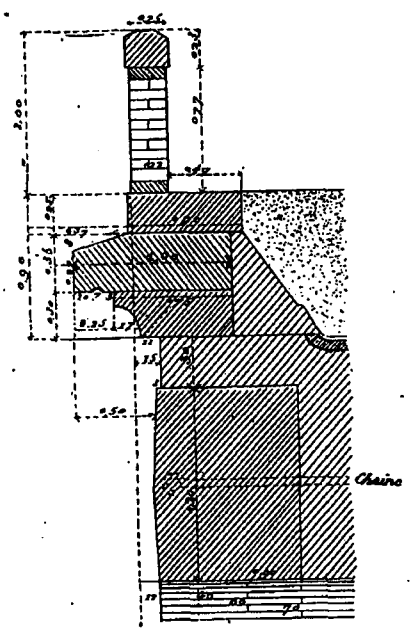


Fig. 1000. — Pont de Plessis-les-Tours.

nouvelles ayant un aspect satisfaisant et une solidité suffisante.

Parmi les couronnements de ce système nous citerons d'abord celui du pont de Plessis-les-Tours, dont l'ensemble est représenté par la figure 1000 et dont la figure 1001 montre le détail de l'appareil.

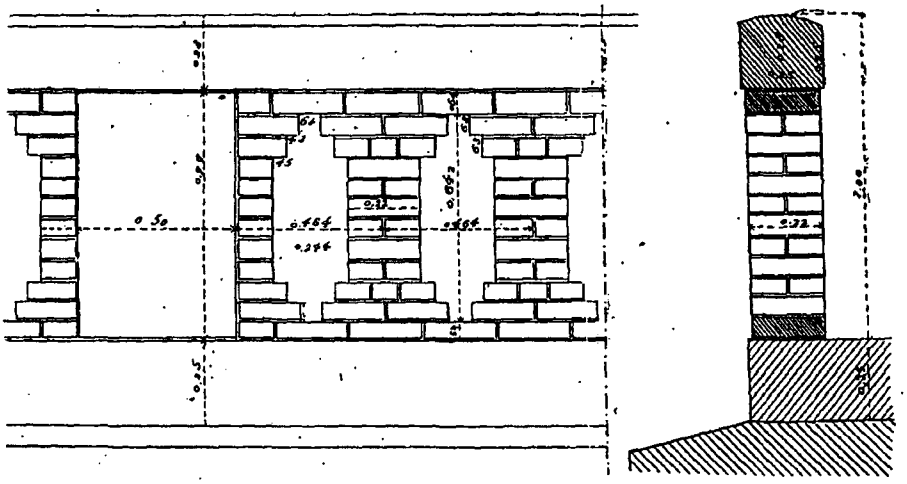


Fig. 1001. — Pont de Plessis-les-Tours. — Détail de l'appareil.

On voit, par la figure perspective 964 d'une coupe en travers du pont Antoinette, et par la figure 1002 ci-contre donnant le détail du couronnement de ce pont, que

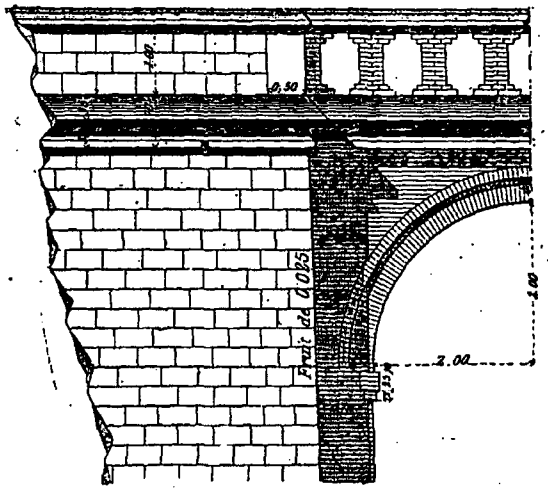


Fig. 1002. — Pont Antoinette.

le parapet à jour en briques est disposé à peu près de la même manière que celui du pont précédent. Mais la tablette et la plinthe sont moins simples et comportent des moulures analogues à celles du pont de Lavaur (*fig.* 999).

M. Degrand a eu l'occasion de faire exécuter un parapet à jour en briques, pour divers ponts et notamment pour le pont des Andelys, dont les figures 1003 et 1004 donnent le détail. Des considérations impérieuses d'économie rendaient nécessaire la mise en encorbellement des parapets et cette disposition a été rendue facile à réaliser grâce à leur légèreté relative.

Enfin, aux exemples ci-dessus nous ajouterons celui du pont de Saint-Sulpice sur l'Agout (*fig.* 1005) qui mérite une attention spéciale, par la manière habile dont les briques ont été appareillées, surtout en ce qui concerne les consoles supportant la plinthe.

IV. — Couronnements avec parapets à balustres.

701. Certains ponts anciens dont nous avons déjà parlé, sont couronnés par de riches corniches supportant des parapets d'une extrême élégance. Au pont du Rialto, par exemple, l'un des plus beaux monuments de Venise, construit par Da Ponte, le couronnement dont la figure 1006 représente une partie de l'élévation et une coupe transversale, est d'une correction

de style remarquable. La corniche avec modillon présente une forte saillie et les parapets sont évidés à balustres, avec pentes de part et d'autre du milieu de la clef.

Pour le pont San Michele à Vicence,

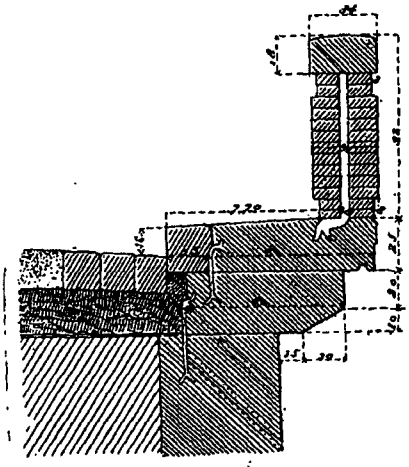


Fig. 1003.

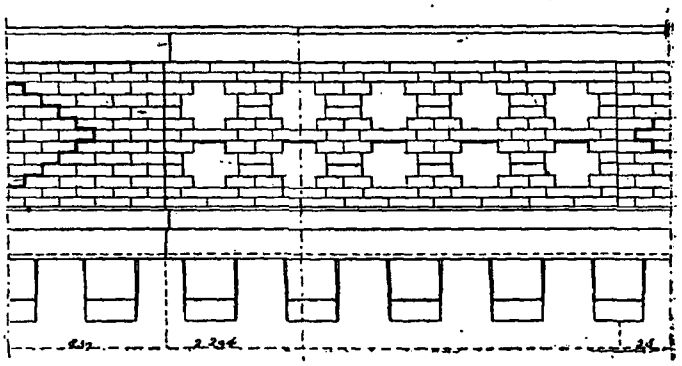


Fig. 1004. — Pont des Andelys.

construit par Palladio (*fig.* 1007), le profil de la corniche est notablement plus accusé que celui du pont du Rialto. Les parapets sont encore à balustres. La partie

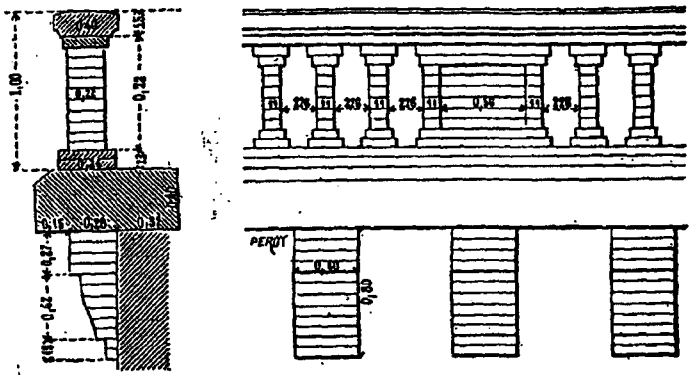


Fig. 1005. — Pont Saint-Sulpice, sur l'Agout.

du couronnement placée au-dessus de la clef est horizontale, puis les pentes se prononcent de part et d'autre.

Dans les ponts modernes, sauf quelques rares exceptions, on ne trouve pas autant de recherche et de pureté dans les profils des couronnements. Quelques-uns cependant, sont assez remarquables et produisent un très bel effet.

Parmi les ponts construits en France avec couronnements à balustres, nous citerons le pont Saint-Michel à Paris. Les figures 1008 et 1009 montrent un fragment de l'élévation et une coupe

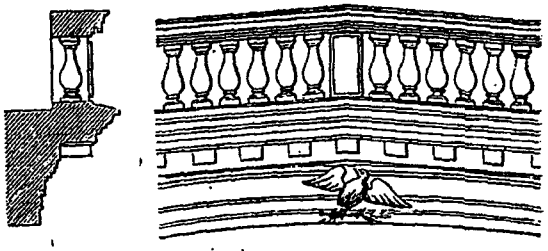


Fig. 1006. — Pont du Rialto.

transversale de la corniche et de la ba-

lustrade. Le détail du profil d'un balustre est donné par la figure 1010.

La disposition adoptée au pont de l'Alma est représentée en élévation, plan et coupe transversale par la figure 1011.

Au viaduc du Point-du-Jour, à Paris, le parapet qui est simplement à jour (*fig.* 997) pour l'étage supérieur, a été disposé à balustres pour le pont ou étage inférieur (*fig.* 1012). La corniche est

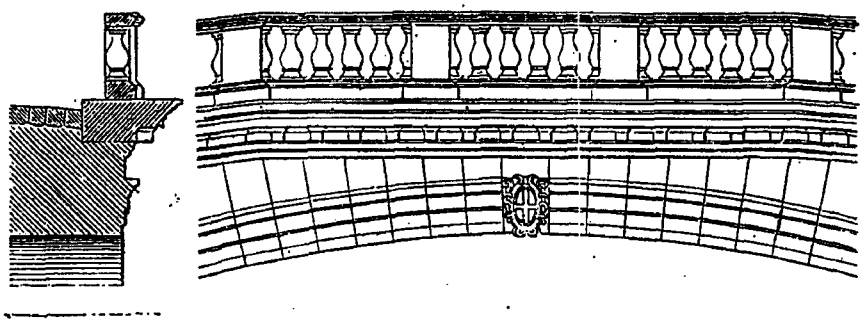


Fig. 1007. — Pont San Michele, à Vicence.

formée de deux assises ayant ensemble 0m,76 de hauteur. L'assise supérieure a une saillie de 0m,50. Elle est supportée par des consoles rectangulaires de dimensions uniformes ayant 0m,37 de hauteur sur 0m,25 de largeur et espacées de 0m,333, soit 0m,5825 d'axe en axe. Les parapets sont composés de soixante travées correspondant deux par deux aux arches du viaduc supérieur. Chaque travée comprend, entre les dés, sept balustres cir-

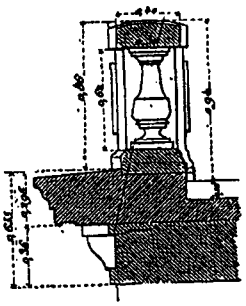


Fig. 1008.

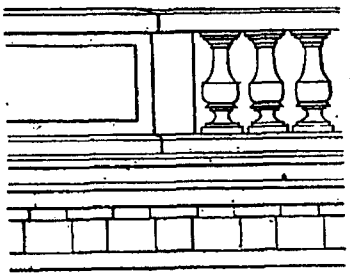


Fig. 1009. — Pont St-Michel, à Paris

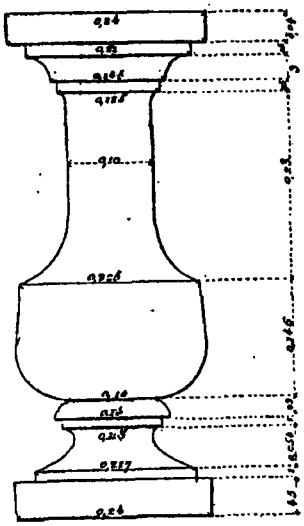


Fig. 1010.

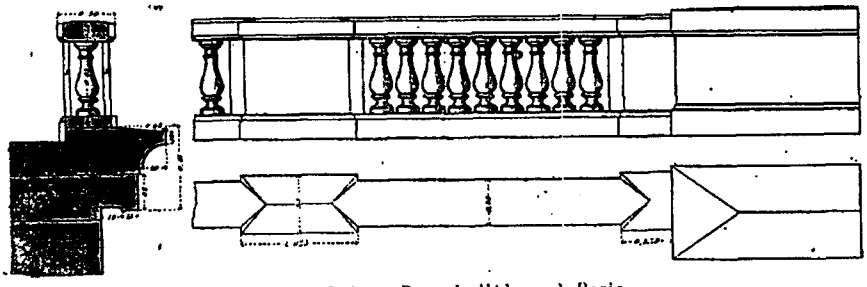


Fig. 1011. — Pont de l'Alma, à Paris

culaires, une base et une tablette de 2m,27 de longueur. Les tablettes sont d'un seul

morceau. Tous les parements sont polis au grès.

Au pont de Wellesley, à Limerick, le parapet est composé de balustres ronds

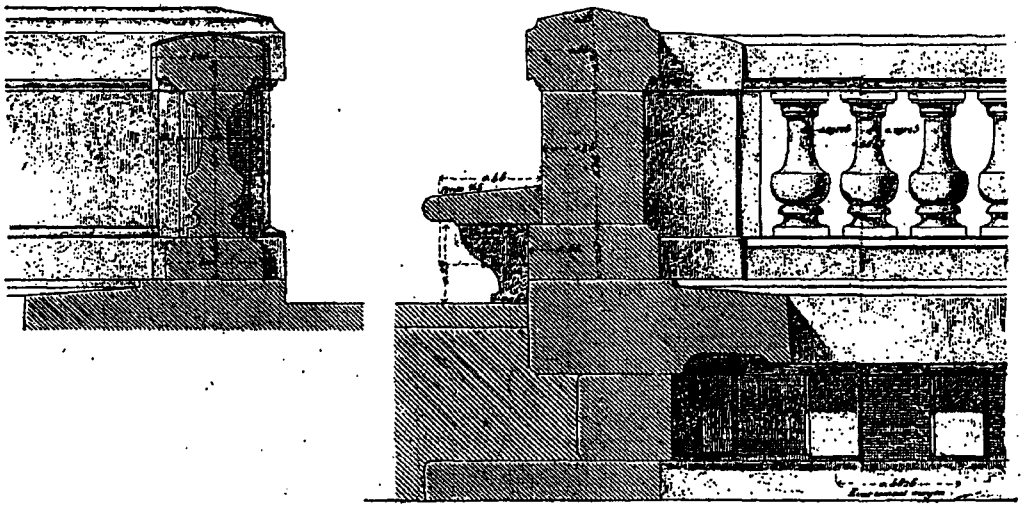


Fig. 1012 — Viaduc du Point-du-Jour. (Étage inférieur.)

(*fig.* 1013), formant dans chaque arche trois panneaux séparés par des pilastres, avec double pilastre et panneau plein sur chaque pile. Ce parapet est fort élégant,

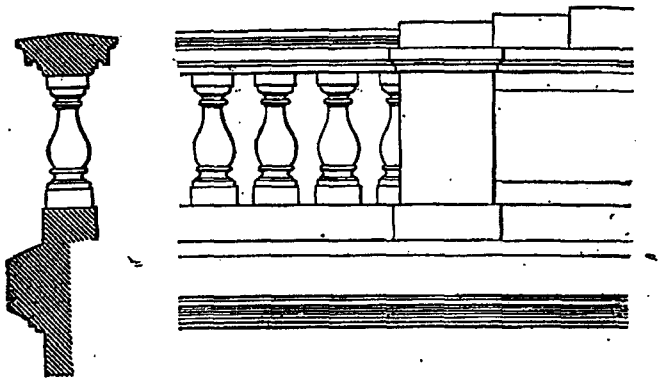


Fig. 1013. — Pont de Wellesley, à Limerick.

mais la plinthe manque de saillie et fait contraste à cet égard avec la plupart des ponts français.

En Italie, le pont de Solférino, récemment construit à Pise possède un couronnement traité d'une manière très ar-

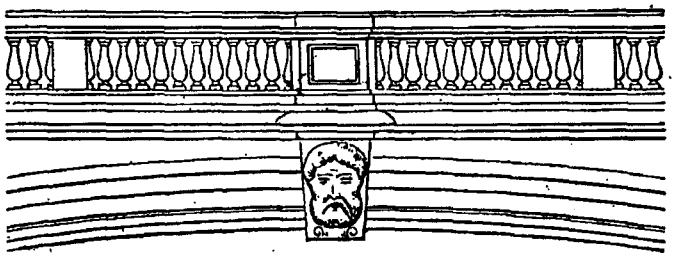


Fig. 1014. — Pont de Solférino, à Pise.

tistique (*fig.* 1014). On peut dire, qu'au point de vue du goût, ce pont est un des

mieux réussis de tous ceux qui ont été construits à notre époque.

Nous citerons enfin, pour terminer, le pont de la Reine-Marguerite construit sur le Pô en 1882, en aval de Turin. La corniche (*fig.* 1015) qui présente une grande saillie est supportée par des modillons. Le parapet est formé par une rangée de colonnettes en pierre.

V. — Couronnements avec refuges.

702. La planche XXVII de l'atlas du cours de M. Croizette-Desnoyers à l'Ecole des ponts et chaussées contient des exemples très variés de couronnements avec refuges. Nous lui empruntons ce qui suit.

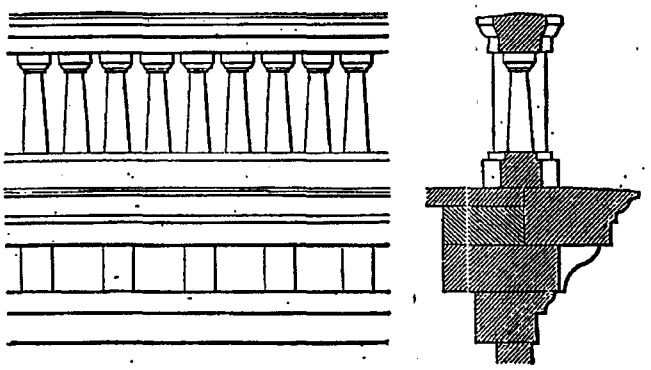


Fig. 1015. — Pont de la Reine-Marguerite, en aval de Turin.

La figure 1016 qui s'applique au pont de Port-Sainte-Marie, sur la Garonne, construit en 1877, montre que la saillie du refuge n'est obtenue que par des encorbellements successifs qui ont nécessité des pierres de taille de très grande longueur : il aurait mieux valu supporter les refuges, au moins en partie, sur des pilastres élevés au-dessus des piles du pont. C'est ce que l'on a fait pour le viaduc de Port-Launay, sur l'Aulne, construit en 1866 (*fig.* 1017), et en outre le fruit des plans de têtes a l'avantage de réduire en apparence l'encorbellement du refuge,

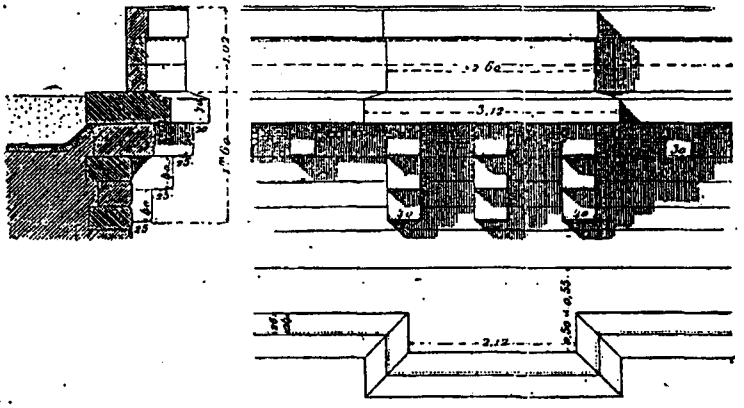


Fig. 1016. — Pont de Port-Sainte-Marie, sur la Garonne.

qui est assez grand pour mettre à l'abri une équipe d'ouvriers au moment du passage d'un train.

Le viaduc de Commelle, construit de 1856 à 1858 par MM. Couche et Mantion pour le chemin de fer de Saint-Denis à

Creil, est très remarquable par sa grande légèreté; les piles n'ont pas de contrefort, aussi les refuges (*fig.* 1018) sont-ils de faibles dimensions ; les consoles qui les supportent sont très nettement accusées.

Le couronnement en style gothique du viaduc de la Palisse sur la Bèbre, cons-

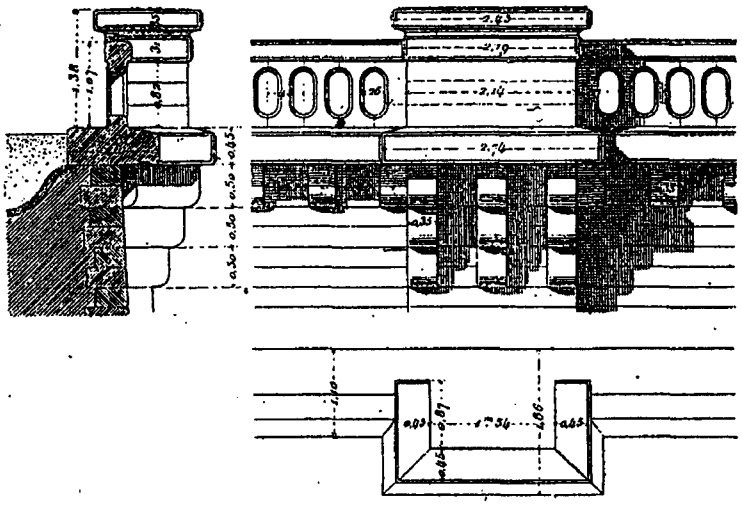


Fig. 1017. — Viaduc de Port-Launay, sur l'Aulne.

truit en 1857 (*fig.* 1019), a été motivé par le voisinage de l'ancien château des comtes de Chabannes, mais peut-être aurait-il mieux valu ne pas en découper les crénaux.

Le pont sur la Têt à Perpignan

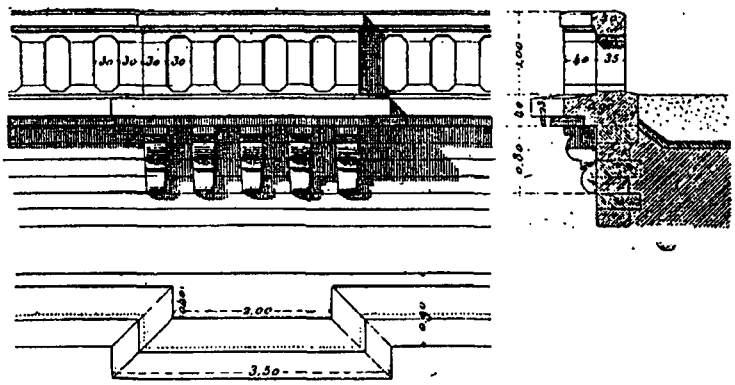


Fig. 1018. — Viaduc de Commelle.

(*fig.* 1020), a été traité avec beaucoup de soin, et la pierre y est taillée d'une manière remarquable ; les profils très bien étudiés, y sont élégants, mais les modillons manquent de hauteur.

Il n'en est pas de même au pont sur la Bidassoa, près Hendaye (*fig.* 1021), qui a été établi à frais communs entre l'Espagne et la France; les refuges y sont spacieux et supportés par des consoles d'un profil fermement accusé ; seulement, il est regrettable que les garde-corps entre les piles soient trop maigres et manquent de caractère.

Les refuges situés au-dessus des pilastres qui limitent la grande arche du

viaduc de la Valserine, près Genève (1858), présentent, ainsi que ces pilastres eux-mêmes, d'excellentes proportions (*fig.* 1022) : on ne saurait choisir de meilleurs modèles pour une situation et des dimensions comparables à celles-ci.

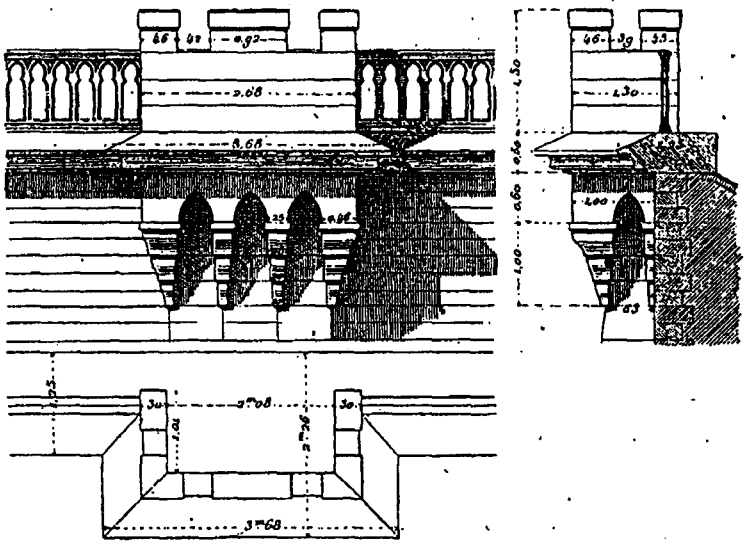


Fig. 1019. — Viaduc de la Palisse, sur la Bèbre.

Au viaduc de la Gartempe, près Limoges, construit en 1857, les refuges sont demi-cylindriques (*fig.* 1023) et soutenus par des culs-de-lampe bien dessinés qui produisent beaucoup d'effet, mais ils ne sont nullement en harmonie avec la

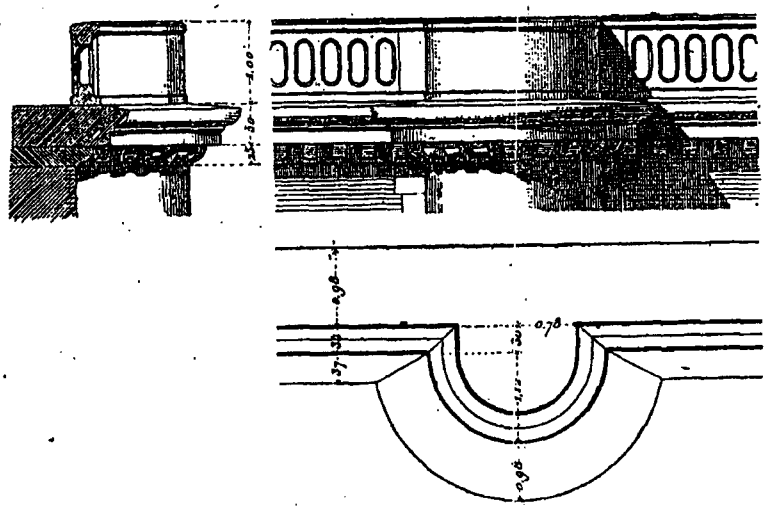


Fig. 1020. — Pont sur la Têt, à Perpignan.

nudité des pilastres, la faiblesse du pied des modillons et la forme des évidements des garde-corps.

Enfin, au Pont-Neuf, à Paris, les becs des piles de forme triangulaire à la partie inférieure (*fig.* 1024) sont surmontés d'une

tour ronde demi-circulaire s'élevant au niveau de la partie supérieure du pont. En 1775, on avait élevé au-dessus du couronnement, comme dans un certain

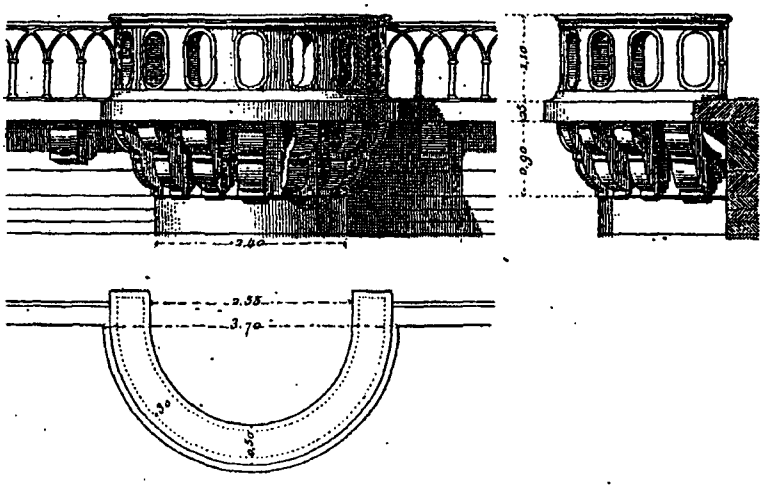


Fig. 1021. — Pont sur la Bidassoa, près Hendaye.

nombre d'autres ponts anciens, des boutiques demi-circulaires qui ont subsisté jusqu'en 1855. A cette époque ces constructions furent supprimées et remplacées par des bancs en pierre dure. — La figure 1025 montre l'élévation de l'une

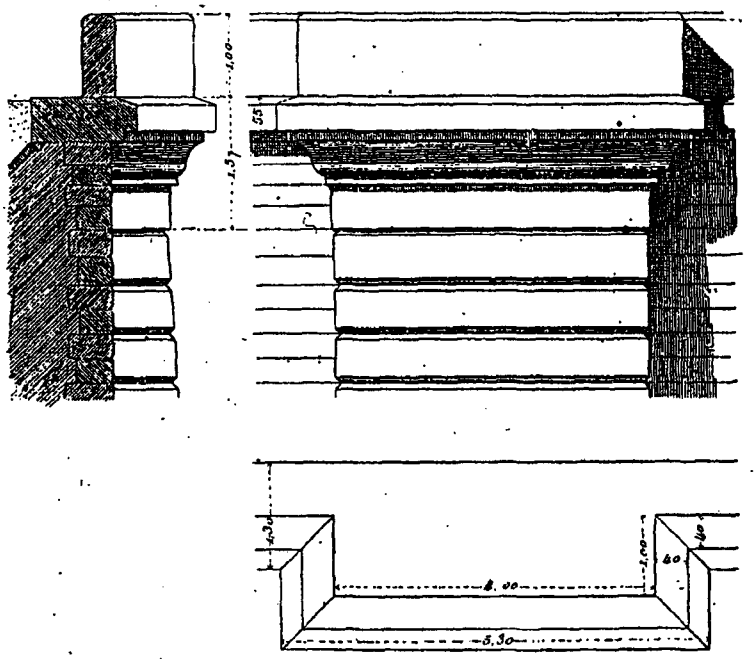


Fig. 1022. — Viaduc de la Valserine, près Genève.

des tours demi-circulaires qui surmontent les piles. La coupe transversale de la corniche et du parapet est donnée par la figure 1026.

703. Dans les divers exemples que nous venons de donner de couronnements des ponts, c'est presque toujours la pierre de taille qui est mise en œuvre, et, en tous cas, elle en forme les parties les plus importantes. Depuis une vingtaine

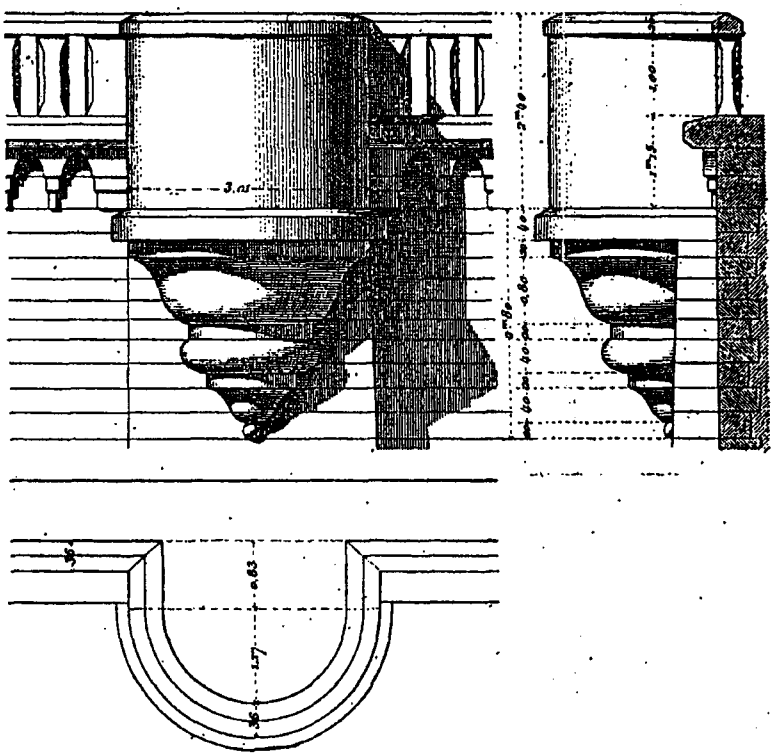


Fig. 1023. — Viaduc de la Gartempe, près Limoges.

d'années, on a tenté souvent avec le plus grand succès, de construire exclusivement en petits matériaux. Les essais de ce genre ont été faits surtout dans l'ouest et le centre de la France; ils ne se sont pas encore répandus ailleurs. Il semble

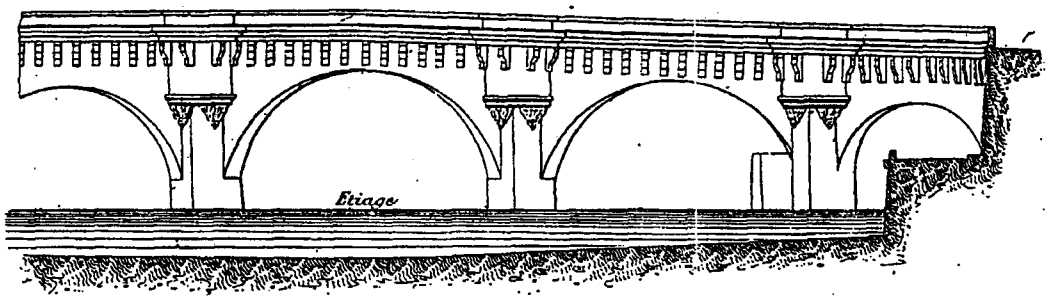


Fig. 1024. — Pont-Neuf, à Paris.

que l'emploi à peu près exclusif des petits matériaux ne soit pas admissible pour certaines parties des ponts, et en particulier pour les couronnements. Nous allons donner un exemple qui lèvera les doutes à cet égard, nous en sommes convaincu.

Les figures 1027 à 1035, extraites d'une

planche du remarquable compte rendu qui a été présenté par M. Arnoux dans les *Annales des ponts et chaussées* de 1870, au sujet du *viaduc de l'Aulne*, permettent de bien se rendre compte de ce mode de construction. Voici, en ce qui concerne

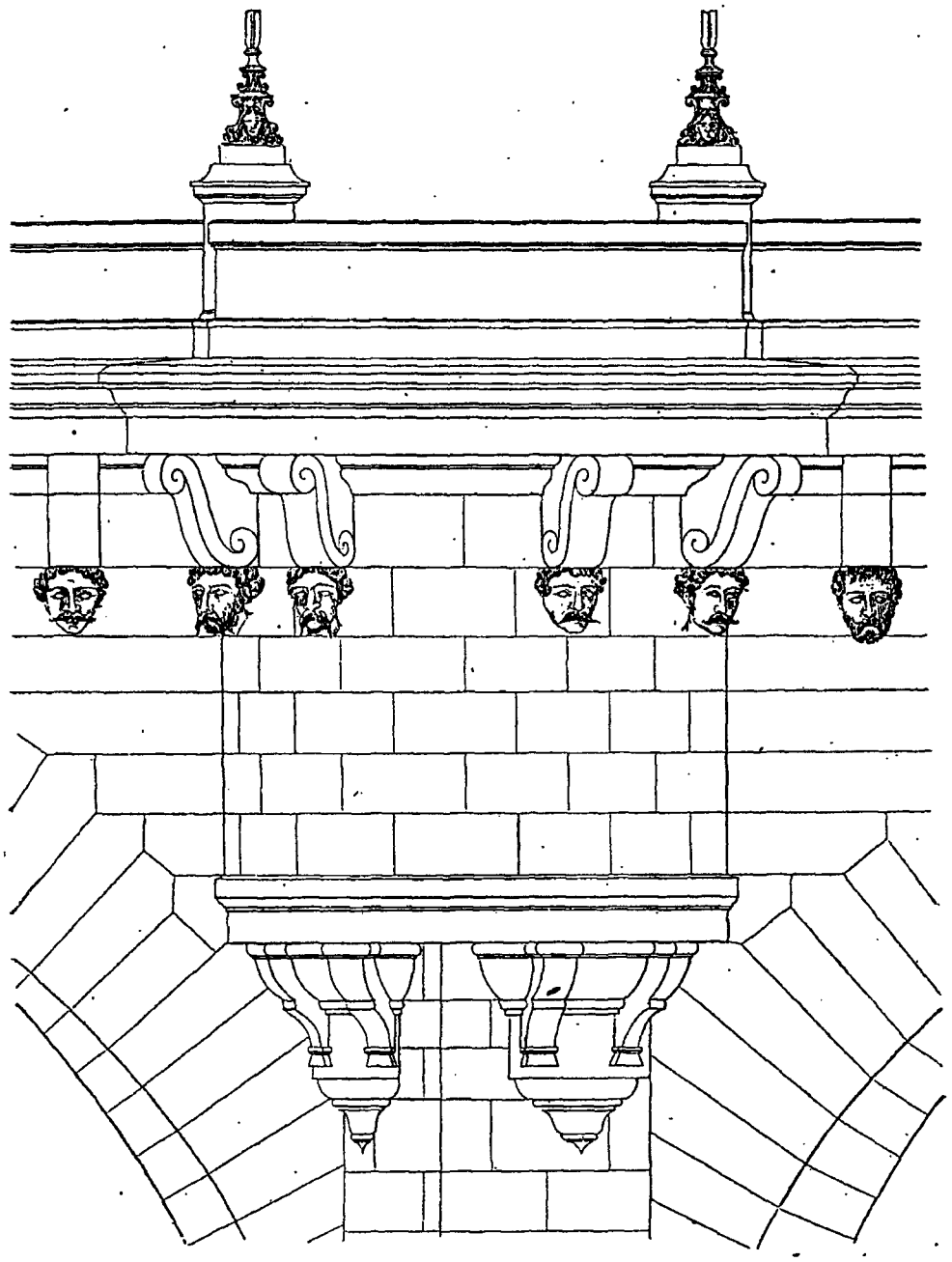


Fig. 1025.

le couronnement, la description qu'en fait M. Arnoux.

« Il se compose essentiellement d'une plinthe soutenue par des corbelets et surmontée d'un parapet.

Les corbelets sont espacés de 0^{m},90

d'axe en axe ; leur largeur est de 0m,35 et leur hauteur de 0m,50. Ils font sur les parements des tympans une saillie de 0m,18 (*fig.* 1027, 1028 et 1029).

La plinthe est posée en recouvrement de 0m,25 sur les têtes des corbelets ; elle surmonte de 0m,10 le niveau du rail et du ballast, et forme à l'intérieur du parapet un marchepied de 0m,55 de largeur : on a réservé sur sa face verticale extérieure un gros bossage saillant de 0m,06, qui est compris entre deux ciselures continues, et qui règne sans interruption sur l'étendue de chaque travée.

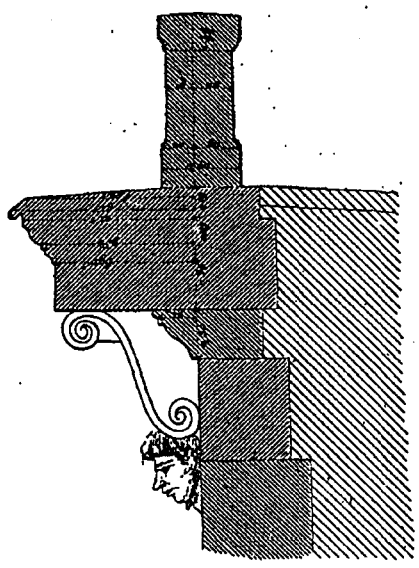


Fig. 1026.

Le parapet est en retraite de 0m,30 par rapport à l'arête de la plinthe et en porte-à-faux de 0m,15 sur le parement des tympans ; il présente une série de balustres largement évidés en forme d'oves.

Au-dessus des balustres, se trouvent des bahuts de 0m,30 d'épaisseur et de 0m,25 de hauteur : ils ont sur la face verticale extérieure, des bossages de 0m,02 lesquels sont continus comme ceux de la plinthe et bordés seulement de ciselures horizontales.

Au droit des contre-forts, le parapet est plus ample : ainsi la plinthe projette, au sommet des contre-forts, une saillie de 0m,95 soutenue par trois consoles dont chacune est formée par trois corbelets ordinaires superposés : aux balustres est substitué un parapet plein en moellons d'appareil smillés assez grossièrement à l'extérieur, mais finement taillés à l'intérieur. Enfin le bahut ordinaire est surmonté d'une assise avec gorge, bandeau et filet, laquelle servant de couronnement spécial au-dessus de chaque contrefort, rompt l'uniformité des longues lignes du parapet. Pour assurer la stabilité de ces encorbellements, on a posé intérieurement de forts libages qui pèsent sur les parties engagées des rangées inférieures des corbelets.

Ainsi constitués, les parapets présentent en contre haut de chaque voûte une galerie percée à jour : et comme les ouvertures des oves sont élégies par de forts chanfreins, il suffit de s'éloigner à peu de distance du viaduc pour que les évidements ressortent au jour sur toute la longueur du parapet. Au-dessus de l'intrados des voûtes, l'œil n'aperçoit donc dans cette perspective qu'une faible épaisseur de maçonnerie pleine, surtout s'il la compare soit à l'amplitude des arches, soit à la hauteur sous voûtes, et, dans l'ensemble des lignes du couronnement, il reconnaît encore des dispositions qui sont en harmonie avec le caractère général de l'ordonnance de l'ouvrage. »

L'emploi de la pierre de taille, dans cet ouvrage, a été restreint exclusivement au couronnement des soubassements, aux tailloirs des contreforts, aux plinthes, aux parapets et aux corbeaux qui supportent les refuges. Toutes les autres parties de l'ouvrage, même les bandeaux des grandes voûtes, présentent des parements en moellons à bossages rustiques, et les angles saillants portent seuls des ciselures, qui sont nécessaires pour la régularité de la pose, ainsi que pour préciser les lignes principales de la construction.

Ce genre d'appareil, employé d'abord au viaduc de la Feige, sur la ligne de Saint - Germain - des - Fossés à Roanne, (*fig.* 793 et 928), puis en Bretagne aux viaducs de la ligne de Nantes à Brest, a été ensuite appliqué à plusieurs grands

ponts sur la Loire et à un nombre très considérable d'autres ouvrages importants, notamment dans la Haute-Vienne et la Dordogne.

« Les constructions de cette nature, ajoute M. Croizette-Desnoyers, présentent un caractère de solidité très rassurant, montrent qu'on a évité avec soin toute recherche inutile, et enfin, produisent un grand effet par leur homogénéité, ainsi que par la simplicité de leurs lignes. »

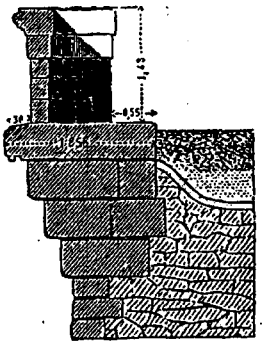


Fig. 1027.

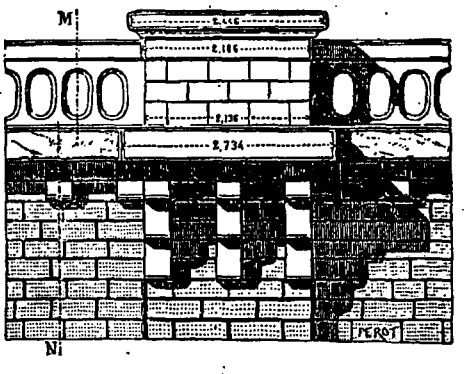


Fig. 1028.

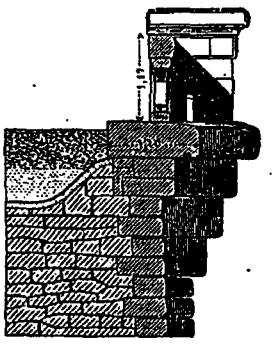


Fig. 1029.

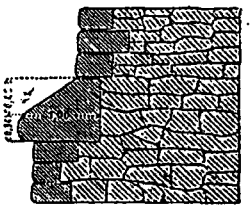


Fig. 1030.

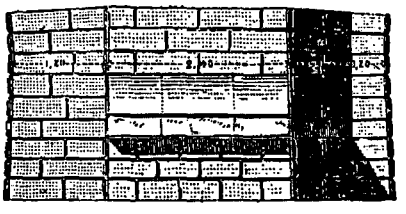


Fig. 1031.

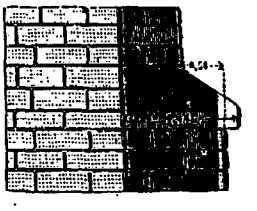


Fig. 1032.

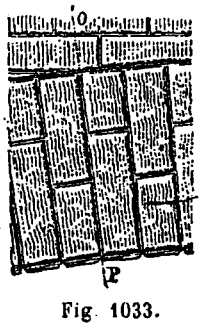


Fig. 1033.

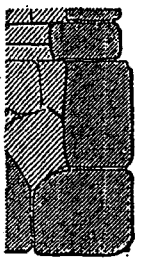


Fig. 1034.

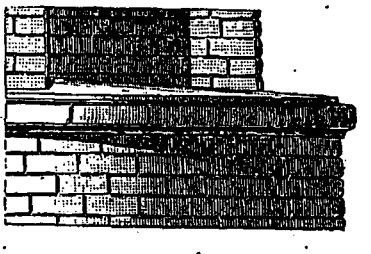


Fig. 1035.

VI. — Garde-corps métalliques.

704. En règle générale le parapet d'un pont en pierre doit être en pierre. Cependant les parapets en maçonnerie dont nous venons de donner des exemples sont fréquemment remplacés par des garde-corps métalliques. Ces derniers ont l'avantage de prendre peu de place, et, si on les met en encorbellement, ils permettent de réduire d'une manière sensible la largeur de l'ouvrage.

705. *Garde-corps en fer.* — Ceux en fer paraissent bien grêles, et sont par suite disgracieux, employés en couronnement d'ouvrages en maçonnerie d'aspect robuste. Mais à cause des avantages importants qu'ils offrent, on les emploie dans

les petits ponts et dans les ponts de système économique.

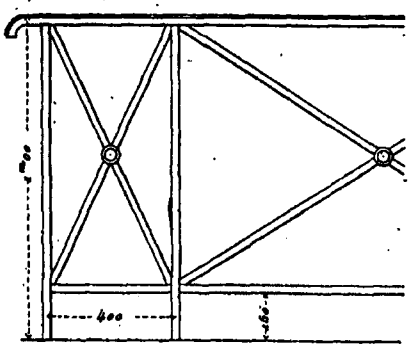


Fig. 1036.

Voici quelques exemples de garde-corps en fer. Le premier (*fig.* 1036) s'applique

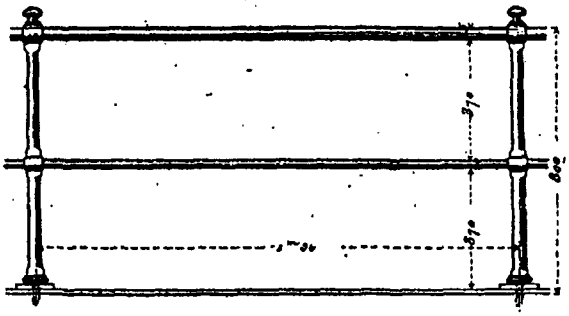


Fig. 1037.

à un ancien type en gros fers qui est très solide et qui, pendant longtemps, a été em-

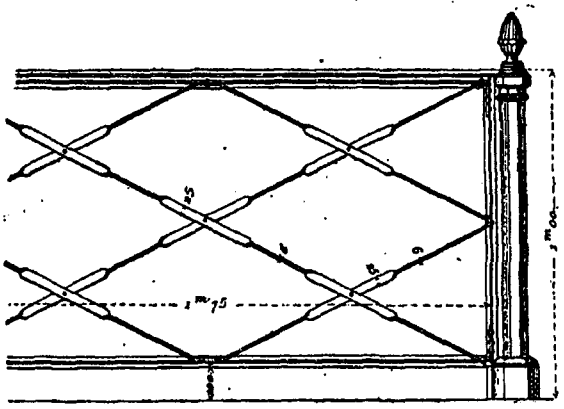


Fig. 1038.

ployé presque exclusivement, mais il pèse 40 kilogrammes par mètre courant, et

quand, sur les lignes de chemins de fer, l'emploi des garde-corps métalliques s'est

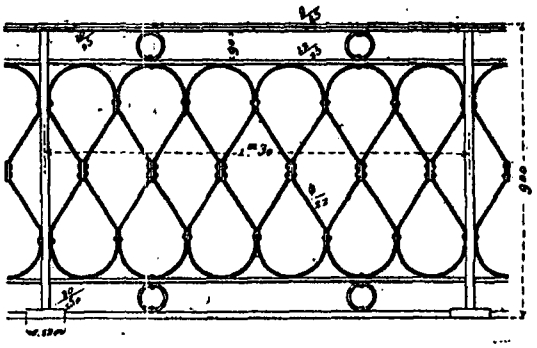


Fig. 1039.

multiplié beaucoup, on a dû rechercher, pour les ouvrages ordinaires, des solu-

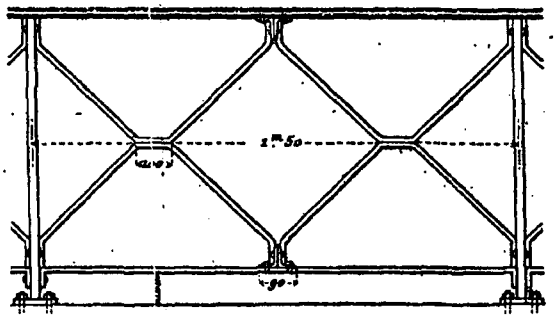


Fig. 1040.

tions plus économiques. Le Creusot construit un type de garde-corps, ayant la

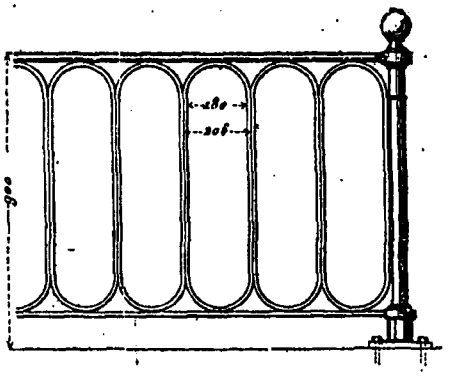


Fig. 1041.

même forme que celui représenté par la figure 1036, mais composé de fers plus lé-

gers, et pesant 24 kilogrammes seulement par mètre courant.

Le type à deux lisses (*fig.* 1037) pèse environ 15 à 20 kilogrammes par mètre; il est donc avantageux sous le rapport de son faible poids, mais son usage serait dangereux sur les ponts où circule le public.

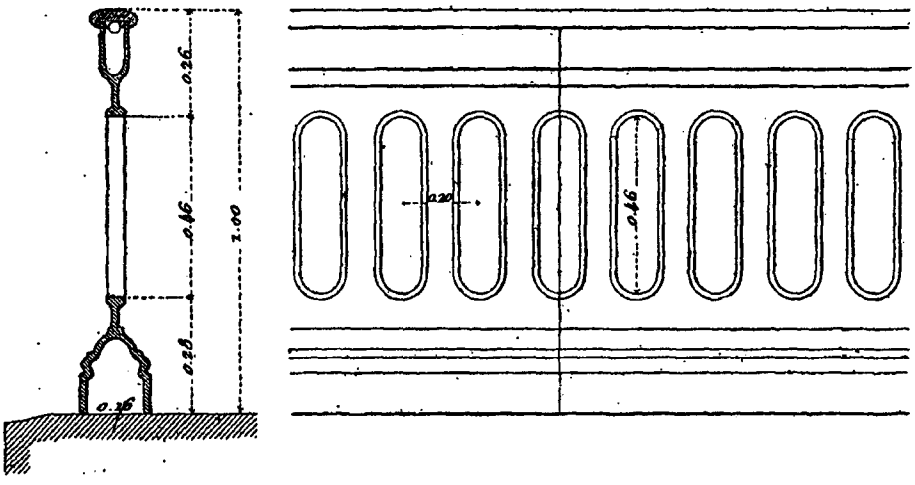


Fig. 1042. — Pont de la Tournelle.

Le type en fers chantournés, représenté par la figure 1038, ne pèse pas beaucoup plus que le précédent : 18 à 20 kilogrammes environ. Il a l'avantage de produire un meilleur effet et il offre toute sécurité au point de vue de la circulation des piétons.

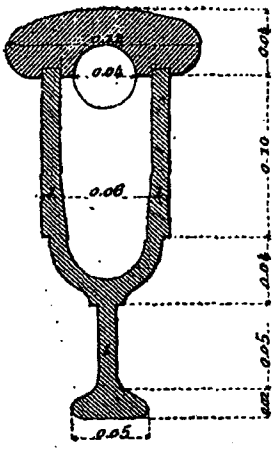


Fig. 1043.

La figure 1039 montre une disposition qui est très employée sur le réseau des chemins de fer de l'Ouest et dont le type s'est beaucoup répandu un peu partout. Ce garde-corps pèse 27 kilogrammes le mètre courant; le Creusot le construit avec un poids de 23 kilogrammes seulement.

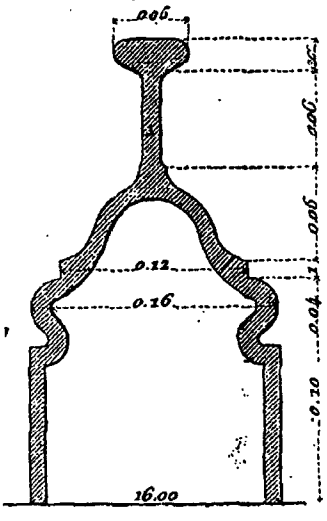


Fig. 1044.

Enfin, deux types fréquemment employés par l'usine du Creusot dans les ouvrages qu'elle fait construire, sont ceux représentés par les figures 1040 et 1041. Le dernier est plus lourd que l'autre, puisqu'il pèse 28 kilogrammes le mètre

courant, au lieu de 22. Il convient donc de n'en faire usage que dans les ponts de moyenne importance.

706. *Garde-corps en fonte.* — Les garde-corps en fonte sont généralement plus décoratifs que ceux en fer, parce que le rapport du vide au plein peut y être

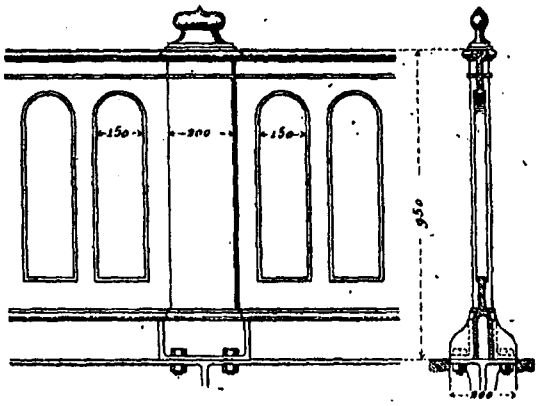


Fig. 1045. — Pont de Lavoulte-sur-Rhône.

assez élevé et qu'ils peuvent en outre recevoir une ornementation que ne comporte pas l'emploi du fer. Mais ils sont lourds et coûtent très cher.

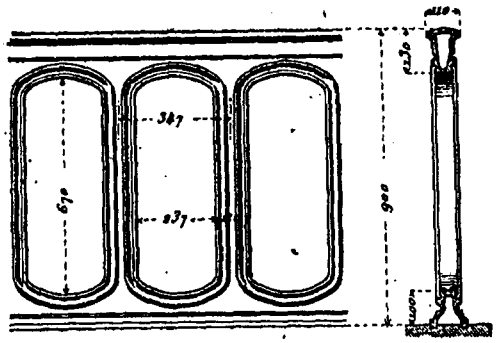


Fig. 1046. — Viaduc de la Feige.

Le garde-corps du pont de la Tournelle, à Paris, est un des premiers que l'on ait exécuté en fonte. La figure 1042 montre un fragment d'élévation et une coupe transversale de ce garde-corps. Les détails à plus grande échelle, de la main-courante et de la base sont donnés par les figures 1043 et 1044. Il pèse environ 150 kilogrammes par mètre courant. — Il a l'inconvénient de paraître bien plat.

Cet inconvénient se retrouve encore plus accentué dans le garde-corps du

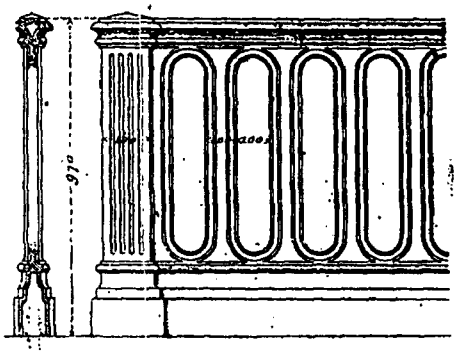


Fig. 1047. — Chemin de fer d'Orléans.

pont de Lavoulte-sur-Rhône (*fig.* 1045) dont les évidements, à peu près de même

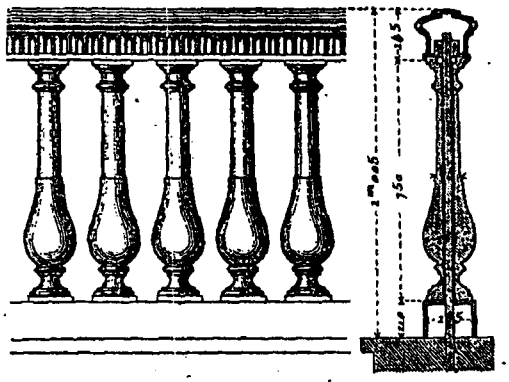


Fig. 1048. — Pont Riquet à Toulouse.

forme que précédemment sont entourés de bourrelets à peine saillants.

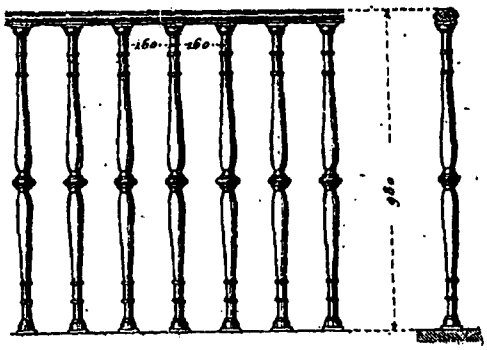


Fig. 1049. — Pont du Carrousel, à Paris.

Dans celui du viaduc de la Feige, (*fig.* 1046), et surtout dans le type adopté

par la compagnie d'Orléans pour les grands viaducs entre Limoges et Brive (*fig.* 1047) on a cherché à éviter cet inconvénient. Mais néanmoins ces garde-corps paraissent encore trop minces.

Le système des balustres a été employé dans les garde-corps en fonte. Nous pouvons citer, dans ce genre, celui du pont Riquet à Toulouse (*fig.* 1048) qui a été étudié avec un soin spécial et un goût parfait par M. l'Ingénieur en chef Maguès. Son poids considérable de 200 kilogrammes par mètre courant occasionnerait évidemment des dépenses trop fortes sur des ouvrages de grande longueur. Son aspect est très satisfaisant et, à ce point de vue, il est bien supérieur à ceux dont nous venons de donner la description.

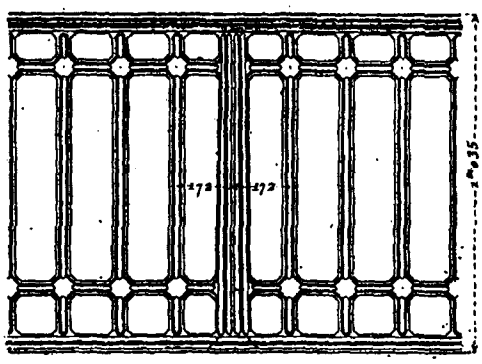


Fig. 1050. — Viaduc de Chaumont.

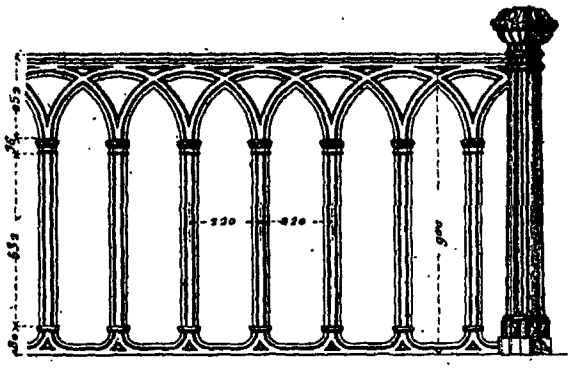


Fig. 1051. — Pont de Signac, près Luchon.

Le pont du Carrousel à Paris présente encore un exemple de garde-corps à balustres (*fig.* 1049). Le poids par mètre courant est ici inférieur au précédent. Ce garde-corps ne manque pas d'élégance, cependant l'ensemble eût sans doute beaucoup gagné, si les balustres avaient été placés entre deux doubles lisses.

Les diverses formes que peuvent affecter les garde-corps en fonte sont, on le comprend, très variées.

Ainsi, au viaduc de Chaumont, qui est

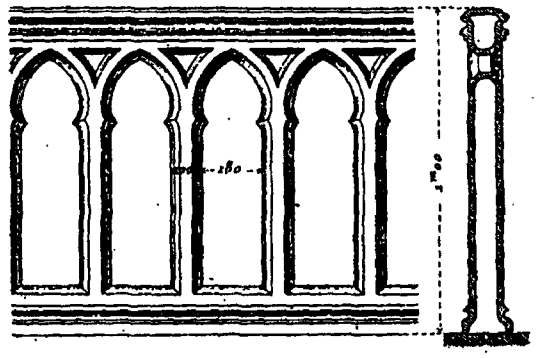


Fig. 1052. — Viaduc de la Palisse.

un ouvrage de premier ordre, le garde-corps présente des évidements rectangulaires (*fig.* 1050). Les reliefs sont nettement accusés et l'effet est satisfaisant. Son poids est relativement faible puisqu'il n'est que de 93 kilogrammes par mètre courant.

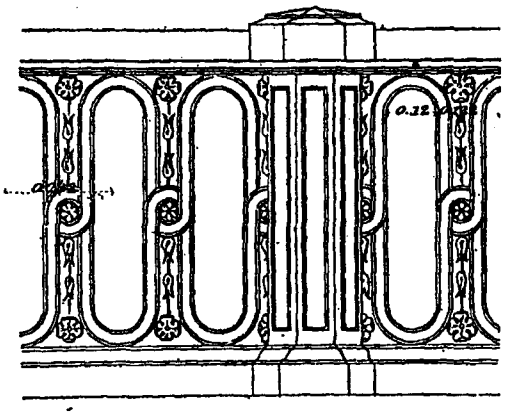


Fig. 1053.—Abords de la gare Montparnasse, à Paris.

Le type représenté par la figure 1051 pèse encore moins, 80 kilogrammes seulement le mètre linéaire. Il est assez élégant mais les montants paraissent un peu grêles sur des ouvrages très élevés. Il a été employé au pont de Signac près Luchon et aussi à un nombre considérable d'ouvrages importants du réseau de la

compagnie du Midi, ainsi que sur un certain nombre de ponts de la compagnie d'Orléans.

Enfin le garde-corps représenté par la figure 1052 a été étudié spécialement pour le viaduc de la Palisse, de manière à être en harmonie avec les autres parties du couronnement de l'ouvrage (*fig.* 1019). Il simule assez bien une balustrade en pierre, mais son usage ne pourrait être courant car son poids est trop élevé : 158 kilogrammes le mètre linéaire.

Les garde-corps en fonte peuvent du reste recevoir une riche décoration comme

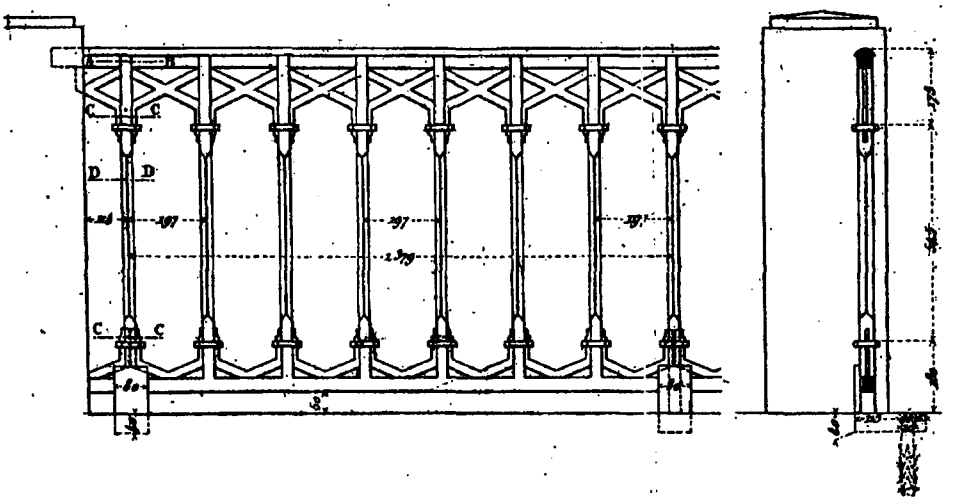


Fig. 1054. — Pont Saint-Jean, sur l'Adour.

le montre la figure 1053, représentant le garde-corps d'un passage inférieur des abords de la gare Montparnasse, à Paris (poids 150 kilogram. le mètre courant).

Nous citerons enfin, pour terminer, le garde-corps du pont Saint-Jean sur l'Adour (*fig.* 971) construit en 1881. La figure 1054 montre l'élévation d'un panneau et la coupe transversale de ce garde-corps, dont on trouvera, dans les *Annales des ponts et chaussées* de 1885 (planche 50), les détails des ingénieux assemblages étudiés en vue de réaliser la libre dilatation.

CHAPITRE V

ABORDS DES PONTS

I. — Ponts en pleine campagne.

707. L'étude des abords d'un pont doit être faite avant la construction de l'ouvrage; elle a pour but la recherche des meilleures dispositions à adopter pour assurer le raccordement facile et commode du pont avec les diverses voies qui y aboutissent ou qui le traversent.

Un très grand nombre de cas peuvent se présenter, surtout quand il s'agit d'un pont en pleine campagne. Il en résulte une infinité de solutions. Mais toutes ces solutions peuvent se rapporter à un nombre assez restreint de types principaux que nous allons indiquer, en donnant quelques exemples.

Lorsque le pont est placé sur une rivière, la hauteur nécessaire des arches, au-dessus des plus fortes crues, fait que la voie supportée par le pont se prolonge des deux côtés sur des levées transversales. Si la voie en question est celle d'un chemin de fer, le pont est généralement horizontal, ou bien il a les pentes du profil en long de la voie, ces pentes étant toujours relativement très faibles. Si c'est une route ou un chemin qui passe sur le pont, on peut admettre des pentes et rampes, ce qui diminue sensiblement la hauteur des levées transversales. La disposition en dos d'âne ne présente dans ce cas aucun inconvénient, à condition que les rampes ne soient pas trop fortes. Nous répétons à ce sujet que le dos d'âne formé de deux droites se rencontrant sous un angle très obtus au milieu du pont est avantageusement remplacé par la forme en arc de cercle ou mieux encore par une courbe parabolique. On voit que le raccordement du pont avec la voie d'accès ne présente aucune difficulté pour ce qui est relatif au *profil longitudinal*.

En plan, le raccordement peut se faire de bien des manières. Presque toujours, la largeur du pont, étant réduite à son minimum par raison d'économie, est plus petite que celle de la voie qui lui fait suite. Cependant, pour un chemin de fer, les différences de largeur sont peu importantes, et l'on n'a, dans ce cas, aucun détail de raccordement à étudier, car la circulation sur le pont n'est nullement intéressée par les dispositions à prendre.

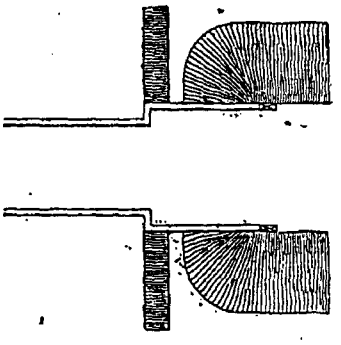


Fig. 105.

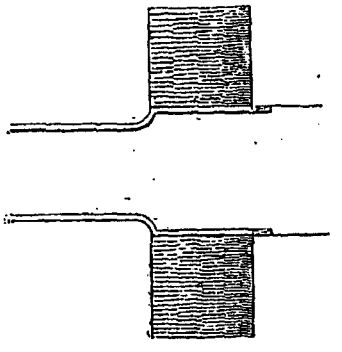


Fig. 1056.

Il n'en est pas de même pour les routes ordinaires pour lesquelles le raccordement doit autant que possible se faire d'une manière insensible, sans changement brusque, autant pour les largeurs que pour les directions.

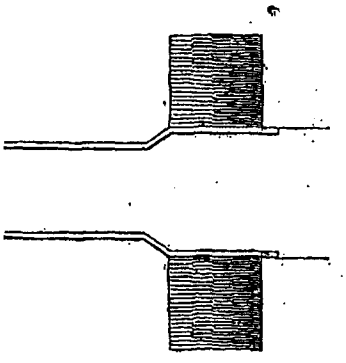


Fig. 1057.

Lorsque le pont donne passage à un chemin peu fréquenté, la différence des largeurs est ordinairement petite et l'on peut adopter les dispositions représentées par les figures 1055 et 1056. Le raccordement courbe (*fig.* 1056) est toutefois préférable au raccordement à angle droit (*fig.* 1055). Ce dernier peut être accepté pour un chemin de peu d'importance,

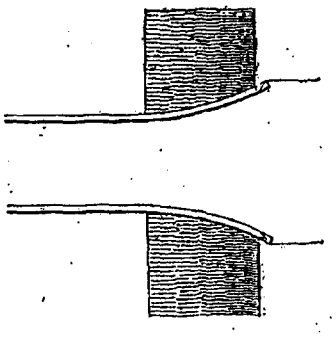


Fig. 1058.

mais il ne serait pas admissible pour une voie importante. Les deux dispositions représentées par les figures 1057 et 1058 sont assez souvent employées pour des chemins peu fréquentés traversant des tranchées de chemins de fer.

Nous donnons, en outre, d'après M. Croizette-Desnoyers, les quatre autres dispositions suivantes. Le raccordement est droit pour la figure 1059 ; il présente des faces inclinées dans la figure 1060. La disposition de la figure 1061 présente des murs en courbe concave, très bien disposés pour résister à la poussée des terres. La figure 1062 représente une disposition avec murs courbes convexes, commode quand il s'agit d'un pont sous lequel vient passer un chemin parallèle à la voie ferrée qu'il doit traverser, mais la courbure convexe du mur est défavorable pour soutenir la poussée des remblais.

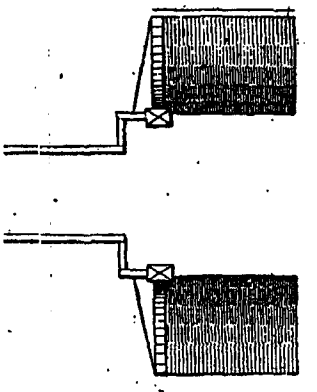


Fig. 1059.

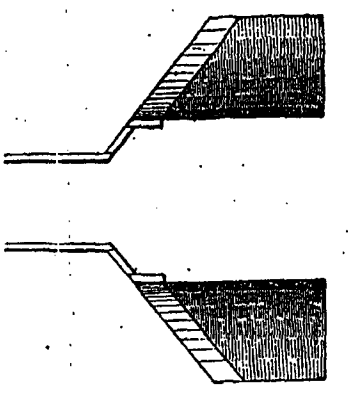


Fig. 1060.

Ces quatre dispositions varient par la forme donnée aux murs destinés à soutenir les remblais.

708. En ce qui concerne plus particulièrement les raccordements des trottoirs, on peut dire que ceux qui se font à angle droit sont presque toujours très

mauvais. Les roues des voitures risquent de venir rencontrer normalement la bordure *mn* (*fig.* 1063), et au bout de peu de temps, l'angle *m* se trouve à peu près complètement écorné. Du reste, cette disposition des maçonneries, qui est assez souvent employée pour des ponts de peu d'importance (*fig.* 1055), n'est pas

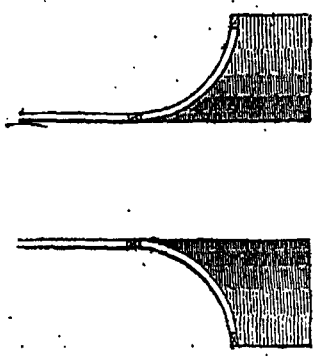


Fig. 1061.

très rationnelle, car l'économie réalisée par la diminution de la largeur du pont se réduit généralement à peu de chose. On a, en effet, à exécuter un parement nu sur les faces supplémentaires *ab* et *cd;* tandis qu'en reportant la tête de

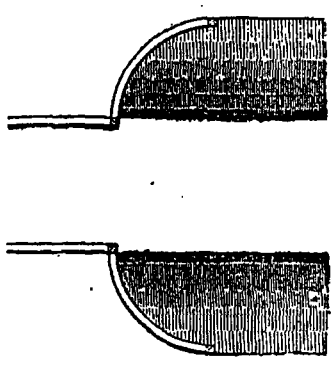


Fig. 1062.

l'arche de *ac* en *bd*, on augmente un peu la douelle, il est vrai, mais le surcroît de dépense qui en résulte est à peine sensible puisqu'on supprime les parements latéraux.

Les raccordements par quarts de cercle (*fig.* 1064) n'ont pas un bien grand avantage sur les précédents.

Les meilleures dispositions consistent à faire le raccordement par un pan coupé *ef*, ou mieux encore au moyen d'une ligne à double courbure *abc* (*fig.* 1065).

Quand on choisit ce genre de raccorde-

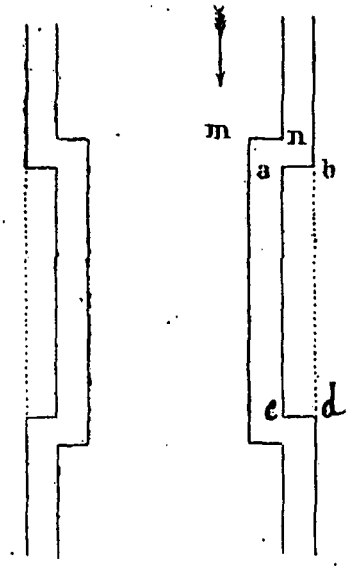


Fig. 1063.

ment, il faut, autant que possible, éviter les angles rentrants, tels que *n*, qui semblent inviter les passants à déposer des ordures. La disposition prend alors la forme de la figure 1057.

709. Lorsque le pont est établi sur

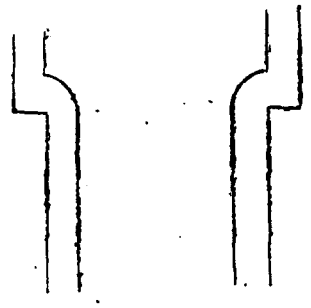


Fig. 1064.

une rivière navigable ou sur un canal, il arrive presque toujours que la route passant sur le pont doit être raccordée avec les quais ou les chemins de halage placés en dessous sur les berges. Il faut donc que les dispositions prises dans ce cas se prêtent aux exigences spéciales de la circulation à ces diverses hauteurs.

Si la circulation ne doit être prévue que pour des piétons seulement, on peut employer des escaliers dont la disposition est facile à comprendre. Il faut cependant avoir soin de placer l'entrée de ces escaliers de façon que, pendant la nuit, le piéton qui veut traverser le pont ne soit pas exposé à s'y engager, afin d'éviter de graves accidents.

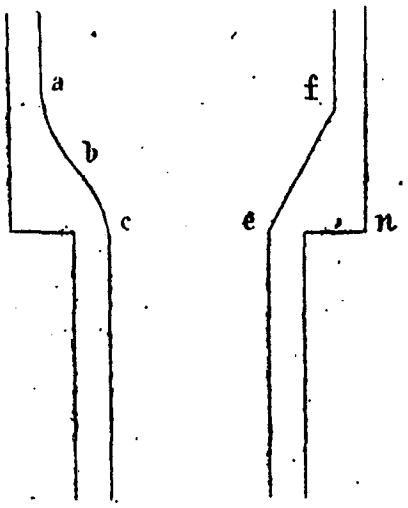


Fig. 1065.

Quand les chevaux et les charrettes doivent pouvoir passer d'un niveau à l'autre, on emploie des chemins d'accès en rampe et alors, les dispositions varient suivant les circonstances, comme on le verra dans les exemples que nous donnerons ci-après.

710. Lorsque le terrain qui forme le lit du fleuve est facilement attaquable par les eaux, il est indispensable de fixer les berges en amont et en aval du pont au moyen de perrés en maçonnerie solidement fondés, lesquels doivent être compris dans l'étude des abords du pont.

D'autre part, dans le but d'éviter les courants obliques (n° 22), on construit assez souvent, immédiatement en amont et en aval du pont, des digues longitudinales (*fig.* 23) convenablement disposées et ayant les dimensions que nous avons indiquées (n° 23). Ces digues forment, avec les levées d'accès, des T dont nous avons donné la disposition d'ensemble au numéro 250 (*fig.* 184 et 185).

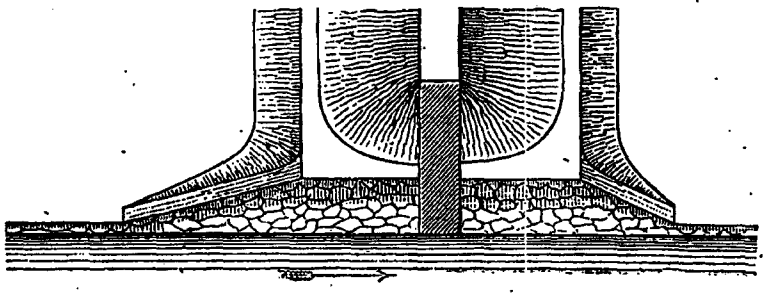


Fig. 1066.

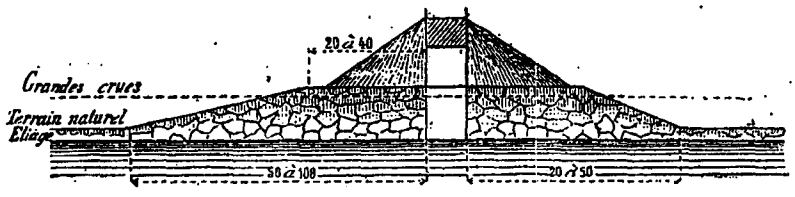


Fig. 1067.

Cette disposition a été appliquée à un grand nombre d'ouvrages. « En outre, dit à ce sujet M. Croizette-Desnoyers, comme l'indiquent en plan et en élévation les figures 1066 et 1067, au lieu d'arrêter les branches à une certaine hauteur au-dessus du terrain naturel, ce qui a lieu sur la Durance parce que les enrochements arrivent par le haut et que les

charrettes ne pourraient pas descendre sur une pente trop forte, il y a lieu de raccorder avec le terrain naturel l'extrémité des digues. — Cette disposition offre de grands avantages, parce que l'extrémité de la digue est beaucoup plus facile à maintenir et surtout parce quelle ne forme pas un musoir saillant contre lequel les eaux se briseraient, attaqueraient le terrain naturel au delà des digues et feraient naître ainsi des demandes d'indemnité. Les talus et la partie submersible du dessus des digues doivent dans tous les cas être défendus par des moyens proportionnés à l'intensité des courants, tels que gazonnements, perrés à pierres sèches, perrés maçonnés, enrochements et même gros blocs de maçonnerie. Il convient fréquemment d'évaser plus ou moins les digues, et l'angle de 22 degrés a été employé dans ce but avec succès, mais il convient toujours de se raccorder normalement avec le pont avant d'y arriver. Enfin, le nombre des guideaux à construire dépend beaucoup de la disposition des lieux et de la rapidité des courants; il est évident, par exemple, que si une des rives est insubmersible, c'est seulement sur la rive opposée que le courant a besoin d'être dirigé.

L'emploi des guideaux s'est beaucoup

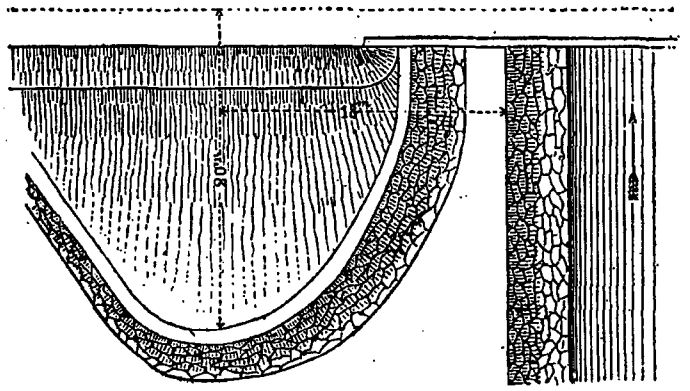


Fig. 1068.

multiplié depuis la crue de 1875, parce qu'ils ont donné lieu de constater qu'une partie des accidents éprouvés aurait pu être prévenue par des travaux de cette nature. On en a construit, à la suite de cette crue, entre Montréjeau et Luchon, pour plusieurs ponts sur la Garonne supérieure qui, quoique ayant résisté, avaient inspiré des craintes. Ceux qui ont été appliqués ainsi au pont de Labroquère ont la forme représentée par la figure 1068. Leurs couronnements ont été établis au niveau de cette crue exceptionnelle, et l'espace qu'ils comprennent est remblayé de manière à présenter une légère pente à partir du chemin de fer. Ils forment ainsi des épaulements très solides dont les talus sont revêtus en maçonnerie. Cette disposition, qui est évidemment très efficace pour résister à des courants violents, a l'inconvénient de présenter peu de saillie et, par suite, de ne pas ramener les filets d'eau aussi normalement au pont qu'on l'obtient avec des guideaux parallèles aux rives. »

II. — Ponts dans les villes.

711. Dans l'intérieur des villes, les berges sont généralement au même niveau que la voie passant sur le pont. Il n'y a plus alors de levée transversale d'accès et, en outre, le pont doit desservir non seulement la rue qui lui fait face, mais encore les quais latéraux.

Quand on dispose d'emplacements suffisants, on peut soutenir les quais au moyen de talus revêtus de perrés, mais le plus

souvent ils sont maintenus par des murs de soutènement verticaux ou présentant un léger fruit.

Les trottoirs se raccordent avec des quarts de rond (*fig.* 1069), en ayant soin de ne rétrécir en aucun point leur largeur.

Lorsqu'on veut dégager la circulation à

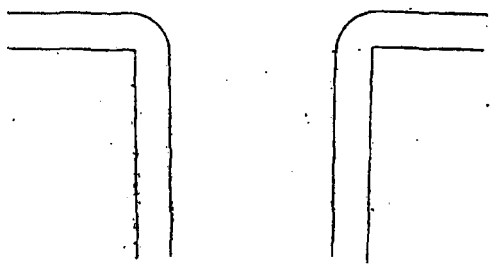


Fig. 1069.

l'entrée et à la sortie du pont, on peut remplacer l'angle formé par l'intersection de chaque quai avec les têtes du pont, soit par un quart de cercle d'un rayon plus ou moins grand (*fig.* 1070), soit par un pan coupé plus ou moins long (*fig.* 1071). On donne ainsi aux voitures plus de longueur pour opérer leur conversion à angle droit. Les surfaces cor-

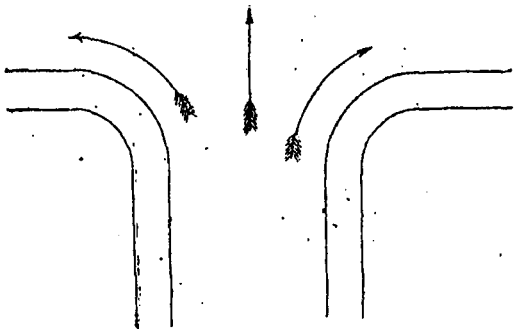


Fig. 1070.

respondant à ces élargissements circulaires ou à pans coupés sont recouvertes par des voussures auxquelles on donne le nom de *trompes* (1).

Dans le cas où l'élargissement est obtenu au moyen de pans coupés, il faut avoir soin d'arrondir les angles *m*, *n*, *p*, *q*, (*fig.* 1071) des bordures de trottoirs, sans quoi les roues des voitures font elles-mêmes ce travail.

712. Enfin, pour terminer ce qui est relatif aux abords des ponts, comme dispositions générales, nous dirons quelques mots de la défense des ponts dans les villes, et nous donnerons, comme exemple, les travaux de défense exécutés au pont d'Ainay, sur la Saône, à Lyon, dont M. l'ingénieur Clarard a rendu compte dans une note publiée en 1885. « Les piles reposent sur de larges massifs d'enrochements, successivement rechargés, qui s'étalant peu à peu constituent une sorte de barrage noyé en travers de la rivière et provoquent à l'aval de grands affouille-

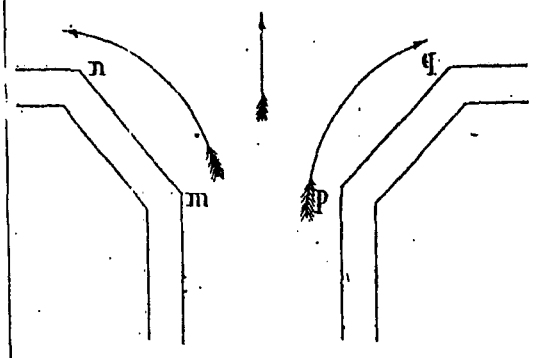


Fig. 1071.

ments. » Pour parer aux dangers résultant de ces affouillements, on a eu recours à de nouveaux enrochements disposés comme on le voit sur la figure 1072. « Pour diminuer autant que possible la dépense, on n'élève pas les traverses et digues d'un seul coup à leur hauteur définitive. On les ébauche par un simple tapissage ; la rivière dépose des remblais et sur ces remblais on échoue de nouveaux enrochements, et ainsi de suite. Cette méthode simple, peu coûteuse, d'une réussite certaine, peut être employée à la correction des gouffres qui existent souvent à l'aval de beaucoup de ponts anciens, dont les piles sont fondées sur des massifs d'enrochements, formant avec le temps des radiers généraux. » On remarquera, sur la figure 1072, que les branches longitudinales des nouveaux enrochements sont

(1) *Traité de coupe des pierres* (5e partie du Cours de construction), par J. Chaix. (N° 470 et 489).

établies dans le prolongement des piles; « elles ont leur couronnement à 3 mètres sous l'étiage à leur origine amont, à 4 mètres au droit de la deuxième traverse, à 5 mètres au droit de la troisième, et à 5 mètres également à leur extrémité aval. Leur rôle est de rompre les courants de retour qui se produisent à la sortie du pont dans le prolongement des arches, et de supprimer ainsi les tourbillonnements qui limitent le chenal de navigation et l'enserrent d'une façon dangereuse. »

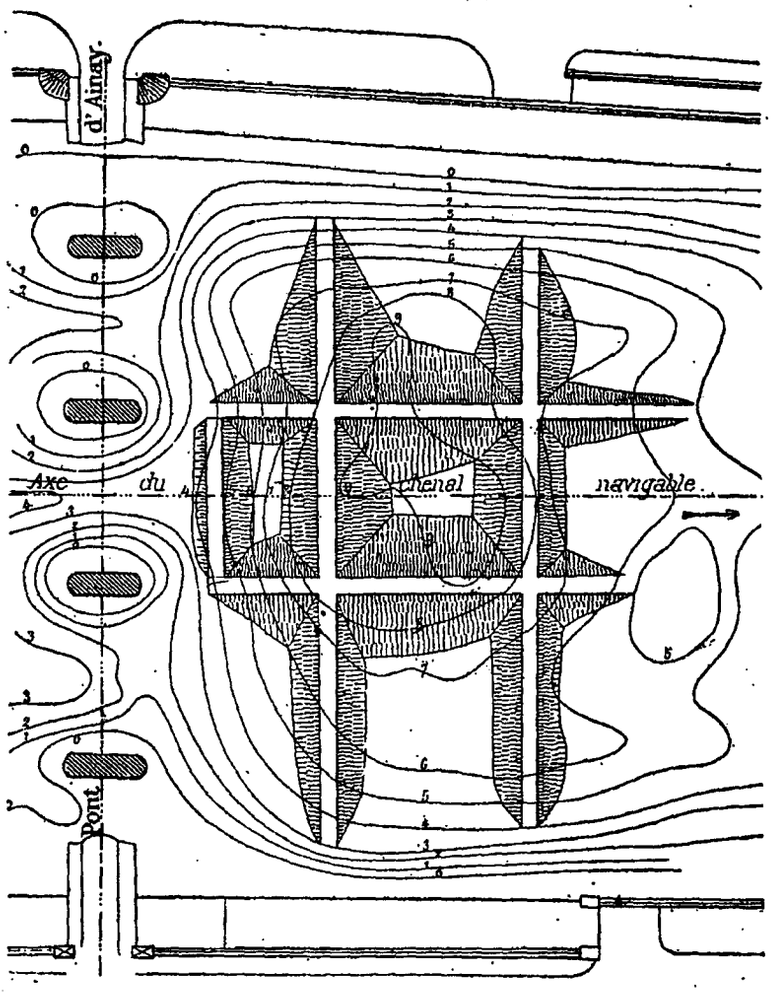


Fig. 1072.

III. — Exemples d'abords.

Après avoir donné des indications générales sur la disposition des abords des ponts, nous allons passer en revue quelques exemples.

713. *Quarts de cônes des viaducs de l'Oise.* — Les quarts de cône qui terminent ordinairement le remblai contre les murs en retour d'un pont ne présentent en général rien de particulier; nous en avons déjà parlé au n° 548. — Pour protéger ces quarts de cône et les talus contre l'effet des eaux, on les gazonne avec soin, après avoir pilonné les terres. Les gazons eux-mêmes sont damés.

Lorsque le gazonnage n'est pas suffisant on perréye la surface des talus au moyen de moellons posés jointivement à sec. Ces moellons sont posés sur une

couche de gravier et de pierrailles pilonnée recouvrant elle-même les terres préalablement pilonnées.

Si la maçonnerie à sec ne paraît pas assez résistante on fait un revêtement en maçonnerie de chaux hydraulique, solidement fondé.

Les quarts de cône ne sont pas toujours faciles à établir ; nous citerons, comme exemple, ceux du viaduc de l'Oise, sur le chemin de fer de Busigny à Hirson, où le terrain de craie marneuse était très mauvais. L'ouvrage proprement dit a bien réussi, mais l'exécution des quarts de cône aux abords de l'ouvrage a été laborieuse.

Le sous-sol avait été préalablement assaini par des pierrées profondes, remplies en moellons secs, rejetant les eaux dans une pierrée de ceinture mise en communication avec l'aval du barrage de l'Oise au moyen d'un acqueduc.

Lorqu'on amena les terres, il se produisit un mouvement dans le remblai avec déchirure et disjonction. Il fallait y couper court puisque l'éboulement pouvait atteindre la rivière et barrer un chemin de grande communication.

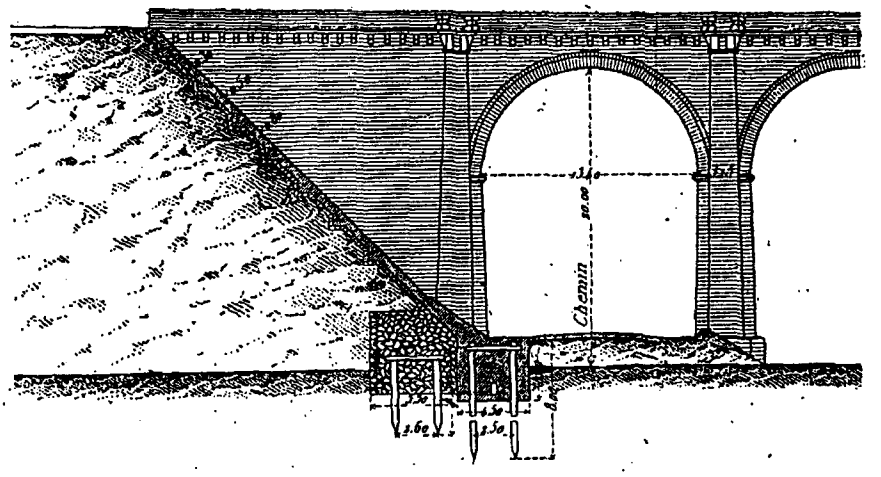


Fig. 1073.

La figure 1073 montre le système que l'on a suivi. Un mur en maçonnerie coiffant deux piles de pieux en aulne, liernés de 9 mètres de longueur et de $0^m,30$ de diamètre, forme ceinture à la base des quarts de cône. Un dalot noyé dans la maçonnerie prend les eaux et les conduit à l'aval de la chute de l'Oise.

Le revêtement du quart de cône, que l'on avait d'abord essayé d'effectuer en gazon à queue, a été reconstruit en maçonnerie de moellons au mortier sur $0^m,50$ d'épaisseur avec crossettes pénétrant dans la masse même des terres pilonnées par couches avec le plus grand soin. La maçonnerie de ce perré repose sur une couche de moellons à sec communiquant avec le dalot d'évacuation.

Du côté Hirson, le remblai a été coupé par des saignées profondes, montant du pied jusqu'à la plateforme, réunies en haut et à moitié de la hauteur par des saignées transversales remplies en moellons. Sur ces saignées, on a refait le talus en bonnes terres, bien pilonnées à partir du pied.

Le prix total du quart de cône s'est élevé à 43 000 francs environ, ce qui fait ressortir le mètre carré de développement à 76 fr. 60.

714. *Pont d'Ivry, sur la Seine.* — Pour raccorder la route avec les chemins de halage, on a employé, au pont d'Ivry, la combinaison représentée en élévation par la figure 1074 et en plan par la figure 1075. Ces figures, empruntées à la planche I de l'atlas joint au mémoire de M. Emmery sur le pont d'Ivry, montrent parfaitement tous les détails de la disposition adoptée.

715. *Pont sur le canal de Chelles.* — Dans la précédente disposition les rampes s'étendent parallèlement à la route sur laquelle elles n'arrivent qu'à une certaine

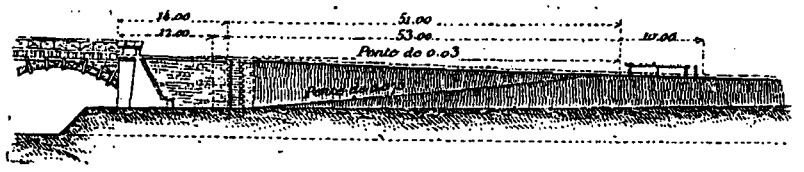


Fig. 1074.

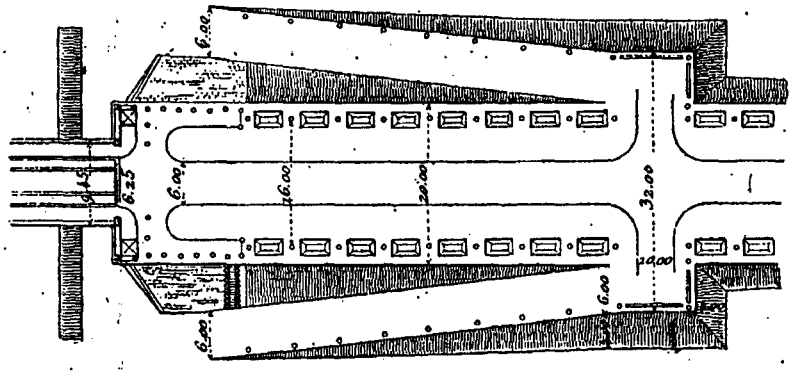


Fig. 1075.

distance de l'entrée du pont. Ici, les rampes se développent parallèlement au canal, comme on le voit sur la figure 1076, représentant le plan de cette disposition.

716. *Pont de chemin de fer, sur la Creuse, à Port-de-Piles.* — Les abords de ce pont, représentés en élévation et en plan par les figures 1077 et 1078, présentent un type très simple, souvent employé aujourd'hui. Les murs en retour de la culée sont en saillie de $0^m,20$ seulement sur la face des tympans. Ils sont traversés par un archet donnant passage au chemin qui longe la berge. On s'est contenté ici d'établir de part et d'autre du pont des escaliers au moyen desquels les mariniers peuvent successivement abandonner la cordè de halage et la reprendre après le passage du pont. Cette disposition est surtout motivée lorsque les berges ont une grande hauteur.

717. *Étude d'après M. Morandière.* — La figure 1079 montre une étude, empruntée au cours de M. Morandière, dans laquelle des escaliers sont prévus de part et d'autre de la culée, comme dans la disposition précédente. Les culées sont terminées par une demi-pile; au-dessus du couronnement de la pile, les maçonneries s'élèvent suivant une courbe inverse pour

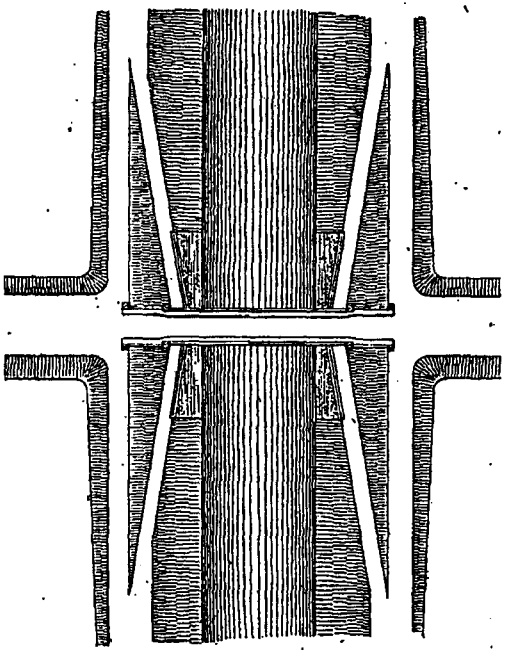


Fig. 1076.

recevoir la plinthe et le parapet, dont la

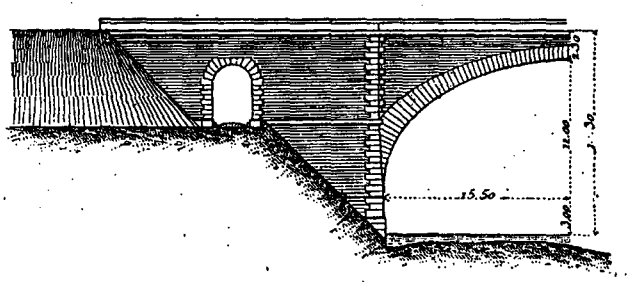


Fig. 1077.

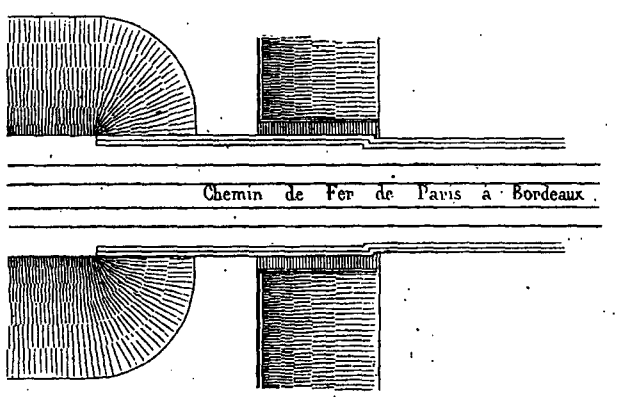


Fig. 1078.

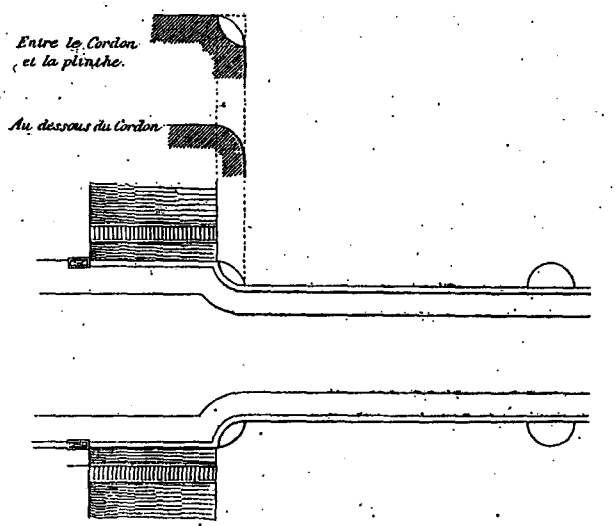


Fig. 1079.

courbure se prête bien au raccordement des abords.

718. *Pont du Sault-du-Rhône.* — Les figures 1080 et 1081 montrent les abords de ce pont, en même temps que la disposition de l'appareil des têtes. Les parapets sont défendus par des bornes demi circulaires. Aujourd'hui on préfère des trot-

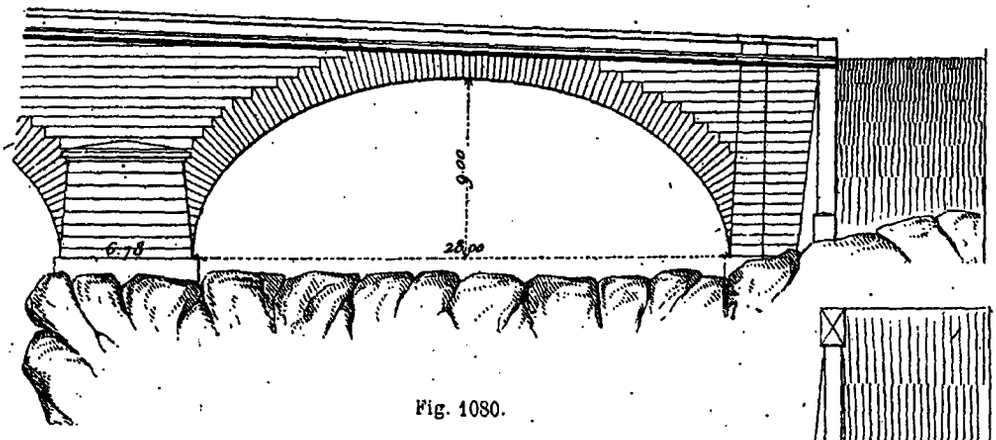


Fig. 1080.

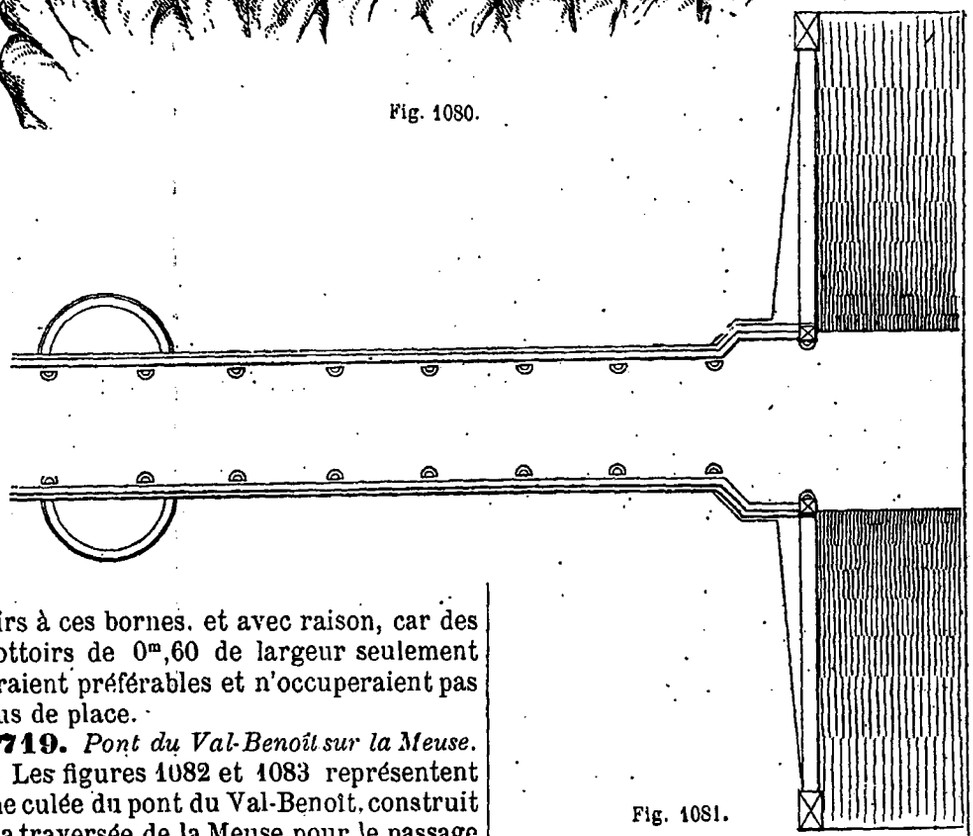


Fig. 1081.

toirs à ces bornes, et avec raison, car des trottoirs de 0m,60 de largeur seulement seraient préférables et n'occuperaient pas plus de place.

719. *Pont du Val-Benoît sur la Meuse.* — Les figures 1082 et 1083 représentent une culée du pont du Val-Benoît, construit à la traversée de la Meuse pour le passage d'une route ordinaire et d'un chemin de fer. Les abords de ce pont sont largement traités ; les murs en retour des culées présentent deux saillies successives et sont traversées par un archet. Le niveau supérieur est relié au chemin de halage au moyen d'escaliers ayant une direction perpendiculaire à celle des voies.

720. *Pont de Chester.* — Les abords de ce pont sont dans le type des murs en ailes à courbure convexe dont nous avons donné le principe (*fig.* 1061). Ils sont représentés en élévation et en plan par les figures 1084 et 1085. C'est un type tout à fait anglais qui ne nous paraît pas à imiter en France.

721. *Pont de Solférino, à Paris.* — Au pont de Solférino (*fig.* 1086, 1087 et 1088), les quais supérieurs et les quais infé-

rieurs sur lesquels s'opèrent le chargement et le déchargement des marchandises sont reliés d'une part, pour les piétons, au moyen d'escaliers accolés aux murs de quais, et d'autre part, pour les charrettes, par des rampes faiblement inclinées, assez éloignées les unes des autres. Cette disposition est très conve-

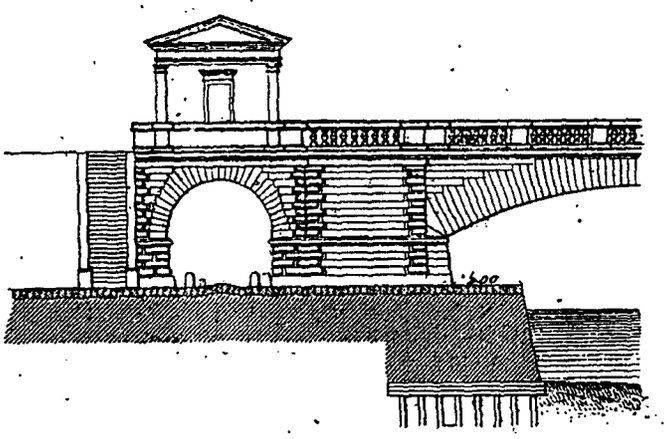


Fig. 1082.

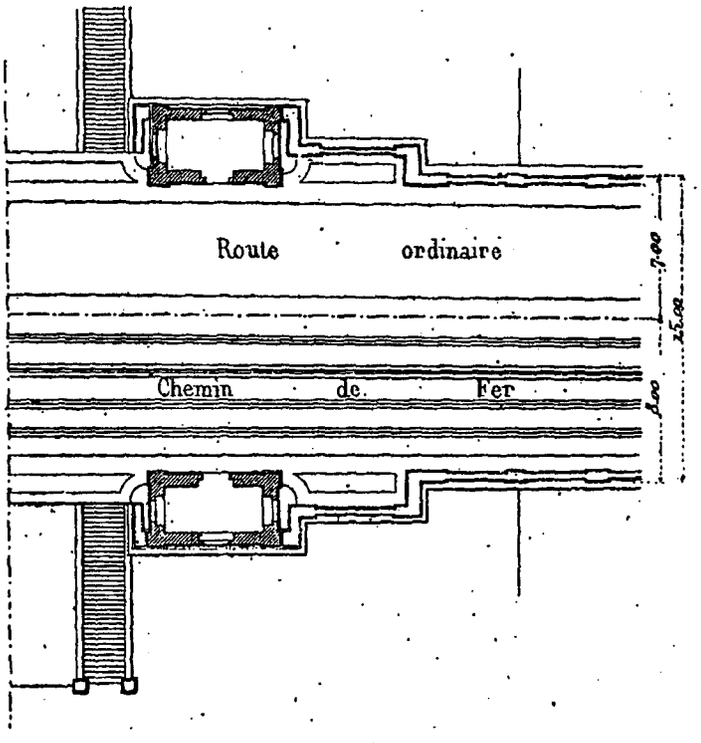


Fig. 1083.

nablement combinée et son aspect est satisfaisant; elle remplit bien les conditions qu'on doit rechercher dans une grande ville.

722. *Pont des Tuileries, à Paris.* — Les abords du pont des Tuileries, à Paris (construit à la fin du XVIIe siècle), ont été exécutés en vue d'un facile raccorde-

ment des chaussées des quais avec la chaussée du pont, pour la circulation des voitures.

Le principe des pans coupés (*fig.* 1071) a été ici largement appliqué, comme on le voit sur les figures 1089, 1090 et 1091.

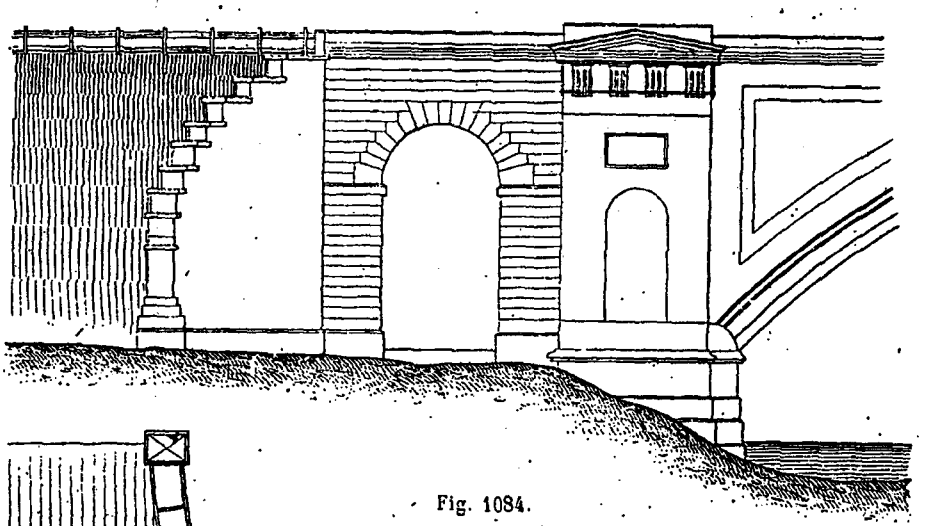


Fig. 1084.

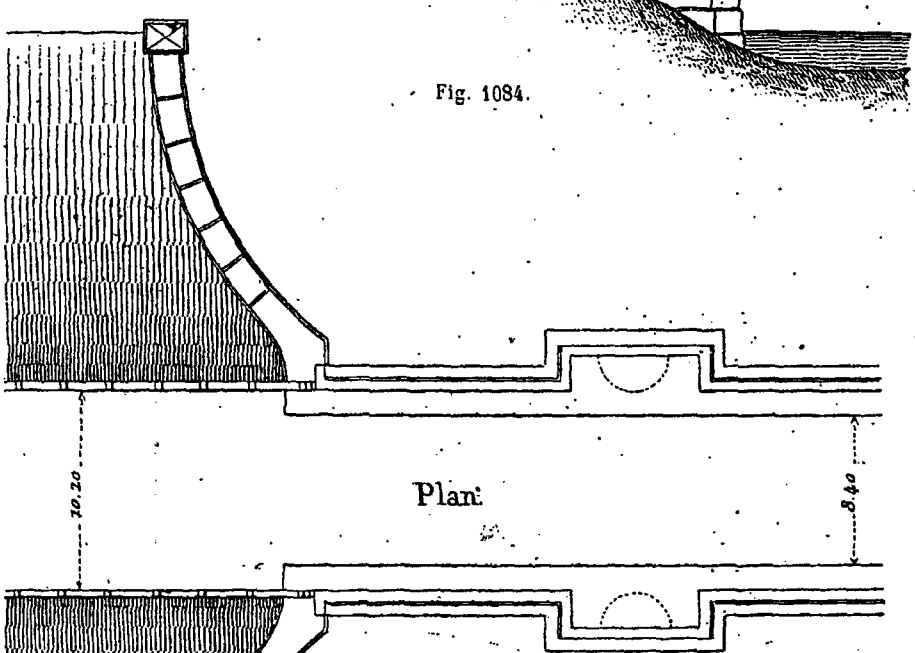


Fig. 1085.

— Les pans coupés à 45 degrés sont formés par des faces verticales aboutissant à la clef des arches de rive.

Le berceau cylindrique de la voûte de ces arches de rive, se prolonge, parallèlement à la culée, jusqu'aux faces à 45 degrés des pans coupés. La voûte est appareillée en berceau ordinaire seulement sur la largeur du pont. Les surfaces triangulaires en plan, formées par l'élargissement, sont recouvertes par des voussures dont l'appareil est établi suivant des lignes convergentes, ainsi que l'indique la coupe transversale (*fig.* 1091) faite sur le milieu de la première arche.

723. *Pont de Tours.* — Comme dans

l'exemple précédent, dans le but d'élargir l'entrée du pont pour en faciliter l'accès aux voitures, les dispositions prises au pont de Tours comportent des voûtes en encorbellement d'un très grand effet (*fig.* 1092 et 1093).

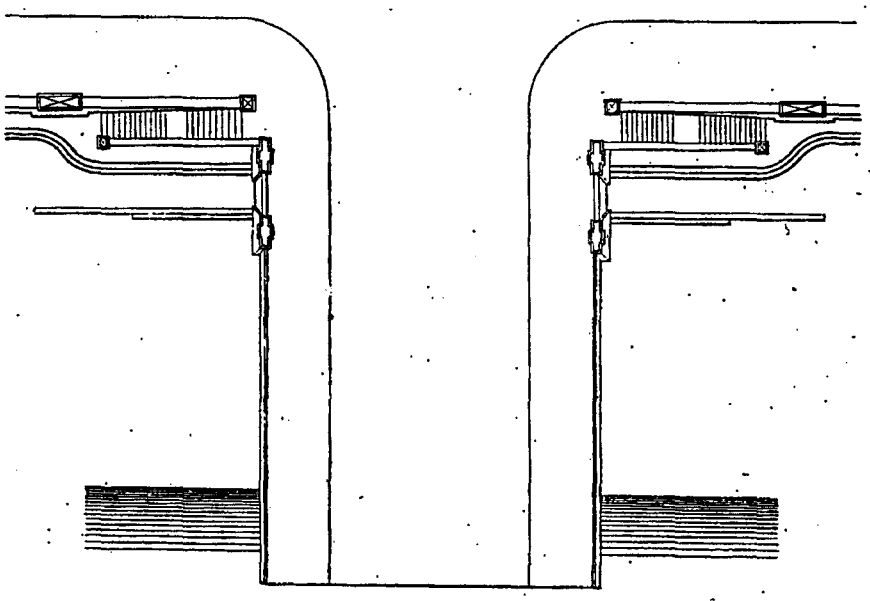


Fig. 1086.

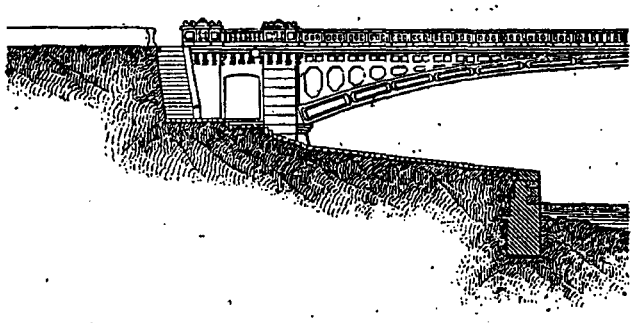


Fig. 1087.

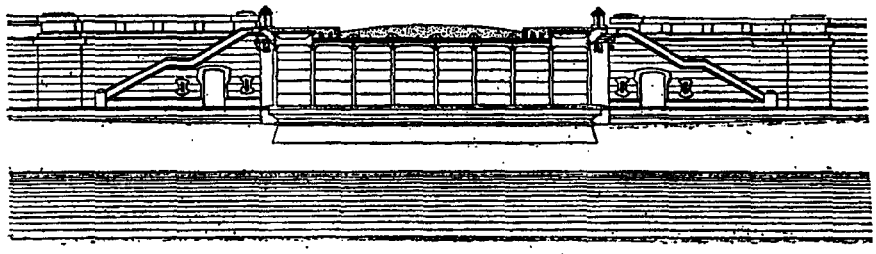


Fig. 1088.

Un avant-corps en saillie sur le mur du quai se raccorde avec la largeur du pont au moyen des quarts de cercle. L'élargissement ainsi réalisé est porté par des voûtes en forme de pendentif définies de la manière suivante : « Une des

culées se réduit à un point situé sur la verticale d'intersection des tympans du pont et du parement du quai. L'autre culée est constituée par une voûte horizontale très étroite dont la courbe d'intrados est le quart de cercle, dont il a été parlé précédemment, qui raccorde le couronnement du pont avec celui du

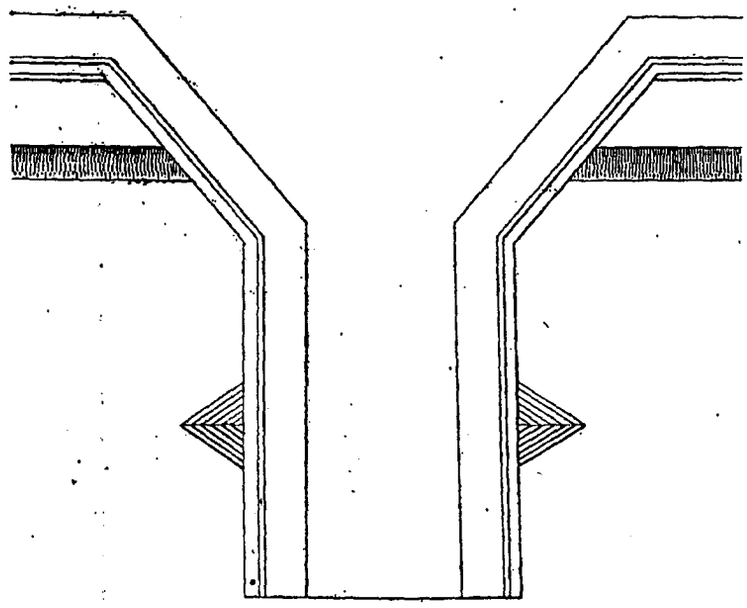


Fig. 1089.

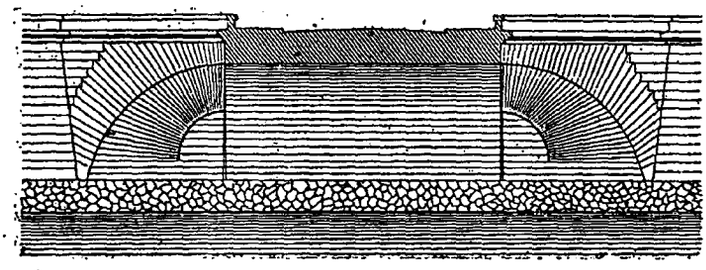


Fig. 1090.

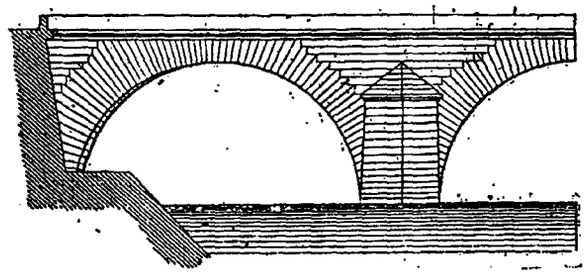


Fig. 1091.

quai. Les courbes de tête de la voûte sont deux quarts d'ellipse identiques, dont l'une concorde avec la demi-tête de l'arche de rive du pont, et l'autre est appliquée sur le parement du quai. — La surface du pendentif est engendrée par

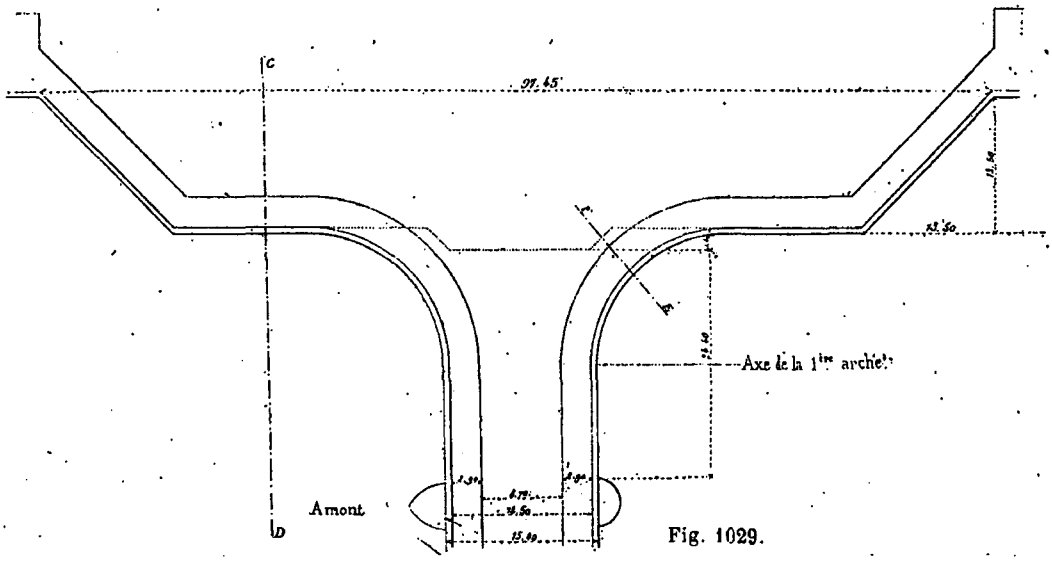
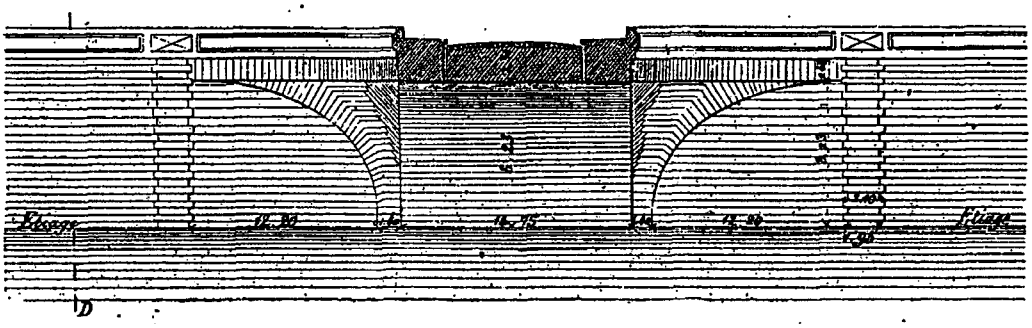


Fig. 1029.



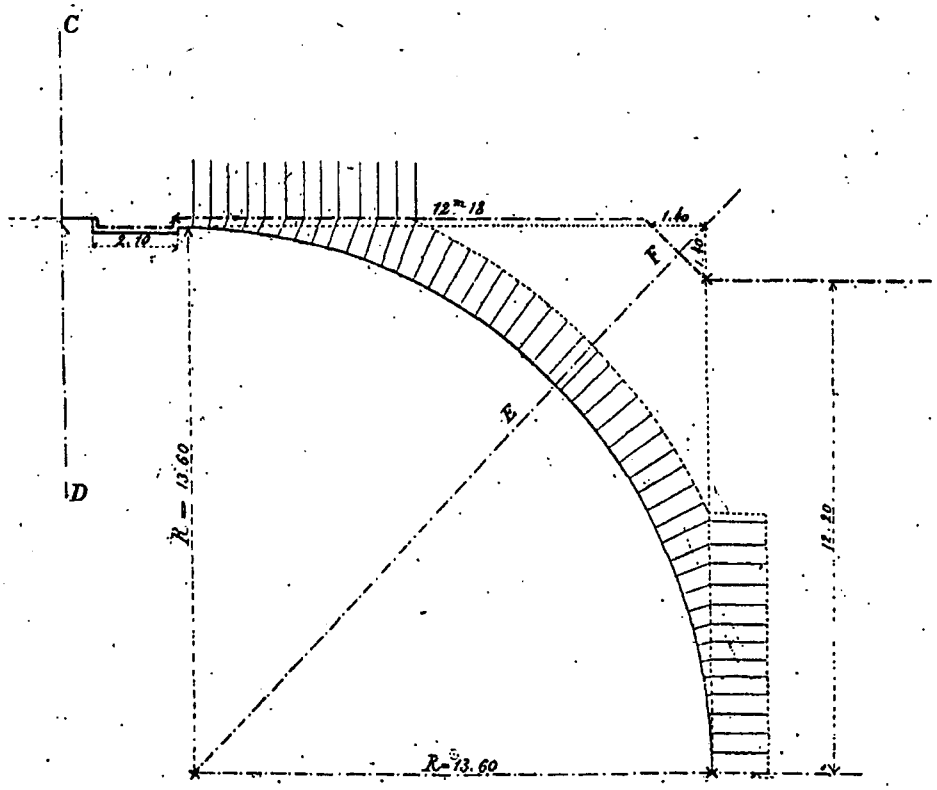


Fig. 1034.

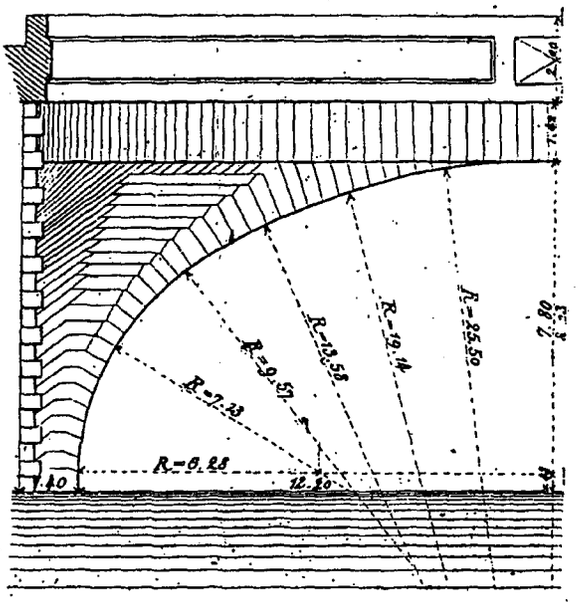


Fig. 1095.

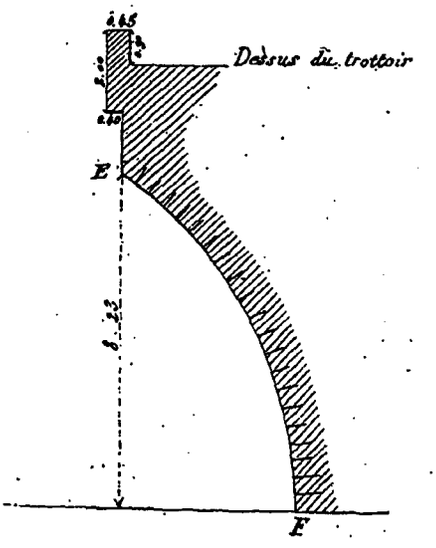


Fig. 1096.

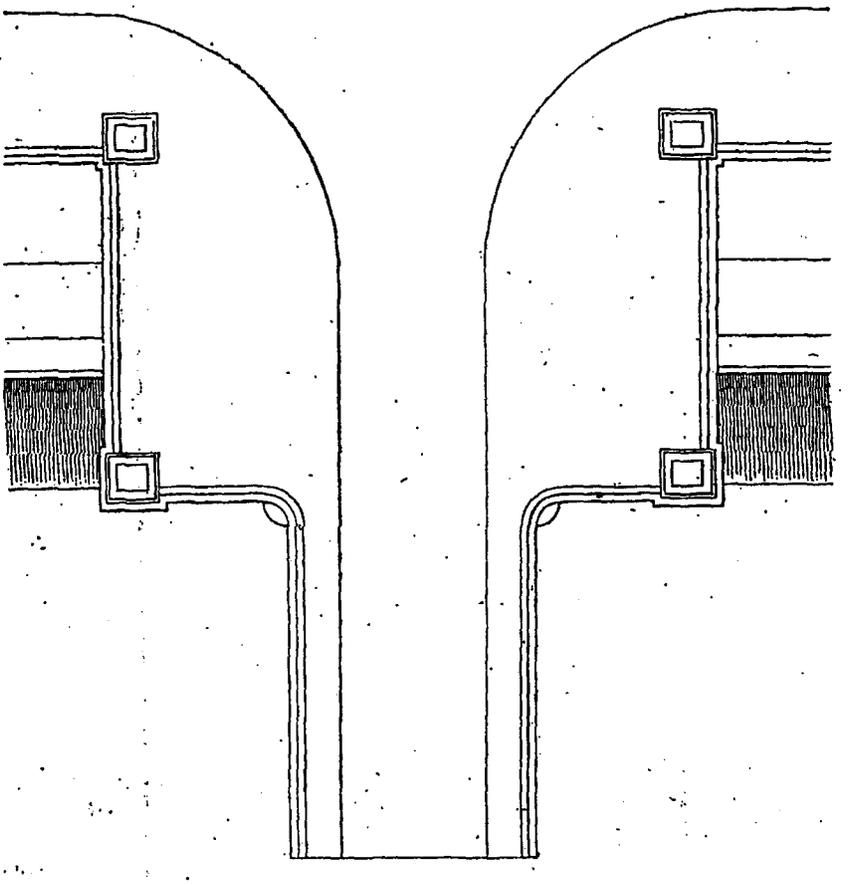


Fig. 1097.

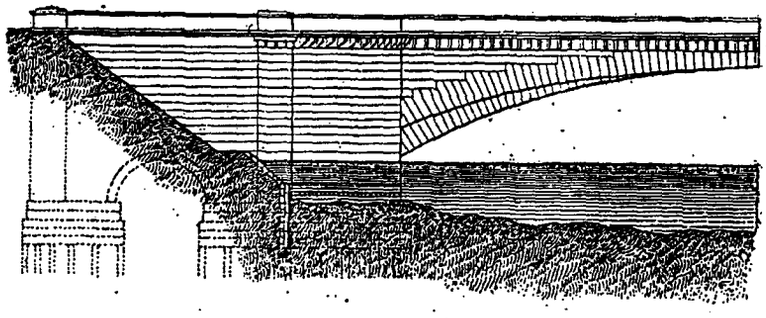


Fig. 1098.

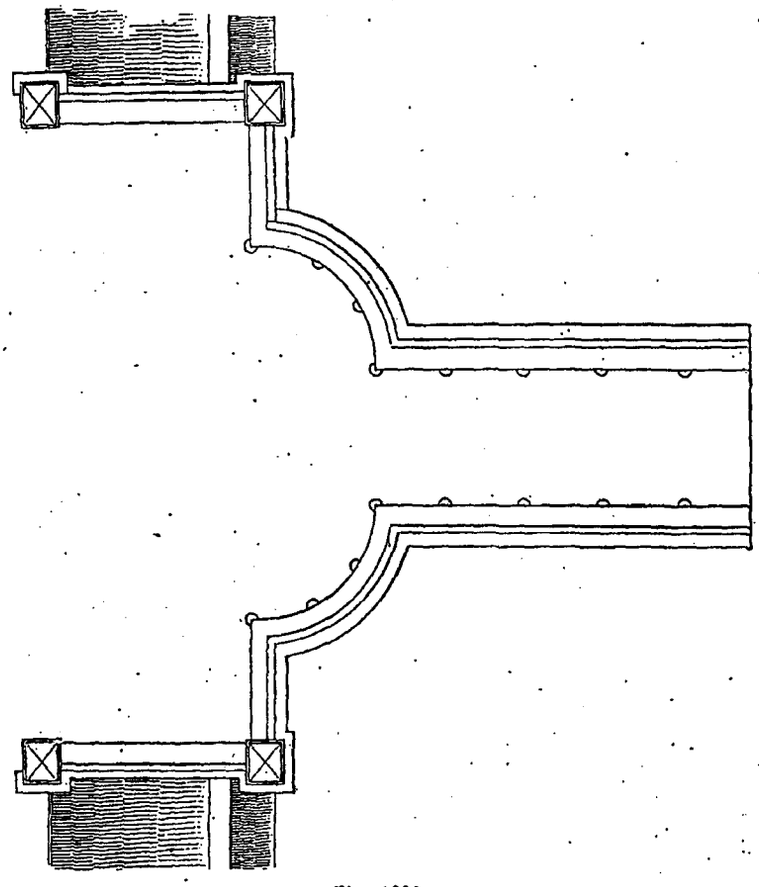


Fig. 1099

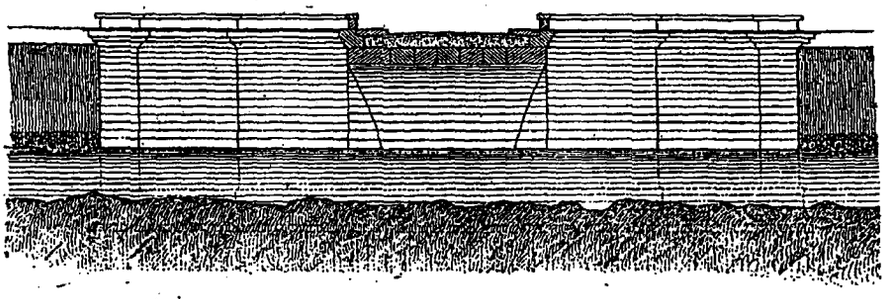


Fig. 1100

la courbe de tête qui pivote de 90 degrés autour de sa tangente verticale (placée à l'intersection du tympan de l'arche et du parement du mur), et se déforme pendant ce mouvement de façon à s'appuyer sur le quart du cercle horizontal qui limite la voûte (*fig.* 1094 et 1095).

En appliquant strictement les règles relatives à l'appareil des voûtes, on serait conduit à diriger les joints continus

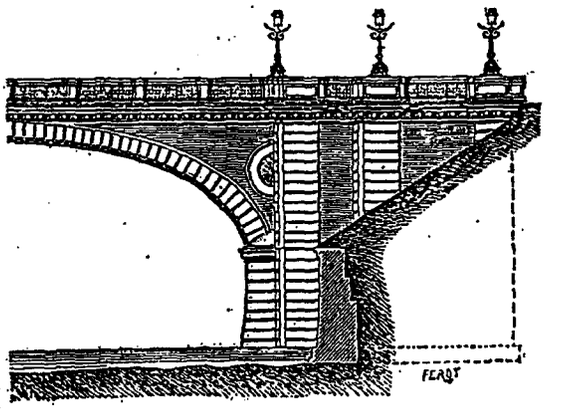


Fig. 1101.

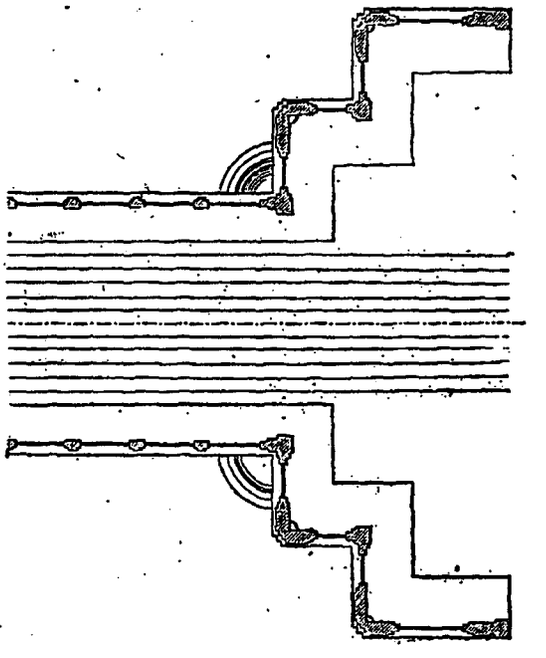


Fig. 1102.

suivant les trajectoires orthogonales de cette courbe génératrice. Mais, pour plus de simplicité, M. l'Inspecteur général Bayeux, qui a dressé au siècle dernier le projet de ce remarquable ouvrage, a substitué, en élévation, à la trajectoire théorique une ligne brisée composée de deux normales aux courbes de tête raccordées par une horizontale. Avec cette modification, on a pu, sans grande difficulté, établir avec quelques tâtonnements les panneaux de taille des voussoirs. » La figure 1096 montre l'élévation suivant CD.

724. *Pont de Neuilly.* — Au pont de

Neuilly, sur la Seine, les abords ont été traités avec beaucoup d'ampleur par Perronet. En arrière de chaque culée a été disposé une sorte de terre-plein rectangulaire (*fig.* 1097) d'une largeur à peu près triple de celle du pont et de 25 mètres de longueur, sur lequel les bordures des trottoirs se développent suivant des quarts de cercle de 45 mètres de rayon. La figure 942 montre l'élévation d'une culée de ce pont.

725. *Pont de Turin, sur la Dora.* — Les abords de ce pont (*fig.* 1098, 1099 et 1100) peuvent être cités comme un bel exemple à appliquer dans une grande ville.

Ils se composent d'un terre-plein analogue à celui du pont de Neuilly, ayant 38^{m},50 de largeur sur 15^{m},00 de longueur et d'un élargissement, obtenu au moyen de deux quarts de cercle. Cet élargissement est soutenu par deux quarts de cylindre à parements convexes, de 7 mètres de rayon, disposés dans les angles des culées.

Ces abords établis avec ampleur aux deux extrémités, contribuent à donner un beau caractère d'élégance à l'ouvrage.

726. *Pont de Valentino, à Turin.* — Ce pont, construit tout récemment sur le Pô, en amont de Turin, présente dans ses abords des dispositions plus largement traitées encore que les précédentes. Les ingénieurs Italiens, dans le but de faire concourir à l'embellissement de l'ensemble les constructions accessoires des abords, ont été conduits à adopter pour le pont de Valentino un terre-plein comportant deux élargissements rectangulaires successifs très nettement accusés par de larges chaînes verticales en pierre de taille (*fig.* 1101 et 1102). Le premier élargissement, qui fait suite au pont de 15 mètres environ de largeur, a 26 mètres sur 5 m., et le deuxième, faisant suite au précédent mesure 37^{m},50 sur 9 mètres.

727. *Conclusion.* — Pour terminer ce qui est relatif aux abords des ponts, nous concluerons avec M. Degrand que les ponts de Neuilly, de Tours, des Tuileries, de Turin, que l'on vient de citer, sont des ouvrages d'une importance exceptionnelle justifiant les dispendieuses dispositions qui leur ont été appliquées ; le plus souvent, il n'y a lieu qu'à l'exécution de travaux beaucoup plus restreints, répondant strictement aux nécessités que la situation comporte. La seule condition obligatoire, en résumé, est celle déjà mentionnée d'assurer les plus grandes commodités possibles pour les piétons comme pour les voitures, entre la voie du pont et celles existant à ses extrémités. En dehors de cela, c'est d'après l'ensemble de l'ouvrage que les dispositions définitives de ses abords doivent être arrêtées, de façon à augmenter sans l'exagérer l'importance des culées, à raccorder sans transition trop brusque les parements plus ou moins ornementés du pont avec les surfaces nues des murs de quais, murs de soutènement ou simples talus adjacents. Enfin, à tirer le meilleur parti possible de ces ouvrages accessoires, pour concourir au bon effet de l'ensemble, sans y consacrer aucune dépense exagérée.

CHAPITRE VI

ÉLARGISSEMENT DES PONTS

§ I. — *ÉLARGISSEMENT PAR ENCORBELLEMENT*

I. — Encorbellements en maçonnerie.

728. A l'époque où beaucoup de ponts anciens ont été construits, on ne prévoyait pas le développement rapide et considérable que prendrait la circulation sur les voies publiques. En raison de ce grand développement, des ponts qui assuraient largement la circulation à l'époque de leur construction, sont devenus insuffisants aujourd'hui ; de sorte qu'on a assez souvent à les élargir, pour

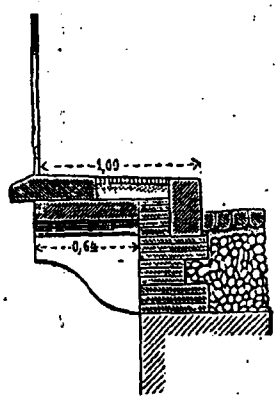


Fig. 1103.

éviter une reconstruction totale beaucoup trop dispendieuse.

L'élargissement d'un pont peut se faire de bien des manières. La disposition à adopter dépend de la largeur existante de la chaussée et des trottoirs, et des largeurs nouvelles à obtenir. Elle dépend encore du plus ou moins de solidité des fondations des piles et culées, de la somme d'argent dont on dispose pour effectuer le travail, et enfin, de la nécessité qu'il y a, dans certains cas, à ne pas défigurer l'aspect du pont, surtout quand l'ouvrage à élargir a quelque valeur architecturale.

On comprend, par conséquent, qu'il est difficile de donner des règles précises en ce qui concerne l'élargissement d'un pont en maçonnerie. L'Ingénieur devra prendre, dans chaque cas particulier, les dispositions qui rempliront le mieux les diverses conditions à remplir.

Néanmoins, pour fixer les idées, nous allons donner quelques exemples d'élargissements, en commençant par ceux qui

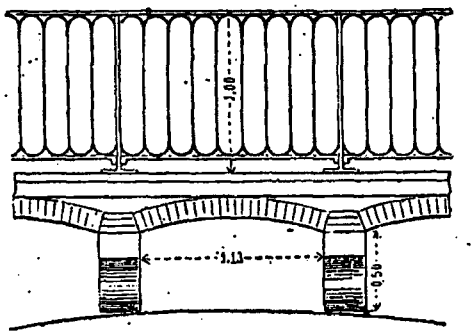


Fig. 1104.

sont obtenus au moyen d'encorbellements en maçonnerie.

729. *Élargissement du pont de Cazère sur la Garonne.* — L'élargissement de ce pont a été réalisé au moyen de consoles en pierre, recevant les retombées de petites voûtes surbaissées en briques. (*fig.* 1103 et 1104). Les consoles sont espacées de 1^{m},13 entre parements ; elles ont 0^{m},50 de hauteur et sont en saillie de

0m,64 sur le nu des tympans. Les voûtes en briques, reposant sur les consoles, supportent une plinthe de forme simple, légèrement en saillie, sur le bord de laquelle est fixé un garde-corps en fer.

Avec cette disposition on a pu obtenir un élargissement total d'environ 2 mètres, soit un mètre de chaque côté, comprenant une augmentation de 0m,60 en encorbellement et le reste gagné par la suppression de l'ancien parapet en pierre et son remplacement par un garde-corps métallique.

La dépense a été de 220 francs environ par mètre courant d'encorbellement.

730. *Élargissement au moyen de dalles supportées par des consoles en pierre.* — Dans les pays où l'on peut facilement et

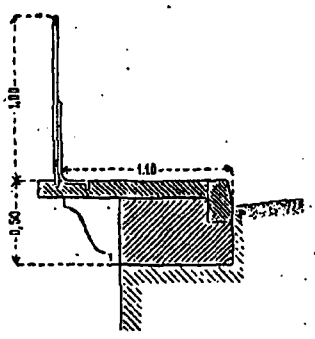


Fig. 1105.

à bon compte se procurer des dalles de qualité et de dimensions convenables, on adopte, pour effectuer l'élargissement du pont, la disposition représentée par les figures 1105 et 1106. Cette disposition ne diffère de la précédente qu'en ce que les petites voûtes surbaissées en briques sont ici remplacées par de simples dalles reposant sur des consoles en pierre.

L'espacement des consoles dépend évidemment des longueurs courantes des dalles, ainsi que de leur épaisseur.

Ce genre de construction est assez économique et permet d'obtenir un élargissement suffisant dans la plupart des cas.

Dans l'exemple représenté par les figures 1105 et 1106 on a, comme dans celui qui précède, un encorbellement de 0m,60 de chaque côté. La chaussée a seulement 0m,20 de moins que précédemment parce que les trottoirs ont 1m,10 de largeur au lieu de 1 mètre.

La dépense par mètre courant de ce genre d'élargissement au moyen de dalles, est essentiellement dépendant du prix des dalles dans le pays d'emploi. On peut dire, qu'en *moyenne*, elle est sensiblement la même que celle relative à l'élargissement au moyen de voûtes en briques.

731. *Élargissement du pont de Clerval, sur le Doubs.* — L'élargissement du pont de Clerval a été effectué en 1875 par M. Vernis, alors ingénieur en chef des ponts et chaussées. La construction de cet ouvrage date du commencement du XVIe siècle.

D'une largeur insuffisante, d'une construction lourde et massive, mais solide,

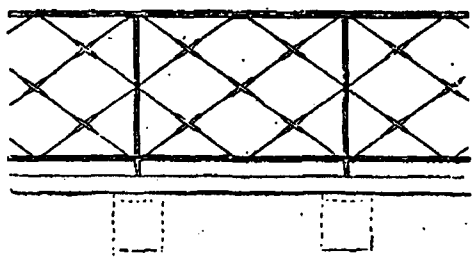


Fig. 1106.

le pont de Clerval pouvait facilement et très économiquement être élargi par encorbellement, de manière à présenter une voie suffisante pour la circulation assez restreinte qu'il est appelé à desservir. Il présente l'exemple le plus frappant des résultats qu'on peut obtenir dans ce genre de travaux modestes et économiques.

La largeur entre parapets n'était que de 4m,36.

Avant la guerre de 1870, on avait préparé plusieurs projets d'élargissement consistant dans la construction d'un deuxième pont accolé au premier, de manière à porter la voie charretière à 8m,30, y compris trottoirs.

Pendant la guerre deux arches furent détruites par la mine, ainsi que la pile commune à ces deux arches.

Le pont a été reconstruit et, en même temps, la largeur de la voie a été portée à 6m,30 comprenant une chaussée de 4m,70

et deux trottoirs de 0m,80. L'élargissement a été obtenu par encorbellement et des garages ont été ménagés à l'amont sur la saillie des avant-becs.

Dans la dépense totale l'élargissement figure pour 23 800 francs, ce qui fait, par mètre superficiel d'élargissement, 163 fr. ou 262 fr. environ par mètre courant.

Or, le moins coûteux des élargissements totaux, projetés avant la guerre, s'élevait

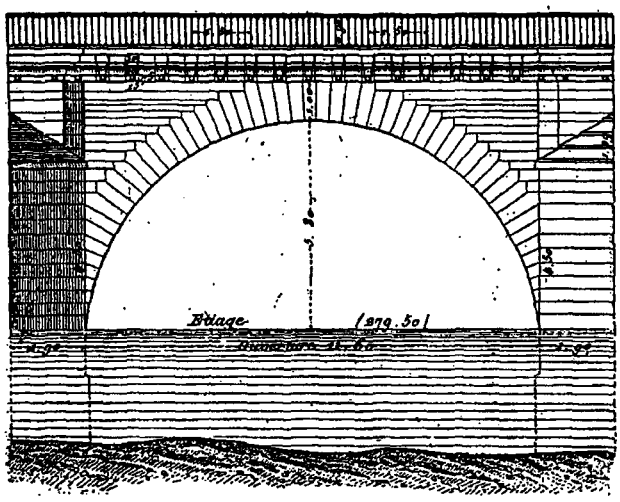


Fig. 1107.

à 90 000 francs. C'est donc une économie de 66 200 francs qui a été réalisée par l'emploi de l'encorbellement.

La disposition adoptée est représentée par les figures 1107 à 1111. La figure 1107 est l'élévation de l'une des arches reconstruites. La figure 1109 montre la coupe transversale sur l'axe d'une arche de l'ancien pont et la figure 1108 une coupe transversale sur l'axe d'une arche du pont actuel. Enfin, les détails de l'encorbellement sont représentés par les figures 1110 et 1111.

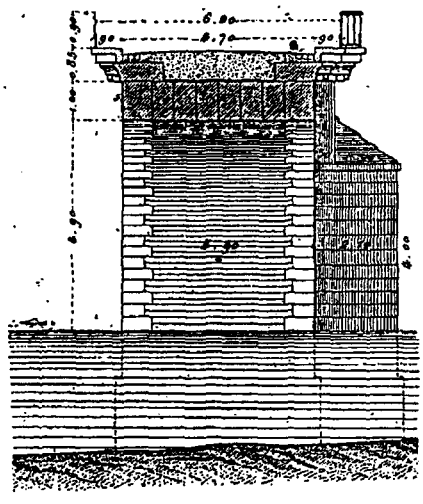


Fig. 1108.

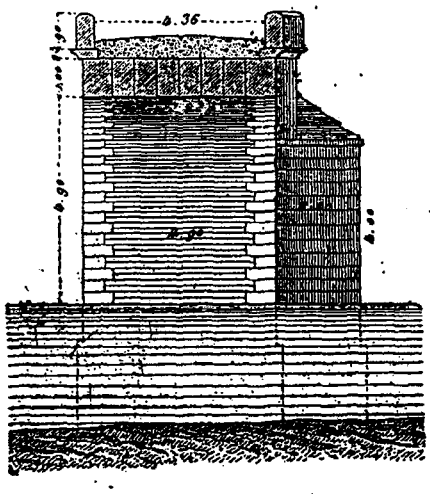


Fig. 1109.

Comme on le voit sur ces figures, l'en-

corbellement se compose d'une assise de 0m,50 de hauteur, formant une corniche coupée de distance en distance par des consoles de même hauteur. Sur ces consoles repose un modillon ayant en tête 0m, 30 de largeur sur 0m,20 de hauteur et 0m,35 de longueur.

Une dalle de 0m,15 d'épaisseur, portant sur les modillons et sur la bordure de trottoir entaillée en biseau, reçoit le garde-corps en fer.

La bordure de trottoir porte sur la corniche et sur les consoles. Les pierres formant corniche ont 1m,25 de longueur totale, et 1m,25 de saillie en surplomb de

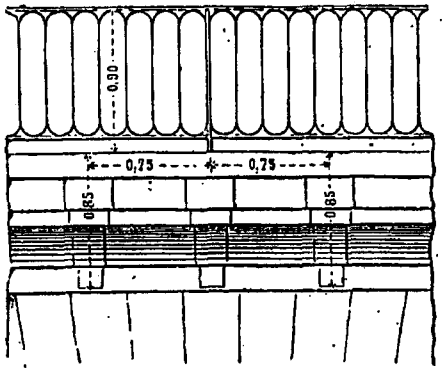


Fig. 1110.

la tête du pont; les consoles ont 1m,65 de longueur totale et 0m,65 de saillie.

Grâce à l'évidement des moulures, la partie en encorbellement est très légère et les conditions d'équilibre très larges, même en supposant le trottoir occupé par une file d'hommes serrés coude à coude, à raison de deux par mètre courant. Son aspect est très satisfaisant.

732. *Élargissement dans le système du pont des Andelys sur la Seine.* — Pour des élargissements peu considérables, une disposition analogue à celle qui a été appliquée par M. Degrand à la construction du pont des Andelys, pourrait très bien suffire. (Voir *fig.* 834 pour un fragment d'ensemble de ce pont, la figure 835 donnant le détail de l'arcature au-dessus d'une pile, et les figures 1003 et 1004 montrant le détail du couronnement: consoles en pierre et, sur le bord de la plinthe, parapet en briques à jour.)

Cette disposition comporte en effet, en remplaçant le parapet en briques par un garde-corps métallique, une saillie de 0m,50 par rapport au parement extérieur des murs de tympans.

Pour d'anciens ponts, ayant des parapets en pierre de taille de 0m,40 à 0m,50 d'épaisseur, on obtiendrait en tout, par la suppression de ces derniers, bien près d'un mètre de largeur supplémentaire de chaque côté.

La coupe transversale du couronnement, représentée par la figure 1003, montre comment la stabilité de semblables parapets est obtenue lorsqu'on les exécute en

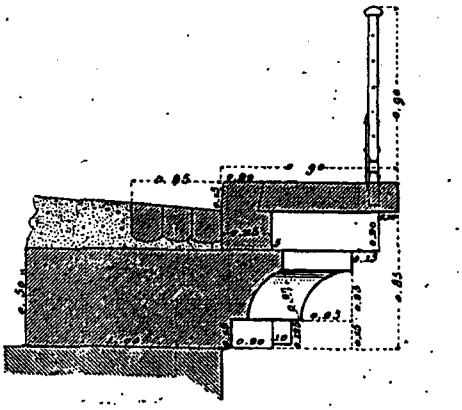


Fig. 1111.

briques. — On obtient une stabilité satisfaisante grâce à la disposition des crampons reliant entre elles et à la maçonnerie des têtes, non seulement les pierres formant modillons, mais encore celles disposées dans l'intervalle de ces derniers et les dalles supérieures de recouvrement. En outre de ces crampons, de grandes tiges de scellement verticales sont logées dans la partie pleine de l'appareil de briques et reliées longitudinalement, suivant l'axe du parapet, par des lisses continues allant de bout en bout jusqu'aux extrémités du pont où elles sont solidement scellées dans les dés de pierre de taille des culées. On a ainsi formé, à l'intérieur du parapet en briques, un véritable garde-corps métallique dont toutes les parties se trouvent noyées dans la maçonnerie et acquièrent par cela même, malgré leur

grand espacement, une extrême rigidité.

Aux ponts des Andelys et de Courcelles, sur la Seine, des parapets ainsi disposés, et exécutés depuis une quinzaine d'années, se sont maintenus jusqu'à ce jour sans éprouver la moindre déformation.

733. *Élargissement dans le système du viaduc d'Edimbourg.* — Les trottoirs du petit viaduc construit par Telford à Edimbourg, sont en encorbellement sur le nu des tympans. Ces trottoirs sont supportés par des voûtes en arc de cercle beaucoup plus surbaissées que celles des corps du pont. (Voir fig. 785 et 786.) — Mais ici, les voûtes latérales ont à très peu près la même ouverture que les voûtes principales et leurs retombées se fait sur des pilastres saillants descendant jusque sur

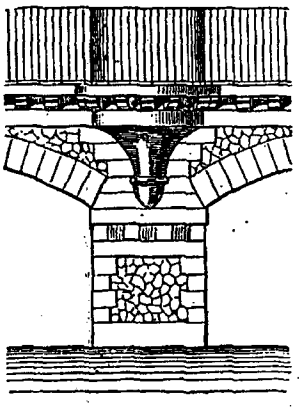


Fig. 1112.

des socles ou avant et arrière-becs des piles. Il en résulte que, pour appliquer cette disposition à l'élargissement d'un pont, il faut pouvoir prendre les points d'appui sur les piles existantes, quand on ne veut pas faire un élargissement total. — Cette possibilité se rencontre d'ailleurs assez souvent et alors la disposition en question est à recommander.

« Lorsque nous eûmes occasion de voir, en 1842, ce viaduc de Dean-Bridge, dit M. Morandière, nous fûmes tellement frappé de la légèreté et de l'élégance de ses formes que nous ne le quittâmes qu'après avoir relevé soigneusement l'élévation.

L'élégissement des voûtes sous les trottoirs, ne produit pas sans doute une économie bien certaine, à cause des sujétions qui en sont la conséquence ; mais évidemment il y a là une idée qui pourrait recevoir de nombreuses applications pour l'élargissement d'anciens ponts, et notamment pour porter à deux voies la largeur des viaducs construits pour une seule voie de chemin de fer. En ajoutant de chaque côté, des arches latérales légères, on obtiendrait facilement la largeur réglementaire de 8 mètres entre les faces des garde-corps, et les deux voies reposeraient tout entières sur le massif primitif dont la largeur est d'environ 5 mètres ».

734. *Élargissement du pont de Pont-de-Ruan, sur l'Indre.* — Une autre disposition d'élargissement, plus dispendieuse toutefois que la précédente, est celle qui a été

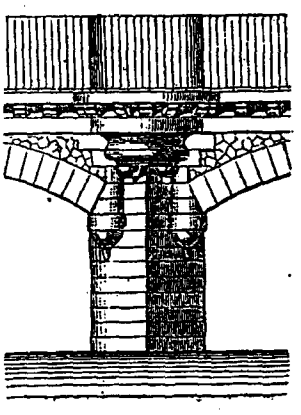


Fig. 1113.

projetée par M. l'ingénieur Chemin pour un pont sur l'Indre et dont nous empruntons la description à l'ouvrage de M. Croizette-Desnoyers.

M. l'ingénieur Chemin, afin de pouvoir utiliser, pour supporter des arches en maçonnerie, les piles sur lesquelles reposent actuellement de nombreuses travées en charpente à Pont-de-Ruan, sur l'Indre, a projeté des élargissements au moyen de consoles et des garages supportés par des culs-de-lampe. La figure 1112 indique la disposition projetée à l'aval, où les piles sont terminées carrément, et la figure 1113 s'applique aux avant-becs triangulaires du côté d'amont. Une coupe transversale (*fig.* 1114) donne l'ensemble des deux dispositions.

La largeur actuelle de 5 mètres entre les têtes se trouverait portée à 6 mètres, non compris les garages.

Des élargissements du même genre ont déjà été réalisés précédemment, dans la même vallée, près d'Azay-le-Rideau.

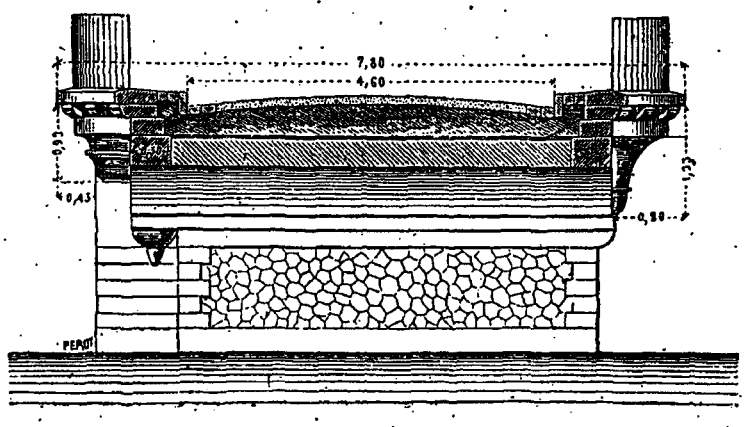


Fig. 1114.

735. *Autres dispositions.* — La plupart des dispositions qui ont été indiquées pour l'obtention de refuges dans les couronnements (n° 702), peuvent être appliquées à l'élargissement après coup de ponts existants, en employant ces dispositions sur toute la longueur de l'ouvrage.

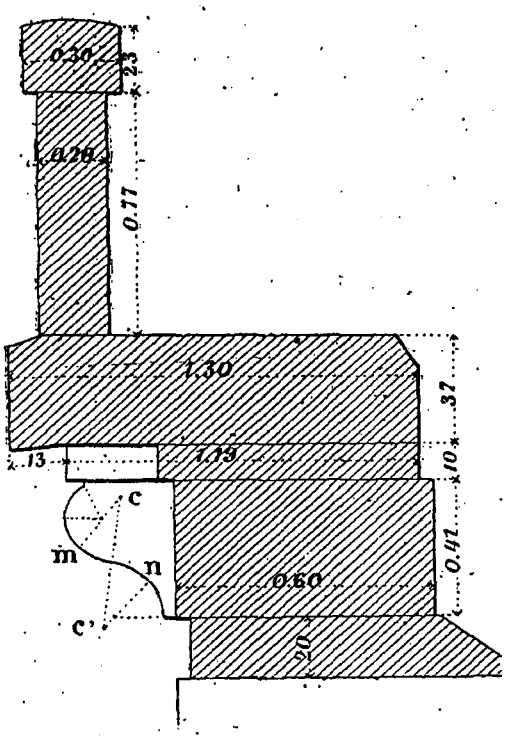


Fig. 1115.

Telles sont celles représentées par les figures 1016 (pont de Port-Sainte-Marie sur la Garonne), 1017 (viaduc de Port-Launay, sur l'Aulne), 1018 (viaduc de Comelle).

Les mâchicoulis du pont-canal d'Agen (*fig.* 991) peuvent aussi servir avec succès de modèle pour les élargissements à réaliser après la construction première. La suppression du parapet en pierre de taille et son remplacement par un garde-corps métallique, permettraient d'augmenter encore l'élargissement.

736. *Résumé.* — En résumé, lorsque les anciennes maçonneries des tympans sont bien conservées et qu'elles sont en état de recevoir avec toute la solidité désirable un encorbellement à forte saillie, il suffit en général, pour effectuer l'élargissement du pont, de modifier le couronnement en le composant d'une plinthe supportée par des consoles. Le parapet, ou mieux le garde-corps métallique, étant placé sur le bord extérieur de la plinthe, les trottoirs se trouvent à peu près complètement en encorbellement et, le plus souvent, avec cette simple disposition on arrive à une augmentation suffisante de la largeur.

Lorsque ce moyen ne suffit pas, on augmente la force et la saillie des consoles qu'on espace davantage et sur lesquelles on fait reposer soit des voûtes légères très surbaissées, soit des dalles.

Les ouvrages de construction récente dans lesquels, par raison d'économie, on a cherché à réduire à son minimum la largeur entre les têtes, tout en conservant à la voie sa largeur nécessaire, peuvent fournir d'utiles indications sur ce qu'on peut faire pour élargir d'anciens ponts devenus trop étroits.

On pourra consulter à ce sujet diverses

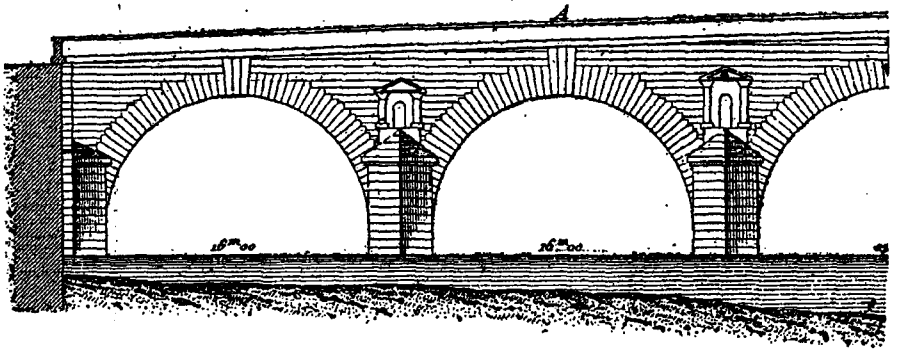


Fig. 1116.

dispositions contenues dans les figures précédemment données (*fig.* 820 et 821, 833, 846, 852, 866, 989, 990, 991, 1003, 1005, 1006 et 1027).

La figure 1115 ci contre est un excellent type de couronnement permettant l'élargissement d'un pont. Cet élargissement peut du reste être augmenté par une plus grande saillie des consoles et par le remplacement du parapet en pierre par un garde-corps métallique beaucoup moins épais.

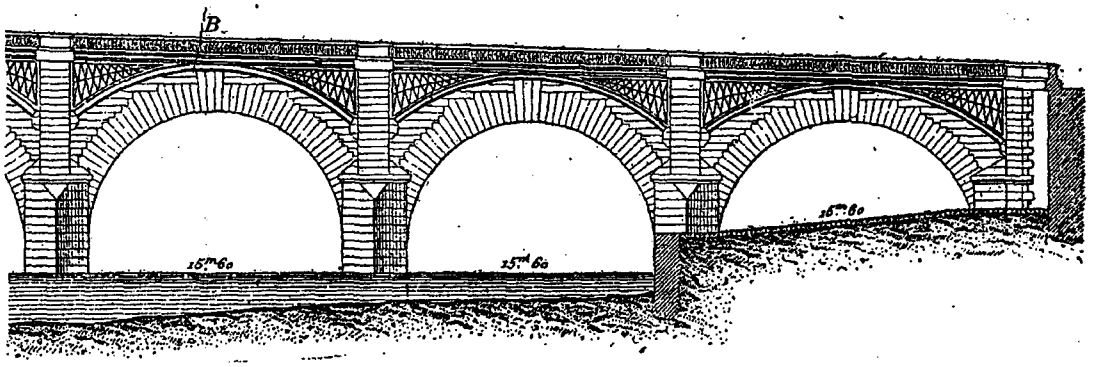


Fig. 1117.

II. — Encorbellements métalliques.

737. *Élargissement du pont de la Tournelle à Paris.* — Le porte-à-faux des encorbellements en pierre ne peut évidemment dépasser la limite au-delà de laquelle la stabilité de la construction ne présenterait plus la sécurité désirable. Il en résulte que lorsque l'élargissement à effectuer est assez considérable l'emploi du métal s'impose. On peut en effet, grâce à l'emploi de pièces métalliques convenablement disposées, obtenir de grands encorbellements offrant toute la solidité voulue.

Au pont de la Tournelle à Paris, qui date du règne de Louis XIV, l'élargissement a été obtenu au moyen d'arcs en

fonte s'appuyant sur des pilastres élevés sur les avant et arrière-becs des piles et culées. C'est pendant les années 1845 à 1848 que furent exécutées les améliorations apportées à ce pont et consistant dans l'abaissement de la chaussée et dans son élargissement.

La largeur entre les têtes est restée ce qu'elle était : 13m,80. Mais, par suite de

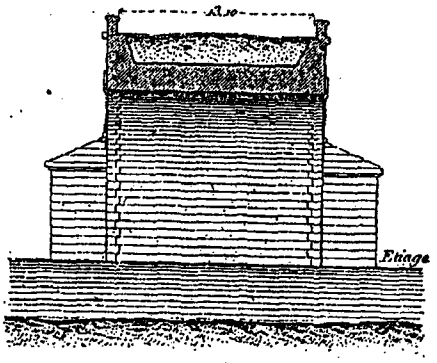


Fig. 1118.

la disposition en encorbellement adoptée pour les trottoirs, la distance entre les garde-corps en fonte qui surmontent les arcs dont il vient d'être question, est de 16m,30, dont 10m,30 pour la chaussée et 6 mètres pour les deux trottoirs.

Les figures 1116 à 1119 montrent le travail effectué :

(*Fig.* 1116. — Élévation de l'ancien pont.)

(*Fig.* 1117. — Élévation du pont élargi.)

(*Fig.* 1118. — Coupe transversale en A du pont avant l'élargissement.)

(*Fig.* 1119. — Coupe transversale en B du pont après l'élargissement.)

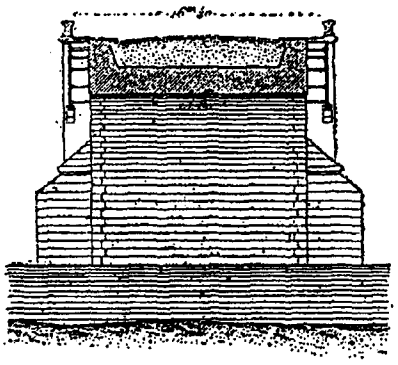


Fig. 1119.

« Le résultat obtenu en faveur de la circulation est très bon, dit M. Morandière, mais l'effet n'est pas heureux. On aurait pu faire beaucoup mieux, si, au lieu d'arcs métalliques, on eût adopté des arcs en pierre, et si on se fût inspiré du

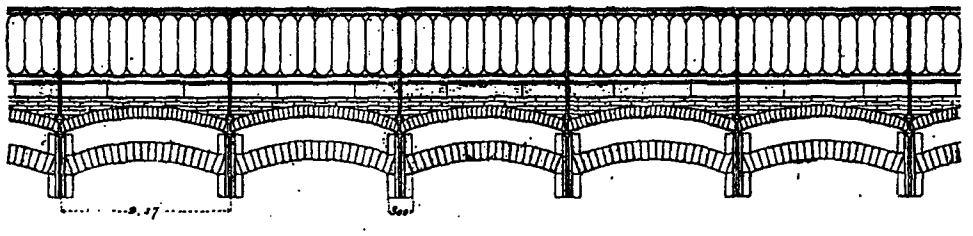


Fig. 1120.

joli viaduc d'Édimbourg, dont les figures 785 et 786 présentent l'élévation générale et les détails. »

Dans le cas particulier qui nous occupe, il a été possible de construire, sur les avant et arrière-becs, des pilastres recevant les retombées des arcs. Ces arcs pouvaient donc être en maçonnerie, sans inconvénient.

Mais quand l'élargissement doit être complètement en encorbellement, sans appui sur les piles et culées, et que, d'autre part, la plus grande économie doit présider au travail à effectuer, la solution précédente ne serait plus applicable.

On a alors recours à des dispositions beaucoup plus modestes dont nous allons donner deux exemples.

738. *Élargissement du pont de Saint-Ambroix (Gard).* — La voix charretière

de ce pont, situé sur la route nationale n° 104, n'avait que $3^m,40$ de largeur entre parapets, et il fut décidé qu'on lui donnerait $4^m,60$ et qu'on établirait en outre, de chaque côté, des trottoirs de $0^m,70$. Il eût été imprudent d'adopter des dimensions plus grandes, à cause de l'état médiocre des maçonneries et de la saillie déjà considérable de la voie charretière, qui était en moyenne de $0^m,20$ et qui atteignait sur certains points jusqu'à $0^m,30$, à cause des irrégularités des parements des têtes.

M. l'ingénieur en chef Charles Bernard a réalisé l'élargissement de la manière suivante (*fig.* 1120 à 1124).

Aux murs des tympans ont été juxtapo-

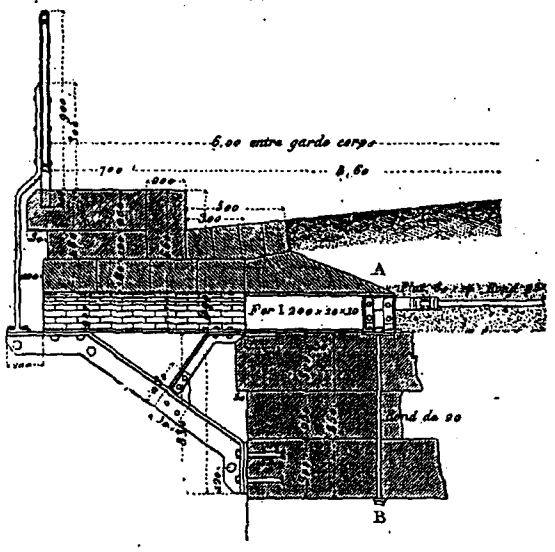


Fig. 1121.

sées des voûtes en briques soutenues par des consoles métalliques espacées de $2^m,17$ d'axe en axe, au-dessus de la première arche, et de $2^m,12$ au-dessus de la deuxième et de la troisième arche. La dépense eût été moindre si l'on avait espacé davantage les consoles ; mais on était arrêté par la solidité médiocre des maçonneries.

Les consoles sont formées par des poutres horizontales double T, encastrées dans les maçonneries de $0^m,75$ et contrebutées par des jambes de force, formées de deux cornières assemblées.

Chaque poutre repose sur une pierre de taille en saillie de $0^m,05$ sur le parement des tympans et pénétrant d'au moins un mètre, en utilisant pour cet usage les anciens bahuts des parapets et les cordons.

L'extrémité inférieure de chaque jambe de force est fixée au moyen de quatre

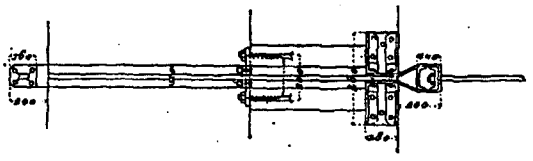


Fig. 1122.

boulons, sur une plaque de fonte qui est elle-même scellée sur une pierre de taille, traversant de part en part le mur des tympans.

Cette pierre de taille est reliée à la précédente au moyen d'un étrier dont le serrage peut se faire à volonté, de manière à empêcher tout mouvement de basculement autour de l'arête d'appui des poutres horizontales.

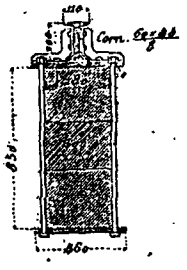


Fig. 1123.

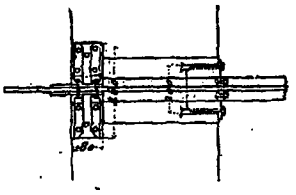


Fig. 1124.

Les consoles sont reliées les unes aux autres par des tirants noyés dans du béton, et destinés à empêcher tout mouvement de rotation autour des lignes d'appui des jambes de force.

Une bonne partie des murs de tympans était en mauvais état ; elle a été reconstruite à neuf en disposant les maçonneries en forme de voûte, ainsi que l'indique la figure 1120, de manière à reporter sur les pierres de scellement des jambes de force tout le poids de l'encorbellement.

Dans les parties où les tympans étaient en bon état, on s'est borné à démolir la

surface strictement nécessaire et l'on a relié solidement les nouvelles maçonneries aux anciennes.

La dépense a été de :

Partie métallique	14 089 f.
Maçonneries, chaussées, caniveaux, etc.	7 921
Travaux en régie.	616
Total . . .	22 626 f.

Le pont ayant 92 mètres de longueur, l'élargissement est revenu à 246 francs le mètre linéaire, et 136 francs le mètre superficiel.

Mais en réalité, il y a à tenir compte des sujétions exceptionnelles qu'ont présentées la démolition et la reconstruction des maçonneries, par suite de la largeur extrêmement réduite du passage et

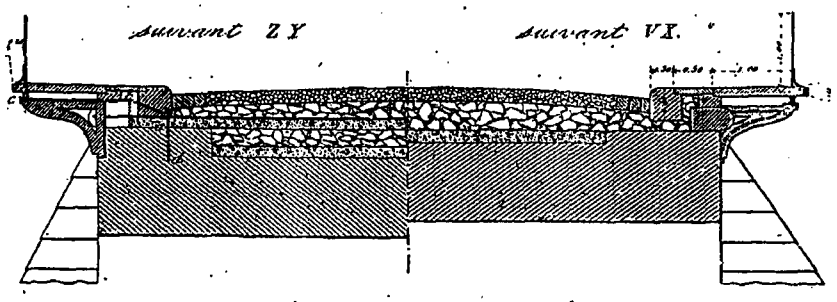


Fig. 1125.

de l'importance relativement considérable de la fréquentation.

M. l'ingénieur Bernard pense que, dans les circonstances ordinaires et en adoptant un type de parapet plus simple que celui qui a été employé, on peut admettre que le prix d'élargissement ne dépasserait pas 180 francs le mètre linéaire du pont, soit 90 francs de chaque côté.

Ces travaux, exécutés en 1874, et dont M. Bernard a rendu compte dans une note des *Annales des ponts-et chaussées* de

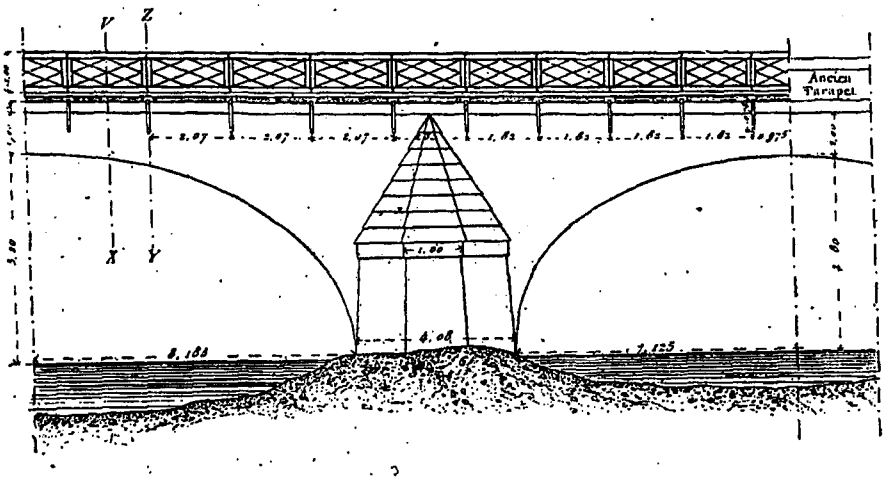


Fig. 1126.

1877, se sont parfaitement comportés depuis.

739. *Élargissement du pont de Pau, sur le Gave de Pau (Basses-Pyrénées).* — Nous donnons enfin, comme dernier exemple d'élargissement des ponts au

moyen d'encorbellements métalliques, celui qui a été exécuté en 1843 sur l'ancien pont de Pau. Cet ouvrage a été deux fois élargi; c'est du premier élargissement dont nous nous occupons en ce moment.

L'ancien pont placé entre Pau et Jurançon était composé de sept arches sur-

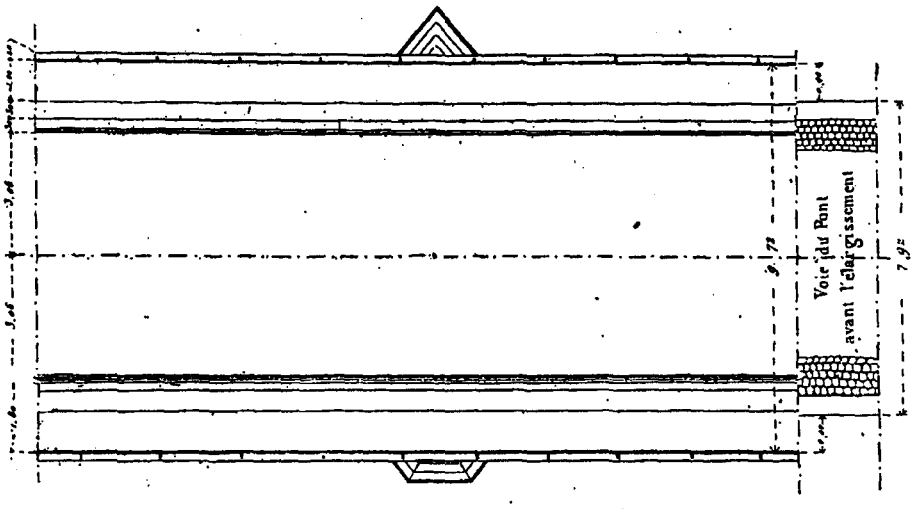


Fig. 1127.

baissées présentant entre les têtes une largeur de 7m,92. Sa largeur de voie n'atteignait pas tout à fait 6 mètres, parce que les parapets en pierres, épais chacun de 0m,40, et les bornes et les rigoles, occupaient environ 2 mètres. Il convenait de réserver toute cette dimension aux

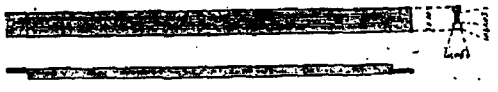


Fig. 1128.

voitures et dès lors d'ajouter des trottoirs en encorbellement pour la circulation des piétons.

Voici la disposition imaginée par M. l'ingénieur Ménard de la Groye, pour réaliser l'élargissement (*fig.* 1125 à 1131).

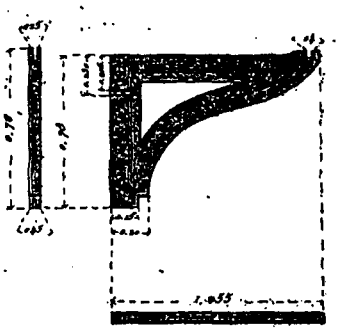


Fig. 1129.

Les trottoirs ont été soutenus par le

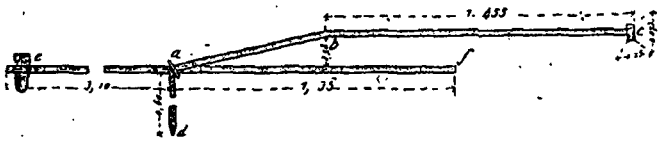


Fig. 1130.

moyen de consoles en fonte de fer, écartées au maximum à 2m,07 d'axe en axe. L'intervalle entre les plus rapprochées est de 1m,60.

Ces irrégularités proviennent des différences entre les ouvertures des arches et entre les épaisseurs des piles.

Les consoles se trouvent fixées par scellement à fleur des têtes du pont dans des rainures verticales, et sont en outre consolidées au moyen de tirants en fer forgé appliqués sur leur partie supérieure. Les extrémités de ces barres sont fortement encastrées, de manière à prévenir un mouvement en avant des supports.

Chaque console (*fig.* 1129) affecte la forme d'un triangle rectangle, dont le côté opposé à l'angle droit est profilé suivant une courbe d'égale résistance ou parabole, se prolongeant par un quart de rond à courbure inverse et se terminant par un petit filet de la dimension d'une retraite ménagée entre lui et l'extrémité de l'arc de cercle. La résistance n'exigeant pas

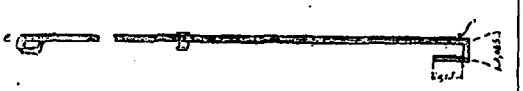


Fig. 1131.

qu'elle fût massive, on l'a évidée en son milieu, afin de diminuer son poids.

Le côté à encastrer dans les pierres des têtes du pont est celui qui est perpendiculaire à l'axe de la parabole. L'autre doit adhérer exactement avec le tirant en fer destiné à prévenir le moindre mouvement dans le sens horizontal ; c'est pourquoi la pièce porte dans sa face supérieure une rainure dans laquelle cette barre est exactement encastrée.

Les tirants en fer forgé *dabc* (*fig.* 1130) sont terminés par une tête carrée destinée à former écrou contre l'extrémité saillante de la console. Ils présentent en *a* et *b* deux coudes suivant leur longueur, parce que, posés à petite distance en contre-bas de la surface extérieure de la voie du pont, ils doivent d'abord s'infléchir sur l'arête intérieure de la plinthe en pierre de taille qui surmonte la tête du pont, afin de descendre au-dessous de la chaussée ; et puis pénétrer d'aplomb dans les massifs des voûtes de manière à prendre une fiche stable, non sujette à arrachement.

D'autres tirants *ef* (*fig.* 1130 et 1131) ont été établis horizontalement sous l'entière largeur de la chaussée, dans le but de rendre solidaires les consoles correspondantes des deux têtes. Ils embrassent par un crochet le côté vertical de ces supports, traversent la plinthe, et sont fixés au premier tirant (qu'ils rencontrent au niveau du coude inférieur) par une bande de fer fortement serrée contre les deux barres. Les deux branches de ces longs tirants qui partent des consoles de tête, se rencontrent sous l'axe longitudinal du pont, et sont alors agrafées ensemble par le moyen d'un coin de fer enfoncé avec effort dans l'assemblage à moufle qui les termine.

Des poutrelles en fonte de fer (*fig.* 1128), reposant sur les extrémités saillantes des fermes constituent l'appui longitudinal nécessaire pour l'établissement des trottoirs. Deux petits bourrelets faisant corps avec la console, maintiennent ces pièces, assemblées sur les supports à mi-épaisseur dans le sens vertical, en empêchant leurs extrémités de glisser, soit en avant, soit en arrière.

Le trottoir est formé avec des dalles ; celles de l'encorbellement s'appuient, d'un côté, de $0^m,10$ sur la tête du pont, et de l'autre sur la poutrelle dont elles débordent le parement extérieur, de $0^m,20$. Cette saillie est indispensable à la stabilité du garde-fou, ajusté sur des montants verticaux qui traversent l'épaisseur du dallage et descendent jusqu'à la console sur laquelle ils sont fixés. Il importe de prévenir un déversement à l'extérieur, et dès lors il faut fortifier chaque montant par une sorte de contre-fiche, susceptible d'augmenter l'empatement de sa base. Ces dispositions et celles relatives à l'établissement détaillé des trottoirs sont indiquées dans les figures 1125, 1126 et 1127.

Les consoles, les extrémités des tirants enfoncés dans les massifs des voûtes ont ont été scellées au plomb fondu, ainsi que les parties des montants et contre-fiches des garde-fous en contact avec les dalles ; on a fait couler ce plomb de manière à fermer exactement tous les vides et à établir une adhérence invariable et intime entre le métal et la pierre. Une enveloppe de

0m01, d'épaisseur, en mastic bitumineux, empêche les infiltrations d'eau d'atteindre la surface extérieure des barres de fer engagées sous les terres et la chaussée en recouvrement des voûtes du pont, et les met ainsi à l'abri de la moindre oxydation.

Il est sans doute inutile d'ajouter que la mise en place des consoles et tirants supérieurs n'a exigé ni échafaudages, ni interception de la voie du pont. Pour entailler les parements des têtes aux emplacements des consoles, il a suffi de soutenir avec des cordages les deux extrémités d'une échelle couchée horizontalement. Ces liens ont été convenablement maintenus au moyen d'une simple poutre reposant sur le sol et le long du parement intérieur du parapet. En la faisant avancer par impulsions successives dans le sens de son axe, on déplaçait l'échelle avec la plus grande facilité, de manière à la mettre en regard des différentes rainures à creuser.

Après la démolition du parapet et le soulèvement de la plinthe (cette dernière opération inévitable a permis d'exécuter sur pierres détachées les entailles dans cette assise), on a introduit et fait descendre de la partie supérieure, sans appui en avant du plan de la tête du pont) la console dans sa coulisse de scellement. Elle s'est trouvée assez bien assujettie, dès la simple mise en place du tirant supérieur pour que non seulement ce seul soutien lui suffît, mais encore pour qu'elle pût porter déjà un échafaudage.

L'établissement des tirants supérieurs devait forcément entraîner à une petite interruption du passage. Il fallait ouvrir des tranchées dans son entière largeur, parce que ces barres venaient de chaque côté, à l'axe du pont. Il paraît convenable de les poser sur une couche de béton et pour cela les coupures ont été creusées sur 0m,10 de largeur et sur une profondeur de 0m,20 en contre-bas de l'arase supérieure de la plinthe. Les matériaux se trouvant prêts et à pied-d'œuvre, l'étendage du béton, la mise en place avec l'agrafement des deux tirants qui se correspondent dans le sens horizontal et vertical, et le coulage du mastic bitumineux ont pris un temps fort court. On pouvait attendre pour ce travail l'heure de la moindre circulation dans la journée, ou mieux le renvoyer à la nuit. On a toujours pris ce dernier parti.

L'ajustement exact de la console et la vérification très précise de l'intervalle entre deux consoles consécutives, précédait le coulage du plomb fondu dans les vides, entre les faces d'encastrement de la console et du tirant supérieur et les parois des enveloppes. On rapprochait ensuite les pierres de la plinthe, entaillées aux passages des consoles et tirants, de manière à les remettre exactement en place. Le reste de la construction rentrant dans la catégorie des ouvrages ordinaires les plus usuels, il ne convient pas d'entrer dans d'autres détails.

La dépense a été évaluée à 130 francs environ par mètre linéaire d'élargissement de chaque côté du pont, soit 260 fr. environ par mètre courant de pont.

§ II. — *ÉLARGISSEMENT TOTAL*

740. *Élargissement total du pont de Pau, sur le Gave de Pau.* — Ce pont, encore désigné sous le nom de pont de Jurançon, a été élargi une deuxième fois en 1872.

Cet élargissement définitif dû à MM. Conte Granchamps et Muller, a été réalisé d'une manière très ingénieuse et très artistique à la fois et produit un effet fort élégant.

On a vu l'aspect de l'ancien pont, après son élargissement par encorbellement. (*fig.* 1126). Son aspect actuel, après l'élargissement total et définitif, est représenté par la figure 1132. — La figure 1133 représente, à plus grande échelle, l'élévation d'une pile et d'une demi-arche.

Enfin, la figure 1134 montre la coupe transversale de l'ouvrage sur laquelle on voit la disposition adoptée pour l'élargissement.

Le premier élargissement avait porté

la largeur primitive du pont de 7m,12 à 10m,10 (cette dernière quantité mesurée entre les arêtes extérieures des dalles d'encorbellement).

Mais cette largeur devenant insuffisante, on obtint, en 1872, un nouvel élargissement en accolant en amont et en aval de l'ancien pont, deux nouveaux ponts de 1m,54 de largeur.

L'intrados des têtes actuelles a été raccordé à l'intrados des anciennes têtes au moyen de cornes de vache. Ce sont des surfaces coniques tangentes entre elles et aux pieds-droits de manière à former ébrasement ; les joints sont normaux à la surface de raccordement.

Les bandeaux des têtes sont extradossés parallèlement ; ils sont construits en pierre de taille et les voussoirs, de largeur uniforme, ont une queue égale alternativement à 0m,59 et à 0m,44.

Les pieds-droits des piles sont également en pierre de taille. Les douelles sont en libages.

Le remplissage des tympans est en maçonnerie de galets. Le parement est formé par des assises horizontales de deux briques, séparées par des galets régulièrement disposés en arêtes de poisson. Ces galets, employés avec leur forme arrondie, forment saillie et leur surface est polie et nettoyée en la frottant avec de la graisse. — Il en résulte un dessin régulier assez agréable à l'œil.

Au-dessus des piles on a ménagé des écussons de forme circulaire sur lesquels sont sculptées les armes de la ville de Pau.

Les arches supplémentaires dont nous venons de parler s'appuient sur les fondations des avant et arrière-becs des anciennes piles. Comme l'avant-bec était triangulaire, tandis que l'arrière-bec était en pan coupé, une partie du premier subsiste en avant de la nouvelle portion de voûte, tandis que le second se termine à l'aplomb même de la corne de vache.

L'élargissement a été complété au moyen d'encorbellements formés par des consoles en pierre de taille dure, noyées dans la maçonnerie de galet des tympans, et supportant des mâchicoulis en pierre de taille d'Angoulême, parfaitement en

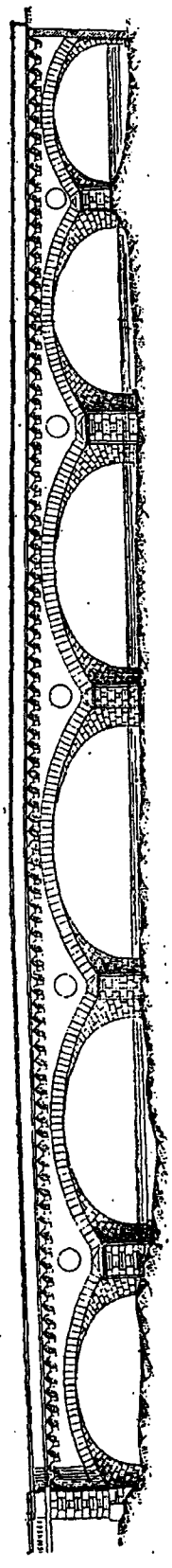


Fig. 1132.

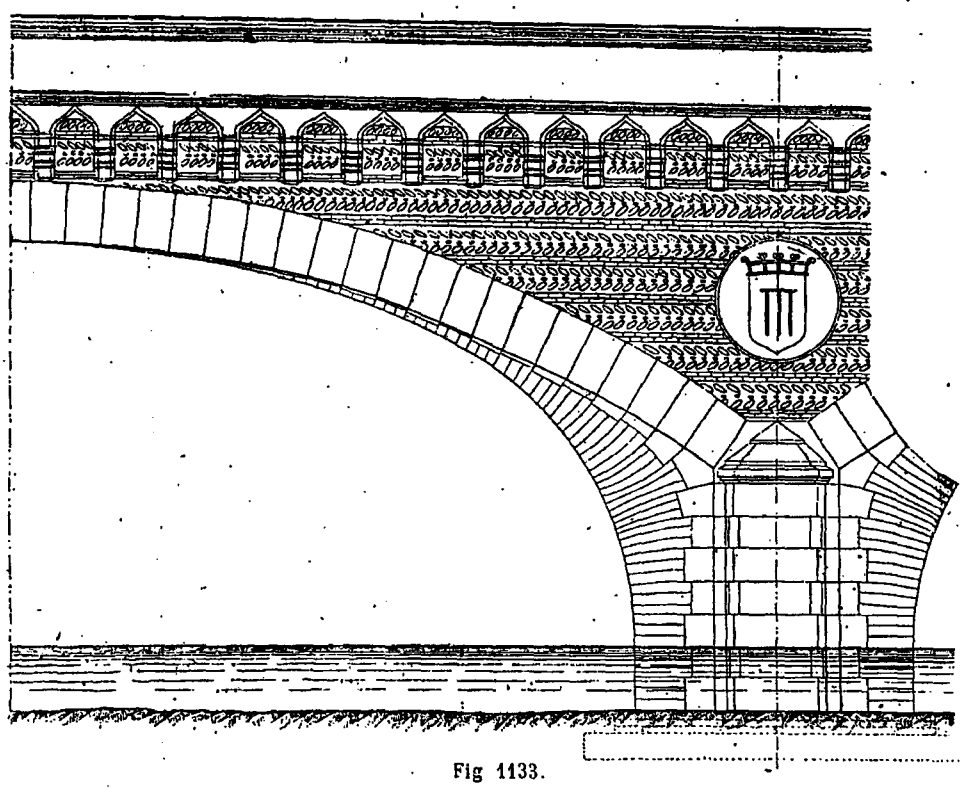


Fig 1133.

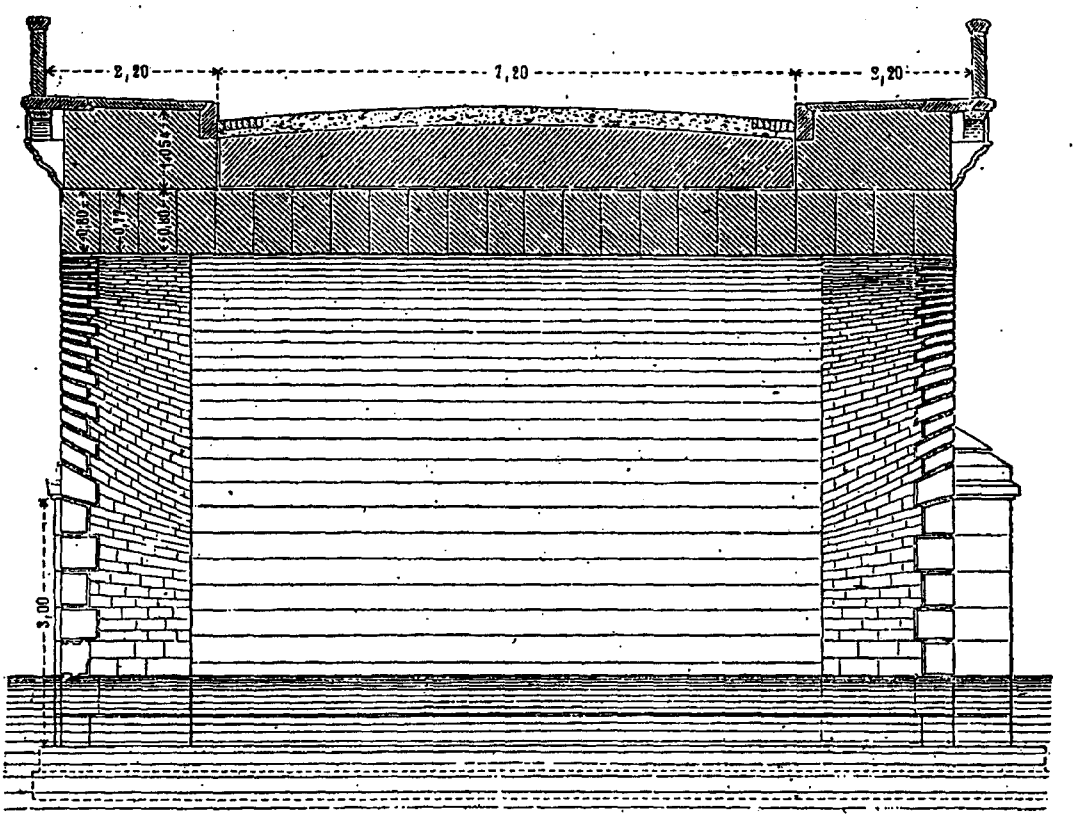


Fig. 1134.

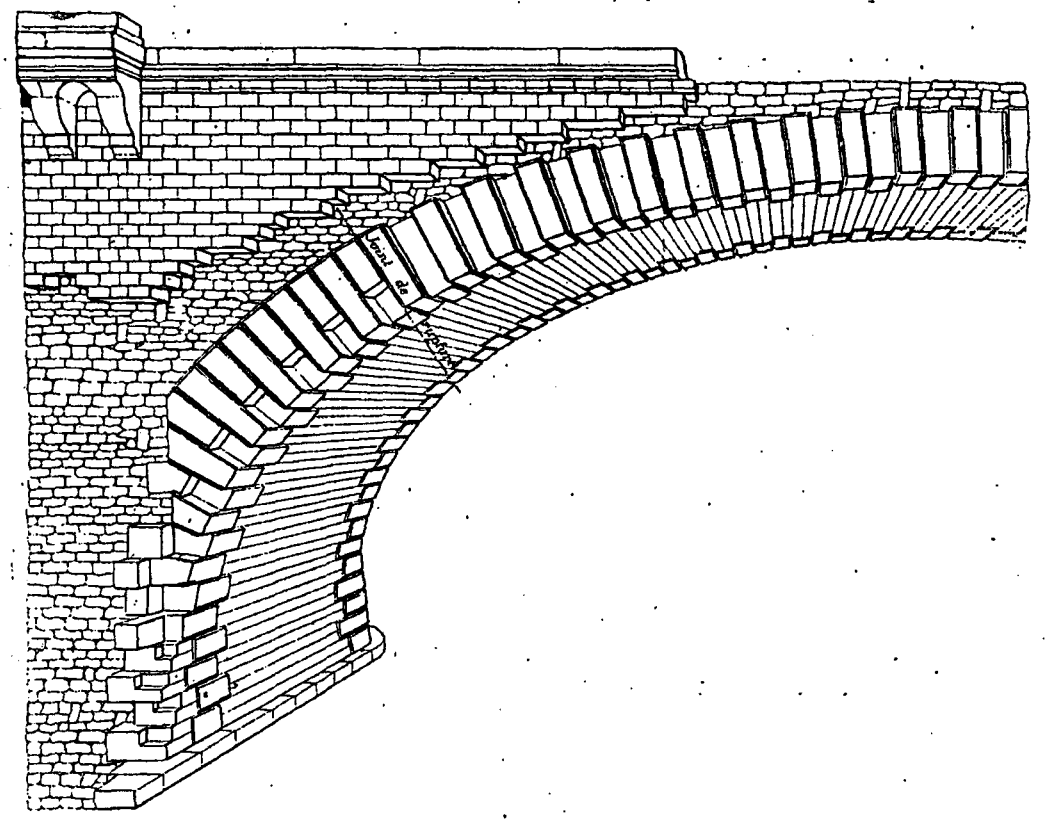


Fig. 1135.

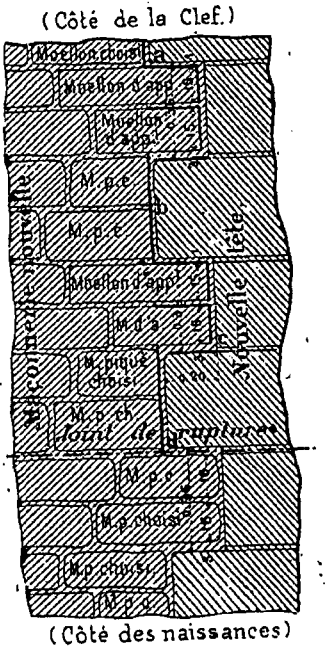


Fig. 1136.

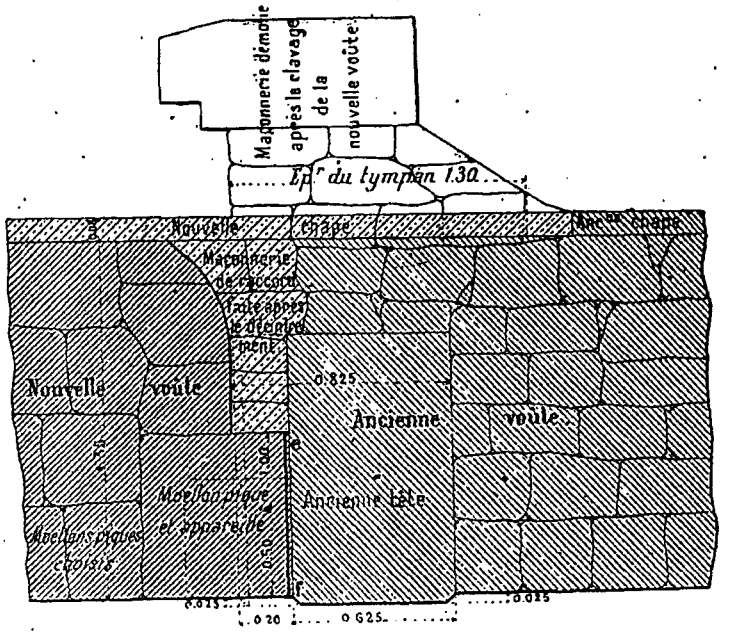


Fig. 1137.

harmonie avec le style du château situé à proximité.

On a pu ainsi obtenir de chaque côté un encorbellement de 0m,49 de saillie, ce qui donne une largeur totale de 12m,06, comptée entre les têtes des mâchicoulis.

Une plinthe en pierre de taille dure supporte les garde-corps établis dans le même plan que les têtes des mâchicoulis. Ces garde-corps sont formés par des dalles verticales en pierre dure de 0m,16 d'épaisseur, surmontées d'une main courante moulurée.

Afin de donner à ces dalles toute la stabilité désirable, des armatures en fer pénètrent dans leur épaisseur sur à peu près la moitié de leur hauteur, et viennent se sceller à la partie inférieure, dans la maçonnerie de remplissage, après s'être retournées horizontalement sous les dalles extrêmes directement soutenues par les consoles.

741. *Élargissement des ouvrages d'art de la ligne de Chaumont à Pagny-sur-Meuse.* (*fig.* 1135, 1136 et 1137). — Les figures 1135 à 1137, montrent comment les travaux d'élargissement ont été effectués; elles s'appliquent plus particulièrement au pont de Neuf-Château sur la Meuse (Vosges).

La figure 1135 représente la vue des arrachements d'une demi-arche pour le raccordement des anciennes et des nouvelles maçonneries.

La figure 1136 montre le développement de la douelle à l'endroit du raccordement des voûtes.

La figure 1137 est une coupe transversale suivant l'axe de la clef. Voici, sur les procédés employés, quelques renseignement empruntés aux *Annales des travaux publics* de 1881.

La compagnie des chemins de fer de l'Est a eu à établir dans ces dernières années les secondes voies de plusieurs lignes, dont les ouvrages d'art avaient été construits pour une voie seulement.

Pour raccorder les nouvelles maçonneries aux anciennes, les ingénieurs ont appliqué à un grand nombre d'ouvrages les dispositions indiquées ci-après. Les raccordements ainsi exécutés ayant donné toute satisfaction, il est utile de faire connaître les dispositions adoptées.

Voûtes de 5 mètres d'ouverture et au dessous. — Dans toutes les voûtes de 5 mètres d'ouverture et au dessous, surbaissées ou non, les voussoirs de la tête supprimée ont été arrachés, et réemployés pour la nouvelle tête.

Voûte de 15 mètres d'ouverture en plein cintre. — Pour les ponts de 5 à 15 mètres d'ouverture en plein cintre, les nouvelles voûtes ont été reliées aux anciennes, au fur et à mesure de l'avancement des maçonneries, au moyen de refouillements pratiqués dans les voussoirs à grande pénétration et d'arrachements partiels dans les parements des tympans. Afin d'obtenir une chaîne symétrique en douelle, on a donné au refouillement des grands voussoirs une profondeur égale à la différence de longueur des grands et des petits voussoirs.

Voûtes en arc de cercle de 10 mètres de portée et au dessus. — Pour les ponts en arc de cercle au dessus de 10 mètres d'ouverture, les nouvelles voûtes ont été exécutées sans liaisons avec les anciennes maçonneries à partir des sommiers des naissances.

Autres voûtes au dessus de 15 mètres d'ouverture. Pour les voûtes de 15 mètres d'ouverture et au-dessus, en plein-cintre, en anses de panier ou elliptiques les voûtes nouvelles ont été construites sans liaisons avec les anciennes maçonneries à partir du joint de rupture, seulement. En dessous du joint de rupture, on a procédé comme pour les ouvrages de 5 à 15 mètres d'ouverture en plein-cintre.

Dans les deux cas qui viennent d'être indiqués, la jonction des nouvelles voûtes avec les anciennes a été opérée de la manière suivante : les voussoirs à grande pénétration ont été refouillés suivant les dispositions décrites ci-dessus au sujet des voûtes en plein cintre de 5 à 15 mètres d'ouverture. La maçonnerie de jonction a été exécutée au moyen de forts moellons échantillonnés pour être introduits dans les refouillements des grands voussoirs, en ayant soin de ne pas garnir de mortier les lits et joints existants entre

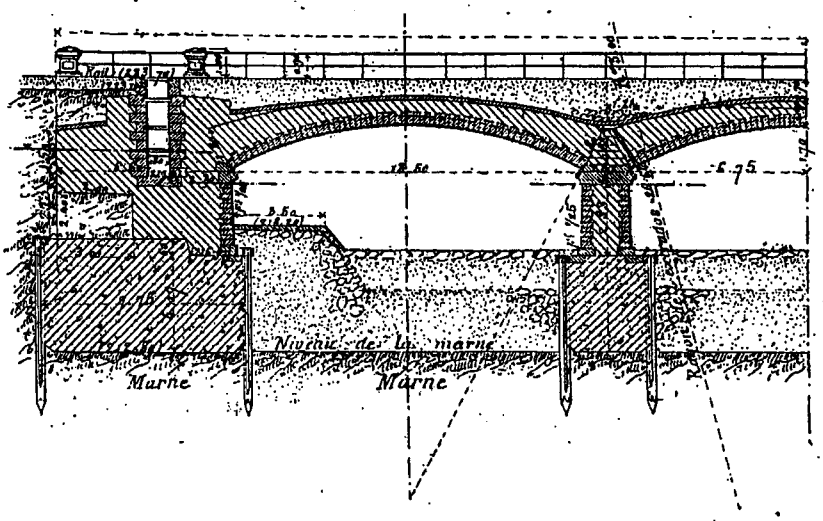


Fig. 1138.

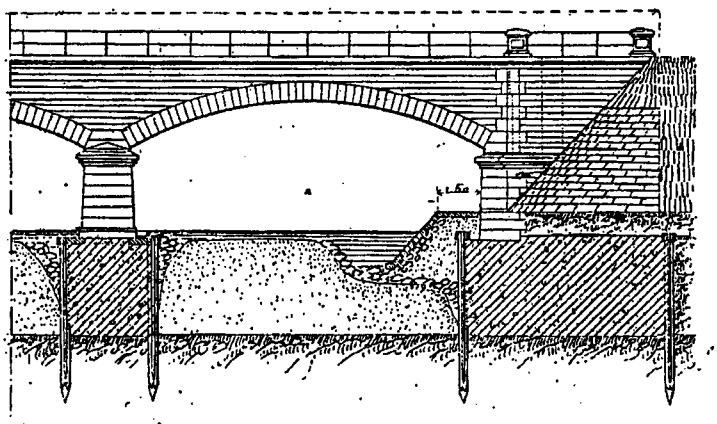


Fig. 1139.

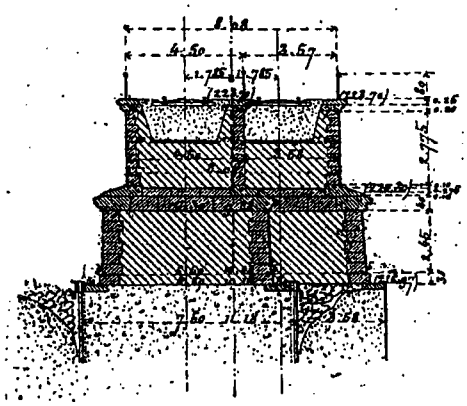


Fig. 1140.

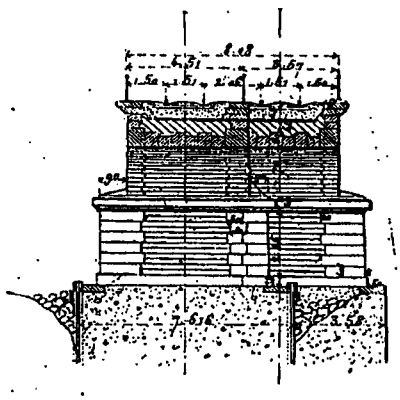


Fig. 1141.

les éléments correspondants de l'ancienne et de la nouvelle voûte.

De cette façon, au décintrement, le tassement des nouvelles maçonneries s'est opéré librement. Les lits et les joints ont été garnis de mortier après le décintrement.

La jonction des maçonneries au-dessous

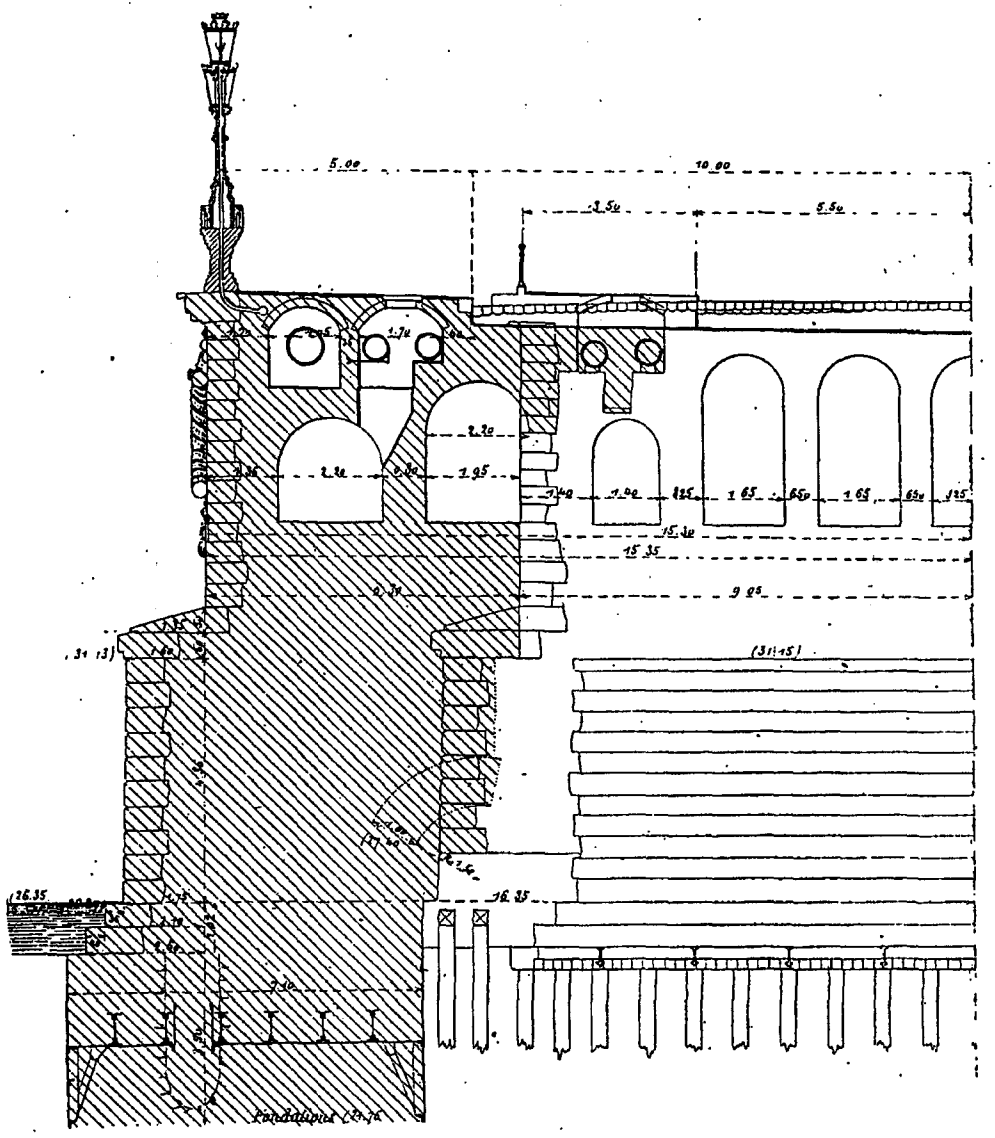


Fig. 1142.

des naissances a été faite en arrachant les avant-becs des piles et les angles des culées.

Presque toutes les pierres de taille arrachées, y compris les chaperons des piles ont été réemployées.

Les démolitions des maçonneries, les arrachements des tympans et les refouillements des voussoirs ont été difficiles à exécuter.

Le prix de revient du mètre cube de maçonnerie y compris enlèvement des matériaux doit être estimé de 15 à 20 fr., et les refouillements pour former harpe

dans les voussoirs en pierre de taille de Lerouville peuvent être évalués à 55 ou 60 fr., y compris tous échafaudages.

742. *Élargissement du pont de Pont-Saint-Vincent.* (*Ligne de Mirecourt à Chalindrey.*) — Le chemin de fer d'intérêt local de Nancy à Vezelise a été construit par une compagnie Belge, de 1869 à 1872. Il franchit la Moselle à Pont-Saint-Vincent sur un ouvrage en maçonnerie comprenant neuf arches et d'une longueur totale de 149m,10. Ce pont avait été établi pour une seule voie, comme toute la ligne elle-même.

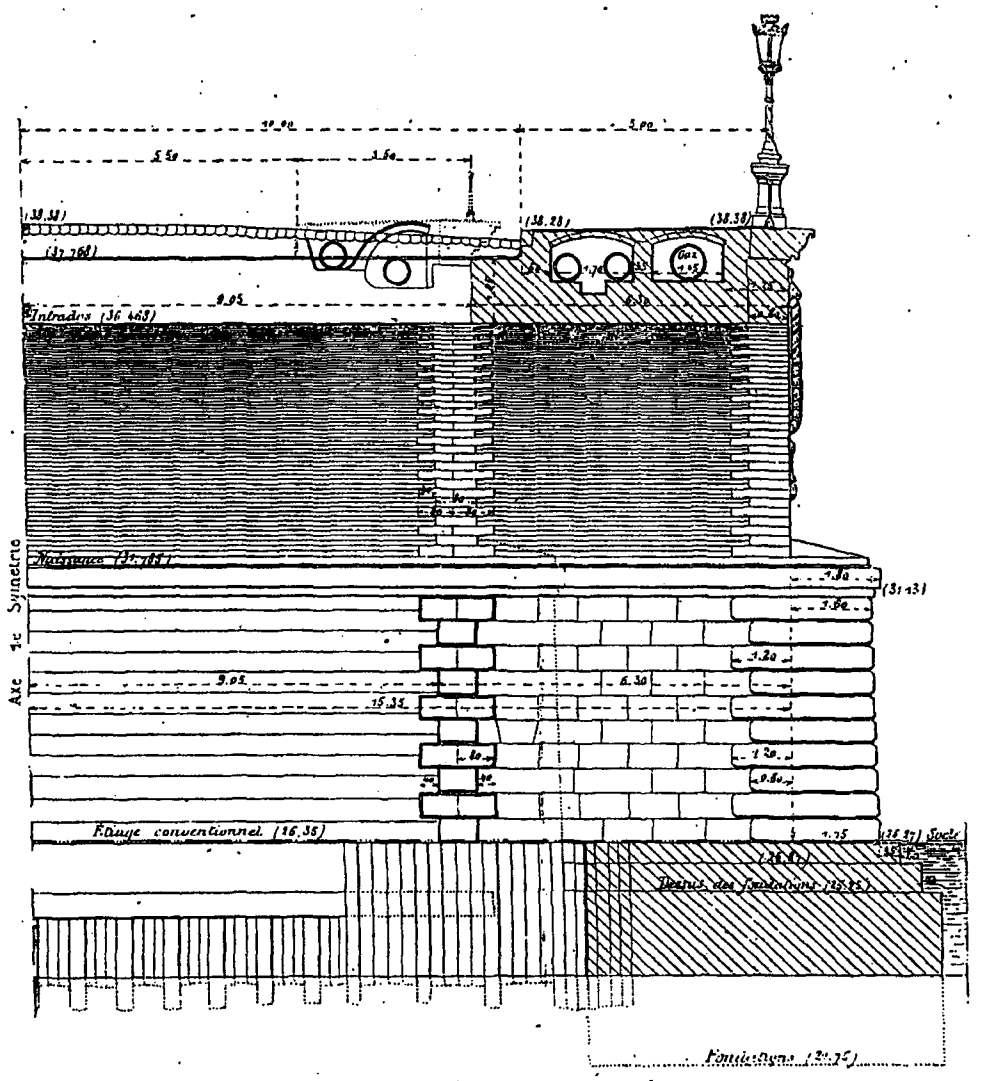


Fig. 1143.

L'incorporation de ce chemin de fer dans le réseau concédé à la compagnie des chemins de fer de l'Est et son prolongement sur Mirecourt et Chalindrey ont rendu nécessaire l'établissement de la deuxième voie et, par suite, l'élargissement du pont de Pont-Saint-Vincent. Les fondations de l'élargissement ont été assises par l'emploi de caissons à air comprimé. La largeur du pont entre garde-corps était de 4m,50; elle a été portée à 8m,08 par un élargissement total de 3m,58

exécuté d'un seul côté de l'ouvrage (*fig.* 1138 à 1141).

Les nouvelles maçonneries en élévation ont été reliées aux anciennes par les moyens déjà décrits précédemment à propos de l'élargissement des ouvrages d'art de la ligne de Chaumont à Pagny-sur-Meuse (n° 740).

Pour l'exécution de ces travaux, on a établi un pont de service très léger un peu en amont de l'emplacement de l'élargissement. Ce pont de service était formé de deux files de pieux battus à l'aide d'une sonnette portée dans un chaland ; les pieux étaient reliés transversalement par des moises et longitudinalement par des chapeaux, lesquels supportaient des planches sur lesquelles se faisait la circulation.

743. *Élargissement du pont d'Austerlitz, à Paris.* — L'ancien pont en fonte, construit en 1805, fut d'abord remplacé par un pont en maçonnerie plus large que le premier en 1854.

Depuis cette époque, la circulation s'est accrue sur le pont d'Austerlitz dans des proportions telles qu'un nouvel élargissement était devenu indispensable.

Deux lignes de tramways et une ligne d'omnibus, le passage des voitures et des camions des chemins de fer de Lyon et d'Orléans créent sur ce pont un encombrement permanent.

En présence de cette situation, la largeur du pont, qui était de 18 mètres, d'axe en axe des garde-corps, a dû être portée à 30 mètres, dont 20 mètres pour la chaussée et 5 mètres pour chacun des trottoirs.

L'axe longitudinal du pont a été conservé, de sorte que l'élargissement a été obtenu par un égal allongement des arches en amont et en aval.

En même temps qu'on élargissait le pont on a amélioré les abords en terminant les culées par des murs en aile circulaire, s'élevant jusqu'à la hauteur de la plinthe et portant des trottoirs de même forme.

Le parement extérieur de ces murs en aile circulaire est une surface cylindrique verticale ayant pour directrice un quart de cercle de 6 mètres de rayon, tournant sa convexité vers l'extérieur de la culée. Le parement intérieur se compose de 5 parements verticaux, en retraite de $0^m,30$ les uns sur les autres.

Les piles ont été allongées de $6^m,30$ à chaque extrémité ce qui a porté leur longueur totale à $30^m,70$. A l'amont et à l'aval elles sont terminées par des avant et arrière-becs circulaires, couronnés par un chaperon conique et se raccordant exactement avec les chaînes des piles, — Les maçonneries intérieures sont en moellons ordinaires hourdés en mortier de ciment de Portland ; les parements sont en pierre de taille. On a séparé par des refends les assises des chaînes d'angles et les parements des avant-becs.

Les parties nouvelles des piles sont séparées des anciennes par de petites voûtes destinées à répartir la pression du pont entre les nouvelles et les anciennes maçonneries, et au-dessus desquelles, au contraire, la solidarité est assurée au moyen d'un certain nombre de tirants en fer.

Les voûtes ont été allongées de $6^m,30$ à chaque extrémité. Cet allongement est fait en maçonnerie de meulière et mortier de ciment et, pour la surface d'intrados, on a employé de la meulière piquée de même appareil et de même nature que celle des voûtes anciennes. — Les bandeaux des nouvelles voûtes sont en pierres de taille en saillie de $0^m,05$ sur le parement des tympans et sur celui de l'intrados ; les voussoirs sont taillés en chanfrein.

La figure 1142 est une coupe transversale suivant l'axe de la pile n° 3 et la figure 1143 montre une coupe transversale passant par le milieu de l'arche centrale.

FIN DU TOME I

TOURS. — IMPRIMERIE DESLIS FRÈRES, RUE GAMBETTA, 6.